

# Constrained Optimization of Launch Vehicle Trajectory Using Spline and Bezier Curves

**A.Tavakoli<sup>1\*</sup>, M. Nikusokhan<sup>2</sup>, J. Roshanian<sup>3</sup> and M. Mirshams<sup>4</sup>**

1, 3, 4. Department of Aerospace Engineering K. N. Toosi University of Technology

2. Aerospace Industries Organization

\*P.O. Box 16765-3381, Tehran

**aerotavakoli@yahoo.com**

*Design of launch vehicle (LV) trajectory is among the problems in which the use of optimization is of high significance. Implementing optimization using optimal control problem leads to a two point boundary value problem (TPBVS) that can be solved only numerically. On the other hand, development of optimal control problem for sophisticated model is very intricate and therefore simulation-based optimization plays an Important role in these problems. In this paper, a LV trajectory defining control input as a parameteic function with linear, Spline and Bezier functions was designed and its fuel consumption was optimized using Genetic Algorithm. Result analyses speculate that Bezier and Spline functions arrives to favorable consequences in terms of meeting terminal Boundary Condition (B. C), optimality of LV payload and also number of optimization parameters.*

**Key Words:** trajectory optimization, launch vehicle, genetic algorithm, Bezier and Spline function

# بهینه‌سازی مقید مسیر حامل‌های فضایی با استفاده از منحنی‌های اسپلاین و بزیر

امیر توکلی<sup>۱\*</sup>، مهدی نیکوسخن لامع<sup>۲</sup>، جعفر روشنی‌یان<sup>۳</sup> و مهران میرشمس<sup>۴</sup>

۱ و ۳ - دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، دانشکده مهندسی هوافضا

۲ - سازمان صنایع هوافضا

\* تهران، صندوق پستی ۳۳۸۱-۱۶۷۶۵

aerotavakoli@yahoo.com

طراحی مسیر حامل‌های فضایی از مسائلی است که لزوم استفاده از بهینه‌سازی در آن بسیار حائز اهمیت می‌باشد. انجام بهینه‌سازی با استفاده از حل مسئله کنترل بهینه منجر به یک مسئله با شرایط مرزی مجزا شده که حل آن فقط به صورت عددی ممکن است. از طرفی ایجاد مسئله کنترل بهینه برای مدل‌های پیچیده کاری بسیار مشکل و حتی غیرممکن است و بنابراین بهینه‌سازی بر اساس شبیه‌سازی از جایگاه ویژه‌ای در این مسائل برخوردار است. در این مقاله، مسیر یک حامل فضایی با استفاده از تعریف ورودی کنترلی به صورت یک تابع پارامتری با توابع مختلف خطی، اسپلاین و بزیر طراحی شده و توسط الگوریتم ژنتیک، مصرف سوخت آن بهینه‌سازی شده است. نتایج بهینه‌سازی نشان‌دهنده این است که توابع بزیر و اسپلاین نتایج خوبی را از لحاظ ارضای شرایط مرزی انتهایی و بهینه‌گی بارمفید حامل فضایی و همچنین تعداد پارامترهای بهینه‌سازی ارائه می‌دهند.

**واژه‌های کلیدی:** بهینه‌سازی مسیر، حامل فضایی، الگوریتم ژنتیک، توابع بزیر و اسپلاین

## مقدمه

امروزه، از وسایل پرتابی چندمرحله‌ای برای قراردادن ماهواره‌ها در مدار زمین، فرستادن سرنشینان و ملزومات آنان به ایستگاه فضایی، انهدام ماهواره‌ها و انجام سفرهای بین سیاره‌ای استفاده‌های زیادی می‌شود و بر اساس این تنوع مأموریتی، تنوع بسیار گسترده در شکل و سیستم حامل‌های فضایی وجود دارد. اما به صورت خیلی ساده می‌توان فازهای حامل فضایی را به دو فاز فعال و غیرفعال تقسیم کرد. فاز فعال، از لحظه پرتاب تا لحظه خاموشی موتور را شامل می‌شود و فاز غیرفعال به قسمتی از مسیر گفته می‌شود که بار محموله بر اثر سرعت به دست آمده در مرحله فعال، به مسیر خود تا رسیدن به نقطه موردنظر ادامه می‌دهد. در این نقطه با توجه به نوع مأموریت که در حامل‌های فضایی تزریق مداری است، یک مرحله موتور روشن دیگر برای تنظیم حالت‌های موشک به منظور

قرارگرفتن صحیح در مدار وجود دارد. مرحله فعال موشک بر اساس وزن محموله و مشخصه‌های مداری موردنظر می‌تواند شامل مراحل<sup>۱</sup> مختلف باشد. در فاز فعال، که پیچیده‌ترین قسمت حرکت است، هدایت وسیله باید به گونه‌ای انجام شود که موشک در لحظه خاموشی موتور در شرایطی قرار داشته باشد که بعد از طی مسیری مشخص تحت اثر جاذبه زمین، به یک ارتفاع و سرعتی مشخص رسیده و محموله در مدار تزریق شود. به عبارتی دیگر، این مرحله مشخص‌کننده پارامترهای حرکت در انتهای مسیر است [۱].

از مسائل مهم در حمل و نقل فضایی کنونی و آینده، حامل‌های باصرفه اقتصادی و انعطاف‌پذیر برای مأموریت‌های متنوع فضایی است. شاتل فضایی تلاشی در این زمینه است که خود محموله قابل بازیابی است. از ویژگی‌های مهم شاتل، قابلیت

گرفته شده‌است و در مراجع [۱۲-۱۳]، زاویهٔ فراز را به زاویهٔ کنترل مانور در ثانیهٔ ۴۰ مدل کرده‌است و یک منحنی مرتبهٔ ۴ از لحظهٔ صفر تا لحظهٔ ۴۰ بدون اشاره به نوع منحنی، در نظر گرفته شده‌است. در مرجع [۱۴]، یک مسئله پیوسته، گسسته‌سازی شده و در بازه‌های زمانی گسسته‌شده، زاویهٔ فراز، ثابت در نظر گرفته شده‌است. از آنجا که تعداد پارامترهای بهینه‌سازی در این حالت بسیار زیاد است، از یک روش ترکیبی بهینه‌سازی شامل بهینه‌سازی ژنتیک و بهینه‌سازی گرادیانی استفاده شده‌است. در مراجع [۱۵-۱۶]، زاویهٔ فراز به صورت تابعی تکه‌ای خطی مدل شده‌است. از مشکلات مدل‌سازی با تابع تکه‌ای خطی این است که به منظور مدل‌سازی نواحی غیرخطی و همچنین یکنواخت‌بودن تابع مورد نظر نیاز به استفاده از پارامترهای زیاد است که این مسئله منجر به مشکل‌تر شدن بهینه‌سازی و عدم دستیابی به جواب بهینه فراگیر<sup>۷</sup> می‌شود. در مرجع [۱۱] نیز از منحنی اسپلاین برای بهینه‌سازی مسیر یک موشک حامل استفاده شده‌است که پارامترهای آن با الگوریتم بهینه‌سازی گرادیانی بهینه شده‌اند.

