

Spectral Analysis of Time Series of Permanent GPS Station Positions Using HHT

F. Nobakht-Orsi^{1*}, M. A. Sharifi² and A. R. Safari³

1. Pars Oil and Gas Company, Oil Ministry

2, 3. Department of Surveying Engineering, University College of Technical, Tehran University

*Pars Oil and Gas Company, Tehran, IRAN

fndr1361@gmail.com

In this paper, Hilbert Huang transform (HHT) for time series analysis of the status of permanent GPS stations can be provided. Hilbert Huang transform and its, related spectrun is a new method for the analysis of nonlinear processes. This method represents not only a precision analysis in the time-frequency space, but also it declares the physics of the dynamic processes. This method has two speps. At the first step, the data is disintegrated into IMF elements by EMD method. At the second step Hilbert transform is applied for IMF elements and distribution of the time-frequency –Hilbert energy spectrum is then determined. In this spectrum, Location, frequency and energy defined by time events for the Hillbert transform will be reserved. So instantaneous frequency will have a major role in this method.

Keywords: Hilbert Huang transform, time series, spectrum, GPS

1. M. Sc. (Corresponding Author)
2. Assitant Professor
3. Assitant Professor

آنالیز طیفی سری زمانی موقعیت ایستگاه‌های دائمی GPS با استفاده از HHT

فریدون نوبخت ارسی^۱، محمدعلی شریفی^۲ و عبدالرضا صفری^۳

۱- شرکت نفت و گاز پارس، وزارت نفت

۲ و ۳- دانشکده مهندسی نقشه‌برداری، پردیس دانشکده‌های فنی، دانشگاه تهران

* تهران، خ فاطمی، شرکت نفت و گاز پارس

fndr1361@gmail.com

در این مقاله تبدیل هیلبرت هوانگ (HHT) برای آنالیز سری زمانی موقعیت ایستگاه‌های دائمی GPS ارائه می‌شود. تبدیل هیلبرت هوانگ و طیف وابسته به آن، روشی جدید برای آنالیز فرآیندهای غیرخطی و غیرایستا به شمار می‌رود. این روش نه تنها یک تحلیل دقیق از وقایع خاص در فضای زمان-فرکانس ارائه می‌دهد بلکه تفاسیر معنی‌دار فیزیکی‌ای از فرآیندهای دینامیکی را نیز بیان می‌کند. روش مذکور برای آنالیز داده‌ها در دو مرحله انجام می‌شود: در مرحله اول، داده‌ها به تعدادی از مؤلفه‌های IMF با استفاده از روش EMD تجزیه می‌شود و مرحله دوم، اعمال تبدیل هیلبرت به مؤلفه‌های IMF و ایجاد توزیع زمان-فرکانس-انرژی و سپس تعیین طیف هیلبرت است. در این طیف، مکان‌های زمانی رویدادها برای فرکانس و انرژی تعریف شده به وسیله تبدیل هیلبرت که مفهوم فیزیکی در هر نقطه دارد، محفوظ خواهند ماند. پدیده‌هایی مانند ناپیوستگی در یک سری زمانی، در مکان‌هایی از طیف فرکانس آن رخ می‌دهد که در این مکان‌ها دارای فرکانس موضعی ماکزیمم باشد. بنابراین، فرکانس لحظه‌ای نقش مهمی را در این روش خواهد داشت زیرا توابع پایه‌ای که برای بسط داده‌ها استفاده می‌شوند مشخصه‌های مکانی داده‌ها را توصیف می‌کنند.

واژه‌های کلیدی: تبدیل هیلبرت هوانگ، سری زمانی، طیف، GPS

مقدمه

تبدیل هیلبرت هوانگ^۴ را نوردن هوانگ در سال ۱۹۹۸، معرفی کرد [۴] و از زمان معرفی آن تا به امروز، در کاربردهای مختلف استفاده شده است. این روش، برای آنالیز داده‌های غیرخطی و غیرایستای متکی بر sifting داده‌ها براساس مقیاس زمان است. در قلب روش حاضر، فرآیند EMD^۵ قرار دارد که مؤلفه‌های IMF^۶ را برای یک

۱. کارشناس ارشد (نویسنده مخاطب)

۲. استادیار

۳. دانشیار

4. Hilbert Huang Transform (HHT)

5. Empirical Mode Decomposition

سیگنال تولید و داده‌های پیچیده را به شکل دامنه و فرکانس مدوله شده می‌کند. بنابراین، فرکانس‌های لحظه‌ای می‌توانند تعریف شوند. فرکانس لحظه‌ای بزرگ‌تر، دلالت بر نوعی ناپیوستگی در سیگنال می‌کند که به‌طور تصادفی رخ می‌دهد.

