

**Research Paper**

# **Attitude Nonlinear Predictive Control of an Under Actuated Spacecraft**

**M. Navabi<sup>1\*</sup> and P. Zarei<sup>2</sup>**

1, 2. Faculty of New Technologies Engineering, Shahid Beheshti University, Tehran. Iran.

\* [m\\_navabi@sbu.ac.ir](mailto:m_navabi@sbu.ac.ir)

*The use of four reaction wheels to control the three-axis attitude of the spacecraft, considering its mechanical performance and the possibility of its failure, is a practical solution in the face of a defect in one of the wheels. In this article, the optimal control of the spacecraft, which has four reaction wheels, is investigated. Controlling the attitude of a spacecraft with just two reaction wheels is a significant issue that conventional controllers are not able to do. Therefore, the use of nonlinear model-based predictive controller is used to control the attitude of this spacecraft and compared with optimal nonlinear control in a discrete-time comparison, which satisfies the acceptable results.*

**Keywords:** Control Of Spacecraft, Nonlinear Predictive, Controller ,Reaction Wheels, Operator Defect, Sub-Stimulation system.

---

1. Associate Professor (Corresponding Author).  
2. M.Sc. Student.

مقاله علمی - پژوهشی

# کنترل پیش‌بین غیرخطی وضعیت فضاپیما با وجود نقص دو چرخ عکس‌العملی دارای زاویه‌ی نصب

محمد نوابی<sup>۱\*</sup> و پوریا زارعی<sup>۲</sup>

۱ و ۲- دانشکده مهندسی فناوری‌های نوین، دانشگاه شهید بهشتی، تهران، ایران

\*m\_navabi@sbu.ac.ir

استفاده از چهار چرخ عکس‌العملی برای کنترل وضعیت سه محوره فضاپیما، با توجه به عملکرد مکانیکی و احتمال خرابی آن، راهکاری کاربردی در مواجهه با نقص یکی از چرخ‌هاست. در این مقاله به کنترل بهینه وضعیت فضاپیمایی پرداخته شده که دارای چهار چرخ عکس‌العملی است و کنترل وضعیت در صورت خرابی چرخ‌ها بررسی و به ترتیب با یک و دو چرخ از کارافتاده کنترل انجام شده است. کنترل وضعیت فضاپیما تنها با دوچرخ عکس‌العملی مسئله قابل توجهی است که کنترلرهای مرسوم قادر به انجام آن نیستند. بنابراین استفاده از الگوریتم کنترل پیش‌بین مبتنی بر مدل به صورت غیرخطی برای کنترل وضعیت این فضاپیما استفاده شده و با کنترل بهینه غیرخطی به صورت زمان گسسته مقایسه انجام شده که نتایج قابل قبولی را برآورده می‌کند.

واژه‌های کلیدی: کنترل وضعیت فضاپیما، کنترل پیش‌بین غیرخطی، چرخ عکس‌العملی، نقص عملگر، سیستم ناقص عملگر

## مقدمه

توسعه و ساخت سیستم‌های فضایی با عمر عملیاتی بالا در انجام مأموریت‌های فضایی بسیار مورد توجه است. به همین جهت، ارتقای قابلیت اطمینان مهم‌ترین زیرسیستم این وسایل فضایی که وظیفه جهت‌گیری، مانور، کنترل و پایداری در مدار را به عهده دارند امری مهم تلقی می‌شود [۱، ۲]. در یک بررسی آماری نشان داده شده که دلیل ناتمام ماندن بیشتر مأموریت فضاپیماها، خرابی یا از کارافتادن عملگرهای مکانیکی زیرسیستم کنترل وضعیت است [۳]. عملگر چرخ عکس‌العملی که یک عملگر داخلی تبادل مومنتوم<sup>۳</sup> به شمار می‌رود از این قاعده مستثنا نیست. کنترل وضعیت فضاپیمای فعال در مدار با استفاده از عملگرهای چرخ عکس‌العملی به دلیل برتری‌های خاص نسبت به دیگر عملگرها انتخاب مناسب‌تری است. مزایای این عملگر مانند دقت بالاتر و راندمان قابل قبول نسبت به دیگر عملگرها باعث شده است همچنان به صورت عملی در

## علائم و اختصارات

$\omega$	سرعت زاویه‌ای فضاپیما
$T_d$	گشتاورهای اغتشاشی وارد بر فضاپیما
$T_c$	گشتاورهای کنترلی
$h_w$	مومنتوم زاویه‌ای چرخ‌های عکس‌العملی
$I$	ماتریس ممان اینرسی فضاپیما
$I_w$	ممان اینرسی چرخ عکس‌العملی
$H$	مومنتوم زاویه‌ای کلی فضاپیما
$\alpha$	زاویه نصب چرخ‌ها
$u$	سیگنال کنترلی
$\varphi, \theta, \psi$	زوایای اولر
$R, Q$	ماتریس‌های وزنی
$D$	ماتریس تبدیل

۱. دانشیار (نویسنده مخاطب)