در این مقاله، سعی شده‌است با استفاده از توابع ریاضی مناسب مانند توابع اسپلاین و بزیر، طراحی مسیر یک موشک حامل را به صورت مسئله‌ای بهینه‌سازی تعریف کرده و آن را حل کرد. بهینه‌سازی بر اساس تابع هزینهٔ مصرف سوخت، شرایط مرزی انتهایی و قیود نامساوی مدنظر انجام می‌شود. با توجه به قابلیت‌های اثبات‌شدهٔ الگوریتم بهینه‌سازی ژنتیک، که یک الگوریتم تکاملی بوده و بسیاری از معایب روش‌های بهینه‌سازی دیگر را ندارد، از این الگوریتم برای بهینه‌سازی مسیر استفاده شده‌است. در ابتدا یک مدل ریاضی جرم‌نقطه‌ای دوبعدی از مسئله ارائه شده‌است. سپس بر اساس خواسته‌های مطرح در مأموریت یک حامل فضایی، مسئلهٔ بهینه‌سازی و نحوهٔ مدل‌سازی یا پارامتریزه کردن ورودی کنترل ارائه شده‌است. با معرفی الگوریتم بهینه‌سازی و تنظیمات آن نتایج بهینه‌سازی ارائه و جمع‌بندی شده‌است.

## مدل ریاضی حامل فضایی

در این بخش مدل ریاضی استفاده‌شده برای شبیه‌سازی پرواز یک حامل فضایی دو مرحله‌ای به همراه قیود غیرخطی با زمان جدایش مشخص  $t_{\text{S}}$  و جرم تعیین‌شدهٔ مراحل معرفی می‌شود. حامل فضایی به صورت جرم نقطه‌ای، حول یک زمین کروی غیرچرخشی مدل شده‌است. با توجه به نیروهای وارد بر حامل فضایی، که در شکل (۱) نشان داده شده‌است، معادلات حرکت در صفحه به صورت زیر نوشته می‌شود [۱۱]:

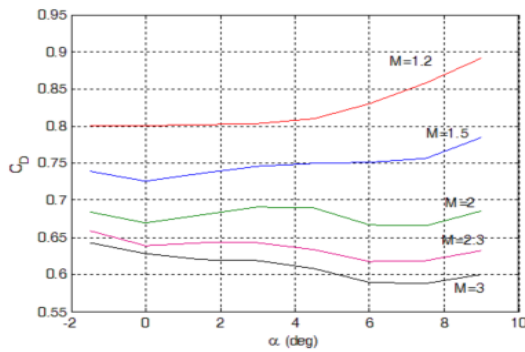
خودگردانی فراوان در ورود و خروج از مدار و ورود به جو و نشست است. سیستم فضایی پیشرفته<sup>۲</sup> (ALS) با این رویکرد در حال تحقیق و بررسی است [۲]. در این مقاله، مورد مطالعاتی مورد نظر برای بهینه‌کردن مسیر، یک حامل دو مرحله‌ای است. البته روند طراحی مسیر ارائه‌شده در این مقاله به حامل‌های دیگر نیز تعمیم‌پذیر است. همان‌طور که اشاره شد یکی از ملزومات مهم در حامل‌ها، صرفهٔ اقتصادی یا بهینه‌گی مأموریت است. بر این اساس، بهینه‌سازی حامل و مسیر آن از زمینه‌های تحقیقاتی مهم است. از طرفی دیگر، بهینه‌سازی مسیر نقش مهمی در صنعت هوافضا ایفا می‌کند، زیرا هواپیما و وسایل پرتابی قصد دارند به حداکثر کارایی در محیط‌های سخت و طاقت‌فرسا برسند.

یکی از روش‌های بهینه‌سازی مسیر، تدوین مسئلهٔ کنترل بهینه است که منجر به مسئله‌ای با شرایط مرزی مجزا (TPBVP) شده و حل آن با روش‌های عددی است [۲-۸]. در مرجع [۲] با روش عددی تفاضل محدود<sup>۳</sup> و در مرجع [۳-۴] با روش برهم‌گذاری<sup>۴</sup> به حل عددی مسئلهٔ کنترل بهینه پرداخته شده‌است. در مرجع [۳-۴] با استفاده از تکنیک اغتشاشات منظم، مسئلهٔ کنترل بهینه با یک سری فرضیات به صورت یک حل ترکیبی تحلیلی و عددی ارائه شده است که بخش عددی آن با روش برهم‌گذاری و بهینه‌سازی گرادیانی برای دستور کنترلی به دست آمده‌است. در مراجع [۵-۸] نیز با فرضیات ساده‌کننده‌ای از قبیل مسطح‌بودن زمین و عدم وجود نیروهای آیرودینامیکی رابطه‌ای تحلیلی برای زاویهٔ فراز به دست آمده است که معروف به رابطهٔ bilinear tangent law است. همچنین از تکنیک‌های مرتبه دوم<sup>۵</sup> که به صورت ریاضی و دارای حل عددی است، برای بهینه‌سازی مسیر استفاده شده است. در روش فوق، قیود انتهایی به صورت تابع جرمه بیان شده و توسط حل تقریبی به دست آمده، ارضا می‌شوند [۹].

اما تدوین مسئلهٔ کنترل بهینه برای مسائل و مدل‌های پیچیده، کاری مشکل و حتی غیرممکن است. بنابراین در این زمینه رویکرد بهینه‌سازی بر اساس شبیه‌سازی مطرح است [۱۰-۱۶]. اما در اکثر این مراجع به علت قابلیت بهینه‌سازی و تعیین پارامترهای کل سیستم، از بهینه‌سازی برای طراحی و تعیین بهینهٔ پارامترهای موشک مانند (مشخصه‌های جرمی، موتوری، هندسی و ...) استفاده شده و مسئلهٔ طراحی مسیر در این مراجع خیلی ساده در نظر گرفته شده یا اصلاً اشاره نشده‌است. بنابراین موضوع اکثر مراجعی که در این زمینه وجود دارند، بهینه‌سازی چند موضوعی<sup>۶</sup> (MDO) است. در مرجع [۱۰]، مسیر موشک حامل به صورت مسیری بالستیک در نظر

2. Advanced Launch System
3. Finite difference
4. Collocation
5. Second-Order Numerical Technique
6. Multidisciplinary Design Optimization

7. Global



شکل ۲- پروفایل ضریب نیروی پسا بر حسب ماخ و زاویه حمله

چگالی و دمای اتمسفر تابعی از ارتفاع بوده و برای آن از روابط ساده‌شده اتمسفر استاندارد و مرجع [۱۸] استفاده شده‌است. در این مقاله از مدل اتمسفر COESA که شامل مدل اتمسفر استاندارد COESA-extended U.S 1976 است، برای به دست آوردن فشار  $p$ ، چگالی  $\rho$  و سرعت صوت استفاده شده است. تمام مشخصه‌های حامل فضایی بر اساس مراجع [۲-۳] و [۱۱] تعیین شده و در جدول (۱) آورده شده‌است که در این جدول، جرم  $m_s$  جرم سازه،  $m_f$  جرم سوخت،  $m_p$  جرم محموله و  $t_s$  زمان جدایش مرحله اول از مرحله دوم است.