بر اساس مشخصه‌های مکانی سیگنال، فرکانس‌های لحظه‌ای را در هر نقطه می‌توان از طریق IMFها به دست آورد. این شکل IMFها پایه تجزیه و پایه‌ای کامل هستند و غالباً متعامند. بسط در جملات پایه IMF، نمایشی از توابع هارمونیک تعمیم‌یافته آنالیز فوریه با دامنه و فرکانس متغیر است. فرکانس و دامنه متغیر، تجزیه زمان-فرکانس از داده‌ها را فراهم می‌کند که در تفکیک عوارض غیرخطی

6. Intrinsic Mode Function

سیگنال مطابق آن‌ها تجزیه می‌شود. این مؤلفه‌ها براساس شرایط زیر تعریف می‌شوند [۷]:
الف) در هر IMF تعداد اکستریم‌ها و تعداد ریشه‌های صفر باید یکسان باشد و اگر یکسان نباشد در بیش از یک نقطه باید متفاوت باشند.
ب) هر IMF نسبت به میانگین موضعی متقارن است یعنی در هر لحظه میانگین پوش بالا و پوش پایین صفر است.
دو شرط فوق برای اجتناب از ناسازگاری در تعریف فرکانس لحظه‌ای لازم است.

EMD توابع پیچیده را به مؤلفه‌های سینوسی و چندجمله‌ای‌های مستقل به‌عنوان مد یا تابع مد طبیعی (IMF) تجزیه می‌کند. IMF‌های یک تابع به‌وسیله فرآیند sifting تعیین می‌شوند. sifting شامل تعیین پوش و تکرار تفاضلی میانگین موضعی m_n (تعداد شیف‌ها) از داده‌های اصلی $x(t)$ است تا میانگین موضعی باقی‌مانده‌ها (r_n) در مقایسه با داده‌های اصلی کوچک باشد. بعد از sifting مجموع تمام IMF‌ها و باقی‌مانده باید داده‌های اولیه را بازسازی کند. مراحل انجام این روش را می‌توان به صورت زیر بیان کرد:

گام اول: تمام اکستریم‌های موضعی را برای داده‌های اولیه $x(t)$ شناسایی کنید. همهٔ ماکزیمم‌ها را به‌وسیله اسپیلاین‌های مکعبی برای تولید پوش بالا مرتبط کنید (انترپولاسیون اسپیلاین‌های مکعبی بهتر از انواع دیگر انترپولاسیون‌ها برای تجزیه مؤلفه‌هاست) و روش را برای مینیمم‌ها تکرار تا پوش پایین را تولید کنید. پوش‌های بالا و پایین باید تمام داده‌های بین را شامل شود.

گام دوم: میانگین موضعی این دو پوش (m_1) را تعیین کنید.

گام سوم: میانگین را از داده‌ها کم کنید تا اولین IMF یعنی h_1 تعیین شود [۷]:

$$h_1 = x(t) - m_1 \quad (2)$$

از آنجا که ساخت h_1 باید تمام شرایط تعریف IMF را داشته باشد پس h_1 باید یک IMF باشد. در عمل تمام شرایط IMF تا مرحله قبلی حاصل نمی‌شود. بنابراین، فرآیند باید با استفاده از روش sifting تکرار شود. در نتیجه h_1 به‌عنوان داده‌هاست. پس [۷]:

$$h_{11}(t) = h_1(t) - m_{11} \quad (3)$$

که m_{11} میانگین پوش‌های بالا و پایین h_1 است.

گام چهارم: تا مرحله k که معمولاً کمتر از ده است فرآیند sifting را تکرار کنید تا IMF نهایی (h_{1k}) یافت شود. سپس اولین مقدار باقی‌مانده (r_1) را تعیین کنید [۷]:

$$h_{1k}(t) = h_{1(k-1)}(t) - m_{1k}(t) \quad (4)$$

و ناپایدار بسیار مؤثر است. مؤلفه‌های IMF، پررودهای مختلف در سیگنال اولیه را آشکار می‌کنند. در نهایت اطلاعات هر IMF با استفاده از تبدیل هیلبرت با یکدیگر ترکیب شده‌است و یک توزیع کامل زمان-فرکانس-انرژی را برای سیگنال ارائه می‌دهند. توزیع زمان-فرکانس دامنه (به عنوان طیف دامنه هیلبرت) یا مربع دامنه (طیف انرژی هیلبرت) به‌وسیله هوانگ و دیگران مطرح شده است. این نوع توزیع به طیف هیلبرت معروف است.

