Vol. 14/ Issue.1/ 2021 (No.46)
pp. 55-64
10.22034/JSST.2021.1229
JSST
Journal of Space Science & Technology

**Research Paper**

# A Modification to Integral Pulse-Width Pulse-Frequency Modulator

**S. H. Jalali-Naini[1]* and O.Omidi Hemmat[2]**

1, 2. Department of Mechanical Engineering, Tarbiat Modares University, Tehran, Iran

***shjalalinaini@modares.ac.ir**

*This paper presents a modification to a type of Pulse-Width Pulse-Frequency (PWPF) Modulator utilized an integrator block. In this modulator that called here as "Integral Pulse-Width Pulse-Frequency (IPWPF)," an integrator is used instead of the first-order low-pass filter. To improve the performance of the control system, the modulator is modified by using a logical circuit in order to reset the output of the integrator. In this logical circuit, if the error signal becomes less than a specified small value, the integrator will be reset, that is, "Small Error-Reset Integrator (SE-RI)." The modification is applied to the stabilization and pointing modes. In stabilization mode, the control gain is obtained analytically such that the angular rate of the satellite becomes zero or less than a specific percentage of its initial value by a single pulse. Simulation results show that the performance of the modified IPWPF is comparable with that of PWPF in pointing mode.*

**Keywords:** Spacecraft Attitude Control, Pulse-Width Pulse-Frequency Modulator, Stabilization and Pointing Modes

1.Associate Professor (Corresponding Author)
2. PhD Student

**Received: 2019.09.02/ Accepted: 2020.05.04/ Publish Online: 2021.01.21 / Online ISSN: 2423-4516 / Print ISSN: 2008-4560**

JSST
فصلنامهٔ علمی - پژوهشی علوم و فناوری فضایی
دوره ۱۴ / شمارهٔ ۱/ بهار ۱۴۰۰ (شماره پیاپی ۴۶) 10.22034/JSST.2021.1238
ص. ص. ۶۴- ۵۵

**مقاله علمی– پژوهشی**

# اصلاحی بر مدولاتور پهنا و فرکانس پالس انتگرالی

**سید حمید جلالی نائینی[۱*] و امید امیدی همت[۲]**

**۱ و ۲- دانشکدهٔ مهندسی مکانیک، دانشگاه تربیت مدرس، تهران، ایران**

***shjalalinaini@modares.ac.ir**

*این مقاله به اصلاح نوع خاصی از مدولاتور پهنا و فرکانس پالس با بلوک انتگرال‌گیر می‌پردازد. در این مدولاتور به جای فیلتر پایین گذر از یک انتگرال‌گیر استفاده شده، و به همین دلیل در اینجا مدولاتور پهنا و فرکانس پالس انتگرالی نامیده می‌شود. به منظور بهبود رفتار حلقه کنترلی، ساختار مدولاتور با یک شرط منطقی برای بازتنظیم خروجی انتگرال‌گیر اصلاح شده است. در این شرط منطقی، در صورتی که سیگنال خطا کوچکتر از بازهٔ مشخصی باشد، خروجی انتگرال‌گیر صفر می‌گردد. این بهبود در دو مود پایدارساز و نشانه‌روی اعمال شده است. در مود پایدارساز، ضریب بهرهٔ پایدارساز با استفاده از حل تحلیلی به گونه‌ای استخراج شده است تا با یک پالس، کسر معینی از سرعت زاویه‌ای اولیه مستهلک گردد. در مود نشانه‌روی، عملکرد مدولاتور اصلاح شده، قابل مقایسه با مدولاتور پهنا و فرکانس پالس می‌باشد.*

**واژه‌های کلیدی:** کنترل وضعیت فضاپیما، مدولاتور پهنا و فرکانس پالس، مود پایدارسازی و نشانه‌روی.

## علائم و اختصارات

| | |
|---|---|
| ناحیهٔ مردهٔ المان بنگ بنگ | DZ |
| مقدار پسماند | H |
| ورودی ثابت | IN |
| ممان اینرسی فضاپیما | J |
| بهره های کنترلگر | $K, K_d, K_p$ |
| بهره انتگرال‌گیر مدولاتور | $K_i$ |
| ضریب مدولاتور | MF |
| تعداد دفعات روشن شدن مدولاتور | N |
| فرکانس پالس خروجی مدولاتور | PF |
| زمان نهایی | $t_f$ |
| مدت زمان خاموش بودن مدولاتور | $T_{off}$ |
| مدت زمان روشن بودن مدولاتور | $T_{on}$ |
| زمان صرف شده تا روشن شدن مدولاتور | $T_{Start}$ |
| آستانه خاموش شدن بلوک اشمیت‌تریگر | $U_{off}$ |
| آستانه روشن شدن بلوک اشمیت‌تریگر | $U_{on}$ |
| گشتاور اشباع بلوک اشمیت‌تریگر | $U_m$ |
| خروجی مدولاتور | Y |
| کسر مطلوب برای درصد کاهش سرعت زاویه‌ای | $\alpha$ |
| حداقل عرض پالس | $\Delta_{min}$ |
| مصرف سوخت | $\Delta V$ |
| موقعیت زاویه‌ای فضاپیما | $\Theta$ |
| سرعت زاویه‌ای فضاپیما | $\Omega$ |
| حداکثر خطای نهایی ممکن در مود پایدارسازی | $\Omega_{ErrMax}$ |
| سرعت زاویه‌ای شبه بی‌بعد اولیه | $\omega_0$ |

## مقدمه

در فرآیند پایدارسازی و کنترل وضعیت ماهواره از روش‌های متعددی استفاده می‌شود. این روش‌ها را به طور کلی می‌توان به دو دستهٔ کنترل پیوسته و کنترل دو وضعیتی (روشن یا خاموش) طبقه‌بندی کرد [۱،۲].

در کنترل پیوسته معمولاً از عملگرهای گشتاورساز مغناطیسی و چرخ‌های عکس‌العملی استفاده می‌شود [۳–۵]. در صورت استفاده از عملگرهای تراستر دو وضعیتی نیاز است تا سیگنال کنترلی پیوسته به دو حالت (۰,۱) یا با آرایش دو تراستر در جهات مخالف به سه حالت (۱±, ۰) مدوله شود [۶]. برتری این نوع عملگر، گشتاور

۱. دانشیار (نویسنده مخاطب)
۲. دانشجوی دکتری

**دریافت مقاله: ۱۳۹۸/۰۶/۱۱ / پذیرش مقاله: ۱۳۹۹/۰۲/۱۵ / چاپ الکترونیکی: ۱۴۰۰/۰۱/۰۱ / شاپای الکترونیکی: ۴۵۱۶-۲۴۲۳ / شاپای چاپی: ۴۵۱۶-۲۰۰۸**

بالا و پاسخ سریع است. عملگر تراستر دو وضعیتی در مود پایدارسازی نظیر مستهلک‌سازی سرعت زاویه‌ای ناخواسته در فاز تزریق به مدار [۷]، کنترل و تنظیم حرکت رقص محوری [۸]، مستهلک‌سازی سرعت زاویه‌ای در فضاپیماهای پایدار شده با چرخش محوری [۹]، و مود نشانه‌روی نظیر کنترل وضعیت در فاز نهایی ملاقات مداری [۱۰]، تنظیم دقیق جهت‌گیری ماهواره‌های سنجش از دور نسبت به زمین [۱۱]، تنظیم جهت‌گیری پنل‌ها یا بادبان‌های خورشیدی فضاپیماها [۱۲]، کنترل وضعیت ماهواره در مدارهای پایین [۱۳] و کنترل شبیه‌سازهای ماهواره [۱۴] استفاده شده است.

