Vol. 2, No. 3, Spring 2009

JSST
Journal of Space Science & Technology

Flexible Spacecraft Three Axis Attitude Maneuver by Active Vibration Control

M. Sayanjali[1*], J. Roshanian[2], and A. Ghafari[3]

1, 2, 3. Iranian Space Agency, K. N. Toosi Univ. of Tech.

*Africa Ave., Sayeh Ave.,Tehran, Iran

msayanjali@yahoo.com

In this paper, equation of motion of three axis attitude dynamic of flexible spacecraft is derived using combination of finite element method and Euler equation. Flexible appendafes are modeled by beam elements. Goal of control is target attitude of spacecraft from initial state to desired attitude and suppression of vibration that induced in flexible appendages. So a combination of backstepping and sliding mode control method used for three-axis attitude maneuver of flexible spacecraft and for suppressing vibration of flexible appendage used from active vibration control method by PZT actuator. Control law for vibration control is based on LQG method.

Keywords: flexible spacecraft, three axis attitude maneuver, sliding mode control, active vibration control

JSST
فصلنامهٔ علمی - پژوهشی علوم و فناوری فضایی

جلد ۲/ شمارهٔ ۳ / بهار ۱۳۸۸
ص. ص. ۵۰-۴۳

مانور سه‌محورهٔ ماهوارهٔ الاستیک همراه با کنترل فعال ارتعاشات

محمد سینجلی[۱]*، جعفر روشنی‌یان[۲] و علی غفاری[۳]

۱- سازمان فضایی ایران
۲و۳- دانشگاه خواجه نصیرالدین طوسی
*خ آفریقا، خ سایه
msayanjali@yahoo.com

در این مقاله، معادلات حرکت وضعی مانور سه‌محورهٔ ماهوارهٔ الاستیک- با استفاده از روش اجزای محدود برای بیان جابه‌جایی ضمیمهٔ الاستیک - استخراج شده است. به‌منظور انجام مانور وضعیت، یک کنترلر برای مانور وضعیت ماهواره طراحی شده است و کنترلر جداگانه‌ای برای حذف ارتعاشات ضمیمه الاستیک که به‌دلیل عملکرد سیستم کنترل وضعیت ایجاد می‌شود، طراحی شده است. از ترکیب دو روش مد لغزشی و بازگشت به عقب به‌منظور طراحی کنترلر وضعیت استفاده شده است. کنترلر ارتعاشات با استفاده از روش فیدبک مثبت مکان طراحی شده و از پیزوالکتریک به‌عنوان سنسور و عملگر برای کنترل فعال ارتعاشات استفاده شده است.

واژه‌های کلیدی: ماهواره الاستیک، مانور سه‌محوره، کنترل مدلغزشی، کنترل فعال ارتعاشات

مقدمه

ماهواره‌ها به‌منظور تولید توان الکتریکی ملزم به استفاده از آرایه‌های خورشیدی هستند و درصورتی‌که مساحت سطوح جانبی ماهواره برای چسباندن سلول‌های خورشیدی کافی نباشد از آرایه‌های خورشیدی بازشونده استفاده می‌شود. به‌دلیل محدودیت جرمی در طراحی ماهواره‌ها این آرایه‌های خورشیدی از مواد با چگالی کم ساخته می‌شوند و در نتیجه با تحریکات کوچک همانند اغتشاشات خارجی یا با حرکت وضعی ماهواره مدهای ارتعاشی این آرایه‌ها تحریک می‌شود و به‌دلیل خاصیت میرایی پایین آنها این ارتعاشات تا زمان نسبتاً طولانی باقی می‌ماند. در مدل‌سازی و طراحی کنترلر وضعیت این کلاس از ماهواره‌ها، حتماً باید خاصیت الاستیک بودن ضمائم درنظرگرفته شود. درصورتی‌که کنترلر بدون درنظر گرفتن این خاصیت طراحی شود، می‌تواند باعث ایجاد ناپایداری دینامیکی سیستم شود. معادلات حرکت وضعیت ماهوارهٔ الاستیک را می‌توان به‌صورت تحلیلی [۱] یا با استفاده از نرم‌افزارهای اجزای محدود محاسبه کرد. روش‌های متفاوت کنترلی به‌منظور طراحی کنترلر وضعیت ماهوارهٔ الاستیک به‌کارگرفته شده است. در مقاله‌های [۲] و [۴] از روش کنترل بهینه استفاده شده است. در این مقالات معادلات خطی وضعیت به‌کارگرفته شده ولی بحث مقاوم بودن کنترلر مدنظر قرار نگرفته است. در [۴] کنترلر بدون خطی‌سازی معادلات وضعیت و با استفاده از تئوری لیاپانوف طراحی شده است. کنترلر مدلغزشی در [۵] و [۶] مورد استفاده قرارگرفته است. در مقاله‌های [۷] و [۸] از روش‌های کنترل مقاوم و با مدل‌سازی عدم قطعیت، کنترلر طراحی شده است. در [۹] از ترکیب دو کنترلر جداگانه به‌منظور انجام مانور وضعیت ماهواره الاستیک استفاده شده است. به‌طوری‌که یک کنترلر برای تغییر جهت ماهواره و کنترلر دیگر به‌منظور حذف ارتعاشات ضمیمه الاستیک- با استفاده از عملگر و سنسور پیزوالکتریک- استفاده شده است. در این مقاله نیز از همین استراتژی استفاده شده است. به‌طوری‌که از ترکیب دو

روش کنترلی بازگشت به عقب و کنترلر مدلغزشی، کنترلر وضعیت طراحی شده است و از روش PPF با استفاده از عملگر و سنسور پیزوالکتریک، ارتعاشات به صورت فعال کنترل شده است.