جدول ۱- مشخصه‌های حامل فضایی

| Parameter             | First stage | Second stage |
|-----------------------|-------------|--------------|
| $m_s$ (ton)           | 59          | 59           |
| $m_f$ (ton)           | 917         | 403          |
| $m_p$ (ton)           | 85          |              |
| $T_{vac}$ (kN)        | 25813       | 7744         |
| $I_{sp}$ ( $s^{-1}$ ) | 430         | 430          |
| $S_{ref}$ ( $m^2$ )   | 131.34      | 65.67        |
| $A_e$ ( $m^2$ )       | 37.51       | 11.25        |
| $t_s$ (s)             | 150         |              |

### تعریف مسئله بهینه‌سازی

هدف بهینه‌سازی، کمینه‌سازی مقدار مصرف سوخت یا بیشینه‌سازی وزن محموله قابل حمل است. بنابراین تابع هزینه، بیشینه‌سازی وزن محموله یا همان وزن انتهایی موشک است که عبارت است از:

$$J = m(t_f) \quad (9)$$

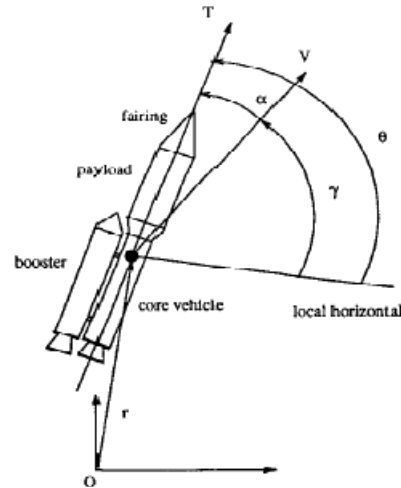
شرایط ابتدایی و انتهایی نیز عبارتند از:

$$\dot{v} = \frac{T \cos(\theta - \gamma) - D}{m} - \frac{\mu \sin \gamma}{r^2} \quad (1)$$

$$\dot{\gamma} = \frac{L + T \sin(\theta - \gamma)}{mv} + \left( \frac{v}{r} - \frac{\mu}{vr^2} \right) \cos \gamma \quad (2)$$

$$\dot{r} = v \sin \gamma \quad (3)$$

$$\dot{m} = -\frac{T_{vac}}{g_e I_{sp}} \quad (4)$$



شکل ۱- نیروهای وارد به حامل فضایی

که  $D$ ، نیروی پسا،  $L$ ، نیروی برآ،  $T$ ، نیروی پیشران،  $v$ ، اندازه سرعت،  $\gamma$ ، زاویه مسیر،  $m$  جرم حامل فضایی،  $I_{sp}$  ضریب ویژه موتور و  $\theta$  زاویه بدنه است که به‌عنوان ورودی کنترلی در نظر گرفته می‌شود. پارامتر  $\mu = 3.9906 \times 10^{14} \text{ m}^3 \text{ s}^{-2}$  نیز ثابت جهانی گرانش است. نیروی تراست به‌صورت زیر مدل‌سازی شده‌است:

$$T = T_{vac} - P_a A_e \quad (5)$$

که  $T_{vac}$  نیروی پیشران در خلأ،  $A_e$  مساحت نازل خروجی موتور و  $P_a$  فشار محیط است. نیروی برآ و پسا به‌صورت زیر هستند:

$$L = q S_{ref} C_L(\alpha, M), \quad D = q S_{ref} C_D(\alpha, M) \quad (6)$$

که  $S_{ref}$  سطح مرجع آیرودینامیکی،  $q$  فشار دینامیکی و  $\alpha$  زاویه حمله بوده و به‌صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$q = 0.5 \rho_a v^2, \quad \alpha = \theta - \gamma \quad (7)$$

مقدار ضریب نیروی برآ، مقدار ثابت ۳ در نظر گرفته شده‌است:

$$C_L = C_{L\alpha}(M) \alpha = 3\alpha \quad (8)$$

مقدار ضریب نیروی پسا که تابعی از عدد ماخ  $M$  و زاویه حمله  $\alpha$  است، به‌صورت شکل زیر است [۲]، [۱۷]:

چهار و همچنین ترکیب اسپلاین و خط مورد بررسی قرار گرفته است. منحنی اسپلاین در سال ۱۹۴۶ توسط فردی به نام شوئنبرگ<sup>۱۱</sup> مطرح شد و از همان ابتدا در صنایع هواپیماسازی و کشتی سازی و همچنین طراحی اتومبیل مورد استفاده قرار گرفت. رابطه زاویه فراز بر حسب زمان در اسپلاین درجه ۳ به صورت زیر است.

$$\begin{aligned} t_i \leq t \leq t_{i+1}, \quad i = 0, 1, \dots, n \\ \theta = a + b(t - t_i) + c(t - t_i)^2 + d(t - t_i)^3 \\ a = \theta_i \\ b = \theta'_i = \tan(s_i) \\ c = \frac{3(\theta_{i+1} - \theta_i) - (t_{i+1} - t_i)(2\theta'_i + \theta'_{i+1})}{(t_{i+1} - t_i)^2} \\ d = \frac{(t_{i+1} - t_i)(\theta'_i + \theta'_{i+1}) - 2(\theta_{i+1} - \theta_i)}{(t_{i+1} - t_i)^3} \end{aligned} \quad (18)$$

در روابط فوق،  $t$  زمان،  $\theta$  فرمان پیچ،  $n$  تعداد اسپلاین و  $s$  شیب نقاط گره اسپلاین یا همان نقاط ابتدایی ( $i$ ) و انتهایی آن ( $i+1$ ) است. بنابراین در هر اسپلاین، ۶ مجهول  $(t_i, t_{i+1}, \theta_i, \theta_{i+1}, \theta'_i, \theta'_{i+1})$  وجود دارند که با توجه به انتخاب تعداد اسپلاین و پیوستگی در مقدار یا پیوستگی در شیب، تعداد کل پارامترهای مجهول و به عبارتی تعداد کل متغیرهای طراحی مشخص می شود.

منحنی بزیر یکی از منحنی های پارامتری مهم در هندسه است که در زمینه گرافیک کامپیوتر و زمینه های مرتبط آن خیلی کاربرد دارد. منحنی بزیر در سال ۱۹۶۲ توسط یک مهندس فرانسوی به نام پییر بزیر<sup>۱۲</sup> ارائه شد و اولین بار در طراحی بدنه اتومبیل مورد استفاده قرار گرفت [۱۹]. از ویژگی های مهم این منحنی، انعطاف پذیری و همچنین یکنواختی آن است. با توجه به اینکه در طراحی مسیر حامل فضایی، طراحی منحنی زاویه فراز مدنظر است، برای اولین بار، ایده استفاده از منحنی بزیر در طراحی مسیر حامل فضایی، در این مقاله مطرح شده است. روابط ریاضی منحنی بزیر نیز به صورت زیر است:

$$\begin{aligned} s \in [0, 1] \\ t(s) = \sum_{i=0}^n \binom{n}{i} (1-s)^{n-i} s^i t_i = (1-s)^n t_0 + \\ \binom{n}{1} (1-s)^{n-1} s t_1 + \dots + s^n t_n \\ \theta(s) = \sum_{i=0}^n \binom{n}{i} (1-s)^{n-i} s^i \theta_i = (1-s)^n \theta_0 + \\ \binom{n}{1} (1-s)^{n-1} s \theta_1 + \dots + s^n \theta_n \end{aligned} \quad (19)$$

$$h(t_0) = 400 \text{ m}, \quad \gamma(t_0) = 89.5^\circ \quad (10)$$

$$v_m(t_0) = 65 \text{ m/s}, \quad t_0 = 15 \text{ sec}$$

$$h(t_f) = 148160 \text{ m}, \quad \gamma(t_f) = 0 \quad (11)$$

$$v_m(t_f) = 7819.7 \text{ m/s}$$

قیود مسئله نیز عبارتند از:

$$|\alpha q| \leq 2925 \text{ (rad.Pa)}, \quad q \leq 40698.2 \text{ (Pa)} \quad (12)$$

قیود نامساوی رابطه (۱۲) با استفاده از روابط زیر به قیود در لحظه انتهایی تبدیل می شوند:

$$\omega(t_f) \geq 0, \quad z(t_f) \geq 0 \quad (13)$$

که در رابطه فوق خواهیم داشت:

$$\dot{\omega} = \min(0, 40698.2 - q); \quad \omega(0) = 0 \quad (14)$$

$$\dot{z} = \min(0, 2925 - |\alpha q|); \quad z(0) = 0$$

ترکیب دو رابطه (۱۳) و (۱۴) برآورده کننده روابط نامساوی (۱۲) است. در حالتی که هر کدام از قیود نامساوی (۱۲) برقرار نباشند، داریم:

$$\dot{\omega} < 0, \quad \dot{z} < 0 \quad (15)$$

و بنابراین با انتگرال گیری از مقادیر منفی رابطه (۱۵) خواهیم داشت:

$$\omega(t_f) < 0, \quad z(t_f) < 0 \quad (16)$$

که الگوریتم بهینه سازی همواره تلاش می کند تا قیود (۱۳) برآورده شده و بنابراین قیود نامساوی (۱۲) همواره برقرار خواهد بود. همچنین در این مقاله، شرایط انتهایی (رابطه (۱۱)) مطابق زیر به صورت قیودی مساوی<sup>۱۳</sup> در نظر گرفته شده اند.