به‌منظور مدوله‌سازی سیگنال کنترلی پیوسته به سه حالت (۱±, ۰)، می‌توان به المان «اشمیت‌تریگر»، المان «بنگ بنگ با ناحیه مرده» [۱۶،۱۵] و مدولاتورهای متعددی نظیر مدولاتور پهنای پالس، مدولاتور فرکانس پالس، مدولاتور پهنا و فرکانس پالس (PWPF[3]) و مدولاتور نرخ کاذب[4] اشاره نمود [۱۹-۱۷]. مدولاتور پهنای پالس زمانی که اطلاعات با نرخ ثابت موجود است از جمله در سیستم‌های دیجیتال کاربرد دارد [۲۰]. از نمونه کاربردهای مدولاتور فرکانس پالس می‌توان به حلقهٔ پایدارسازی حسگرهای اینرسی اشاره نمود که در آن دقت بالا وابسته به توانایی ثابت نگهداشتن اندازه پالس بوده و محدودهٔ اندازه‌گیری حسگر وابسته به وسعت محدودهٔ فرکانسی حلقه پایدارسازی است [۲۰]. در این میان، مدولاتور پهنا و فرکانس پالس از تغییر توأمان پهنای پالس و فرکانس پالس بهره می‌برد.

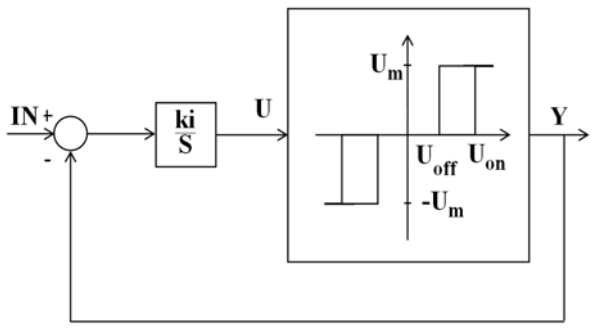
تنظیم پارامترهای مدولاتور پهنا و فرکانس پالس سابقه‌ای طولانی دارد، که بعضاً منتشر شده است [۲۴-۲۱]. اغلب تحلیل‌های منتشر شده مبتنی بر حل عددی مسئله به‌صورت بابعد است؛ اما معادلات مسئله به‌صورت بی‌بعد در مرجع [۲۵] ذکر شده و در ادامه تنظیم/ بهینه‌سازی پارامترهای بی‌بعد مدولاتور در حالت بدون نویز [۲۶] و با اعمال نویز [۲۷،۲۸] انجام شده است. در مرجع [۲۹] محدودهٔ ترجیحی در آنالیز استاتیکی به ازای مقادیر معین مصرف سوخت، به‌صورت تحلیلی استخراج شده است. این کار، محدودهٔ پارامترها را به‌صورت دقیق‌تر از روش تعیین محدودهٔ هر پارامتر با نامساوی نتیجه می‌دهد. نتایج حاصل از مرجع مذکور اتخاذ یک مدولاتور پهنا و فرکانس پالس بر مبنای پارامترهای متغیر بر حسب مقدار ورودی را نیز میسر می‌سازد.

معرفی ساختار مدولاتور PWPF در اولین منابع از جمله [۲۰] با استفاده از یک بلوک انتگرال‌گیر در مسیر پیشرو بوده است؛ اما در منابع پس از آن، بدون تغییر نام بلوک انتگرال‌گیر با یک فیلتر پایین‌گذر مرتبه اول جایگزین شده است. در مشابهت با مرجع [۲۴] که به علت وجود بلوک انتگرال‌گیر در ساختار مدولاتور فرکانس پالس، از اصطلاح «انتگرالی» استفاده شده، و همچنین به‌منظور ایجاد تمایز میان دو ساختار موجود PWPF، در مقاله حاضر، مدولاتور پهنا و فرکانس پالس دارای بلوک انتگرال‌گیر، مدولاتور پهنا و فرکانس پالس انتگرالی (IPWPF[5]) نامیده می‌شود. روابط تحلیل استاتیکی مدولاتور پهنا و فرکانس پالس انتگرالی در مرجع [۲۰] ذکر شده است. استفاده از تحلیل (شبه) بی‌بعد سبب کاهش پارامترهای گروه‌بندی شده و تعمیم نتایج برای ماهواره با مشخصات مختلف می‌شود.

با توجه به اینکه «مدولاتور پهنا و فرکانس پالس با بلوک انتگرال‌گیر» در مقایسه با «مدولاتور پهنا و فرکانس پالس با بلوک فیلتر پایین‌گذر مرتبه اول» عملکرد ضعیفی دارد، در این مقاله با افزودن الگوریتمی برای بازتنظیم خروجی انتگرال‌گیر، علاوه بر بهبود عملکرد این نوع مدولاتور در مود پایدارسازی، عملکرد آن در مود نشانه‌روی قابل مقایسه با مدولاتور پهنا و فرکانس پالس شده است. به علاوه، معادلات «مدولاتور پهنا و فرکانس پالس با بلوک انتگرال‌گیر» بسیار ساده‌تر از مدولاتور مذکور با بلوک فیلتر پایین‌گذر مرتبه اول است. این موضوع می‌تواند سبب کاربرد مجدد مدولاتور پهنا و فرکانس پالس انتگرالی بویژه با پارامترهای متغیر شود.

## مدولاتور پهنا و فرکانس پالس انتگرالی

مدولاتور پهنا و فرکانس پالس انتگرالی مطابق نمودار بلوکی شکل (۱)، اولین بار در فضاپیمای آجنا و سپس در بسیاری کاربردهای دیگر برای عملکرد جت‌های گازی به کار رفته است. به این موضوع در مرجع [۲۰] به نقل از گزارش فنی شرکت لاکهید، مرجع [۳۰]، اشاره شده است. این مدولاتور شامل یک انتگرال‌گیر در مسیر ورودی المان اشمیت‌تریگر و فیدبک خروجی آن است.




**شکل ۱**- نمودار بلوکی مدولاتورIPWPF

[3]. Pulse-Width Pulse-Frequency
[4]. Pseudo rate (derived rate)
[5]. Integral Pulse-Width Pulse-Frequency

به‌منظور کاهش تعداد پارامترهای مستقل (و ادغام آنها در پارامترهای دیگر)، معادلات حاکم که به صورت نمودار بلوکی شکل (۲) نمایش داده شده است، شبه بی‌بعد می‌شود. در شکل شبه بی‌بعد، خروجی اشمیت‌تریگر به مقدار ۱± یا ۰ تغییر نموده و بهرهٔ انتگرال‌گیر نیز در پارامتر آستانه روشن و خاموش شدن ورودی اشمیت‌تریگر ادغام می‌شود. پارامترهای شبه بی‌بعد بصورت زیر نوشته می‌شود:

$$y=\frac{Y}{U_m}\ ,u=\ \frac{U}{k_iU_m},in=\frac{IN}{U_m},u_{on}=\frac{U_{on}}{k_iU_m}$$

$$u_{off}=\frac{U_{off}}{k_iU_m}\ ,h=\frac{H}{k_iU_m}=\frac{U_{on}-U_{off}}{k_iU_m} \qquad (۱)$$

که در آن، H تفاضل آستانه روشن‌شدن و خاموش‌شدن اشمیت تریگر است.

## تحلیل استاتیکی

تحلیل استاتیکی مدولاتورها به مفهوم بررسی رفتار آن، خارج از مدار کنترلی و با اعمال ورودی ثابت است [۳۱]. به عنوان مثال عرض پالس و دوره آن را می‌توان به طور مستقیم با دینامیک سیستم مقایسه نمود، با توجه به اینکه ورودی مدولاتور در یک سیستم کاربردی به آرامی تغییر می‌کند، تحلیل استاتیکی نمایشی از رفتار غالب مدولاتور مورد نظر در اکثر سیستم‌ها را نشان می‌دهد [۲۴].