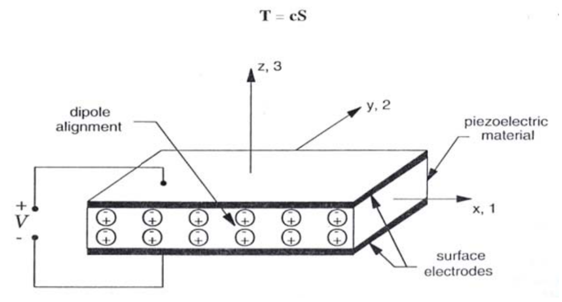
مدل‌سازی ماهوارهٔ الاستیک همراه با پیزوالکتریک

مدل ماهواره شامل یک بخش صلب مرکزی است که به آن دو ضمیمه الاستیک متصل شده است. ضمیمه‌های الاستیک به‌صورت تیر اویلر- برنولی یک سردرگیر- یک‌سر آزاد مدل شده‌است. جابه‌جایی ضمیمهٔ الاستیک فقط در راستای محور y در نظر گرفته شده است. در ابتدا معادلات حرکت وضعی ماهواره به‌نحوی که فقط در صفحهٔ xz بچرخد استخراج شده و در ادامه نحوهٔ تعمیم این معادله به معادلات مانور سه‌محوره بیان شده است. برای استخراج معادلات حرکت وضعیت، در ابتدا معادلهٔ حرکت یک المان تیر که روی آن پیزوالکتریک نصب شده، استخراج شده و در ادامه معادلات حرکت کل ماهواره محاسبه شده‌است.

مدل‌سازی پیزوالکتریک

در شکل (۱)، هندسهٔ شماتیک پیزوالکتریک نشان داده شده است. هنگامی‌که به دو سر پیزوالکتریک ولتاژ اعمال شود مولکول‌های داخلی pzt جابه‌جا شده و باعث تغییر شکل سازه می‌شود، به این خاصیت، خاصیت مستقیم پیزوالکتریک گفته می‌شود. این مواد هنگامی‌که تحت کرنش یا تغییر شکل قرار بگیرند در آنها بار الکتریکی ایجاد می‌شود که به این خاصیت، خاصیت معکوس پیزوالکتریک گفته می‌شود. معادلات حاکم بر رفتار pzt عبارتند از [۱۰]:

$$\begin{aligned} D &= \varepsilon^S E + eS \\ T &= -e^T E + c^E S \end{aligned} \qquad (۱)$$



شکل ۱- هندسه شماتیک پیزوالکتریک

D میزان بار الکتریکی تولید شده بر واحد سطح (charge/area)، E میدان الکتریسته، S کرنش و T تنش است. e ثابت ماده پیزوالکتریک است که می‌توان به‌صورت (۲) بیان کرد:

$$e = dc^E \qquad (۲)$$

d ثابت کرنش پیزوالکتریک و c^E ماتریس شامل خواص فیزیکی پیزوالکتریک همانند مدول الاستیسیته، ضریب پواسون و... است. ε^S ماتریس ثابت دی الکتریک ماده است. خواص ماده پیزوالکتریک در جدول (۱) بیان شده است.

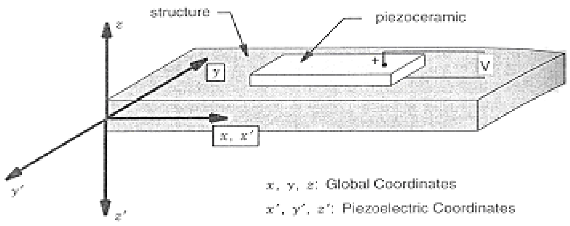
جدول ۱- خواص فیزیکی مادهٔ پیزوالکتریک

Property	Symbol	Value	Unit
Strain constant	d_{31} d_{32} d_{33}	166×10^{-12} 166×10^{-12} 360×10^{-12}	(m/V)
Relative dielectric constant	K_3	1700	
Young's modulus	E_{11}	6.3×10^{10}	N/m^2
Density	ρ	7600	Kg/m^3

معادلات مانور تک‌محوره

المان تیر را همانند شکل (۲) درنظر بگیرید که روی آن پیزوالکتریک نصب شده است. اصل تعمیم‌یافتهٔ همیلتون برای سازه پیزوالکتریکی برابر است با [۱]:

$$\int_{t_1}^{t_2} \left[\delta\left(T - V + W_e\right) + \delta W\right] dt = 0 \qquad (۳)$$



شکل ۲- المان پیزوالکتریکی

به‌طوری‌که T انرژی جنبشی سیستم، V انرژی پتانسیل، W_e انرژی الکتریکی سیستم و W بیانگر کار نیروهای غیرپایستار است:

$$\begin{aligned} T &= \frac{1}{2}\int_{V_s} \rho_s \left(x\dot{\theta} + \dot{w}\right)^2 + \frac{1}{2}\int_{V_p} \rho_p \left(x\dot{\theta} + \dot{w}\right)^2 \\ V &= \frac{1}{2}\int_{V_s} S^T(x)T(x) + \frac{1}{2}\int_{V_p} S^T(x)T(x) \\ W_e &= \frac{1}{2}\int_{V_p} E^T(x)D(x) \\ \delta W &= \sum_{i=1}^{n_f} f(x_i)\delta w(x_i) + \sum_{j=1}^{n_q} q_j \delta\varphi(x_j) + u\delta\theta \end{aligned} \qquad (۴)$$

در روابط فوق S کرنش، T تنش، E میدان الکتریکی، D بار الکتریسیته، u ورودی کنترلی و θ میزان چرخش صلب است. مقدار جابه‌جایی در راستای یک المان و پتانسیل الکتریکی در راستای المان پیزوالکتریک با استفاده از روش اجزای محدود با معادلهٔ (۵) بیان می‌شود. φ_r شکل مد، $r(t)$ جابه‌جایی و چرخش در انتهای المان، φ_v شکل مد برای توزیع پتانسیل الکتریکی و v مقدار پتانسیل در انتهای المان است.