$$h(t_f) - 148160 = 0, \quad \gamma(t_f) = 0 \quad (17)$$

$$v_m(t_f) - 7819.7 = 0$$

## پارامتریزه کردن فرمان زاویه فراز

پارامتریزه کردن زاویه فراز یا همان  $\theta(t)$  توسط توابع اسپلاین و بزیر، مسائل بهینه سازی مسیر را به مسائل برنامه ریزی غیرخطی<sup>۹</sup> تبدیل می کند. در این مسئله برنامه ریزی غیرخطی علاوه بر جرم محموله که یکی از پارامترهای بهینه سازی بوده، مشخصه های گره های<sup>۱۰</sup> توابع اسپلاین و بزیر که شامل زمان و مقدار و شیب زاویه فراز در گره های آن است نیز جزء پارامترهای بهینه سازی هستند. در این مقاله توابع مرسوم و متداول در مورد اسپلاین مانند اسپلاین درجه ۳ و درجه

11. Schoenberg  
12. Pierre Bezier

8. Equality constraints  
9. Nonlinear Programming  
10. nodes

در روابط فوق،  $t$  زمان،  $\theta$  فرمان پیچ،  $n$  مرتبه منحنی بزیر و  $\binom{n}{i}$  ترکیب  $i$  از  $n$  است. پارامترهای مجهول این رابطه، مقادیر  $\theta_1, \dots, \theta_n, t_1, \dots, t_n$  است. در این مقاله با توجه به بررسی‌های مختلف منحنی‌های مرتبه ۷ و ۹ ارائه شده‌اند.

## الگوریتم بهینه‌سازی ژنتیک

به علت پیچیده و غیرخطی بودن و بعضاً ناپیوسته بودن قیدهای حاکم بر مسئله و همچنین گستردگی فضای طراحی، روش‌های بهینه‌سازی کلاسیک مانند روش‌های بهینه‌سازی گرادیانی قابلیت یافتن نقطه بهینه را ندارند. براین اساس کاربرد روش‌های نوین بهینه‌سازی که قادرند این‌گونه مسائل را با الهام گرفتن از فرآیندهای موجود در طبیعت حل کنند، راه‌حل مناسبی است. الگوریتم ژنتیک عبارت است از یک تکنیک بهینه‌سازی و جستجو که براساس اصول ژنتیکی و گزینش‌های طبیعی پایه‌ریزی شده است و به دلیل کاربردهای فراوان و آسان در پیاده‌سازی، در حیطه‌های متفاوتی مورد استفاده قرار می‌گیرد. هدف از این الگوریتم، استخراج جمعیتی مرکب از افراد مختلف تحت قوانین انتخابی به خصوصی است که منجر به پیشینه یا کمینه‌کردن تابع برازندگی<sup>۱۳</sup> می‌شود. به عبارتی دیگر، الگوریتم‌های ژنتیکی، روش‌های جستجوی تصادفی هستند که از فرآیند تکامل تدریجی زیستی الگو گرفته و با به کار بردن اصل بقای بهترین پاسخ‌ها بر روی یک جمعیت از آن‌ها، اقدام به ایجاد جواب‌های بهتر و مناسب‌تر می‌کند. الگوریتم ژنتیک خود زیرمجموعه‌ای یک روش بهینه‌سازی دیگری است که به روش‌های اکتشافی<sup>۱۴</sup> معروف هستند. الگوریتم ژنتیک توسط هالند<sup>۱۵</sup> و دانشجویانش در دهه ۱۹۷۰ توسعه داده شد [۲۰].

روش‌های بهینه‌سازی ژنتیک دارای کارایی کمتری نسبت به روش‌های گرادیانی در مسائل ساده هستند. کارایی الگوریتم ژنتیک وابسته به ارتباط مفید بین ساختار ژنتیکی یک ارگانیسم (genotype) با ویژگی‌هایی است که سبب منحصر کردن اعضای آن ارگانیسم می‌شود (phenotype).

الگوریتم ژنتیک برتری‌هایی نسبت به روش‌های دیگر دارد که می‌توان به امکان جستجوهای هم‌زمان در فضایی نمونه، امکان بررسی مسئله‌های با تعداد متغیر زیاد، مناسب بودن برای پردازش‌های موازی، امکان بهینه‌سازی متغیرهایی با سطوح هزینه بسیار پیچیده و عدم نیاز به اطلاعات مشتق اشاره کرد. از امتیازات دیگر این روش می‌توان به فراگیر بودن جستجو و عدم وجود محدودیت‌های روش‌های مستقیم و غیرمستقیم اشاره کرد. همچنین الگوریتم ژنتیک می‌تواند سبب تولید

نقطه شروع برای روش‌های جستجوی دیگر از جمله روش‌های مستقیم و غیرمستقیم شود که از آن جمله می‌توان به ترکیب الگوریتم ژنتیک با روش‌های گرادیانی و روش‌های حساب تغییرات اشاره کرد که برای افزایش دقت حل مورد استفاده قرار گرفته‌اند [۲۱-۲۲]. البته باید به این نکته توجه داشت که با وجود تمامی این برتری‌ها، این تکنیک بهترین راه‌حل برای حل تمامی مسائل نبوده و الگوریتم ژنتیک رسیدن به یک بهینگی جامع را تضمین نمی‌کند.

فرآیند بهینه‌سازی در الگوریتم ژنتیک با گروهی از کروموزوم‌ها که همانند یک جمعیت هستند، آغاز می‌شود. در مرحله بعدی، شایسته‌ترین کروموزوم‌ها و افرادی که بهتر با محیط منطبق شده‌اند، با اعمال سه عمل اصلی شامل محاسبه امتیاز برازندگی هر عضو جمعیت قدیمی، انتخاب اعضا بر اساس امتیاز برازندگی متعلق به آن عضو و ترکیب اعضای گزینش شده با استفاده از عملگرهای ژنتیکی از قبیل پیوند<sup>۱۶</sup> که ترکیب اعضا برای نسل بعدی و جهش<sup>۱۷</sup> که وظیفه تغییر محلی اعضای موجود را که منجر به پیدایش وراثت‌های مختلف و تولید تنوع ژنتیکی می‌شود بر عهده دارند، از میان جمعیت حاضر انتخاب و برای تولید نسل<sup>۱۸</sup> جدید با یکدیگر ترکیب می‌شوند. بنابراین نخبه‌سالاری و انتخاب برای حفظ افراد شایسته و حذف افراد با امتیاز بد مورد استفاده قرار می‌گیرند و عملگرهای پیوند و جهش، نسل جدید را تعیین می‌کنند.

همان‌طور که جمعیت به سمت نسل‌های بهتر می‌رود، اعضا به سمت بهینه‌نمودن تابع برازندگی قدم برمی‌دارند. این فرآیند تا زمانی که یکی از معیارهای همگرایی برآورده شود، ادامه می‌یابد. معیارهای همگرایی می‌تواند شامل تعداد نسل، زمان مشخص در حیات، شعاع همسایگی از برازندگی بهینه، عدم تغییر در برازندگی، تکران‌های مجاز تابع برازندگی و قیود غیرخطی و غیره باشد. در این مقاله از تعداد مشخص نسل، تکران‌های مجاز تابع هدف و قیود غیرخطی حاکم بر مسئله و عدم بهبود در مقدار برازندگی در یک محدوده زمانی مشخص شده به عنوان معیار همگرایی استفاده شده است. در این مقاله هدف، یافتن عناصر بردار کنترل یا همان زاویه فراز موشک براساس پیشینه‌نمودن بار محموله یا کمینه‌کردن مصرف سوخت است.