۲. دانشجوی کارشناسی ارشد

پس‌خورد برای کنترل وضعیت فضاپیما مجهز به دو چرخ عکس‌العملی با استفاده از کوآترینیون‌ها در [۱۹] مطرح شده است. همچنین کنترل وضعیت با استفاده از کنترل مرتبه کسری مد لغزشی و کنترل بهینه غیرخطی ریکاتی وابسته به حالت بحث شده است [۲۰-۲۲]. تبدیل این مسئله به یک مسئله کنترل بهینه و حل آن با استفاده از روش‌های بهینه‌سازی جمعیتی مانند ژنتیک و ازدحام ذرات برای مانور وضعیت فضاپیما ناقص- عملگر پیشنهاد شده است [۲۳-۲۴]. کنترل وضعیت با تئوری کنترل غیرخطی زمان متغیر [۲۵] و همچنین استفاده از کنترل مقاوم  $H_\infty$  در برابر اغتشاشات خارجی بررسی شده است [۲۶]. استفاده از عملگرهای ترکیبی برای کمک به کنترل وضعیت فضاپیما ناقص- عملگر در مقالات مختلفی مورد اشاره قرار گرفته است، مانند کنترل وضعیت با دو چرخ عکس‌العملی و تراستر [۲۷].

همان طور که اشاره شد روش‌های متعددی برای کنترل وضعیت فضاپیما ناقص- عملگر ارائه شده که با توجه به قیود این مسئله مانند حداکثر توان گشتاور کنترلی چرخ‌های عکس‌العملی، بیشتر روش‌های کنترلی نمی‌توانند ضمن ارضا این قیود، جواب بهینه‌ای برای این مسئله داشته باشند. به همین جهت، در این مقاله، کنترل پیش‌بینمبتنی بر مدل به صورت غیرخطی استفاده شده است. ایده‌ی استفاده از کنترل زمان گسسته برای کنترل وضعیت فضاپیما ناقص- عملگر و اثبات پایداری این سیستم به صورت محلی در مرجع [۲۸] ارائه شده است.

الگوریتم کنترل پیش‌بین مدل سیستم به صورت زمان گسسته، در کاربردهای عملی و صنعتیک کنترلر محبوب به شمار می‌رود. به دلیل ویژگی‌های برتر این کنترلر، تحقیقات بسیار زیادی در حوزه‌های مختلف به خصوص در مورد سیستم‌های ناپایدار، تاخیردار و غیر حداقل فاز انجام شده است. همچنین این الگوریتم در مورد سیستم‌های چند متغیره که وابستگی بین حالت‌های سیستم وجود دارد و تعداد ورودی و خروجی آن‌ها زیاد است، کاربرد دارد. کنترل پیش‌بین با پیش‌بینی چند گام جلوتر با توجه به افق پیش‌بینی و بهینه‌سازی یک تابع هزینه که منعکس‌کننده اهداف عملکردی سیستم است کار می‌کند. بر این اساس، با تعیین سیگنال کنترلی مناسب، حالت‌های سیستم در حین ارضا قیود کنترلی به صورت بهینه و رسیدن خروجی‌های آینده سیستم به مقادیر مشخص شده عمل می‌کند [۲۹].

استفاده از کنترل پیش‌بین در سال ۱۹۹۷ جهت مانور وضعیت فضاپیما با پیش‌بینیک گام جلوتر برای اولین بار معرفی شد [۳۰]. به دلیل کوتاه بودن فواصل نمونه‌برداری، حل برخط مسئله بهینه‌سازی با توجه به سخت افزارهای موجود زمان بر بوده است؛ به

فضایپیماها به کار گرفته شود [۶-۴]. در نظر گرفتن تجهیزات خاص برای بازیابی و تعمیر این عملگرها در صورت خرابی به دلیل هزینه‌های سنگین و پیچیده‌تر شدن سیستم عملاً رد شده است. استفاده از عملگر کمکی راهکاری کاربردی به خصوص در مورد عملگر چرخ عکس‌العملی است [۷]. از این رو برای کنترل وضعیت یک فضاپیما سه محوره از چهار چرخ عکس‌العملی استفاده می‌شود که در صورت خرابی یک چرخ، سه چرخ دیگر توانایی به اتمام رساندن مانور وضعیت را داشته باشند. به طور کلی وجود حداقل سه چرخ عکس‌العملی برای کنترل وضعیت یک فضاپیما لازم است [۸]. در رابطه با پیکربندی‌های مختلف مانند چهار وجهی، هرمی و متعامد با زوایای نصب متفاوت و مسئله خرابی یکی از چرخ‌ها در [۹] بحث شده است. چرخ‌های عکس‌العملی از نوع عملگرهای چرخ دوار و تبادل مونتوم می‌باشند. با توجه به خاصیت فیزیکی اثر ژایروسکوپی که طبق قاعده فیزیکی یک چرخ دوار داخل وسیله ای که خود نیز حرکت دورانی دارد گشتاور ژایروسکوپی تولید می‌کند که این گشتاور تولیدی عمود بر دو بردار سرعت زاویه‌ای جسم و مونتوم چرخ است. به دلیل این خاصیت فیزیکی می‌توان با قرار دادن یک چرخ روی یک محور وسیله‌ای که خود دارای حرکت دورانی است روی محور دیگر هم گشتاور ایجاد کرد. که این خاصیت فیزیکی در معادلات به صورت وجود کوپلینگ در دینامیک معادلات هم دیده می‌شود.