$$w(x,t)=\sum_{i=1}^{4}\varphi_r^i(x)r(t)$$
$$\varphi(x,t)=\sum_{i=1}^{m}\varphi_v^i(x)v(t) \qquad (۵)$$

با جایگذاری (۵) در (۴) و با جایگذاری در (۳) معادلات حرکت المان تیر پیزوالکتریکی در حال چرخش به‌دست می‌آید:

$$\begin{bmatrix} M_{\theta\theta}^s+M_{\theta\theta}^p & M_{\theta q}^s+M_{\theta q}^p \\ M_{q\theta}^s+M_{q\theta}^p & M_{qq}^s+M_{qq}^p \end{bmatrix}\begin{bmatrix}\ddot{\theta}\\ \ddot{r}\end{bmatrix}+$$
$$\begin{bmatrix}0 & 0\\ 0 & K_s+K_p\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\theta\\ r\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}0\\ \Theta\end{bmatrix}v=\begin{bmatrix}0\\ B_f\end{bmatrix}f \qquad (۶)$$
$$q=\Theta^T r+C_p v$$

به‌طوری‌که q میزان بار الکتریسته است که در پیزوالکتریک تولید شده‌است. نمادهایی که تاکنون استفاده نشده است عبارتند از :

$$M_{qq}^p=\int_{V_p}\Phi_r^T(x)\rho_s(x)\Phi_r(x)\,dV_s(x)$$
$$K_p=\int_{V_p}\left[L_w\Phi_r(x)\right]^T R_S^T c^E R_S\left[L_w\Phi_r(x)\right]dV_p(x)$$
$$\Theta=\int_{V_p}\left[L_w\Phi_r(x)\right]^T R_s^T e^T\left[R_E L_\varphi\Phi_v(x)\right]dV_p(x) \qquad (۷)$$
$$C_p=\int_{V_p}\Phi_v^T(x)\left[L_\varphi^T R_E^T\varepsilon^S L_\varphi\right]\Phi_v(x)\,dV_p(x)$$

روابط فوق برای هر المان پیزوالکتریک اعم از تیر، صفحه و ... صادق است.

R_S ماتریس چرخش کرنش است که مطابق با دستگاه مختصاتی که در شکل (۱) نشان داده شده است برابر است با

$$R_S=\begin{bmatrix}1 & 0 & 0\\ 0 & -1 & 0\\ 0 & 0 & -1\end{bmatrix} \qquad (۸)$$

مانریس سختی پیزوالکتریک c^E برابر است با:

$$c^E=\begin{bmatrix}\frac{E_p}{1-v_p^2} & \frac{E_p v_p}{1-v_p^2} & 0\\ \frac{E_p v_p}{1-v_p^2} & \frac{E_p}{1-v_p^2} & 0\\ 0 & 0 & \frac{E_p}{2(1-v_p)}\end{bmatrix} \qquad (۹)$$

E_p, v_p به‌ترتیب نسبت پواسون و مدول یانگ است. ماتریس چرخش میدان الکتریکی R_E برابر است با:

$$R_E=\begin{bmatrix}1 & 0 & 0\\ 0 & -1 & 0\\ 0 & 0 & -1\end{bmatrix} \qquad (۱۰)$$

اپراتور دیفرانسیل الکتریکی L_φ^T بیانگر پلورازیسیون در راستای z است و برابر است با:

$$L_\varphi^T=\begin{bmatrix}0 & 0 & -\frac{\partial}{\partial z}\end{bmatrix} \qquad (۱۱)$$

برای دستگاه مختصاتی که در شکل (۱) نشان داده شده است ماتریس ثابت کرنش پیزوالکتریک برابر است با:

$$d=\begin{bmatrix}0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0\\ d_{31} & d_{31} & 0\end{bmatrix} \qquad (۱۲)$$

ماتریس ظرفیت پیزوالکتریک برابر است با:

$$C_p=\int_{V_p}\Phi_v^T(x)\left[L_\varphi^T R_E^T\varepsilon^S R_E L_\varphi\right]\Phi_v(x)\,dV_p \qquad (۱۳)$$

ماتریس ثابت دی الکتریک پیزوالکتریک برابر است با:

$$\varepsilon^S=\begin{bmatrix}\varepsilon_1^s & 0 & 0\\ 0 & \varepsilon_1^s & 0\\ 0 & 0 & \varepsilon_1^s\end{bmatrix} \qquad (۱۴)$$

با فرض اینکه ولتاژ فقط در یک راستای پیزوالکتریک اعمال می‌شود آنگاه ماتریس ظرفیت خازن برابر است با:

$$C_p=\left[\frac{\varepsilon_1^S A_p}{h_p}\right] \qquad (۱۵)$$

A_p, h_p به‌ترتیب ضخامت و مساحت پیزوالکتریک است. با اسمبل‌کردن المان‌ها معادلات حرکت مربوط به مانور تک محوره ماهوارهٔ الاستیک همراه با سازهٔ پیزوالکتریکی به‌دست می‌آید.