به‌منظور استخراج پارامترهای استاتیکی، مطابق شکل (۲) می‌توان نوشت:

$$\dot{u}=in-y\ \Rightarrow\ \int_{u(t_1)}^{u(t_2)}du=\int_{t_1}^{t_2}(in-y)\,dt \qquad (۲)$$

با توجه به اینکه خروجی مدولاتور مقادیر صفر یا ۱± را می‌پذیرد، حل تحلیلی برای بازه‌هایی که خروجی ثابت است، به‌صورت زیر نوشته می‌شود.

$$u(t_2)-u(t_1)=(in-y)(t_2-t_1) \qquad (۳)$$

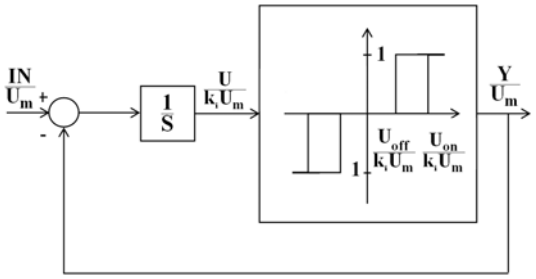
رابطه (۳) می‌تواند برای حل تحلیلی خروجی در هر بازه مورد استفاده قرار گیرد. به‌منظور دستیابی به پارامترهای اساسی مدولاتور تحت ورودی ثابت، یک سیکل کاری مطابق با شکل (۳) در نظر گرفته می‌شود.

ابتدا رابطه (۳) برای بازه زمانی اول $(0 \le t < t_1)$ نوشته می‌شود. در مدت زمان این بازه که با $T_{Start}$ نمایش داده شده، المان اشمیت‌تریگر فعال می‌شود.

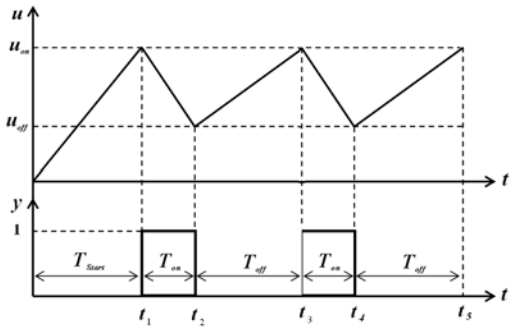
$$y=0,\ T_{Start}=(t_1-0)\ \Rightarrow\ u_{on}-0=(in-0)T_{Start} \qquad (۴)$$

بنابراین،

$$T_{Start}=\frac{u_{on}}{in}=\frac{U_{on}/k_iU_m}{IN/U_m} \qquad (۵)$$




**شکل ۲**- بلوک دیاگرام شبه بی‌بعد مدولاتورIPWPF




**شکل ۳**- رفتار ورودی- خروجی مدولاتور IPWPF در تحلیل استاتیکی
$(u=U/k_iU_m,\ y=Y/U_m)$

در بازه زمانی دوم $(t_1 \le t < t_2)$، خروجی اشمیت‌تریگر مقدار واحد بوده و طول این بازه که زمان روشن بودن تراستر در یک پالس است با $T_{on}$ نمایش داده می‌شود.

$$y=1\ ,\ T_{on}=(t_2-t_1)\ \Rightarrow\ u_{off}-u_{on}=(in-1)T_{on} \qquad (۶)$$

بنابراین [۲۰]:

$$T_{on}=\frac{h}{1-in}=\frac{\frac{U_{on}}{k_iU_m}-\frac{U_{off}}{k_iU_m}}{1-\frac{IN}{U_m}}\quad for\quad in<1 \qquad (۷)$$

با توجه به رابطه (۷) اگر $in = 1$ باشد، مدولاتور در زمان بی‌نهایت خاموش می‌شود. در این حالت، $T_{on}$ بی‌نهایت می‌شود. اگر $in > 1$ باشد، مدولاتور خاموش نمی‌شود و $T_{on}$ بی‌نهایت می‌شود.

در بازه زمانی سوم $(t_1 \le t < t_2)$ مدولاتور خاموش بوده و خروجی اشمیت‌تریگر برابر صفر است. با حل رابطه (۳) برای این حالت، پارامتر $T_{off}$ حاصل می‌شود.

$$y=0\ ,\ T_{off}=(t_3-t_2)\Rightarrow u_{on}-u_{off}=(in-0)T_{off} \qquad (۸)$$

بنابراین [۲۰]،

$$T_{off}=\frac{h}{in}=\left(\frac{U_{on}}{k_iU_m}-\frac{U_{off}}{k_iU_m}\right)/\left(\frac{IN}{U_m}\right) \qquad (۹)$$

ضریب مدولاتور (MF) نسبت زمان روشن‌بودن تراستر به کل زمان است و به‌صورت رابطه (۱۰) محاسبه می‌شود [۲۰]:

$$MF=\frac{T_{on}}{T_{on}+T_{off}}=\frac{h/(1-in)}{(h/in)+h/(1-in)}=in=\frac{IN}{U_m} \qquad (۱۰)$$

فرکانس پالس خروجی (PF) که برابر با عکس یک سیکل کاری است، به صورت زیر نوشته می‌شود [۱۷]:

$$PF=\frac{1}{T_{on}+T_{off}}=\frac{\frac{IN}{U_m}(1-\frac{IN}{U_m})}{\frac{U_{on}}{k_i U_m}-\frac{U_{off}}{k_i U_m}}=\frac{in(1-in)}{h} \qquad (۱۱)$$

نمودار فرکانس پالس و ضریب مدولاتور بر حسب ورودی بی‌بعد در شکل (۴) ترسیم شده است. با افزایش مقدار ورودی ضریب مدولاتور و به عبارتی زمان روشن‌بودن مدولاتور مطابق شکل (۴) افزایش می‌یابد، لیکن فرکانس پالس به ازای ورودی بی‌بعد با مقدار ۰٫۵ در مقدار بیشینه قرار دارد. این موضوع یکی از دلایلی است که در تحلیل عددی مدولاتور از مقدار ورودی بی‌بعد ۰٫۵ استفاده می‌شود.

در ادامه، حداقل پهنای پالس ($\Delta_{min}$) نمایش داده می‌شود:

$$\Delta_{min}=\min T_{on}=\lim_{in\to 0}\frac{h}{1-in}=h \qquad (۱۲)$$

تعداد روشن شدن‌های تراستر (N) نیز به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$N\approx\frac{t_f}{T_{on}+T_{off}} \Rightarrow \frac{N\Delta_{min}}{t_f}\approx in(1-in) \qquad (۱۳)$$

با کمی تأمل مشخص می‌شود که بیشینه پارامتر $N\Delta_{min}/t_f$ به ازای in=0.5 رخ می‌دهد. بنابراین، مقدار حداکثر ممکن آن به‌صورت $N_{max}=t_f/4h$ نوشته می‌شود. رابطه تقریبی مصرف سوخت بی‌بعد نیز بصورت زیر نوشته می‌شود:

$$\frac{\Delta V}{U_m t_f}=\frac{\int_{t_0}^{t_f}|Y|\,dt}{U_m t_f}\approx\frac{T_{on}}{T_{on}+T_{off}}\approx\frac{NT_{on}}{t_f} \qquad (۱۴)$$

در تقریبی دیگر،

$$\frac{\Delta V}{U_m t_f}\approx\frac{T_{on}}{T_{on}+T_{off}}=in \qquad (۱۵)$$

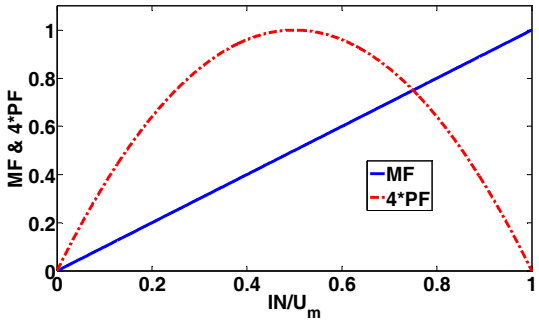
رابطهٔ تقریبی بین $\Delta V$ و N در شکل بی‌بعد آن، به‌صورت رابطه (۱۶) نوشته می‌شود:

$$\frac{N\Delta_{min}}{t_f}=\frac{\Delta V}{U_m t_f}\left(1-\frac{\Delta V}{U_m t_f}\right) \qquad (۱۶)$$

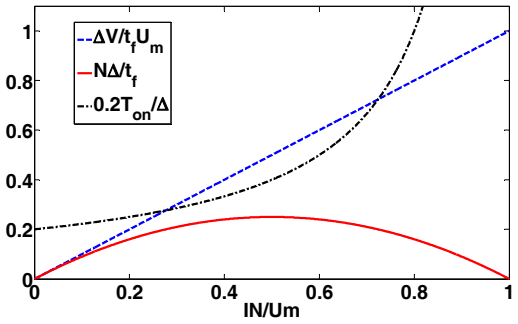
نمودار تعداد پالس بی‌بعد، مقدار مصرف سوخت بی‌بعد، و زمان روشن‌بودن بی‌بعد اشمیت‌تریگر در یک سیکل کاری در شکل (۵) نمایش داده شده است.