روش sifting

روش sifting به طور موضعی بزرگ‌ترین فرکانس نوسانات را از سیگنال اصلی استخراج می‌کند. این الگوریتم به صورت زیر است [۸]:

۱. تعیین مقدار اولیه: $r_0 = s$ (باقی‌مانده‌ها) و $K=1$ (عدد اندیس IMF)

۲. استخراج K امین IMF

الف- تعیین مقدار $h_0 = r_{k-1}$, $i=1$

ب- تعیین ماکزیمم‌ها یا مینیمم‌های نسبی h_{i-1}

ج- انترپولاسیون مینیمم‌های نسبی با استفاده از اسپیلاین مکعبی برای به‌دست‌آوردن پوش پایین Env_{i-1}^{low} و انترپولاسیون ماکزیمم‌های نسبی با به‌کارگیری اسپیلاین مکعبی برای به‌دست‌آوردن پوش بالایی Env_{i-1}^{up}

د- محاسبه میانگین دو پوش به صورت متوسط دو اسپیلاین مکعبی برازش شده در طول ماکزیمم‌ها و مینیمم‌های نسبی

$$m_{i-1} = \frac{1}{2} (Env_{i-1}^{up} + Env_{i-1}^{low}) \quad (1)$$

ه- به‌هنگام‌سازی $h_i = h_{i-1} - m_{i-1}$ و $i = i+1$

و- محاسبه معیار خاتمه (انحراف معیار SD_{ki})

ل- اگر $SD_{ki} \leq SD_{MAX}$ آنگاه $S_k = h_j$ غیراین صورت $i = i+1$

۳. به‌هنگام‌سازی باقی‌مانده‌ها $r_k = r_{k-1} - m_{i-1}$

۴. تکرار مراحل دو تا چهار با $K = K+1$ تا تعداد اکستریم‌ها در r_k کمتر از دو باشد.

الگوریتم EMD

روش EMD، یک سیگنال را به‌طور هماهنگ به مدهای نوسانی طبیعی که IMF‌ها نامیده می‌شوند، تجزیه می‌کند. IMF‌ها که با یکدیگر متعامد هستند به‌وسیله مشخصه‌های مقیاس زمانی در سیگنال تشخیص داده می‌شوند، سپس

باقی‌مانده شامل هیچ نوع نوسانی نیست و باید یک ثابت یا ترند داده‌ها باشد. IMFها شامل باندهای مختلف فرکانس است که از بزرگ به کوچک مرتب می‌شوند. مؤلفه‌های فرکانس در هر باند فرکانس متفاوت هستند.

HHT و طیف حاشیه‌ای^۷

تبدیل هیلبرت یک روش معروف آنالیز سیگنال است که به‌عنوان کانولوشن سیگنال $x(t)$ با $\frac{1}{t}$ و با تأکید بر خواص موضعی $x(t)$ به صورت زیر تعریف شده است [۱۱]:

$$y(t) = \frac{P}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x(\tau)}{t - \tau} d\tau \quad (10)$$

که P مقدار اصلی کوشی^۸ است. یک سیگنال آنالیتیک $z(t)$ با استفاده از مزدوج‌های $x(t)$ و $y(t)$ به‌صورت زیر تولید می‌شود [۱۱]:

$$z(t) = x(t) + i y(t) = a(t) e^{i\phi(t)} \quad (11)$$

که:

$$a(t) = \sqrt{x(t)^2 + y(t)^2} \quad (12)$$

$$\phi(t) = \arctan\left[\frac{y(t)}{x(t)}\right] \quad (13)$$

$a(t)$ دامنه لحظه‌ای است که بیانگر تغییرات انرژی $x(t)$ با زمان است و $\phi(t)$ فاز لحظه‌ای است.