معادلات وضعیت مانور سه‌محوره

در این بخش معادلات مربوط به مانور سه محورهٔ ماهوارهٔ الاستیک استخراج شده است. برای استخراج معادلات حرکت از معادلهٔ اویلر استفاده شده است. معادلهٔ اویلر بیان می‌کند که نرخ تغییر اندازهٔ

حرکت زاویه‌ای جسم برابر است با مقدار ممان خارجی که به جسم اعمال شده است، به عبارت دیگر:

$$M = \left.\frac{d^2H}{dt^2}\right|_N \tag{۱۶}$$

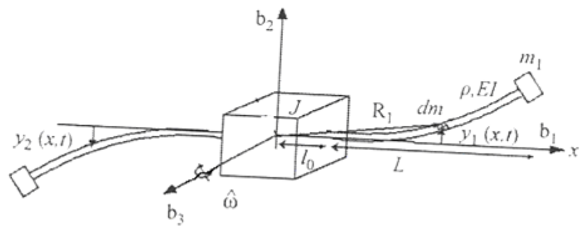
$\left.\frac{d^2H}{dt^2}\right|_N$ مشتق زمانی اندازهٔ حرکت زاویه‌ای جسم در دستگاه مختصات اینرسی (N) است.

اندازهٔ حرکت زاویه‌ای ماهوارهٔ الاستیک از سه بخش تشکیل شده است (شکل ۳):

۱. اندازهٔ حرکت زاویه‌ای بخش صلب

۲. اندازهٔ حرکت زاویه‌ای بخش الاستیک

۳. اندازهٔ حرکت زاویه‌ای جرم‌های متمرکز انتهایی (در صورت وجود)



شکل۳- هندسه شماتیک ماهواره

مطابق با مرجع [۳] اندازهٔ حرکت بخش صلب برابر است با:

$$H_c = I_1\omega_1\hat{b}_1 + I_2\omega_2\hat{b}_2 + I_3\omega_3\hat{b}_3 \tag{۱۷}$$

I_1, I_2, I_3ممان‌های اصلی اینرسی و $\omega_1, \omega_2, \omega_3$ سرعت زاویه‌ای ماهواره است. (رابطهٔ فوق با این فرض به‌دست آمده است که محور ممان‌های اصلی اینرسی بر محورهای دستگاه مختصات بدنی منطبق باشند).

برای به‌دست‌آوردن اندازهٔ حرکت بخش الاستیک و جرم متمرکز انتهایی، بردار مکان المان جرمی dm روی ضمیمهٔ الاستیک را به‌صورت زیر در نظر بگیرید:

$$R = x\hat{b}_1 + w\hat{b}_2 \tag{۱۸}$$

x فاصلهٔ المان جرمی dm تا مبدأ مختصات و w میزان جابه‌جایی المان در راستای محور $\hat{b}_2$ به دلیل ارتعاش ضمیمه است. (در این مقاله فرض شده است که المان جرمی dm فقط در راستای محور $\hat{b}_2$ جابه‌جا شود). اندازهٔ حرکت بخش الاستیک H_f و جرم متمرکز انتهایی H_{tip} برابر است با:

$$\begin{aligned} H_f &= \int_{M_{elastic}} \vec{R}\times\dot{\vec{R}}\,dm \\ H_{tip} &= m_t\vec{R}\times\vec{V}\Big|_{x=L} \end{aligned} \tag{۱۹}$$

$\dot{\vec{R}}$ مشتق زمانی بردار R در دستگاه مختصات اینرسی است.

به‌منظور استفاده از معادلهٔ اویلر باید نرخ تغییر زمانی اندازهٔ حرکت زاویه‌ای محاسبه شود، یعنی:

$$M = \left.\frac{dH}{dt}\right|_I = \dot{H}_{c,I} + 2\frac{d}{dt}\left(\int_{M_e}\vec{R}\times\dot{\vec{R}}\,dm\right)_I + 2\dot{H}_{tip,I} \tag{۲۰}$$

به‌طوری‌که I بیانگر مشتق در دستگاه مختصات اینرسی است. در رابطهٔ فوق اندازهٔ حرکت برای یک جزء الاستیک و یک جرم متمرکز محاسبه شده است و با فرض اینکه دو ضمیمه الاستیک از لحاظ خصوصیت‌های هندسی و فیزیکی یکسان باشند، به‌منظور محاسبهٔ اندازهٔ حرکت زاویه‌ای کل، مقدار اندازهٔ حرکت هر جزء در عدد ۲ ضرب شده است.

چون H_c (اندازهٔ حرکت زاویه‌ای بخش صلب) برداری در دستگاه مختصات بدنی است، بنابر قوانین دینامیک کلاسیک مشتق زمانی بردار H_c در دستگاه مختصات اینرسی برابر است با:

$$\dot{H}_{c,I} = \dot{H}_{c,B} + \omega\times H_c \tag{۲۱}$$

مشتق زمانی اندازهٔ حرکت بخش الاستیک برابر است با:

$$\dot{H}_{f,I} = \int_{M_{elastic}} \vec{R}\times\left.\frac{d^2R}{dt^2}\right|_I dm \tag{۲۲}$$

$\left.\frac{d^2R}{dt^2}\right|_I$ شتاب المان dm در دستگاه مختصات اینرسی است که برابر است با:

$$\begin{aligned} a &= \left.\frac{\partial^2 R}{\partial t^2}\right|_I = \\ &\ddot{R}\Big|_b + \dot{\omega}\times R + 2\omega\times\dot{R} + \omega\times(\omega\times R) = \\ &= a_1\hat{b}_1 + a_2\hat{b}_2 + a_3\hat{b}_3 \end{aligned} \tag{۲۳}$$

با استفاده از قانون اویلر خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} \dot{H} &= \\ &\dot{H}_c + \hat{\omega}\times H_c + 2\int R\times a\,dm + 2m_t R\times a\Big|_{x=l} = u \end{aligned} \tag{۲۴}$$

با جایگذاری رابطهٔ (۲۳) در رابطهٔ (۲۴) خواهیم داشت:

$$
\begin{aligned}
&I_1\dot{\omega}_1+(I_3-I_2)\omega_2\omega_3+\\
&2\left(\int ya_3dm+m_t la_3(x=l)\right)=u_1\\
&I_2\dot{\omega}_2+(I_3-I_2)\omega_1\omega_3+\\
&2\left(\int xa_3dm+m_t la_3(x=l)\right)=u_2\\
&I_3\dot{\omega}_3+(I_2-I_1)\omega_2\omega_1+\\
&2\left(\int (xa_2-ya_1)dm+m_t(la_2(x=l)-ya_1(x=l))\right)\\
&=u_3
\end{aligned}
\tag{۲۵}
$$