در وهلهٔ نخست ممکن است تصور شود که مقدار N بیشتر بایستی منجر به مصرف سوخت بیشتر شود، لیکن با توجه به شکل (۵) ملاحظه می‌شود که به ازای تعداد پالس برابر، مصرف سوخت می‌تواند متفاوت باشد. در مسئله حاضر، مقدار $T_{off}+T_{on}$ در صورت وجود ورودی متقارن نسبت به مقدار ۰٫۵ ثابت است. به‌عبارت دیگر،

$$T_{on}+T_{off}=\frac{h}{in(1-in)}=\frac{h}{(0.5-x)(0.5+x)} \quad for\ in=\frac{1}{2}\pm x \qquad (۱۷)$$



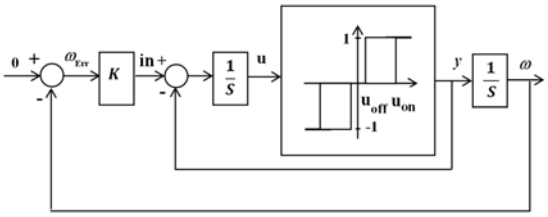

**شکل ۴**- فرکانس پالس و ضریب مدولاتور IPWPF




**شکل ۵**- نمایش بی‌بعد مصرف سوخت، زمان روشن‌بودن و تعداد پالس بر حسب زمان

## تحلیل پارامتری IPWPF در حلقه پایدارسازی

در شکل (۶) نمودار بلوکی حلقه پایدارسازی سرعت زاویه‌ای با استفاده از مدولاتور پهنا و فرکانس پالس انتگرالی در شکل شبه بی‌بعد آن ترسیم شده است. این حلقه کنترلی به‌طور معمول در فازی که ماهواره از ماهواره‌بر جدا شده و سرعت زاویه‌ای اولیه بزرگی دارد، به کار می‌رود. در این حالت ورودی مرجع صفر بوده و هدف حلقه کنترلی، رساندن سرعت زاویه‌ای به مقداری بسیار کوچک نزدیک صفر است.




**شکل ۶**- نمودار بلوکی سیستم پایدارساز سرعت زاویه‌ای با استفاده از مدولاتور پهنا و فرکانس پالس انتگرالی

در این حالت، دو پارامتر شبه بی‌بعد به‌صورت زیر نوشته می‌شود:

$$\omega=\frac{J\Omega}{U_m}\ ,\ k=\frac{K}{J} \qquad (۱۸)$$

که در آن، J ممان اینرسی ماهواره، Ω سرعت زاویه‌ای فضاپیما و K بهره کنترلی است.

در ادامه، با انتگرال‌گیری از خروجی مدولاتور می‌توان نوشت:

$$\dot{\omega}=y \ \Rightarrow\ \int_{\omega(t_j)}^{\omega(t_{j+1})} d\omega=\int_{t_j}^{t_{j+1}} ydt \qquad (۱۹)$$

در بازه زمانی که خروجی مدولاتور ثابت باشد، انتگرال‌گیری به سادگی صورت می‌پذیرد.

$$\text{if } y=\text{const} \Rightarrow \omega(t)=\omega(t_j)+(t-t_j)y \ \text{ for } t_j \le t \le t_{j+1} \qquad (۲۰)$$

اکنون معادله دیفرانسیل ورودی اشمیت‌تریگر حل می‌شود.

$$\dot{u}=-k\omega-y \Rightarrow \int_{u(t_j)}^{u(t_{j+1})} du=-\int_{t_j}^{t_{j+1}}(k\omega+y)dt \qquad (۲۱)$$

با جایگذاری رابطه (۲۰) در رابطه (۲۱) به سادگی می‌توان نوشت:

$$\text{if } y=\text{const} \Rightarrow u(t)=u(t_j)-[k\omega(t_j)+y](t-t_j)-\frac{yk}{2}(t-t_j)^2 \qquad (۲۲)$$

با توجه به تقارن مسئله، فرض $\omega(t_0)=\omega_0<0$ در ادامهٔ حل تحلیلی درنظر گرفته می‌شود. ابتدا مدت زمان طی شده برای روشن شدن مدولاتور با استفاده از رابطه (۲۲) به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\text{if } y=0\ ,\ j=0\ ,\ t=t_1 \Rightarrow u_{on}+k\omega_0 t_1=0 \Rightarrow t_1=-\frac{u_{on}}{k\omega_0} \qquad (۲۳)$$

در مرحله بعد، با مرتب‌سازی رابطه (۲۲) بر حسب «نخستین بازهٔ روشن بودن مدولاتور»، $T_{on}=(t_2-t_1)$، رابطه جبری مرتبه دوم حاصل می‌شود:

$$\frac{k}{2}T_{on}^2+(k\omega_0+1)T_{on}+(u_{off}-u_{on})=0 \qquad (۲۴)$$

با توجه به اینکه دلتای معادله مرتبه دوم (۲۴) همواره مثبت است، این معادله دو ریشه حقیقی دارد. از سوی دیگر $T_{on}>0$ بوده لذا تنها ریشه مثبت قابل قبول بوده و به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$T_{on}=\frac{-(k\omega_0+1)+\sqrt{\Delta}}{k} \qquad (۲۵)$$

که در آن،

$$\Delta=(k\omega_0+1)^2+2kh \qquad (۲۶)$$

با جایگذاری $T_{on}$ از رابطه (۲۵) در رابطه (۲۰) به ازای $t=t_2$، سرعت زاویه‌ای در لحظهٔ پس از اعمال پالس اشمیت تریگر حاصل می‌شود.

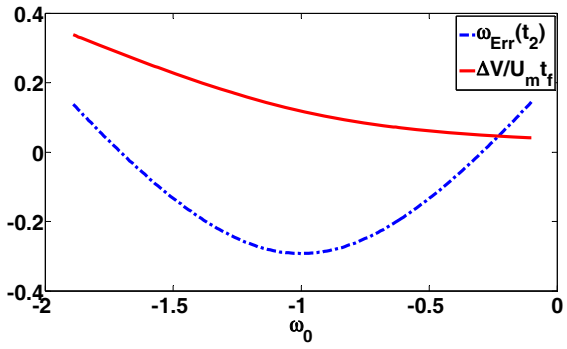
$$\omega(t_2)=\omega_0+T_{on}=\omega_0+\frac{-(k\omega_0+1)+\sqrt{\Delta}}{k} \qquad (۲۷)$$

شایان ذکر است که دیمانسیون سرعت زاویه‌ای شبه بی‌بعد ω، ثانیه است. در صورتی‌که سیستم پس از اعمال یک پالس اشمیت‌تریگر کل مقدار سرعت زاویه‌ای اولیه را جبران نماید، $\omega(t_2)=0$ خواهد بود و در غیر این صورت، مقداری سرعت زاویه‌ای به عنوان خطا باقی می‌ماند. بسته به علامت سرعت زاویه‌ای باقیمانده، پالس جبران‌ساز بعدی می‌تواند مثبت یا منفی باشد. با استفاده از حل تحلیلی می‌توان محدوده تغییر یا عدم تغییر علامت پالس را محاسبه کرد. با صفر قرار دادن رابطه (۲۷)، سرعت زاویه‌ای اولیه‌ای که منجر به $\omega(t_2)=0$ شود، استخراج می‌شود.