## تنظیم پارامترهای الگوریتم ژنتیک

در الگوریتم ژنتیک مورد استفاده برای این مسئله، اندازه جمعیت برابر با ۴۰ عضو و تعداد نسل برابر با ۳۰ عضو انتخاب می‌گردد. همچنین معیارهای توقف الگوریتم فوق مطابق جدول زیر اعمال شده است:

16. Crossover  
17. Mutation  
18. Generation

13. Fitness  
14. Heuristic  
15. Holland

## جدول ۲- معیارهای توقف الگوریتم ژنتیک

| Criteria                       | Value  |
|--------------------------------|--------|
| Generations                    | 30     |
| Time limit                     | Inf    |
| Fitness limit                  | -Inf   |
| Stall generations limit        | 200    |
| Stall time limit               | 40000  |
| Function tolerance             | 1e-010 |
| Nonlinear constraint tolerance | 1e-010 |

فضای جستجو برای الگوریتم ژنتیک به صورت زیر انتخاب شده است:

$$t \in [0,400] (s)$$

$$\theta \in [-20,90] (deg)$$

$$m_{payload} \in [60000,150000] (kg)$$

نوع جمعیت که بیانگر نوع ورودی و مشخص کننده تابع برازندگی است، به صورت DoubleVector تعریف می شود. همچنین تنظیمات مربوط به قیدهای مسئله مطابق جدول زیر برای الگوریتم در نظر گرفته شده است:

## جدول ۳- تنظیمات الگوریتم ژنتیک

| Parameter       | Value |
|-----------------|-------|
| Initial penalty | 100   |
| Penalty factor  | 100   |

از آنجا که امتیازات خام برازندگی بسیار پراکنده هستند، لذا باید به گونه ای آن ها را در محدوده مناسبی برای تابع گزینش، مقیاس کرد. با استفاده از روش رتبه ای<sup>۱۹</sup>، امتیازات خام را بر اساس رتبه هر عضو به جای امتیازش مقیاس می کنیم. رتبه هر عضو برابر مکان آن عضو در لیست رده بندی شده امتیازات است. رتبه برازنده ترین عضو، یک و عضو برازنده بعدی دو است. مقیاس بندی رتبه ای برازندگی، اثر پراکندگی امتیازات خام را از بین می برد. در مرحله گزینش، اعضای که بر اساس مقادیر شایستگی اشان مجازند اطلاعات ژنتیکی خود را به نسل های آینده منتقل کنند، انتخاب می شوند. بدین منظور از الگوریتم یکنواخت اتفاقی<sup>۲۰</sup> استفاده می شود. این الگوریتم، خطی را در امتداد جمعیت قدیم قرار داده است که هر کدام از کروموزومها متناسب با برازندگی مقیاس شده خود، طولی از خط را اشغال می کنند. الگوریتم در امتداد خط و در قدم های مساوی شروع به حرکت کرده و در هر قدم یکی از والدین را انتخاب می کند. اولین قدم یک عدد اتفاقی یکنواخت کوچکتر از اندازه قدم است.

در این مرحله باید چگونگی انتخاب افراد برگزیده را برای نسل آینده که منجر به ترکیب می شوند مشخص کرد. در این مقاله، دو فرزند نخبه از نسل قبلی وارد این نسل شد و ۸۰ درصد بقیه، توسط افراد دیگری غیر از افراد برگزیده و با عمل پیوند تشکیل می شوند.

بعد از گزینش والدین، داده های ژنتیکی آن ها با یکدیگر پیوند خورده و یک فرزند ایجاد می شود. برای پیوند داده ها از روش پیوند پراکنده<sup>۲۱</sup> استفاده شده که در آن یک بردار باینری اتفاقی به طول کروموزومها، تولید شده و ژنهایی که متناسب با عدد یک این بردار هستند، از والد اول و مابقی ژن ها از والد دوم انتخاب شده و با یکدیگر ترکیب می شوند و تشکیل فرزند می دهند. بعد از تولید نسل جدید، نوبت به جهش می رسد که سبب ایجاد تنوع ژنتیکی شده و شانس یافتن کمینه سراسری را که شعاع همگرایی کوچکی دارد، افزایش می دهد. برای جهش از روش گوسینی استفاده شده که در آن، الگوریتم هر کدام از ژن های انتخاب شده برای جهش را با یک عدد اتفاقی ترکیب می کند.

چنانچه عضو بهتری در نسل جدید تولید نشده باشد، الگوریتم با استفاده از عملگر نخبه سالاری<sup>۲۲</sup> بهترین عضو نسل گذشته را به نسل جدید کپی می نماید، به عبارتی دیگر نخبه سالاری برای جلوگیری از دست رفتن بهترین حل، اعمال می شود. یعنی اگر عضو دارای بزرگترین مقدار برازندگی در نسل جدید بر عضو نخبه نسل قبلی غلبه نکند، آن گاه عضو نخبه قدیمی، جایگزین بدترین عضو نسل جدید می شود [۲۳-۲۹].

به طور خلاصه می توان پارامترهای اصلی الگوریتم ژنتیک را همانند جدول زیر بیان کرد:

## جدول ۴- پارامترهای اصلی الگوریتم ژنتیک.

| قیدها            | نامساوی- مساوی، غیرخطی            |
|------------------|-----------------------------------|
| نوع جمعیت        | حقیقی                             |
| تعداد جمعیت      | 40                                |
| تابع تولید جمعیت | یکنواخت                           |
| مقیاس برازندگی   | Rank                              |
| انتخاب           | Stochastic Uniform                |
| تولیدمثل         | دو فرزند نخبه، ۸۰٪ مابقی از ترکیب |
| ترکیب            | Scattered                         |
| جهش              | Gaussian                          |

## نتایج بهینه سازی

در این بخش به بیان نتایج بهینه سازی با توجه به روش های ذکر شده در قسمت های قبلی می پردازیم. در جدول (۵) مقادیر بهینه وزن بار محموله،

21. Scattered  
22. Elitism

19. Rank  
20. Stochastic Uniform

قابل ذکر است که تمامی نتایج در یک شرایط یکسان با اعمال قیود مسئله و در یک زمان شبیه‌سازی برابر به‌دست آمده‌اند. شبیه‌سازی انجام‌شده در محیط سیمولینک و بهینه‌سازی مسئله با استفاده از ابزار GATool در نرم‌افزار متلب انجام شده‌است.