با تعریف

$$
\begin{aligned}
&\tau_1=\left(\int ya_3dm+m_t la_3\Big|_{(x=L)}\right)\\
&\tau_2=\left(\int xa_3dm+m_t la_3\Big|_{(x=L)}\right)\\
&\tau_3=\left(\int \begin{matrix}(xa_2-ya_1)dm+\\ m_t\left(la_2\Big|_{(x=L)}-ya_1\Big|_{x=L}\right)\end{matrix}\right)
\end{aligned}
\tag{۲۶}
$$

فرم ماتریسی معادلهٔ (۲۵) برابر است با:

$$J\dot{\omega}+\omega\times J\omega+2\tau=u \tag{۲۷}$$

به‌طوری‌که $J=diag[I_1,I_2,I_3]$ ماتریس ممان اینرسی و $\tau=[\tau_1,\tau_2,\tau_3]^T$ ممان وارده بر ماهواره ناشی از ارتعاش ضمیمه‌های الاستیک است. این ممان که ممان عکس‌العملی داخلی نامیده می‌شود، بیانگر ارتباط بین حرکت چرخشی ماهواره و ارتعاش ضمیمه است. معادلات (۲۵) معادلات غیرخطی وضعیت ماهوارهٔ الاستیک هستند.

همان‌طورکه قبلاً بیان شد، در این مقاله فرض شده است که ارتعاش ضمیمهٔ الاستیک فقط در راستای محور $\hat{b}_2$ است و یا به عبارت دیگر فقط چرخش ماهواره حول محور b_3 باعث تحریک مدهای ارتعاشی ضمیمه می‌شود. در نتیجه می‌توان معادلهٔ حرکت ماهواره در صفحه را که به‌وسیلهٔ بردارهای b_1,b_2 درست می‌شود ترکیبی از روابط مربوط به مانور تک محوره و اثر ممان ژیروسکوپی درنظرگرفت. در نتیجه می‌توان معادلهٔ (۲۵) را با رابطهٔ زیر جایگزین کرد:

$$
\begin{aligned}
&[M]\begin{Bmatrix}\dot{\omega}_3\\ \ddot{q}\end{Bmatrix}+\begin{bmatrix}0&0\\0&K_{qq}\end{bmatrix}\begin{Bmatrix}\omega_3\\ q\end{Bmatrix}=\\
&\begin{bmatrix}1\\0\end{bmatrix}u_3-\begin{bmatrix}1\\0\end{bmatrix}\left(\frac{I_2-I_1}{I_3}\right)\omega_2\omega_1
\end{aligned}
\tag{۲۸}
$$

با داشتن مقادیر $q,\dot{q},\ddot{q}$ می‌توان از رابطهٔ (۲۶) مقادیر τ_1,τ_2 را محاسبه کرد و در معادلات (۲۵) جایگزین کرد. به‌عبارت دیگر در استخراج معادلات فرض شده است که جابه‌جایی ضمیمهٔ الاستیک فقط در یک راستاست و در نتیجه معادله (۲۸) بیانگر حرکت مانور تک محوره است که صورت کلی آن در مراجع موجود است یا به‌عبارت دیگر معادلهٔ (۲۸) جایگزین بخش سوم معادله (۲۵) شده است.

طراحی کنترلر

در این مقاله با استفاده از ترکیب دو روش مدلغزشی و برگشت به عقب کنترلر وضعیت ماهواره طراحی شده است. هدف کنترل در این مقاله این است که ماهواره از وضعیت اولیهٔ خود به وضعیت مطلوب (مانور وضعیت) برود و همچنین ارتعاشات به‌وجود آمده در ضمیمهٔ الاستیک به‌دلیل حرکت ضمیمه‌ها با استفاده از پیزوالکتریک با سرعت بیشتری میرا گردد. در طراحی سطح لغزش مسئلهٔ الاستیک بودن ماهواره لحاظ شده است که در ادامه بیان خواهد شد. با توجه به اینکه میرایی مدهای ارتعاشی ضمیمهٔ الاستیک بسیار پایین است و زمان زیادی برای از بین رفتن این ارتعاشات لازم است و به‌دلیل اینکه این ارتعاشات در دینامیک وضعیت ماهواره مؤثر است در نتیجه به‌منظور نشانه‌روی دقیق ماهواره از روش کنترل فعال ارتعاشات برای حذف ارتعاش سیستم استفاده شده است. از پیزوالکتریک به‌عنوان سنسور و عملگر برای کنترل ارتعاشات استفاده شده است.

طراحی کنترلر فعال ارتعاشات

معادلهٔ ارتعاشی ضمیمهٔ الاستیک با استفاده از معادلهٔ (۲۸) به‌صورت زیر به‌دست می‌آید

$$M_{rr}\ddot{r}+K_{qq}r=Fv \tag{۲۹}$$

v ولتاژ پیزوالکتریک و r میزان جابه‌جایی و چرخش در گره‌های المان است. طراحی کنترل فعال ارتعاشات شامل چندین مرحله است که در ادامه بیان شده است. همان‌طورکه از معادلهٔ (۲۹) مشخص است، فرم معادله در نظر گرفته شده خطی است اما با توجه به اینکه ارتعاشات ضمیمه الاستیک کوچک است در نتیجه مدل خطی برای سیستم اعتبار خواهد داشت. به‌علاوه پایداری سیستم کنترل فعال ارتعاشات در شبیه‌سازی رؤیت شده است.