$$\omega_0=\frac{-1\pm\sqrt{(1-2hk)}}{k} \quad \text{for } hk<0.5 \qquad (۲۸)$$

در صورتی‌که مقدار $\omega_0$ بین دو ریشهٔ رابطه (۲۸) باشد، پالس‌های متوالی هم علامت خواهند بود و برای مقادیر خارج از دو ریشه، پالس‌های متوالی غیر هم علامت می‌شود. این مسئله می‌تواند به‌منظور جلوگیری از تحریک مدهای ارتعاشی سازه، در اثر اعمال پالس‌های متوالی غیر هم علامت، در طراحی پایدارساز فضاپیماهای انعطاف‌پذیر با صفحات خورشیدی مورد استفاده قرار گیرد. اگر سرعت زاویه‌ای اولیه برابر با ریشه‌های به دست آمده مطابق رابطه (۲۸) باشد، حلقه پایدارساز با یک پالس، خطا را به صفر می‌رساند. به طور نمونه به ازای مقادیر نوعی $u_{on}=0.5$، $u_{off}=0.25$ و $k=1$ با اعمال یک پالس، خطای سرعت زاویه‌ای و مصرف سوخت بی‌بعد بر حسب سرعت زاویه‌ای اولیه در شکل (۷) نمایش داده شده است. در تحلیل استاتیکی مشخص شد که با افزایش ورودی، مصرف سوخت نیز افزایش می‌یابد، که این موضوع در شکل (۷) نیز قابل مشاهده است. در این حالت از رابطه (۲۸) ریشه‌ها (۰٫۲۳- و ۱٫۷۱-) به‌دست می‌آید، که این دو مقدار مطابق با نقاط تقاطع منحنی خطا با محور افقی است. با توجه به شکل در محدوده بین دو ریشه، خطای باقیمانده هم علامت با سرعت زاویه‌ای اولیه، و خارج از این محدوده، علامت خطا مخالف سرعت زاویه‌ای اولیه است.

شایان ذکر است که به ازای $hk>0.5$ امکان صفر شدن سرعت زاویه‌ای اولیه، تنها با یک پالس وجود ندارد و به طور مثال ممکن است با دو پالس (و یا بیشتر) خطا صفر شود.




**شکل ۷**- نمودار خطای سرعت بر حسب زمان با اعمال تنها یک پالس

در ادامه، نکته حائز اهمیت در طراحی، مقدار «حداکثر خطای نهایی ممکن» برای سرعت زاویه‌ای است. برای محاسبه این مقدار، در رابطه (۲۵) به جای سرعت زاویه‌ای اولیه، پارامتر $\varepsilon$ را جایگزین نموده و حد رابطه مذکور در شرایط $\varepsilon \to 0$ محاسبه می‌شود.

$$T_{on}=\lim_{\varepsilon\to 0}\frac{-(-k\varepsilon+1)+\sqrt{(-k\varepsilon+1)^2+2kh}}{k}=\frac{-1+\sqrt{1+2kh}}{k} \quad (۲۹)$$

اکنون این زمان روشن‌بودن با توجه به رابطه (۲۷)، برابر سرعت زاویه‌ای باقیمانده می‌شود، که به ازای $\varepsilon \to 0$ معادل با «حداکثر خطای نهایی ممکن» است.

$$\Omega_{ErrMax}=\frac{-1+\sqrt{1+2kh}}{k} \quad (۳۰)$$

همان طورکه از رابطه اخیر ملاحظه می‌شود، می‌توان با تنظیم بهره کنترلی با توجه به مقدار پسماند شبه بی‌بعد، «حداکثر خطای نهایی ممکن» را محدود کرد. نمودار «حداکثر خطای نهایی ممکن» بر حسب بهره کنترلی شبه بی‌بعد در شکل (۸) به ازای مقادیر مختلف پسماند شبه بی‌بعد ترسیم شده است.

همان‌طورکه از این شکل ملاحظه می‌شود، به ازای مقادیر $K/J < 0.5$ «حداکثر خطای نهایی ممکن» بزرگ می‌شود، اما با افزایش مقدار K/J به‌طور اکیداً نزولی کاهش می‌یابد. همچنین تغییرات این پارامتر نیز با افزایش K/J کاهش می‌یابد به نحوی که برای مقادیر نسبتا بزرگ K/J، «حداکثر خطای نهایی ممکن» تقریبا ثابت می‌ماند.

## میراسازی کسر معینی از سرعت زاویه‌ای اولیه

در این بخش، هدف یافتن یک بهره کنترلی است که در صورت استفاده، تنها با یک پالس، سرعت زاویه‌ای اولیه به مقدار $\alpha\omega_0$ کاهش یابد. به عبارت دیگر،

$$\omega(t_2)=\omega_0+T_{on},\ \omega(t_2)=(1-\alpha)\omega_0 \Rightarrow T_{on}=-\alpha\omega_0 \quad (۳۱)$$

با جایگذاری زمان عرض پالس از رابطه (۳۱) در رابطه (۲۴) می‌توان نوشت:

$$\frac{k}{2}(-\alpha\omega_0)^2+(k\omega_0+1)(-\alpha\omega_0)+(u_{off}-u_{on})=0 \quad (۳۲)$$

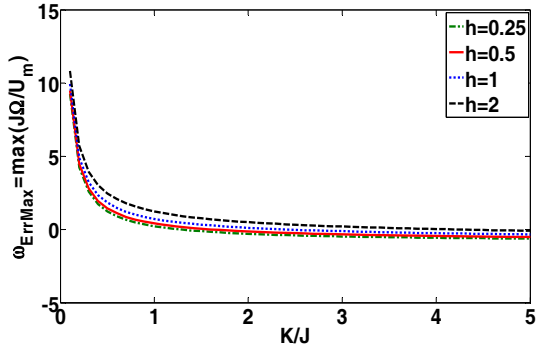
بنابراین،

$$k=-\frac{2(h+\alpha\omega_0)}{\alpha\omega_0^2(2-\alpha)} \quad (۳۳)$$

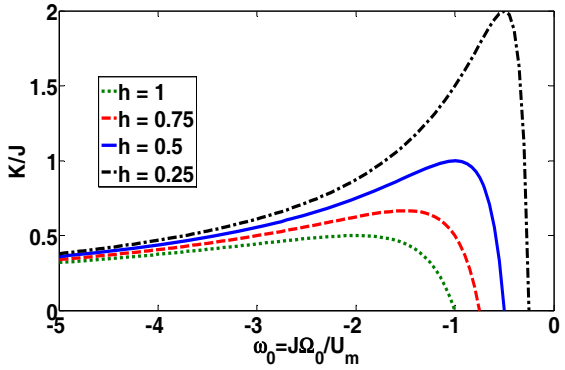
با توجه به مثبت‌بودن مقدار بهره، لازم است عبارت داخل پرانتز منفی باشد. به عبارت دیگر،

$$\omega_0 < -\frac{h}{\alpha} \quad (۳۴)$$

بدیهی است که با قرار دادن $\alpha = 1$ کل سرعت زاویه‌ای جبران خواهد شد، که نمودار بهره مربوطه در شکل (۹) ملاحظه می‌شود. همچنین درصورتی‌که شرط (۳۴) برقرار نباشد، به عبارت دیگر اگر سرعت زاویه‌ای اولیهٔ شبه بی‌بعد کوچکتر از مقدار پسماند شبه بی‌بعد باشد، امکان جبران یکباره با هیچ بهره‌ای میسر نیست.