در این مقاله به کنترل بهینه وضعیت فضاپیما که دارای چیدمان چهار چرخ عکس‌العملی است پرداخته شده و خرابی یکی از چرخ‌ها و همچنین دو چرخ عکس‌العملی بررسی شده است. به طور کلی کنترل وضعیت فضاپیمایی با دو چرخ عکس‌العملی که در مدار دو چرخ خود را از دست داده یا از ابتدای طراحی به لحاظ محدودیت سیستمی دارای دو چرخ عکس‌العملی است پرداخته شده است. کنترل وضعیت این سیستم که ناقص- عملگر<sup>۴</sup> نامیده می‌شود، به علت پیچیده بودن و ماهیت غیرخطی معادلات، مسئله‌ای چالش برانگیز است. پژوهش‌های مختلفی در مورد کنترل وضعیت فضاپیما ناقص- عملگر با عملگر چرخ عکس‌العملی و همچنین دیگر عملگرها مانند تراستر و ژایروی کنترل ممان انجام شده است [۱۰-۱۵]. کنترل وضعیت فضاپیما ناقص- عملگر و شرایط پایداری آن اولین بار در سال ۱۹۸۴ توسط کراچ<sup>۵</sup> مطرح شد [۱۶]. در مرجع [۱۷] اثبات شد اگر مونتوم زاویه‌ای کل فضاپیما صفر در نظر گرفته شود، ضمن ساده‌تر شدن معادلات، فضاپیما به صورت محلی در زمان‌های کوتاه کنترل‌پذیر است. کنترلرهای کلاسیک قادر به کنترل چنین سیستمی نیستند [۱۸]. روش خطی‌سازی

6. State-Dependent Riccati Equation  
7. Non-minimum phase

4. Under-actuated  
5. Petter E. Crouch

### معادلات سینماتیکی

برای بیان سینماتیک، دستگاه مرجع مداری نسبت به دستگاه بدنی فضاپیما ثابت در نظر گرفته شده و از فرکانس مداری صرف نظر شده است. بنابراین نرخ تغییرات زوایای اولر<sup>۱۱</sup> با فرض حالت اول ترتیب تبدیل محورها (z-y-x) به صورت معادله‌ی (۱) خواهد بود [۳۸].

$$\begin{aligned}\omega_x &= \dot{\varphi} - \dot{\psi} \sin(\theta) \\ \omega_y &= \dot{\theta} \cos(\varphi) + \dot{\psi} \cos(\theta) \sin(\varphi) \\ \omega_z &= \dot{\psi} \cos(\theta) \cos(\varphi) - \dot{\theta} \sin(\varphi)\end{aligned}\quad (1)$$

### معادلات دینامیکی

مدل دینامیکی وضعیت فضاپیما به صورت جرم متمرکز و با توجه به فرضیات مطرح شده با استفاده از معادله‌ی مونتوم اولر به صورت معادله‌ی (۲) در نظر گرفته می‌شود.

$$\vec{M} = \vec{H}_I = \vec{H} + \vec{\omega} \times \vec{H} \quad (2)$$

مونتوم کلی سیستم با در نظر گرفتن مونتوم چرخ‌های عکس‌العملی به صورت معادله‌ی (۳) است [۳۴].

$$\vec{H} = \vec{h}_B + \vec{h}_W \quad (3)$$

با جایگذاری معادله‌ی (۳) در معادله (۲)، معادله‌ی دینامیکی فضاپیما با در نظر گرفتن چرخ‌های عکس‌العملی در جهت محورهای بدنی به صورت معادله‌ی (۴) به دست می‌آید.

$$\begin{aligned}\vec{M} = \vec{M}_C + \vec{M}_d = & [\dot{h}_x + \dot{h}_{wx} + (\omega_y h_z - \\ & \omega_z h_y) + (\omega_y h_{wz} - \omega_z h_{wy})] \vec{i} + \\ & [\dot{h}_y + \dot{h}_{wy} + (\omega_z h_x - \omega_x h_z) + (\omega_z h_{wx} - \\ & \omega_x h_{wz})] \vec{j} + [\dot{h}_z + \dot{h}_{wz} + (\omega_x h_y - \\ & \omega_y h_x) + (\omega_x h_{wv} - \omega_v h_{wx})] \vec{k}\end{aligned}\quad (4)$$

گشتاورهای کنترلی و اغتشاشی خارجی وارد بر فضاپیما صفر در نظر گرفته شده‌اند.

### معادلات کاهش یافته

با توجه به حجم محاسبات سنگین کنترل پیش‌بین مدل، معادلات کنترلی وضعیت به فرم کاهش یافته نوشته شده‌اند. بدین منظور، تغییرات مونتوم زاویه‌ای هر چرخ عکس‌العملی برابر با گشتاور کنترلی اعمالی در نظر گرفته می‌شود.

با فرض بردار حالت

$\vec{x} = [h_{W_1}, h_{W_2}, h_{W_3}, h_{W_4}, \varphi, \theta, \psi, h_x, h_y, h_z]$   
در فضای حالت  $\vec{x} = f(\vec{x}, \vec{u})$  معادلات کنترل وضعیت فضاپیما با در نظر گرفتن چهارچرخ عکس‌العملی به صورت کاهش یافته نوشته شده‌اند. با توجه به معادلات (۱) نرخ‌های وضعیت بر حسب سرعت‌های زاویه‌ای استخراج شده‌اند [۳۸].