معادلهٔ فوق در مختصات نودال بیان شده است. این معادله برای هر سازهٔ بزرگ می‌تواند از مرتبهٔ ۱۰۰۰ یا بیشتر باشد. به‌همین جهت طراحی کنترلر با استفاده از معادلهٔ (۲۹) کار بسیار سختی است. در ابتدا باید معادلهٔ (۲۹) به مختصات مدال تبدیل شود تا بتوان با درنظرگرفتن چند مد اول ارتعاشی سیستم به طراحی کنترلر پرداخت. بعد از این مرحله انتخاب نحوهٔ چیدمان سنسورها و عملگرها پیزوالکتریکی است. چیدمان پیزوالکتریک‌ها به دو صورت

کلی تقسیم می‌شود:

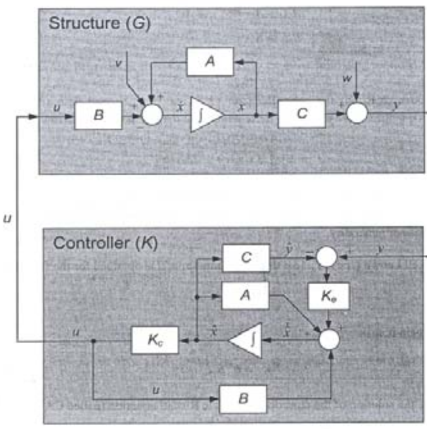
۱. چیدمان مجتمع

۲. چیدمان غیر مجتمع

در چیدمان مجتمع عملگر و سنسور پیزوالکتریکی در یک مکان قرار دارند به این صورت که در بخش پایین سازهٔ الاستیک سنسور و در همان مکان در بخش بالایی سازه عملگر پیزوالکتریکی قرار دارد. در چیدمان غیرمجتمع محل قرارگیری سنسور و عملگر در مکان‌های متفاوت است. برای طراحی کنترلر از روش کنترل بهینه LQG استفاده شده است.

دیاگرام بلوکی سیستم کنترلی LQG در شکل (۴) نشان داده شده است. این سیستم شامل یک فرایند پایدار (یا سازهٔ الاستیک) G و کنترلر K است. خروجی اندازه‌گیری شده فرایند y به کنترلر فرستاده می‌شود. در مورد سازه‌های پیزوالکتریکی خروجی فرایند برابر با ولتاژ خروجی سنسورهای پیزوالکتریکی است. فرایند با معادلات فضای حالت (۳۰) توصیف می‌شود:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + Bu + v \\ y &= Cx + w \end{aligned} \qquad (۳۰)$$



شکل۴- دیاگرام بلوکی کنترلر LQG

x بردار حالت سیستم است. فرایند توسط ورودی تصادفی v مغشش می‌شود و خروجی اندازه‌گیری شده با w مختلط می‌شود. نویز v که نویز فرایند نامیده می‌شود دارای کواریانس $V = E(vv^T)$ و w نویز اندازه‌گیری است که دارای کواریانس $W = E(ww^T)$ است.

سیگنال کنترلی متناسب با متغیرهای حالت تخمین زده شده فرایند $\hat{x}$ است. (با توجه به اینکه متغیرهای حالت فرایند که جابه‌جایی المان‌ها هستند قابل اندازه‌گیری نیستند باید از تخمین این متغیرها استفاده کرد). معادلات تخمین‌گر با توجه به شکل (۴) برابر است با :

$$\dot{\hat{x}} = A\hat{x} + Bu + K_e(y - C\hat{x}) \qquad (۳۱)$$

با استفاده از معادلهٔ (۳۱) و شکل (۴) معادلهٔ فضای حالت کنترلر از ورودی y به خروجی u برابر است با:

$$\begin{aligned} \dot{\hat{x}} &= (A - Bk_c - K_e C)\hat{x} + K_e y \\ u &= -K_c \hat{x} \end{aligned} \qquad (۳۲)$$

در معادلات فوق بهره‌های کنترل K_c و تخمین‌گر K_e مجهول است. این بهره‌ها به‌نحوی انتخاب می‌شود که تابع هزینهٔ J می‌نیمم شود:

$$J^2 = E\left(\int_0^\infty \left(x^T Q x + u^T R u\right)\right) \qquad (۳۳)$$

در مرجع [۱۰] نشان داده شده است که تابع هزینهٔ فوق با انتخاب ماتریس کنترلر به‌صورت زیر می‌نیمم می‌شود:

$$\begin{aligned} u &= -K_c \hat{x} \\ K_c &= B^T S_c \end{aligned} \qquad (۳۴)$$

S_c جواب معادلهٔ ریکاتی جبری کنترل است:

$$A^T S_c + S_c A - S_c B B^T S_c + Q = 0 \qquad (۳۵)$$

بهرهٔ بهینهٔ تخمین برابر است با

$$K_e = S_e C^T \qquad (۳۶)$$

S_e جواب معادلهٔ جبری ریکاتی تخمین‌گر است :

$$A S_e + S_e A^T - S_e C^T C S_e + V = 0 \qquad (۳۷)$$

طراحی کنترلر مانور سه‌محوره

در طراحی کنترلر از ترکیب روش بازگشت به عقب و مدلغزشی استفاده شده است. در ابتدا پروفیل سرعت زاویه‌ای را که کواترنیون سیستم را از وضعیت اولیه به وضعیت مطلوب ببرد استخراج می‌شود و با استفاده از کنترلر مد لغزشی و طراحی سطوح لغزش مناسب سرعت زاویهٔ ماهواره بر پروفیل سرعت زاویهٔ مطلوب منطبق می‌شود. البته باید توجه داشت که پروفیل سرعت زاویه در هر لحظه محاسبه می‌شود. برای استخراج پروفیل سرعت زاویه تابع لیاپانوف به‌صورت زیر تعریف شده است:

$$\begin{aligned} V &= \frac{1}{2} e^T P e \\ e_i &= q_{i,d} - q_i \quad (i = 1,2,3) \end{aligned} \qquad (۳۸)$$

q_i کواترنیون در لحظهٔ t، $q_{i,d}$ کواترنیون مطلوب، e_i خطای کواترنیون و P ماتریس مثبت معین است.