یکی از ویژگی مهم تبدیل هیلبرت این است که اگر سیگنال $x(t)$ تک‌مؤلفه‌ای باشد، آن‌گاه مشتق زمانی فاز لحظه‌ای به مفهوم فرکانس لحظه‌ای سیگنال $x(t)$ خواهد بود؛ یعنی [۱۱]:

$$\omega(t) = \frac{d\phi(t)}{dt} \quad (14)$$

که $\omega(t)$ بیانگر فرکانس لحظه‌ای است.

قبل از انجام تبدیل هیلبرت، پردازش اولیه‌ای بر روی داده‌ها با استفاده از EMD صورت می‌پذیرد. این کار باعث می‌شود که داده‌ها به مجموعه‌ای از IMFها تجزیه شود که هر IMF دلالت بر یک مد نوسانی ساده می‌کند که مشابه یک تابع هارمونیک ساده است. با IMFهای به‌دست آمده، می‌توان تبدیل هیلبرت را بر روی هر مؤلفه IMF انجام داد و فرکانس لحظه‌ای را مطابق با معادلات (۱۱)، (۱۲) و (۱۳) محاسبه کرد. بعد از انجام تبدیل هیلبرت بر روی هر مؤلفه IMF، با استفاده از معادلات (۱۱) و (۱۳) هر IMF به شکل زیر بیان می‌شود [۱۱]:

$$c_j = \text{Re}\left[a_j(t) \exp(i[w_j(t) dt])\right] \quad (15)$$

بنابراین، داده‌های اولیه را به صورت زیر می‌توان بازسازی کرد [۱]:

در این مرحله c_1 را به صورت زیر در نظر بگیرید [۱]:

$$c_1(t) = h_{1k}(t) \quad (5)$$

مؤلفه c_1 شامل مؤلفه نرم‌ترین مقیاس مکانی یا کوتاه‌ترین پریود در سیگنال خواهد بود. c_1 را از داده‌ها حذف کنید تا باقی‌مانده به‌دست آید [۱]:

$$r_1 = x(t) - c_1 \quad (6)$$

باقی‌مانده r_1 شامل مؤلفه‌های بلندترین پریود است که به‌عنوان داده‌های جدید در نظر گرفته می‌شود و در معرض فرآیند sifting قرار می‌گیرد. این روش می‌تواند تکرار شود تا تمام باقی‌مانده‌های متوالی r_j به صورت زیر به‌دست آیند:

$$r_{i-1} - c_i(t) = r_i(t); \quad i = 2, 3, \dots, n \quad (7)$$

حال باقی‌مانده‌ها شامل اطلاعاتی در مورد مقیاس‌های بزرگ‌تر هستند. توقف فرآیند sifting نیازمند معیاری است که باید از قبل تعیین شود. این کار را می‌توان با محدود کردن مقدار SD انجام داد که از دو نتیجه متوالی sifting به صورت زیر به‌دست می‌آید [۸]:

$$SD_{ki}^2 = \sum_{t=1}^k \left[\frac{|h_{k(i-1)}(t) - h_{ki}(t)|^2}{h_{k(i-1)}^2(t)} \right] \quad (8)$$

فرآیند sifting با در نظر گرفتن معیار فوق و حصول شرایط زیر پایان می‌یابد:

الف) اگر انحراف معیار بین IMF جاری و IMF قبلی کوچک‌تر از مقدار همگرایی (SD) باشد، فرآیند همگرا بوده و متوقف می‌شود.

ب) وقتی که r_n تابعی یکنواخت از IMFهای استخراج شده درآید، آنگاه فرآیند تجزیه متوقف می‌شود. اگر داده‌ها دارای ترند باشد باقی‌مانده نهایی دارای ترند خواهد بود. بنابراین، داده‌های اولیه، مجموع مؤلفه‌های IMF و باقی‌مانده نهایی است. با IMFهای به‌دست آمده از EMD، تابع $x(t)$ را با استفاده از رابطه (۹) می‌توان بازسازی کرد [۶]:

$$x(t) = \sum_{i=1}^n c_i + r_n \quad (9)$$

که $c_i(t)$ ، آمین مد که دارای میانگین صفر است و r_n باقی‌مانده فرآیند sifting است که یک ترند با فرکانس پایین است و بعد از استخراج مؤلفه‌های با فرکانس بالا باقی می‌ماند و n تعداد IMFهاست. بنابراین، داده‌ها به n مؤلفه IMF و یک باقی‌مانده r_n تجزیه شده است. هر IMF استخراج شده به‌وسیله EMD، نشان‌دهنده یک مد نوسانی ساده موجود در سیگنال است و