همین جهت به کارگیری کنترل پیش‌بین صریح<sup>۸</sup> برای کنترل وضعیت یک فضاپیما با چند تراستر و یک چرخ عکس‌العملی در [۳۱] بررسی شده است. کنترل وضعیت فضاپیما با دو چرخ عکس‌العملی با استفاده از تئوری کنترل پیش‌بین در [۳۲] به صورت غیرخطی و با فرض صفر بودن مونتوم کل سیستم مورد بحث قرار گرفته است. همچنین این مسئله در مقاله‌ای دیگر به صورت خطی بیان شده و برای بیان سینماتیک از کواترینون‌ها استفاده شده است که نوسان‌های شدیدی در پی داشته است [۳۳]. در این پژوهش‌ها زاویه نصب چرخ عکس‌العملی صفر در نظر گرفته شده و چرخ‌ها منطبق بر محورهای اصلی فضاپیما هستند. در مقالات متعددی کنترل وضعیت از دو منظر تئوری‌ها و عملگرهای متنوعی مورد توجه قرار گرفته است که هر کدام یک ویژگی خاصی را مورد توجه قرار داده‌اند که با مقاله حاضر متفاوت می‌باشند [۳۴-۳۷].

مقاله حاضر به کنترل وضعیت یک فضاپیما مجهز به چرخ عکس‌العملی با استفاده از روش‌های غیرخطی کنترل پیش‌بین و کنترل بهینه به صورت زمان گسسته پرداخته است. نوع خاصی از چیدمان برای چرخ‌ها در نظر گرفته شده و کنترل وضعیت با فرض نقص<sup>۹</sup> در یکی از چرخ‌ها و همچنین خرابی دو چرخ، بدون فرض ساده کننده صفر بودن مونتوم کلی سیستم، انجام شده است. فرض شده نقص یا خرابی عملگر به شکلی است که هیچ گشتاوری تولید نمی‌کند.

در بخش اول معادلات دینامیک و سینماتیک فضاپیما بیان شده و معادلات به صورت کاهش یافته<sup>۱۰</sup> نوشته شده‌اند. در بخش بعد، پس از نوشتن سری تیلور معادلات، فرم زمان گسسته این معادلات استخراج شده و در ادامه قیود و شرایط دینامیکی حاکم بر مسئله و همچنین نوع چیدمان عملگرها ارائه شده‌اند. کنترل بهینه زمان گسسته و کنترل پیش‌بین غیرخطی توضیح داده شده و در انتها برای یک نمونه فضاپیما، سه شبیه‌سازی انجام شده و نتایج به‌طور کامل ارائه شده‌اند.

### معادلات وضعیت فضاپیما

استخراج معادلات دینامیکی و سینماتیکی وضعیت فضاپیما به صورت غیرخطی و با در نظر گرفتن چرخ‌های عکس‌العملی با چیدمان مشخص در این بخش انجام شده است. فرضیات در نظر گرفته شده برای این مدل‌سازی شامل صلب بودن پیکره اصلی فضاپیما، نبود عدم قطعیت‌های ساختاری در مدل، یکسان بودن چرخ‌ها از نظر جرمی و حجمی و صفر بودن ارتعاشات کلی سیستم است.

8. Explicit Model Predictive Control

9. Fault

10. Reduced equations

11. Euler angles

## چیدمان قرارگیری چرخ‌های عکس‌عملی

چهار چرخ عکس‌عملی برای کنترل وضعیت در نظر گرفته شده‌اند. عملگرها دو به دو به صورت متقارن نسبت به محور Z و در امتداد محورهای x و y بدنی فضاپیما قرار گرفته‌اند. چهار عملگر دارای زاویه  $\alpha$  نسبت به محور Z هستند. ماتریس تبدیل مونتوم اعمالی هر چرخ عکس‌عملی نسبت به محورهای بدنی فضاپیما با توجه به نوع چیدمان و زاویه نصب چرخ‌ها به صورت معادلات شماره (۷) است.

$$\begin{bmatrix} h_{wx} \\ h_{wy} \\ h_{wz} \end{bmatrix} = D \begin{bmatrix} h_{w1} \\ h_{w2} \\ h_{w3} \\ h_{w4} \end{bmatrix} \quad (7)$$

$$D = \begin{bmatrix} \cos(\alpha) & 0 & -\cos(\alpha) & 0 \\ 0 & \cos(\alpha) & 0 & -\cos(\alpha) \\ \sin(\alpha) & \sin(\alpha) & \sin(\alpha) & \sin(\alpha) \end{bmatrix}$$

## الگوریتم کنترلی

کنترل پیش‌بین بر اساس مدل غیرخطی وضعیت فضاپیما، در یک افق پیش‌بینی به طول  $N_p$  با بهینه‌سازی تابع هزینه‌ی معادله‌ی (۸)، سیگنال کنترلی را که هدف آن ردیابی سیگنال مرجع توسط خروجی‌های آینده در افق پیش‌بینی و کمینه‌سازی آن است تولید می‌کند [۳۰].

$$J = \sum_{i=0}^{N_p-1} \|x_{t+i}\|_Q^2 + \sum_{i=0}^{N_p-1} \|u_{t+i}\|_R^2 \quad (8)$$

بهینه‌سازی تابع هزینه معادله‌ی (۸) در هر گام کنترلی با توجه به قیود ورودی و خروجی که در معادله‌ی (۹) ارائه شده‌اند انجام می‌شود [۳۶].

$$\begin{aligned} \bar{x}_{t+1} &= F_d(\bar{x}_t, [u_{1,i} \quad u_{2,i}]^T) \\ t &= 0.1 \dots N_p - 1 \\ \bar{x}_0 &= 0 \\ \max u_t &\leq u_{max} t = 0, 1, \dots, N_p - 1 \\ \bar{x}_t &\in X_t t = 0, 1, \dots, N_p - 1 \end{aligned} \quad (9)$$