$\dot{V}$ (مشتق تابع لیاپانوف نسبت به زمان) برابر است با:

$$\dot{V} = \frac{1}{2}(\dot{e}^T P e + e^T P \dot{e}) \qquad (۳۹)$$
$$\dot{e} = -\dot{q}_i$$

از رابطهٔ سینماتیک جسم در فضای سه بعدی خواهیم داشت:

$$\dot{q} = Q\omega \qquad (۴۰)$$

با جایگذاری (۴۰) در (۳۹) خواهیم داشت:

$$\dot{V} = \frac{1}{2}(-Q\omega)^T Pe + \frac{1}{2} e^T P(-Q\omega) \qquad (۴۱)$$

باید ω (بردار سرعت زاویهٔ مطلوب) را به‌نحوی انتخاب کنیم که $\dot{V} < 0$ باشد. با انتخاب

$$\omega = Q^T Pe \qquad (۴۲)$$

و جایگذاری (۴۲) در (۴۱) خواهیم داشت:

$$\dot{V} = -\frac{1}{2}(e^T P^T Q Q^T Pe + e^T P Q Q^T Pe) \qquad (۴۳)$$

ترم داخل پرانتز مثبت معین است و در نتیجه $\dot{V} < 0$

تا این مرحله پروفیل سرعت زاویه در لحظهٔ t استخراج شده است. سطوح لغزش به‌نحوی طراحی می‌شود که سرعت زاویه‌ای ماهواره منطبق بر سرعت زاویه‌ای مطلوب باشد.

سطوح لغزش به‌صورت زیر انتخاب شده است:

$$s_i = \omega_i - \omega_{i,d} \qquad (i = 1,2,3) \qquad (۴۴)$$

و بردار کنترل به‌صورت زیر اعمال می‌شود:

$$u_i = A\, sign(s_i) \qquad (i = 1,2,3) \qquad (۴۵)$$

شبیه‌سازی

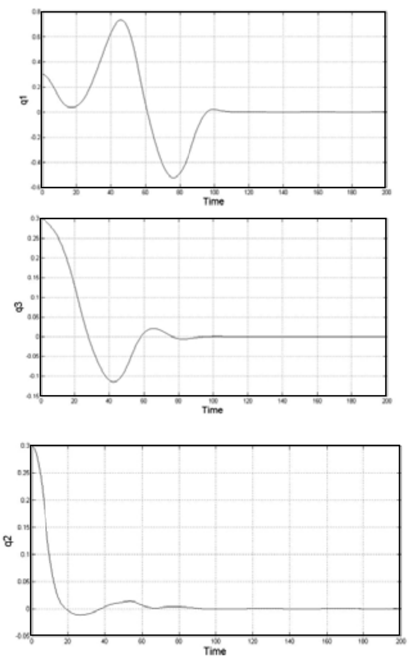
با استفاده از نرم‌افزار متلب / سیمولینک مدل دینامیکی ماهواره الاستیک و کنترلر شبیه‌سازی شده است و نتایج شبیه‌سازی در دو حالت مختلف ارائه شده است (شکل ۵ و جدول ۲). در حالت اول از روش کنترلر فعال ارتعاشات استفاده نشده است و در حالت دوم این روش مورد استفاده قرار گرفته است. همان‌طورکه در شکل‌های (۹) و (۱۰) دیده می‌شود، درصورتی‌که از روش کنترل ارتعاشات استفاده شود جابه‌جایی انتهایی ضمیمه الاستیک کمتر خواهد شد. این امر را می‌توان در شکل‌های (۶) و (۷) نیز مشاهده کرد به‌طوری‌که مقدار مدهای ارتعاشی در صورتی‌که از روش کنترل فعال ارتعاشات استفاده نشود، دو برابر حالتی است که از این روش استفاده شود.

جدول ۲- پارامترهای شبیه‌سازی و بهرهٔ کنترل

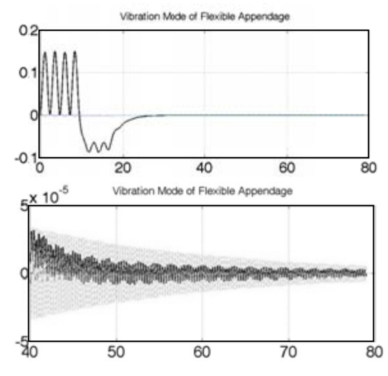
طول ضمیمه الاستیک	5 m
مدول الاستیسته ضمیمه	662 N/m^2
چگالی ضمیمه	8.75 kg/m^2
تعداد پیزوالکتریک	2

$$Ke = \begin{bmatrix} -0.0249 & -0.0029 & -0.4204 & 0.9934 \\ 0.0029 & 0.0064 & 0.9073 & -0.1144 \end{bmatrix}$$

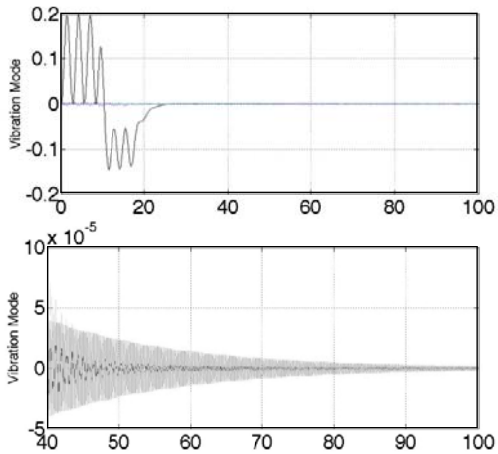
$$K_C = \begin{bmatrix} 1.5 & 0 & 0 \\ 0 & 1.5 & 0 \\ 0 & 0 & 1.5 \end{bmatrix}$$