**شکل ۸**- حداکثر خطای سرعت زاویه‌ای بر حسب بهرهٔ شبه بی‌بعد



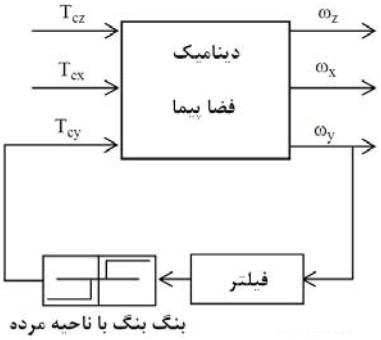

**شکل ۹**- نمایش شبه بی‌بعد بهره کنترلی بر حسب سرعت زاویه‌ای اولیه به منظور جبران کامل خطا به ازای h های مختلف

## اصلاح مدولاتور IPWPF

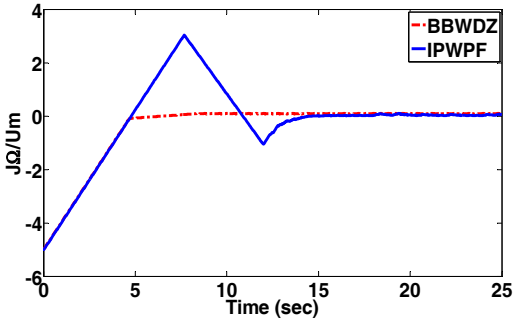
در ابتدا عملکرد مدولاتور پهنا و فرکانس پالس انتگرالی (IPWPF) در حلقه پایدارسازی در حضور اغتشاش بررسی می‌شود. عوامل ایجاد نویز و اغتشاش در سیستم پایدارساز ماهواره با عملگر تراستر، متعدد است. از جمله می‌توان به نویز حسگر، عملکرد ناقص شیرهای گازی و عدم قطعیت در سطح خروجی تراستر، تلاطم سوخت، نوسانات اجزای الاستیک، نویز کوانتیزاسیون و گشتاورهای آیرودینامیکی اشاره کرد. بنابراین مواجهه با اغتشاش برای چنین سیستمی امری اجتناب‌ناپذیر است. یکی از مهمترین تأثیرات اغتشاش با وجود عملگرهای روشن- خاموش مسئله «نوسانات سریع و ناخواسته (چترینگ)» است. در بررسی این موضوع، سیستم کنترل حتماً باید در حضور اغتشاش تحلیل شود. چترینگ می‌تواند در یک سیستم واقعی منجر به فعالیت شدید و ناخواسته تراستر و خرابی شیرهای الکترومغناطیس آن گردد. ساده‌ترین مدار کاربردی برای پایدارسازی، مطابق با مرجع [۱۸] در شکل (۱۰) نمایش داده شده است. در شکل

(۱۱) پاسخ مدولاتور IPWPF با کنترلگر مذکور که همان بنگ بنگ با ناحیه مرده است (و در نمودارها با علامت BBWDZ مشخص شده است) مقایسه می‌شود. سرعت زاویه‌ای شبه بی‌بعد اولیه $\omega_0=-5$ و زمان نهایی $t_f=25$ ثانیه درنظر گرفته می‌شود. پارامترهای مدولاتور IPWPF به صورت ( $u_{off}=0.01$ , $u_{on}=0.06$) و بهره کنترلی از رابطه (۳۳) با فرض $\alpha=1$ به‌دست می‌آید. همچنین مقدار شبه بی‌بعد برای ناحیه مرده در کنترلگر شکل (۱۰) برابر $DZ=0.1$ در نظر گرفته‌شده است. اغتشاش نیز به‌صورت ثابت با دامنه ۵ درصد سطح تراست اعمال می‌شود.

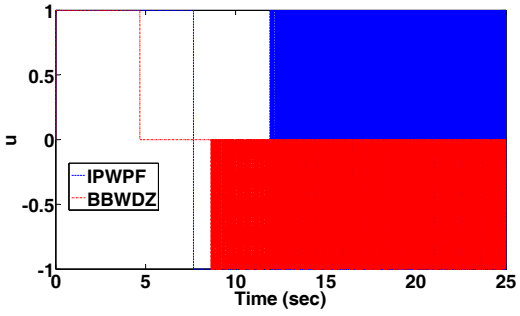
همان‌طور که در شکل (۱۱) ملاحظه می‌شود، حلقه پایدارساز با مدولاتور پهنا و فرکانس پالس انتگرالی پاسخ نامطلوبی دارد، که مطابق شکل (۱۲) سبب تغییر علامت مکرر خروجی کنترلگر می‌شود.




**شکل ۱۰**– نمودار بلوکی سیستم پایدارساز مطابق مرجع [۱۴]




**شکل ۱۱**– مقایسه پاسخ پایدارساز «بنگ بنگ با ناحیه مرده» و مدولاتور «پهنا و فرکانس پالس انتگرالی»

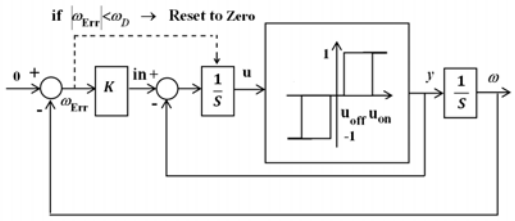



**شکل ۱۲**– مقایسه خروجی پایدارساز «بنگ بنگ با ناحیه مرده» و مدولاتور «پهنا و فرکانس پالس انتگرالی»

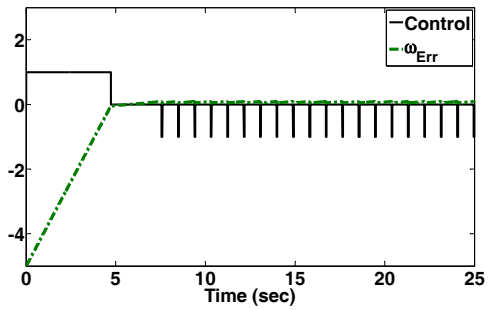
با بازتنظیم انتگرال‌گیر با منطقی براساس خطا می‌توان عملکرد مدولاتور IPWPF را بهبود بخشید. مطابق شکل (۱۳) درصورتی‌که مقدار خطا کوچک‌تر از مقدار معینی شود ($\omega_D$)، خروجی انتگرال‌گیر (با اعمال شرط منطقی) صفر می‌شود.

شایان ذکر است که در نتایج شبیه‌سازی نمودارهای قبل، فرکانس ۵۰۰ هرتز (تقریبی از شبیه‌سازی آنالوگ) اعمال شده است. می‌توان عملکرد مدولاتور IPWPF اصلاح‌شده را در شکل (۱۴) ملاحظه کرد. با مقایسه عملکرد مدولاتور اصلاح شده با پاسخ مدولاتور IPWPF در شکل (۱۱) و (۱۲)، بهبود پاسخ سیستم در حذف فراجهش، افزایش دقت و کاهش تعداد پالس مشهود است.

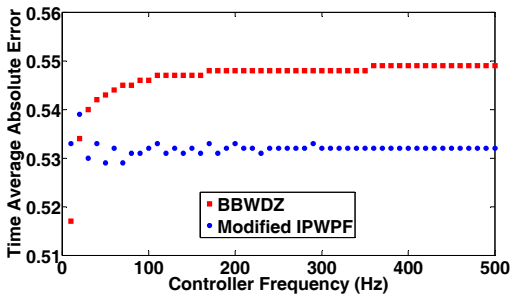
برای بررسی تأثیر فرکانس کنترلگر بر عملکرد سیستم، نمودارهای متوسط زمانی خطای بی‌بعد، مصرف سوخت بی‌بعد و تعداد دفعات روشن‌شدن عملگر تراستر به ترتیب در شکل‌های (۱۵) الی (۱۷) ترسیم شده است. اگرچه حد بالای فرکانس کنترلگر با عملگر تراستر دو وضعیتی، حداکثر بین ۶۰ تا ۱۰۰ هرتز است، به‌منظور بررسی امکان ایجاد پدیدهٔ «نوسانات سریع ناخواسته» در سیستم، نتایج تا فرکانس ۵۰۰ هرتز نمایش داده شده است.