در هر گام کنترلی، مسئله کمینه‌سازی تابع هزینه با توجه به دینامیک سیستم که یک مسئله غیرخطی و غیرمحدب است با ارضا کردن قیود، حل شده است. با توجه به اصل افق کاهش یافته در هر مرحله، اولین سیگنال کنترلی به سیستم اعمال می‌شود و خروجی‌های سیستم در گام بعد مورد ارزیابی قرار می‌گیرند.

$$\begin{aligned} \dot{h}_{w1} &= -u_1 \\ \dot{h}_{w2} &= -u_2 \\ \dot{h}_{w3} &= -u_3 \\ \dot{h}_{w4} &= -u_4 \\ \dot{\varphi} &= \omega_x + [\omega_y \sin(\varphi) + \omega_z \cos(\varphi)] \tan(\theta) \\ \dot{\theta} &= \omega_y \cos(\varphi) - \omega_z \sin(\varphi) \\ \dot{\psi} &= [\omega_y \sin(\varphi) + \omega_z \cos(\varphi)] \sec(\theta) \\ \dot{h}_x &= -\dot{h}_{wx} - \omega_y h_z + \omega_z h_y + \omega_x h_{wy} - \omega_y h_{wz} \\ \dot{h}_y &= -\dot{h}_{wy} - \omega_z h_x + \omega_x h_z + \omega_x h_{wz} - \omega_z h_{wx} \\ \dot{h}_z &= -\dot{h}_{wz} - \omega_x h_y + \omega_y h_x + \omega_y h_{wx} - \omega_x h_{wy} \end{aligned} \quad (5)$$

## گسسته‌سازی معادلات

کنترل پیش‌بین بر اساس مدل سیستم مسیر آینده را مشخص می‌کند که نیازمند مدل دقیق از سیستم است. با توجه به اینکه این الگوریتم به صورت گسسته است، معادلات وضعیت فضاپیما باید به صورت گسسته نوشته شوند [۴۰].

با استفاده از بسط سری تیلور<sup>۱۲</sup> معادلات و حذف مراتب بالاتر و لحاظ کردن ثابت زمانی T، معادلات کنترلی وضعیت به صورت گسسته تبدیل می‌شوند.

$$\begin{aligned} h_{w1(t+1)} &= h_{w1(t)} + u_{1(t)} T \\ h_{w2(t+1)} &= h_{w2(t)} + u_{2(t)} T \\ h_{w3(t+1)} &= h_{w3(t)} + u_{3(t)} T \\ h_{w4(t+1)} &= h_{w4(t)} + u_{4(t)} T \\ \varphi_{(t+1)} &= \varphi_{(t)} + (\omega_{x(t)} + \omega_{z(t)} \varphi_{(t)} + \omega_{y(t)} \varphi_{(t)} \theta_{(t)}) T + (\omega_{x(t+1)} + \omega_{z(t+1)} \theta_{(t)} + \omega_{z(t)} (\omega_{y(t)} - \omega_{z(t)} \varphi_{(t)}) + \omega_{y(t+1)} \varphi_{(t)}) \frac{T^2}{2} \\ \theta_{(t+1)} &= \theta_{(t)} + (\omega_{y(t)} - \omega_{z(t)} \varphi_{(t)}) T + (\omega_{y(t+1)} - \omega_{z(t+1)} \varphi_{(t)} - \omega_{z(t)} (\omega_{x(t)} + \omega_{y(t)} \varphi_{(t)} \theta_{(t)})) \frac{T^2}{2} \\ \psi_{(t+1)} &= \psi_{(t)} + (\omega_{z(t)} + \omega_{y(t)} \varphi_{(t)}) T + (\omega_{z(t+1)} + \omega_{y(t)} (\omega_{x(t)} + \omega_{z(t)} \varphi_{(t)} + \omega_{y(t)} \varphi_{(t)} \theta_{(t)})) \frac{T^2}{2} \\ h_{x(t+1)} &= h_{x(t)} + (-h_{wx(t+1)} - \omega_{y(t)} h_{z(t)} + \omega_{z(t)} h_{y(t)} + \omega_{z(t)} h_{wy(t)} - \omega_{y(t)} h_{wz(t)}) T \\ h_{y(t+1)} &= h_{y(t)} + (-h_{wy(t+1)} - \omega_{z(t)} h_{x(t)} + \omega_{x(t)} h_{z(t)} + \omega_{x(t)} h_{wz(t)} - \omega_{z(t)} h_{wx(t)}) T \\ h_{z(t+1)} &= h_{z(t)} + (-h_{wz(t+1)} - \omega_{x(t)} h_{y(t)} + \omega_{y(t)} h_{x(t)} + \omega_{y(t)} h_{wx(t)} - \omega_{x(t)} h_{wy(t)}) T \end{aligned} \quad (6)$$

## شبیه‌سازی

سه شبیه‌سازی با مقایسه دو کنترل غیرخطی پیش‌بین مدل<sup>۱۳</sup> و کنترل غیرخطی بهینه<sup>۱۴</sup> که در مرجع [۴۱] اشاره شده، برای یک فضاپیمای نمونه با ممان اینرسی‌های مشخص شده و چیدمان چرخ عکس‌العملی خاص با استفاده از نرم‌افزار متلب انجام شده و نتایج ارائه شده‌اند.