همچنین نمودارهای زاویه حمله، ارتفاع، زاویه مسیر پرواز و قید  $\alpha.q$  بزیر مرتبه ۹ با نتایج موجود در مرجع [۲] مقایسه و در شکل‌های (۱۵) تا (۱۸) نشان داده شده است. البته باید به این نکته توجه کرد که اطلاعات جرمی دقیقی از بخش‌های مختلف حامل مورد استفاده در مرجع فوق وجود نداشته و با حداقل داده‌های جرمی موجود در مرجع [۲]، مابقی پارامترهای مجهول جرمی تخمین زده شده (جدول ۱) و این مقایسه انجام گرفته است. در مرجع [۲]، مقدار بهینه بار مفید، حدود ۱۰ درصد کمتر از بار مفید به‌دست آمده در این مقاله است. البته با توجه به عدم اطمینان از تطابق مدل‌های جرمی و آیرودینامیکی و همچنین شرایط مرزی، بهینه‌گی این مقاله و مرجع [۲]، قابل مقایسه نیست. شرط مرزی سرعت انتهایی در مرجع [۲]،  $V_f = 7858.2 \text{ m/s}$  و در این مقاله

$$V_f = \sqrt{\frac{\mu}{h(t_f) + r_e}} = 7819.7 \text{ m/s} \text{ است.}$$

از تفاوت‌های نتایج به‌دست‌آمده در این مقاله با مرجع [۲]، تفاوت منحنی‌های فشار دینامیکی است (شکل ۱۸) که فارغ از تفاوت مقادیر آن، از لحاظ روند تغییرات نیز، کمی با هم متفاوت می‌باشند. مطمئناً حل مرجع [۲] چون بر اساس حل عددی مسئله کنترل بهینه بوده، حل کامل‌تری می‌باشد. در صورتی‌که بتوان از منحنی‌های بزیر مرتبه بالاتر و خصوصاً الگوریتم‌های بهینه‌سازی بهتری استفاده کرد، نتایج مشابه مرجع [۲] نیز قابل حصول خواهد بود.

### جمع‌بندی و نتیجه‌گیری

در این مقاله یک مدل جرم‌نقطه‌ای دوبعدی از یک حامل فضایی دومرحله‌ای ارائه شد که متغیر کنترلی مسیر، زاویه فراز است. این متغیر کنترلی با استفاده از توابع مختلف پارامتریزه شده و با استفاده از الگوریتم بهینه‌سازی ژنتیک، مقادیر پارامترهای آن به‌دست آمده‌است. نتایج شبیه‌سازی (جدول‌های ۵ و ۶ و همچنین شکل‌های ۳ تا ۱۴) نشان می‌دهند که منحنی بزیر مرتبه ۹ بهترین عملکرد را در ارضای شرایط مرزی انتهایی و همچنین بهینه‌گی وزن بار محموله دارد.

و همچنین اختلاف سرعت، ارتفاع و زاویه مسیر در لحظه انتهایی با مقادیر مطلوب نشان داده شده‌است. همچنین در جدول (۶)، مقادیر بهینه‌گی شرایط مرزی و بار محموله برای روش‌های مختلف، به‌صورت درصد نسبت به روش بزیر مرتبه ۹ نشان داده شده‌است. در جدول فوق، مقادیر منفی نشان‌دهنده دوری روش‌های فوق از حالت بهینه‌گی موردنظر نسبت به روش بزیر مرتبه ۹ است. همان‌طور که در جدول‌های (۵) و (۶) و شکل‌های (۳) و (۴) مشاهده می‌شود، با توجه به سایر پارامترها، منحنی بزیر مرتبه ۹ دارای بهترین وزن بار محموله است. منحنی متغیرهای مختلف مربوط به روش‌های مختلف مدل‌سازی زاویه فراز در شکل (۵) تا شکل (۱۴) آورده شده‌است. از آن‌جا که پارامترهای بهینه‌سازی در تمامی روش‌ها یکسان بوده است، با مقایسه نتایج، نقاط قوت و ضعف منحنی‌های مختلف در ایجاد مسیر مشخص می‌شود. اشکال نشان داده شده در شکل‌های (۵) تا (۱۲) به منظور مشاهده روند تغییرات حالت‌های مختلف مسئله بر حسب زمان و همچنین مقایسه این حالت‌ها در روش‌های مختلف است. اشکال جرم و سرعت و تراست بر حسب زمان، برای روش‌های فوق، دارای روند یکسانی است و تفاوت زیادی ندارند، اما در نمودارهای دیگر، تفاوت‌هایی در روند آن‌ها دیده می‌شود که با توجه به مشاهده این نمودارها می‌توان در مورد بهینه‌گی مسیر موردنظر تصمیم‌گیری کرد.

جدول ۵- شرایط نهایی روش‌های بهینه‌سازی

| پارامتر روش        | Number of Variable | $\Delta\gamma_f$ (deg) | $\Delta V_f$ (m/s) | $\Delta h_f$ (m) | $m_p$ (kg) |
|--------------------|--------------------|------------------------|--------------------|------------------|------------|
| Linear + an Spline | 13                 | 2.6e-6                 | 0.0811             | 1.33             | 95927.35   |
| Cubic Spline       | 14                 | 8.3e-7                 | 0.0426             | 0.174            | 93224.27   |
| 7th order Bezier   | 16                 | 2.05e-7                | 0.024              | 0.42             | 95538.06   |
| 9th order Bezier   | 20                 | 1.8e-7                 | 0.0087             | 0.18             | 95702.00   |

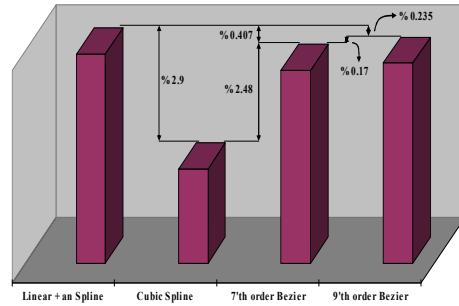
جدول ۶- جدول بهینه‌گی و شرایط مرزی

| پارامتر روش        | $\Delta\gamma_f$ (%) | $\Delta V_f$ (%) | $\Delta h_f$ (%) | $m_p$ (%) |
|--------------------|----------------------|------------------|------------------|-----------|
| Linear + an Spline | -13.4                | -8.32            | -6.4             | 0.24      |
| Cubic Spline       | -3.6                 | -3.9             | 0.03             | -2.65     |
| 7th order Bezier   | -13.4                | -8.32            | -6.4             | 0.24      |

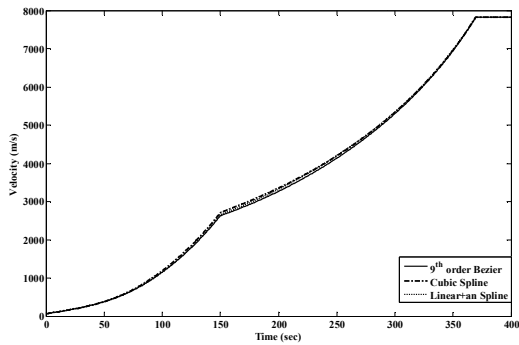


## شکل‌ها و نمودارها

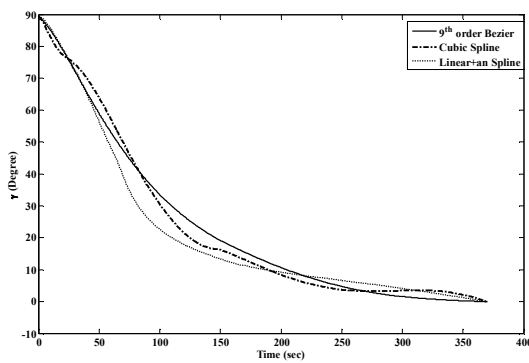
Compare Between MPayLoad (%)