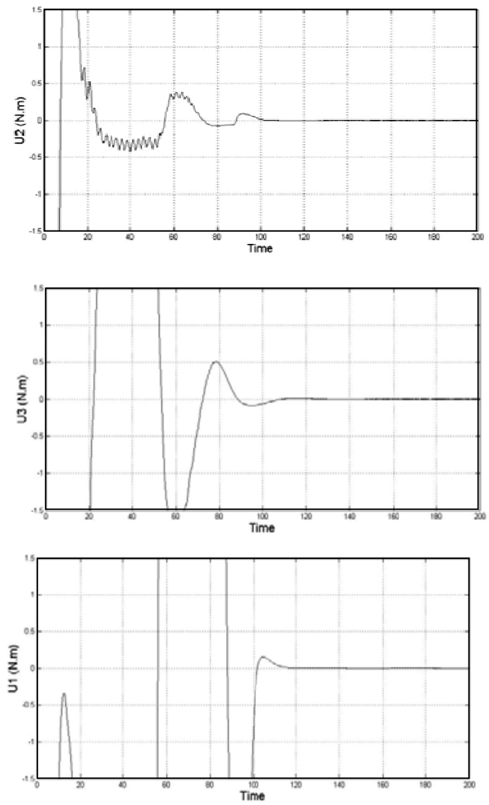
شکل۵- پارامترهای CRP بدون کنترل ارتعاشات



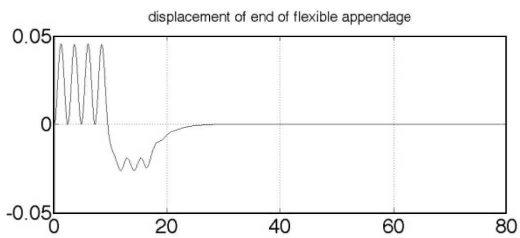
شکل۶- مدهای ارتعاشی همراه با کنترل ارتعاشات



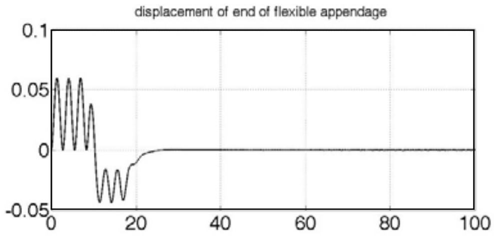
شکل۷– مدهای ارتعاشی بدون کنترل ارتعاشات



شکل۸– سیگنال‌های کنترلی



شکل ۹– جابه‌جایی انتهای ضمیمه با کنترل ارتعاشات



شکل ۱۰– جابه‌جایی انتهای ضمیمه بدون کنترل ارتعاشات

نتیجه‌گیری

در این مقاله روش مدل‌سازی معادلات حرکت وضعیت ماهواره که روی سازه آن سنسور و عملگر پیزوالکتریک نصب شده، بیان شده است. کنترلر وضعیت با استفاده از ترکیب روش‌های بازگشت به عقب و مدلغزشی طراحی شده است. همان‌طورکه شکل‌ها نشان می‌دهد؛ ممان مورد نیاز برای رسیدن به سطوح لغزش تعریف شده نسبتاً بزرگ است که باید در ساختار کنترلر تغییراتی ایجاد شود. همان‌طورکه نشان داده شده است، استفاده از کنترل ارتعاشات باعث می‌شود که مدهای ارتعاشی ضمیمه‌های الاستیک سریع‌تر مستهلک شود.

مراجع

[1] Junkins, John L., Kim, Youdan. *Introduction to Dynamic and Control of Flexible Structure*, AIAA,1998.

[2] Martin, D. and Bryson, E. "Attitude Control of a Flexible Spacecraft," J*ournal of Guidance and Control*, Vol. 3, No. 1, JAN-FEB. 1980.

[3] Sidi, Marcel J., *Spacecraft Dynamic and Control, A Practical Engineering Approach*, Cambridge University Press, 1995.

[4] Fujii, H., Ohtsuka, T. and Udou, S.,"Mission Function Control for a Slew Maneuver Experiment," *Journal of Guidance and Control*, Vol. 14, No. 5, 1991.

[5] Bang, Hyochoong, Cheol-Keun Ha and Hyoung Kim, Jin. "Flexible Spacecraft Attitude Maneuver by Application of Sliding Mode Control," *Acta Astronautica*, 2005.

[6] Hu, Qinglei and Ma, Guangfu. "Variable Structure Control and Active Vibration Suppression of Flexible Spacecraft during Attitude Maneuver," *Aerospace Science and Technology*, Vol. 9, pp 307-317, 2005.

[7] Skullestad, Aage and Gilbert, M. "H-Infinity Control of a Gravity Gradiant Stabilized Satellite," *Control Engineering Practice*, Vol. 8, pp 975-983, 2000.

[8] Le Ballois, Sandrine and Duc, Gilles. "H-Infinity Control of an Earth Observation Satellite," *Journal of Guidance, Control and Dynamic*, Vol. 19, No. 3, May-June 1996.

[9] Hu, Qinglei and Ma, Guangfu. "Variable Structure Control and Active Vibration Suppression of Flexible Spacecraft during Attitude Maneuver," *Aerospace Science and Technology*, Vol. 9, pp 307-317, 2005.

[10] Gawronski, Wodek K., Advanced Structural Dynamics and Active Control of Structures, *Springer*, 2000.