$$I_x = 400 \text{ kg.m}^2$$

$$I_y = 1200 \text{ kg.m}^2$$

$$I_z = 1100 \text{ kg.m}^2$$

$$I_w = 0.05 \text{ kg.m}^2$$

هدف از شبیه‌سازی پایدار کردن وضعیت فضاپیما و نشان دادن عملکرد مناسب کنترلر ارائه شده با مقادیر اولیه زیر است:

$$\varphi_0 = 20 \text{ deg}$$

$$\theta_0 = -15 \text{ deg}$$

$$\psi_0 = 25 \text{ deg}$$

$$\omega_{x0} = \omega_{y0} = \omega_{z0} = 0 \text{ deg}$$

طراحی کنترل پیش‌بین و کنترل بهینه غیرخطی برای این سیستم با ماتریس ضرایب وزنی  $Q$  و  $R$  انجام شده است.

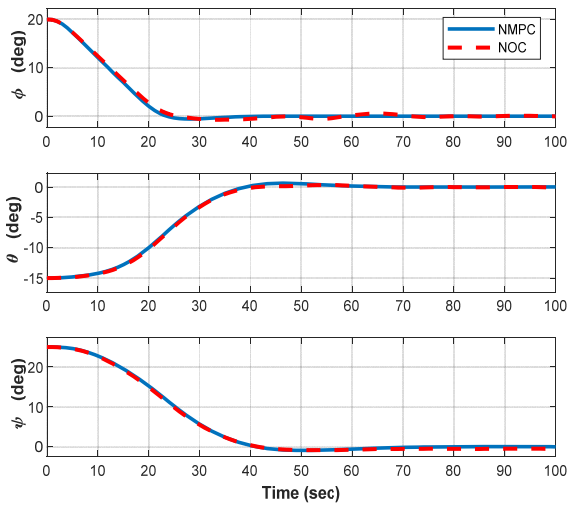
$$R = \text{diag}(0.1, 0.1, 0.1, 0.1)$$

$$Q = \text{diag}(1, 1, 1, 1, 0.1, 0.1, 0.1, 0.1, 10^3, 10^3, 10^3)$$

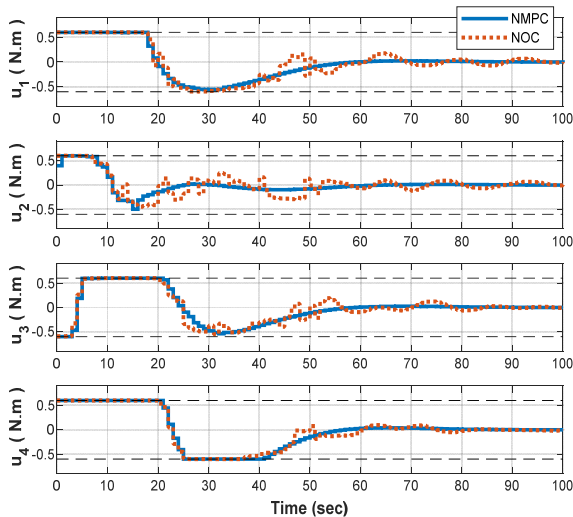
با توجه به دینامیک وضعیت فضاپیما، ثابت نمونه برداری برابر یک ثانیه در نظر گرفته شده و قید کنترلی برای چرخ‌های عکس‌العملی حداکثر  $0.6$  نیوتون متر است.

در شبیه‌سازی اول فرض بر این است که چهار چرخ عکس‌العملی فعال بوده و شکل‌های (۱)، (۲) و (۳) مربوط به این شبیه‌سازی هستند. این شکل‌ها به ترتیب بیانگر وضعیت، گشتاور کنترلی و سرعت زاویه‌ای بدنی فضاپیما هستند. همانطور که مشاهده می‌شود هر دو کنترلر توانایی کنترل وضعیت را دارند. با این حال کنترل بهینه رفتار نوسانی بیشتری نسبت به کنترل پیش‌بین دارد که این موضوع سبب کاهش عمر عملگرها می‌شود.

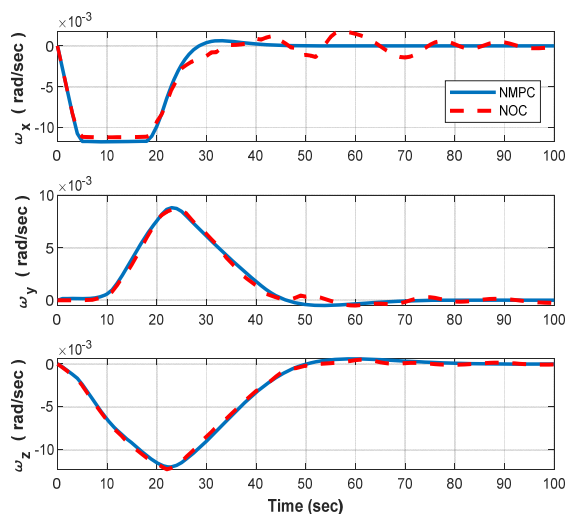
برای شبیه‌سازی دوم فرض شده که فضاپیما یک چرخ عکس‌العملی را از دست داده و کنترل وضعیت با سه چرخ انجام می‌شود. مشاهده می‌شود که هر دو کنترلر پیشنهادی به خوبی توانسته‌اند وضعیت سیستم را به مقدار پایدار صفر برسانند. شکل‌های (۴)، (۵) و (۶) مربوط به این شبیه‌سازی هستند. شکل (۵) بیانگر گشتاور کنترلی وضعیت فضاپیما و شکل (۶) سرعت زاویه‌ای بدنی فضاپیما با سه چرخ فعال را نشان می‌دهد. مشاهده می‌شود مانند شبیه‌سازی قبل، کنترل پیش‌بین عملکرد بهتری را در مقایسه با کنترل بهینه دارد.