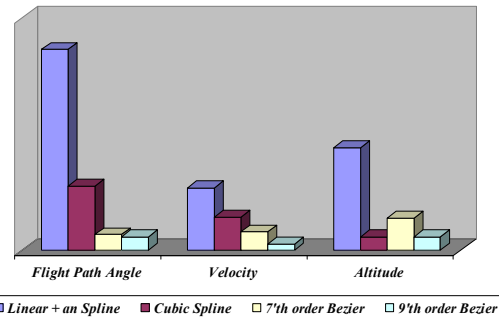
شکل ۳- مقایسه بارمفید روش‌های مختلف



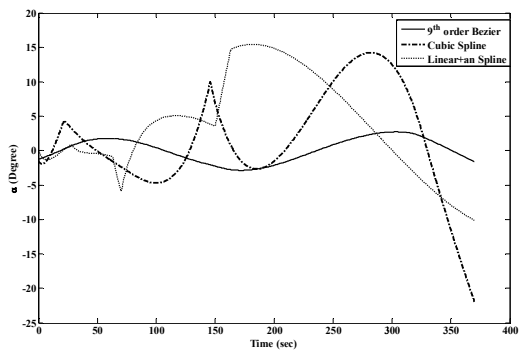
شکل ۷- سرعت بر حسب زمان



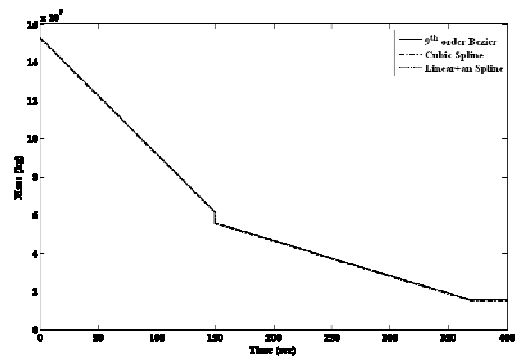
شکل ۸- زاویه مسیر پرواز بر حسب زمان



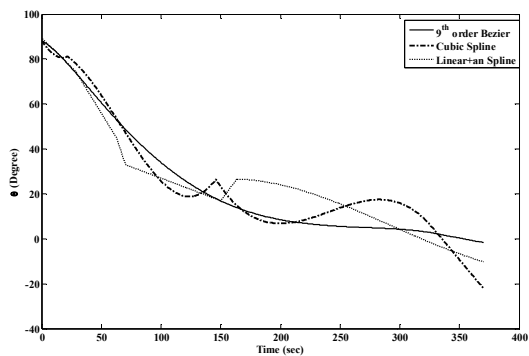
شکل ۴- مقایسه اختلاف زاویه مسیر پرواز، سرعت و ارتفاع نهایی با مقدار مطلوب برای روش‌های مختلف



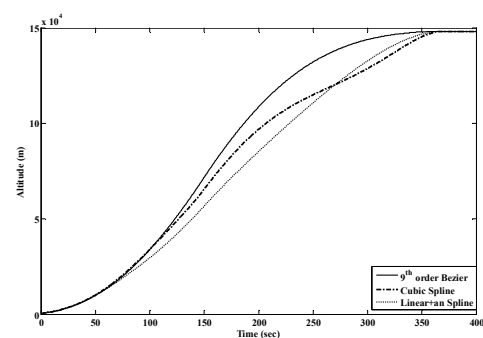
شکل ۹- زاویه حمله بر حسب زمان



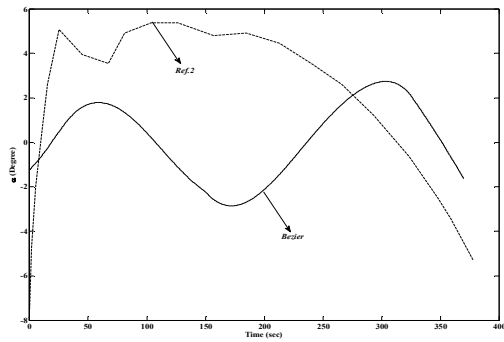
شکل ۵- جرم بر حسب زمان



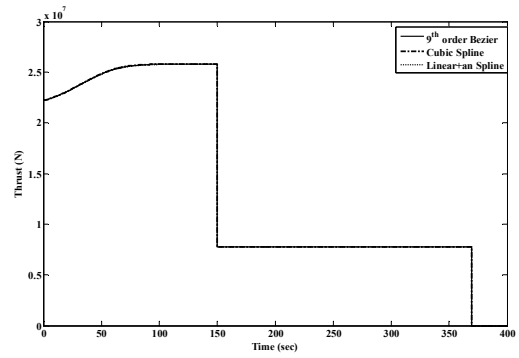
شکل ۱۰- زاویه فراز بر حسب زمان



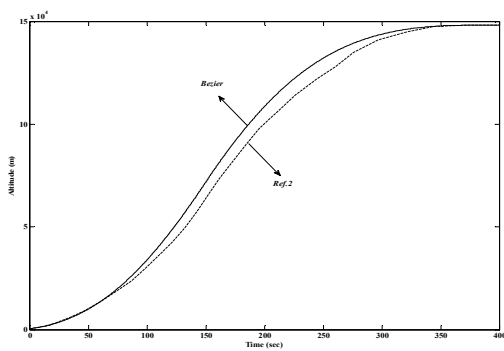
شکل ۶- ارتفاع بر حسب زمان



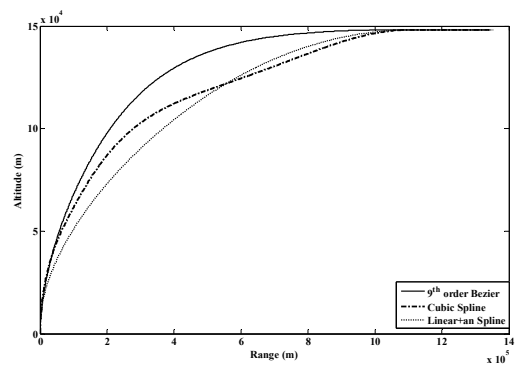
شکل ۱۵- مقایسه زاویه حمله به‌دست آمده از بزییر و مرجع ۲



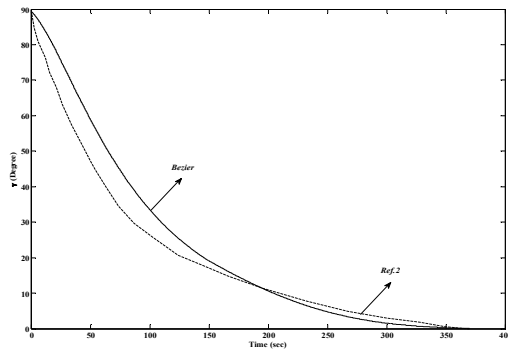
شکل ۱۱- تراست بر حسب زمان



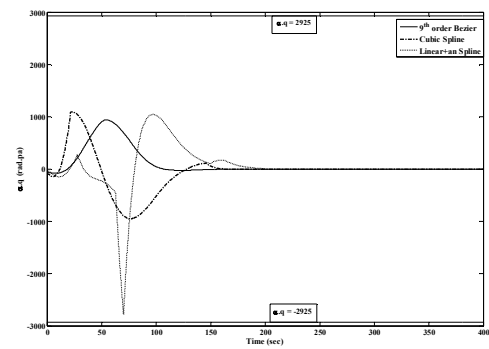
شکل ۱۶- مقایسه ارتفاع به‌دست آمده از بزییر و مرجع ۲



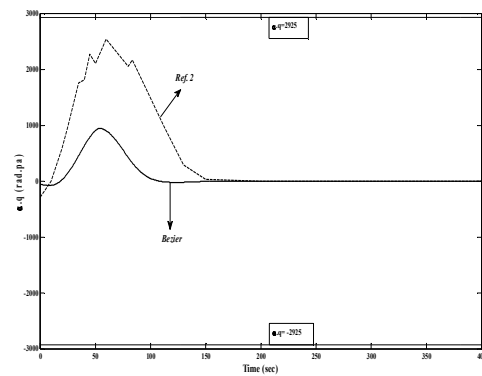
شکل ۱۲- ارتفاع بر حسب برد



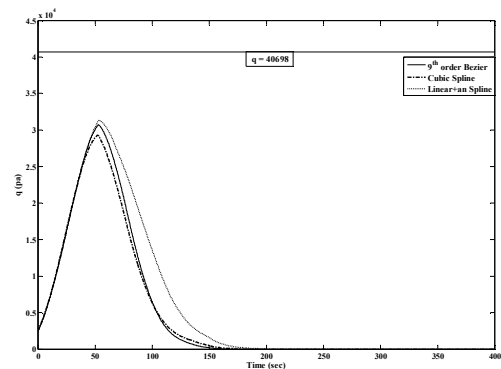
شکل ۱۷- مقایسه زاویه مسیر پرواز به‌دست آمده از بزییر و مرجع ۲