**شکل ۱۳**– نمودار بلوکی سیستم پایدارساز با مدولاتور IPWPF اصلاح شده



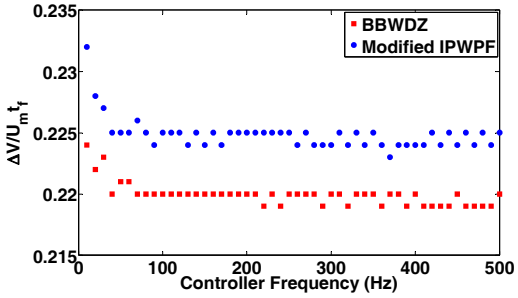

**شکل ۱۴**– خطای سیستم کنترل و پاسخ مدولاتور IPWPF اصلاح شده



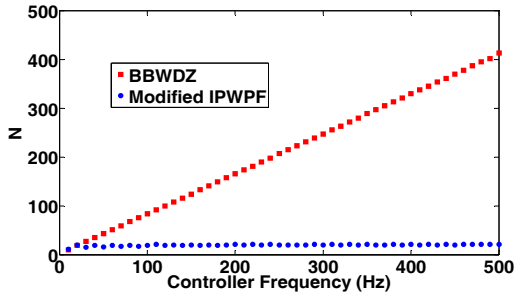

**شکل ۱۵**– مقایسه خطای پایدارساز «بنگ بنگ با ناحیه مرده» و مدولاتور «IPWPF اصلاح شده» برحسب فرکانس خروجی کنترلگر

با توجه به شکل‌های (۱۷-۱۵)، متوسط زمانی قدر مطلق خطای سرعت زاویه‌ای با مدولاتور «IPWPF اصلاح شده» نسبت به کنترلگر «بنگ بنگ با ناحیه مرده» کاهش اندکی داشته ولی در مقابل مصرف سوخت آن اندکی افزایش یافته است. با توجه به زمان نهایی ۳۵ ثانیه که برای شبیه‌سازی در نظر گرفته شده است، نمودار فعالیت تراستر مطابق شکل (۱۷) نشان می‌دهد که کنترلگر «بنگ بنگ با ناحیه مرده» در حضور اغتشاش ثابت علیرغم رفتار مدولاتور «IPWPF اصلاح شده» دچار «نوسانات سریع ناخواسته» خواهد شد.

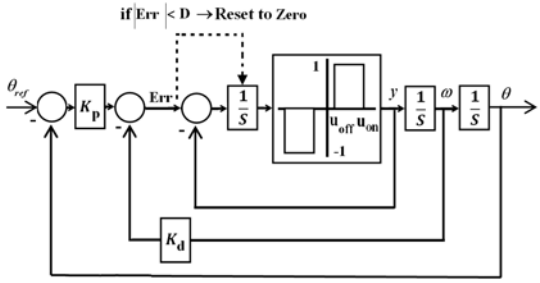
در ادامه، عملکرد دو مدولاتور «IPWPF اصلاح شده» و PWPF در حلقه کنترل وضعیت (نشانه‌روی) مقایسه می‌شود. در شکل (۱۸) نمودار بلوکی حلقهٔ کنترل وضعیت با استفاده از مدولاتور پهنا و فرکانس پالس انتگرالی بهمراه «منطق بازتنظیم انتگرال‌گیر» در شکل شبه بی‌بعد آن ترسیم شده است.




**شکل ۱۶**- مقایسه مصرف سوخت برای پایدارساز «بنگ بنگ با ناحیه مرده» و مدولاتور «IPWPF اصلاح شده» برحسب فرکانس خروجی کنترلگر



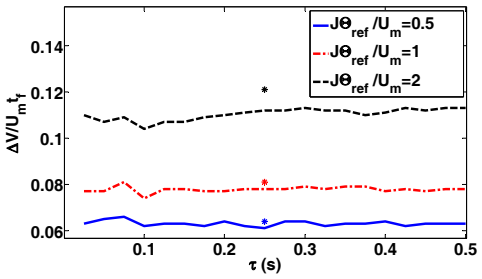

**شکل ۱۷**- مقایسه تعداد پالس پایدارساز «بنگ بنگ با ناحیه مرده» و مدولاتور «IPWPF اصلاح شده» برحسب فرکانس خروجی کنترلگر



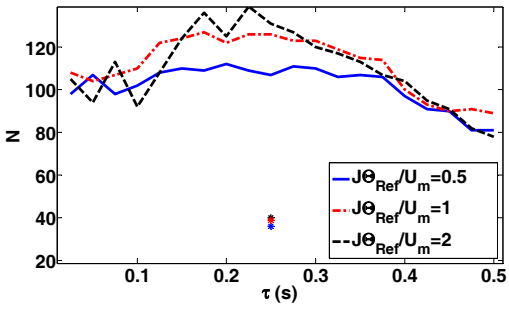

**شکل ۱۸**- نمودار بلوکی سیستم کنترل وضعیت با استفاده از مدولاتور پهنا و فرکانس پالس انتگرالی اصلاح شده ($k_p = KK_p/J,\ k_d = K/J$)

در شکل‌های (۲۱-۱۹) به ترتیب مصرف سوخت بی‌بعد، تعداد دفعات روشن شدن تراستر و متوسط زمانی قدر مطلق خطای زاویه‌ای بی‌بعد بر حسب مقدار ثابت زمانی فیلتر پایین‌گذر مدولاتور PWPF ملاحظه می‌شود. در این شکل‌ها، مقادیر مربوطه برای مدولاتور IPWPF اصلاح شده (که تابعی از ثابت زمانی مربوطه نیست) با علامت ستاره نمایش داده شده و شبیه‌سازی برای پاسخ پله سیستم با مقادیر بهره کنترلی واحد ارائه شده است.

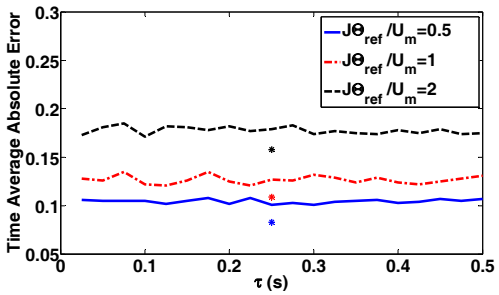
با توجه به شکل‌های اخیر، مدولاتور IPWPF اصلاح شده نسبت به مدولاتور PWPF کاهش فعالیت و افزایش دقت کنترل وضعیت را نشان می‌دهد، اگرچه مصرف سوخت به مقدار ناچیزی افزایش می‌یابد. شایان ذکر است که با یک بررسی اجمالی مشخص می‌شود که اصلاح پیشنهاد شده با اعمال به مدولاتور پهنا و فرکانس پالس (PWPF) بهبود محسوسی ایجاد نمی‌کند.




**شکل ۱۹**- مقایسه مصرف سوخت متوسط مدولاتور PWPF و مدولاتور «IPWPF اصلاح شده» برحسب ثابت زمانی فیلتر




**شکل ۲۰**- مقایسه تعداد پالس مدولاتور PWPF و مدولاتور «IPWPF اصلاح شده» برحسب ثابت زمانی فیلتر




**شکل ۲۱**- مقایسه متوسط زمانی قدرمطلق خطای نشانه‌روی مدولاتور PWPF و مدولاتور «IPWPF اصلاح شده» برحسب ثابت زمانی فیلتر

## نتیجه‌گیری

در این مقاله ابتدا به مطالعهٔ پارامتری و تکمیل تحلیل استاتیکی مدولاتور «پهنا و فرکانس پالس انتگرالی» در حالت شبه بی‌بعد پرداخته شده است. سپس حلقه پایدارسازی شبه بی‌بعد شده و حل معادلات با فرض کاهش درصد معینی از سرعت زاویه‌ای اولیه ارائه شده است. در حالت خاص، بهرهٔ مورد نیاز برای جبران کامل خطا، تنها با یک پالس بدست آمده است. از سوی دیگر، علامت پالس دوم (مثبت یا منفی) با توجه به محدوده‌های بدست آمده، قابل پیش‌بینی است. در مود پایدارسازی، حداکثر خطای باقیمانده نیز بطور تحلیلی استخراج شده است. بنابراین، با انتخاب پارامترهای مناسب می‌توان الزام مقدار خطای نهایی سیستم را برآورده ساخت.