شکل ۱- زوایای اولر وضعیت با چهار چرخ فعال



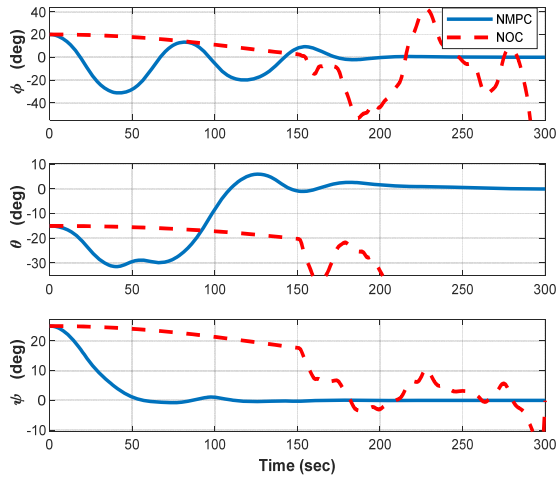
شکل ۲- گشتاور کنترلی با چهار چرخ فعال



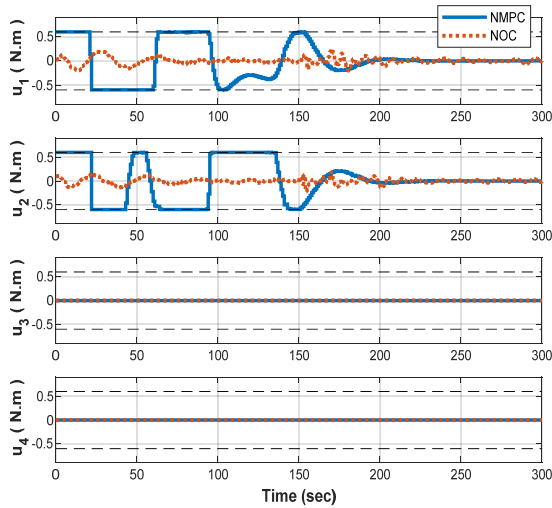
شکل ۳- سرعت زاویه‌ای بدنی فضاپیما با چهار چرخ فعال

13. Nonlinear Model Predictive Control (NMPC)

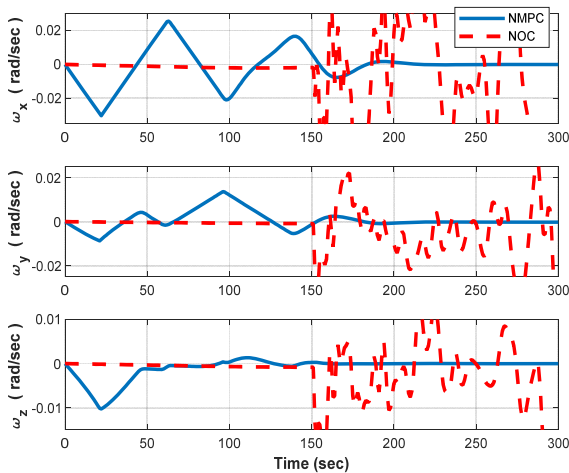
14. Nonlinear Optimal Control (NOC)