7. Marginal spectrum

8. Cauchy

اندازه و بزرگی‌های g در اپوک‌های T_g بیان می‌کند. v خطاهای اندازه‌گیری مربوط به ایستگاه دائمی است. با فرض اینکه اپوک آفست‌ها معلوم هستند، مدل حرکت ایستگاه نسبت به ضرایب مجهول $x = [a \ b \ c \ d \ e \ f \ g]^T$ خطی است. بنابراین:

$$y = Ax + v \quad (20)$$

که A ماتریس ساختار از مشتقات جزئی است. ماتریس کووریانس مشاهدات با استفاده از وریانس تک‌تک مشاهدات (σ_i^2) از موقعیت-های روزانه به صورت زیر تعریف شده است:

$$C = \begin{bmatrix} \sigma_1^2 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \sigma_2^2 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_3^2 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & \sigma_N^2 \end{bmatrix} \quad (21)$$

جواب کم‌ترین مربعات وزن‌دار برای بهترین برآورد خطی نارایب از پارامترهای مجهول به صورت:

$$\hat{x} = (A^T C^{-1} A)^{-1} A^T C^{-1} y \quad (22)$$

و با کووریانس مجهولات $\hat{C}_x = \hat{\sigma}_0^2 (A^T C^{-1} A)^{-1}$ است. با استفاده از معادله (۳) باقی‌مانده‌های برآورده شده به صورت $\hat{v} = y - A\hat{x}$ به دست می‌آیند. فاکتور وریانس برآورده شده ($\hat{\sigma}_0^2$) نیز از رابطه زیر حاصل می‌شود:

$$\hat{\sigma}_0^2 = \frac{\hat{v}^T C^{-1} \hat{v}}{(N-u)} \quad (23)$$

که N تعداد موقعیت‌های روزانه و u تعداد مجهولات مدل هستند. $\hat{\sigma}_0^2$ مقیاس کووریانس‌های برآورده شده را برای عدم قطعیت داده‌ها تصحیح می‌کند.

آنالیز طیفی HHT سری زمانی موقعیت ایستگاه

دائمی GPS

این بخش، درباره جزئیات آنالیز طیفی HHT بحث می‌کند که برای تحلیل سری زمانی موقعیت روزانه ایستگاه‌های دائمی GPS که غیرایستا یا غیرخطی هستند می‌تواند مورد استفاده قرار بگیرد. در این مطالعه از اندازه‌گیری‌های پیوسته مربوط به دو ایستگاه دائمی GPS از شبکه SCIGN¹⁰ واقع در کالیفرنیا جنوبی (طول جغرافیایی ۱۱۴° الی ۱۲۱° غربی و عرض جغرافیایی ۳۲° الی ۳۶° شمالی) با پوشش زمانی هشت سال در فواصل سال‌های ۲۰۰۰ تا ۲۰۰۷ جهت ایجاد سری زمانی موقعیت روزانه استفاده شده است. تمامی مشاهدات GPS در این آنالیز از SOPAC¹¹ جمع‌آوری شده است [۱۲]. فایل‌های

$$x(t) = \text{Re} \sum_{j=1}^n a_j(t) \exp(i \int w_j(t) dt) \quad (16)$$

معادله (۱۵) دامنه و فرکانس هر مؤلفه را به صورت تابعی از زمان ارائه می‌دهد و معادله (۱۶) یک توزیع زمان-فرکانس از دامنه را نشان می‌دهد که طیف هیلبرت $H(\omega, t)$ نامیده می‌شود. نمایش فوریه متناظر به صورت زیر است [۱]:

$$x(t) = \text{Re} \sum_{j=1}^n a_j \exp(i w_j t) \quad (17)$$

که w_j و a_j ثابت هستند. با مقایسه معادلات (۱۶) و (۱۷)، HHT نشان‌دهنده یک تبدیل فوریه تعمیم یافته است که در آن دامنه و فرکانس با زمان تغییر می‌کنند.