شکل ۱۳- قید  $\alpha.q$  بر حسب زمان



شکل ۱۸- مقایسه قید  $\alpha.q$  به‌دست آمده از بزییر و مرجع ۲



شکل ۱۴- قید  $q$  بر حسب زمان

## مراجع

- [۱۵] جمیل نیا، رضا و نقاش، ابوالقاسم. «بهینه سازی همزمان مرحله بندی و مسیر برای وسایل پرتابی»، *ششمین کنفرانس هوافضای ایران*، ۱۳۸۵.
- [۱۶] اسماعیل زاده، رضا و نقاش. ابوالقاسم، «بهینه سازی ترکیبی مسیر انتقال به ایستگاه فضایی با استفاده از الگوریتم ژنتیک»، *سیزدهمین کنفرانس سالانه مهندسی مکانیک*، ۱۳۸۵.
- [17] Pamadi. B. and Dutton. K., "An Aerodynamic Model for the Advanced Launch System Vehicle", *NASA TM*, 1992.
- [18] Anderson D. J., *Introduction to Flight*, 3<sup>rd</sup> ed., New York, McGraw-Hill, 1989.
- [19] Agoston M. K., *Computer Graphics and Geometrics Modeling*, London, Springer, 2004.
- [20] Randy L. Haupt and Sue Ellen Haupt, *Practical Genetic Algorithm*, Second Edition, Wiley, 2004.
- [21] Carin, T. P., Bishop, R. H., Fowler, W. T., and Rock, K., "Interplanetary Flyby Mission Optimization Using a Hybrid Global/Local Search Method", *Journal of Spacecraft and Rockets*, Vol. 37, No. 3, 1998.
- [22] Hartmann, J. W., Coverstone-Carroll, V. L. and Williams, S. N., "Optimal Interplanetary Spacecraft Trajectories via a Pareto Genetic Algorithm", *Journal of Astronautical Sciences*, Vol. 46, No. 3, 1998.
- [23] Sentinella, M. R. and Casalino, L., "Genetic Algorithm and Indirect Method Coupling for Low-Thrust Trajectory Optimization", *42<sup>nd</sup> AIAA/ASME/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference & Exhibit*, July 2006, Sacramento, California.
- [24] Gage, P. J., Braun, R. D. and Kroo, I. M., "Interplanetary Trajectory Optimization Using a Genetic Algorithm", *The Journal of the Astronautical Sciences*, Vol. 43, No. 1, 1995, pages 59-75.
- [25] Yokoyama, N. and Suzuki, Sh., "Modified Genetic Algorithm for Constrained Trajectory Optimization", *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, 2005, Vol. 28.
- [۲۶] کریمی، محمود، نجفی، فرید و گیور، مصطفی. "طراحی مسیر بهینه و بدون برخورد یک بازوی مکانیکی ماهر در مجاورت موانع بیضی گون توسط الگوریتم ژنتیک"، *پانزدهمین کنفرانس سالانه (بین المللی) مهندسی مکانیک*، دانشگاه صنعتی امیرکبیر، اردیبهشت ۱۳۸۶.
- [۲۷] رهنمون، علی و صیادی، حسن. "طراحی مسیر ربات های مستقل زیرآبی و بهینه سازی آن توسط الگوریتم ژنتیک"، *دوازدهمین کنفرانس سالانه و هشتمین کنفرانس بین المللی مهندسی مکانیک*، دانشگاه تربیت مدرس، اردیبهشت ۱۳۸۳.
- [۲۸] مرتضوی، مهدی و حجاری طاهری، مهدی. "حل مسئله حداقل زمان صعود هواپیمای جت به کمک الگوریتم ژنتیک"، *هفتمین همایش سالانه (بین المللی) انجمن هوافضای ایران*، دانشگاه صنعتی شریف، ۱۳۸۶.
- [29] "Genetic Algorithm and Direct Search Toolbox User's Guide", [on line], Available: <http://www.mathworks.com/>.
- [۱] روشنیان، جعفر، کریمی، حسن و میرشمس، مهران. *مقدمه ای بر طراحی موشک*، انتشارات دانشگاه خواجه نصیرالدین طوسی، ۱۳۷۸.
- [2] Hodges. D. H., Bless. R. R., Calise, A. J. and Leung, M., "Finite Element Method for Optimal Guidance of an Advanced Launch Vehicle", *J. of Guidance and control*, Vol. 15, No. 3, 1992, pages 664-671.
- [3] Feeley. T. S. and Speyer. J. L., "Techniques for Developing Approximate Optimal Advanced Launch System Guidance", *J. of Guidance and Control*, Vol. 17, No. 5, 1994, pp. 889-896.
- [4] Leung. M. S. K. and Calise. A. J., "Hybrid Approach to Near-Optimal Launch Vehicle Guidance", *J. of Guidance and Control*, Vol. 17, No. 5, 1994, Pages 881-888.
- [5] Roh. W. R. and Kim, Y., "Trajectory Optimization for Multi-Stage Launch Vehicle Using Time FEM Versus Collocation", *AIAA Conference*, AIAA-99-4072, 1999.
- [۶] میرشمس، مهران، کریمی، حسن و ناصح، حسن. «روندنامی پیشنهادی تعیین برنامه زاویه پیچ موشک حامل چندمرحله ای در فاز طراحی مفهومی»، *ششمین کنفرانس هوافضای ایران*، ۱۳۸۵.
- [۷] حیدری، محمدرضا. «طراحی مسیر بهینه موشک حامل»، *اولین کنفرانس عملی و کاربردی سازمان هوافضا*، ۱۳۷۹.
- [۸] علیزاده، محمدحسین و حاجی پور، رضا. "طراحی مسیر حرکت بهینه برای یک موشک حامل"، *دوازدهمین کنفرانس سالانه مهندسی مکانیک*، ۱۳۸۳.
- [9] Kelley. H. J., Uzzell. B. R. and McKay. S. S., "Rocket Trajectory Optimization by a Second-Order Numerical Technique", *AIAA Journal*, Vol. 7, No. 5, 1969, pages 879-884.
- [10] Bayley. D. J. and et al, "Design Optimization of a Space Launch Vehicle Using a Genetic Algorithm", *3<sup>th</sup> AIAA Multidisciplinary Design Optimization Specialist Conference*, *AIAA Paper 1863*, Hawaii, 2007.
- [11] Lu. P., "Nonlinear Trajectory Tracking Guidance with Application to a Launch Vehicle", *J. of Guidance and Control*, Vol. 19, No. 1, 1996, pages 99-106.
- [12] Akhtar. S. and Linshu. H., "Simulation-Based Optimization Strategy for Liquid Fueled Multi-Stage Space Launch Vehicle", *Proceeding of the Sixth International Conference on Parallel and Distributed Computing*, *IEEE*, 2005.
- [13] Qazi. M. D. and Linshu. H., "Efficient Sampling and Support Vector Regression for Multidisciplinary Design Optimization of Multistage Space Launch Vehicle", *44<sup>th</sup> AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit*, paper 342, Nevada 2006.
- [14] Esmaelzadeh, R., Naghash, A., and Mortazavi, M., "Hybrid Trajectory Optimization Using Genetic Algorithms", *Proceeding of the First International Conference on Modeling, Simulation and Applied Optimization*, 2005.