در ادامه، عملکرد مود پایدارسازی مذکور با پایدارساز «بنگ-بنگ با ناحیه مرده» در حضور اغتشاش ثابت مقایسه شده است. لازم به ذکر است اگرچه پایدارساز «بنگ بنگ» پاسخ کمترین زمان و کمترین مصرف سوخت برای مسئله پایدارسازی تک محوره با عملگر ایده‌آل می‌باشد، لیکن تحت اغتشاش خارجی ثابت (یا با اغتشاش بدون تغییر علامت) منجر به نوسانات سریع ناخواسته می‌شود. این موضوع، با اعمال ناحیه مرده نیز مرتفع نخواهد شد. از سوی دیگر، استفاده از مدولاتور «پهنا و فرکانس پالس انتگرالی» به عنوان یک جایگزین، با مشکل دقت رو به رو است. از این رو با استفاده از شرط منطقی «خطای (تقریباً) صفر- خروجی انتگرال‌گیر صفر»، مقدار خروجی انتگرال‌گیر بازتنظیم (صفر) می‌شود. این اصلاح منجر به کاهش قابل توجه خطا و کاهش تعداد دفعات روشن شدن تراستر می‌شود.

در مود نشانه‌روی، اصلاح شرط منطقی بر مدولاتور IPWPF سبب بهبود قابل توجه عملکرد حلقه کنترلی شده بگونه‌ای که مطالعه اجمالی حاضر نشان می‌دهد که عملکرد آن برخلاف عملکرد ضعیف مدولاتور IPWPF، با مدولاتور پهنا و فرکانس پالس (PWPF) قابل مقایسه است. از طرف دیگر، روابط مدولاتور پهنا و فرکانس پالس انتگرالی بسیار ساده‌تر از مدولاتور پهنا و فرکانس پالس است.

## مراجع

[1] Markley, F. L., *Fundamentals of Spacecraft Attitude Determination and Control*, Springer Press, 2014.
[2] Lay, W. and Wittmann, K, *Handbook of Space Technology,* John Wiley & Sons, Ltd, 2009.
[3] Arefkhani, H., Mehdi-abadi, M., and Dehghan, S.M.M., "Satellite Spin Stabilization by Magnetic Torquers and Validation with Air-Bearing Simulator," *Journal of Space Science & Technology (JSST),* Vol. 9, No. 2, 2016, pp. 25-34 (in Persian).
[4] Navabi, M., Tavana, M., and Mirzayi, H.R., "Attitude Control of Spacecraft by State Dependent Riccati Equation and Power Series Expansion of Riccati Methods," *Journal of Space Science & Technology, (JSST),* Vol. 7, No. 4, 2015, pp. 39-49 (in Persian).
[5] Maani, E., Pishkenari, H.N., and Kosari, A.R, "Satellite 3-Axis Attitude Control Using the Combination of Reaction Wheels and Thrusters," *Journal of Space Science & Technology, (JSST),* Vol. 1, No. 1, 2019, pp. 63-71 (in Persian).
[6] Werts, R., *Spacecraft Attitude Determination and Control*, Kluwer Academic Publisher, 1978.
[7] Santana, C. and Martin, L. S, "Attitude Stabilization of the PMM Satellite Using a LQG-Based Control Strategy," *Trends in Applied and Computational Mathematics*, Vol. 9, No. 2, 2008, pp. 321-330.
[8] Webster, E. S, "Active Nutation Control for Spinning Solid Motor Upper Stage," *McDonnel Doglas Astronautics Company*, Presented in AIAA, 1985.
[9] Johnson, G. B., "Nutation Correction System For Spin-Stabilized Satellite," *United States Patent*, 1968.
[10] Lian, Y. and Tang, G., "Libration Point Orbit Rendezvous Using PWPF Modulated Terminal Sliding Mode Control," *Advances in Space Research*, Vol. 52, No. 12, 2013, pp. 2156-2167.
[11] Lebedev, D. V, and Tkachenco, A. I, "High-Precision Attitude Control of Remote Sensing Satelite," *IFAC Automatic Control in Aerospace*, Russia, 2004.
[12] Diedrich, B., *Attitude Control and Dynamic of Solar Sails*, MS Thesis, University of Washington, 2001.
[13] Silik, Y. and Yaman, U., "Single Axis Attitude Controller Design Using Pulse Width Modulated Thruster," *20th International Conference on Research and Education in Mechatronics (REM)*, 2019.
[14] Delavault, S., and Prieur, P., "Drag-Free and Attitude Control System in LEO Using Cold Gas Propulsion System," *18th Australian International Aerospace Congress*, Australia, 2019.
[15] Bryson, A. E, *Control of Spacecraft and Aircraft*, 1st Ed., Prinston University Press, 1994.
[16] Brown, C. D., *Elements of Spacecraft Design*, AIAA, Reston, Virginia, 2002.
[17] Nicklas, J. C., "Derived-Rate Increment Stabilization: Its Application to the Attitude Control Problem," *Transaction of the ASME*, Vol. 84, 1962.
[18] Sidi, M. J., *Spacecraft Dynamic and Control*, Cambridge University Press, 1997.
[19] Navabi, M., and Rangraz, H., "Comparing Optimum Operation of Pulse Width-Pulse Frequency and Pseudo-Rate Modulators in Spacecraft Attitude Control Subsystem Employing Thruster," *Proceeding of 6th International Conference on Recent Advances in Space Technologies, IEEE*, 2013, pp. 625-630.
[20] Feron, E., "Pulse Modulation," Lecture Note, *MIT University*.
[21] Buck, N.V., "Minimum Vibration Maneuvers Using Input Shaping and Pulse-Width Pulse-Frequency Modulated Thruster Control," *Naval Postgraduate School, Monterey, CA*, 1996.
[22] Song, G., Buck, N.V. and Agrawal, B.N., "Spacecraft Vibration Reduction Using Pulse-Width Pulse-Frequency Modulated Input Shaper," *Journal*

*of Guidance, Control and Dynamics*, Vol. 22, 1999, pp.433-440.

[23] Song, G. and Agrawal, B., "Vibration Suppression of Flexible Spacecraft During Attitude Control," *Acta Astronautica,* Vol. 49, No. 2, 2001, pp. 73-83.

[24] Krovel, T. D., Optimal Tuning of PWPF Modulator for Attitude Control, MS Thesis, Norwegian University of Science and Technology, Trondheim, 2005.

[25] Jalali-Naini, S. H., "Normalizing the Single-Axis Spacecraft Attitude Control Equations with Pulse-Width Pulse-Frequency Modulator," *the 13th Conference of Iranian Aerospace Society*, 2014 (in Persian).

[26] Jalali-Naini, S. H. and Ahmadi Darani, Sh., "Preliminary Design of Spacecraft Attitude Control with Pulse-Width Pulse-Frequency Modulator for Rest-to-Rest Maneuver," *Journal of Aerospace Science and Technology, Iranian Aerospace Society*, Vol. 11, No. 1, 2017, pp. 1-8.

[27] Jalali-Naini, S. H. and Bohlouri, V., "Quasi-Normalized Static and Dynamic Analysis of Pulse-Width Pulse-Frequency Modulator in Presence of Input Noise," *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 16, No. 12, 2016, pp. 455-466 (in Persian).

[28] Jalali-Naini S. H. and Bohlouri, V., "Quasi-Normalized Analysis of Satellite Stabilization with Pulse-Width Pulse-Frequency Modulator in Presence of Input Noise," *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 18, No. 01, 2018, pp. 165-176 (in Persian).

[29] Jalali-Naini, S. H., "Static Analysis of Pulse-Width Pulse-Frequency Modulator Based on Analytical and Numerical Solutions," *Journal of Aerospace Science and Technology*, Vol. 11, No. 1, 2018, pp. 13-29 (in Persian).

[30] Kunkle, J. L., "The Agena Pneumatic System--Control Gas Requirements Stability and Response," LXSC/A313082, *Lockheed Missiles and Space Corporation*, Sunnyvale, Calif.

[31] Anthony, T. C. and Wie, B., "Pulse-Modulated Control Synthesis for a Flexible Spacecraft," *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, Vol. 13, No. 6, 1990, pp. 1014-1022.