با انتگرال‌گیری از طیف هیلبرت در طول زمان می‌توان طیف حاشیه‌ای را ترسیم کرد که تفسیر آسان برای آنالیز داده‌ها در قیاس با طیف هیلبرت را امکان‌پذیر می‌سازد. طیف حاشیه‌ای احتمال وجود یک فرکانس در برخی نقاط زمانی در سیگنال را تشریح می‌کند. این طیف، شبیه طیف فوریه است و به صورت زیر تعریف می‌شود [۳]:

$$M(\omega) = \int_0^T |a(\omega, t)|^2 dt \quad (18)$$

$a(\omega, t)$ دامنه است که تابعی از فرکانس لحظه‌ای در نقطه‌ای از زمان است. بنابراین طیف حاشیه‌ای اندازه‌ای از سهم دامنه کل (یا انرژی) در هر فرکانس ارائه می‌دهد.

مدل حرکت ایستگاه دائمی GPS

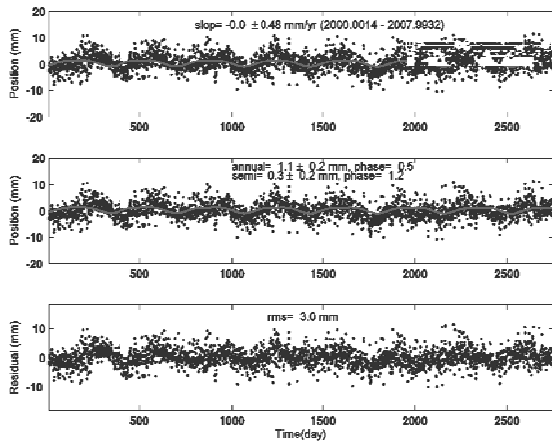
در آنالیز سری زمانی موقعیت، یک مدل برای حرکت ایستگاه دائمی (GPS) استفاده می‌شود که موقعیت ایستگاه ($y(t)$) در هر جهت را می‌توان به صورت رابطه (۱۹) بیان کرد [۹]:

$$y(t_i) = a + b(t_i - t_0) + c \sin(2\pi t_i) + d \cos(2\pi t_i) + e \sin(4\pi t_i) + f \cos(4\pi t_i) + \sum_{j=1}^{n_g} g_j H(t_i - T_{g_j}) + v_i \quad (19)$$

که t_i به ازای $i = 1, 2, \dots, N$ زمان هر اپوک در واحدهایی از سال و t_0 مبدأ زمان هستند. a و b به ترتیب موقعیت ایستگاه در زمان $t_i = t_0$ و سرعت ثابت ایستگاه را نشان می‌دهند. ضرایب c و d حرکت دوره‌ای سالیانه هستند. در حالی که e و f حرکت دوره‌ای نیم‌سالانه را توصیف می‌کنند. H تابع پله‌ای هویساید است. عبارت g_j ، آفست‌ها و پدیده‌های ژئوفیزیکی‌ای را برای هر تعداد n_g با

10. Southern California Integrated GPS Network
11. Scripps Orbit and Permanent Array Center

9. Global Positioning System



شکل ۲- سری زمانی موقعیت RYAN، جهت قائم

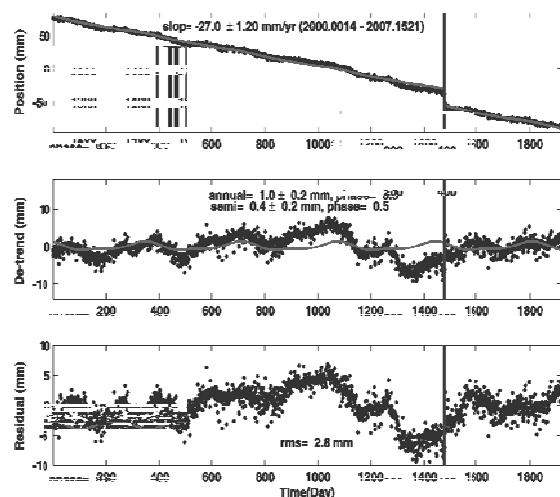
سری‌های زمانی مورد بحث در این مطالعه، خصوصیات یک سیگنال غیر ایستا را دارد. پس می‌توان آن را به‌طور دقیق به وسیله EMD تجزیه کرد و سپس با استفاده از تبدیل هیلبرت، طیف هیلبرت و طیف حاشیه‌ای آن را به‌دست آورد. در ادامه همین مسئله را مورد بحث قرار می‌دهیم.