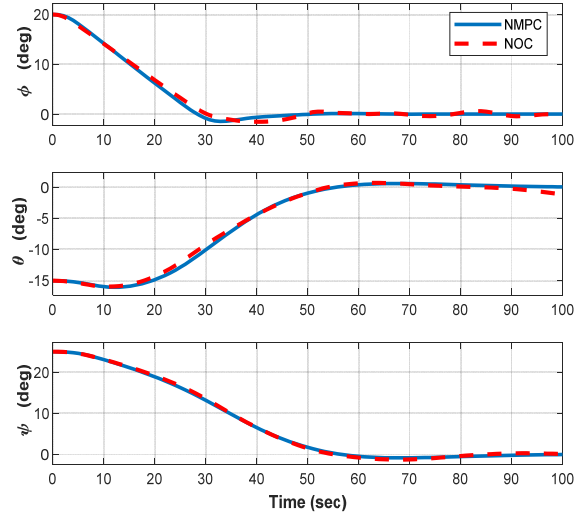
شکل ۷- زوایای اولر وضعیت با دو چرخ فعال



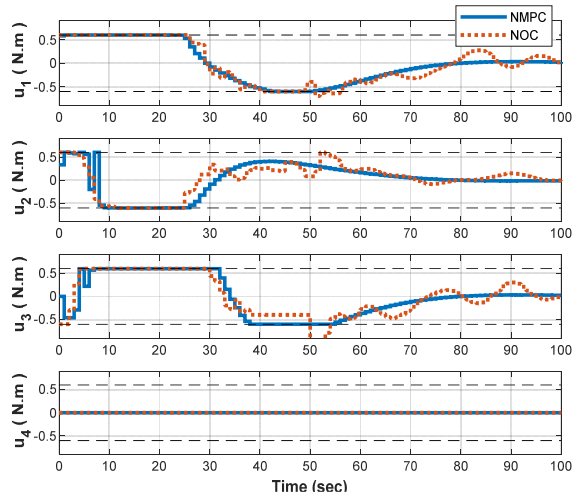
شکل ۸- گشتاور کنترلی با دو چرخ فعال



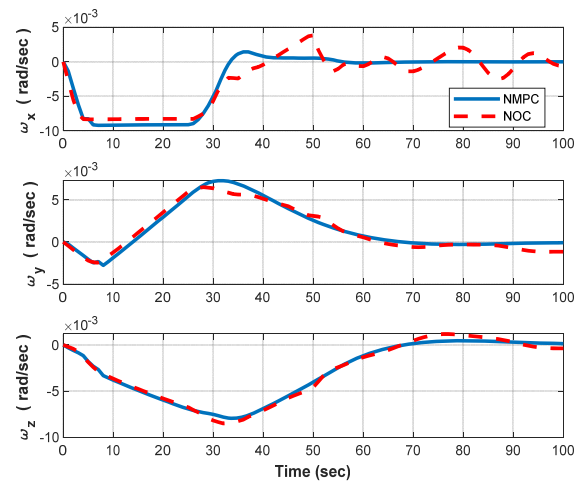
شکل ۹- سرعت زوایای بدنی فضاپیما با دو چرخ فعال



شکل ۴- زوایای اولر وضعیت با سه چرخ فعال



شکل ۵- گشتاور کنترلی با سه چرخ فعال



شکل ۶- سرعت زوایای بدنی فضاپیما با سه چرخ فعال

عملگر، در این مقاله به خوبی ارائه شده است. این روش کنترلی بر اساس مدل دینامیکی و سینماتیکی به خوبی توانسته عملکرد مناسب و بهینه‌ای برای پایدار کردن فضاپیما با توجه به محدودیت‌های مسئله ایجاد کند.

## مراجع

- [1] J. K. Wayer, J.-F. Castet, and J. H. Saleh, "Spacecraft attitude control subsystem: Reliability, multi-state analyses, and comparative failure behavior in LEO and GEO," *Acta Astronautica*, vol. 85, pp. 83-92, 2013.
- [2] J. H. Saleh and J.-F. Castet, *Spacecraft reliability and multi-state failures: a statistical approach*: John Wiley & Sons, 2011.
- [3] M. Tafazoli, "A study of on-orbit spacecraft failures," *Acta Astronautica*, vol. 64, pp. 195-205, 2009.
- [4] A. Rahimi, K. D. Kumar, and H. Alighanbari, "Fault isolation of reaction wheels for satellite attitude control," *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, vol. 56, pp. 610-629, 2019.
- [5] M. Burakov, I. Krivolapchuk, V. Shishlakov, and D. Yakimovskii, "Fuzzy Control of Spacecraft Reaction Wheel," *Gyroscopy and Navigation*, vol. 10, pp. 339-345, 2019.
- [6] E. Maani, H. Nejat Pishkenari, and Kosari, "Satellite 3Axis Attitude Control Using the Combination of Reaction Wheels and Thrusters," *Journal of Space Science and Technology*, vol. 11, pp. 63-71, 2018.
- [7] P. Tsiotras and V. Doumtchenko, "Control of spacecraft subject to actuator failures: State-of-the-art and open problems," *The Journal of the Astronautical Sciences*, vol. 48, pp. 337-358, 2000.

شبیه‌سازی سوم در بازه زمانی ۳۰۰ ثانیه انجام و برای کنترل وضعیت تنها از دو عملگر استفاده شده و فرض بر این است که دو چرخ دیگر از کار افتاده‌اند.

در شکل (۷) مشاهده می‌شود که کنترل پیش‌بین توانسته زوایای اولر وضعیت را بعد از گذشت حدود ۲۵۰ ثانیه به مقدار پایدار برساند در حالی که کنترل بهینه دچار ناپایداری شده است. در ابتدای شبیه‌سازی، نمودارها دارای واگرایی زیادی به خاطر نبود عملگر مستقل در محور سوم هستند. شکل (۸) بیانگر نمودار گشتاور کنترلی تولیدی توسط چرخ‌های عکس‌العملی است. قید کنترلی در نظر گرفته شده برای توان چرخ‌های عکس‌العملی به خوبی ارضا شده است. سرعت زاویه‌ای بدنی فضاپیما در شکل (۹) نشان داده شده که مقدار مجاز قابل تحمل برای سازه فضاپیما با مشخصات ممان اینرسی در نظر گرفته شده را پاسخگو می‌باشد.

## نتیجه‌گیری

مسئله کنترل وضعیت فضاپیما با استفاده از روش‌های کنترل بهینه و کنترل پیش‌بین مبتنی بر مدل غیرخطی حل شده و عملکرد مناسب کنترل پیش‌بین در مقایسه با کنترل بهینه نشان داده شد. همچنین نقص عملگر و کنترل موفقیت‌آمیز فضاپیما دارای نقص عملگر با دو چرخ عکس‌العملی دارای زاویه‌ی نصب، بدون فرض صفر بودن مومنوم کلی سیستم در طول مانور بررسی شد. ایده استفاده از کنترل پیش‌بین غیرخطی با توجه به توانایی ارضای قیود به صورت بهینه در حین رساندن به پایداری مناسب سیستم ناقص-