شکل‌های (۳) و (۴) را ملاحظه کنید که IMF‌های استخراج شده از روش EMD برای سیگنال‌ها را نشان می‌دهند. نمودارهای فوقانی شکل‌ها، سیگنال ژئودتیکی را نشان می‌دهد. پنج نمودار زیر آن‌ها، IMF‌های استخراج شده را نمایش می‌دهند. آخرین نمودار این شکل‌ها نشان دهنده باقی‌مانده‌هاست. از نتایج شکل (۳) می‌توان محل یک پیک ۱۴ را در هر کدام از IMF‌ها در امتداد محور فرکانس‌های لحظه‌ای به‌دست آورد. در مقایسه با سیگنال اصلی، این پیک‌ها به‌عنوان ناپیوستگی در سری زمانی تعبیر می‌شوند. از آنجاکه هر ناپیوستگی یک تغییر ناگهانی در شدت دارد؛ بنابراین، فرکانس‌های بالا را برای کشف ناپیوستگی‌ها انتخاب می‌کنیم. نویز، معمولاً در اولین مد $c_1(t)$ که متناظر با فرکانس‌های بالا در سری زمانی است می‌تواند یافت شود. اگر اولین مد شامل داده‌های اصلی باشد که ناپیوستگی‌ها در آن کشف نشده است آنگاه دومین یا سومین مد بعد از آن بهترین انتخاب برای کشف ناپیوستگی‌ها خواهد بود. بنابراین، در IMF1، IMF2 و IMF3 به وضوح دیده می‌شود که محل ناپیوستگی سیگنال (چهارمین روز ۲۰۰۵) فرکانس بالایی دارد. همچنین، برخی پیک‌ها در IMF3 به صورت پررنگ ظاهر شده‌اند که آنها را می‌توان به فرکانس‌های سالیانه یا نیم‌سالیانه تعبیر کرد.

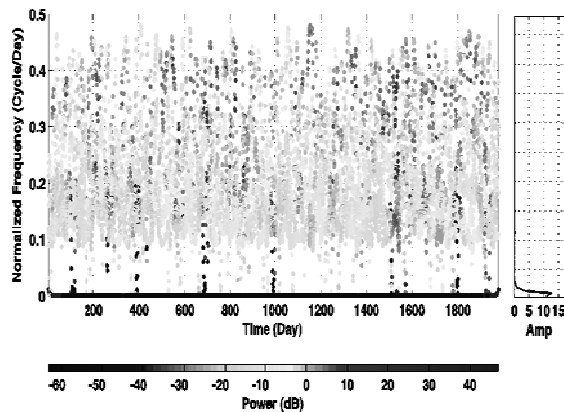
نمودارهای مربوط به IMF4 و IMF5 را ملاحظه کنید که در برخی مکان‌ها پیک به‌وجود آمده است. در مقایسه با سیگنال اصلی، هیچ دگرگونی یا تغییر در سری زمانی در این مکان‌ها یافت نمی‌شود.

مشاهداتی هر روز نیز در قالب فایل فشرده RINEX^{۱۲} از طریق ftp(lox.ucsd.edu) قابل دسترسی است. مختصات کارترین روزانه ایستگاه‌ها با استفاده از بسته‌های نرم‌افزاری نسخه ۹/۹۴ [King and Bock, 2000] و نسخه ۵/۰۴ [Herring, 2000] برآورد شده است. مختصات خام حاصل از GAMIT/GLOB با یکدیگر تلفیق شده و سری زمانی موقعیت سه بعدی ایستگاه‌های دائمی نسبت به فریم مرجع بین‌المللی تولید شده‌است و سپس سری زمانی موقعیت به‌دست آمده به سیستم مختصات توپوستریک تبدیل یافته‌اند.

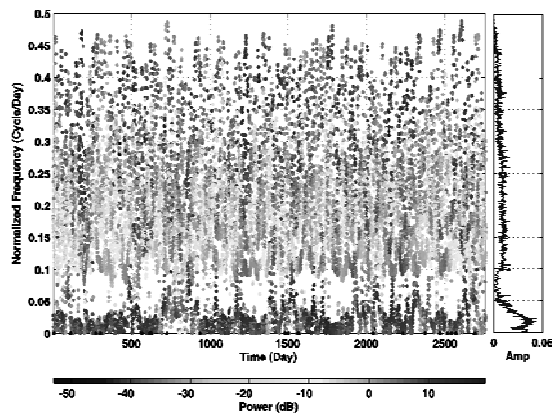
شکل‌های (۱) و (۲) به ترتیب، سری‌های زمانی موقعیت مدل شده در جهت شرق برای ایستگاه دائمی ISLK و در جهت قائم برای ایستگاه دائمی RYAN در یک سیستم مختصات محلی را نشان می‌دهد. نمودارها در شکل‌های (۱) و (۲)، موقعیت‌های روزانه ایستگاه همراه با مدل توصیف‌کننده حرکت هستند. مدل برای این سری‌های زمانی شامل: ترند خطی، سیگنال‌های پررنگ سالیانه، سیگنال‌های پررنگ نیم-سالیانه است؛ علاوه بر آن‌ها یک آفست در چهارمین روز (مربوط به اختلالات نرم‌افزاری) برای سری زمانی موقعیت مربوط به ایستگاه ISLK نیز دارد. مقادیر این پارامترها با استفاده از روش کم‌ترین مربعات وزن‌دار و با فرض نویز سفید بودن مشاهدات برآورد شده‌اند. بعد از به‌دست‌آوردن جواب اولیه برای مدل، مشاهدات اشتباه با اعمال یک الگوریتم پایدار بر روی باقی‌مانده‌های برآورد شده، کشف شده‌اند. نمودار میانی در هر دو شکل نیز همان داده‌ها و مدل را نشان می‌دهد به جز اینکه ترند خطی و آفست‌ها (با اپوک‌هایی که به‌وسیله خطوط قائم نمایان شده‌است) حذف شده‌اند. آخرین نمودارها در این شکل‌ها، باقی‌مانده‌های برآورد شده (اختلاف بین داده‌ها و مدل) را نمایش می‌دهند.



شکل ۱- سری زمانی موقعیت ISLK، جهت شرق

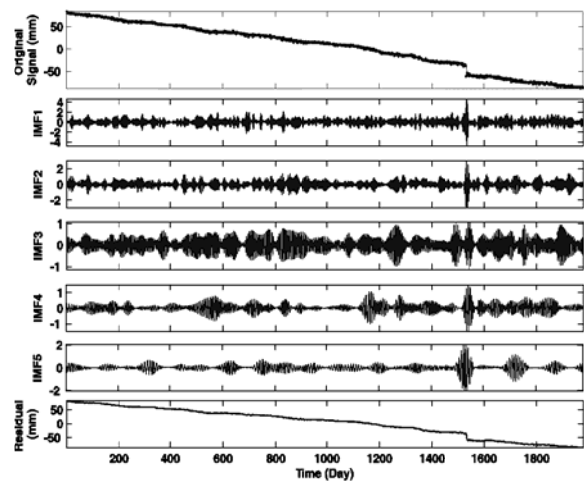


شکل ۵- طیف هیلبرت (سمت چپ) و طیف حاشیه‌ای (سمت راست) برای سری زمانی موقعیت ایستگاه ISLK جهت شرق

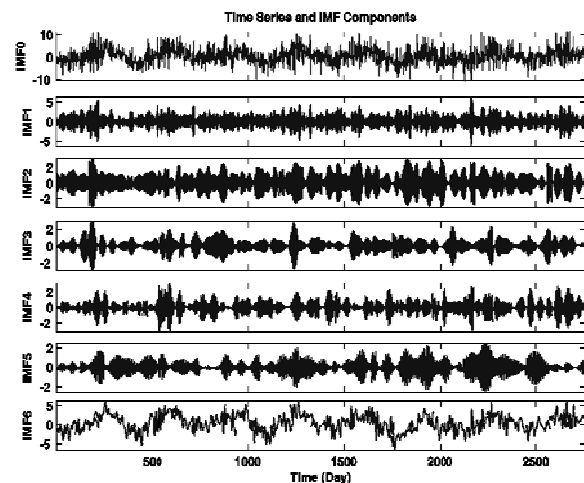


شکل ۶- طیف هیلبرت (سمت چپ) و طیف حاشیه‌ای (سمت راست) برای سری زمانی موقعیت ایستگاه RYAN جهت قائم

شکل‌های (۵) و (۶) طیف هیلبرت (سمت چپ) و طیف حاشیه‌ای (سمت راست) همان سیگنال‌ها را نشان می‌دهند. طیف هیلبرت، حجم انرژی لحظه‌ای و تغییرات فرکانس را در امتداد محور زمان برای هر IMF نشان می‌دهد. در این طیف، اطلاعات مربوط به زمان و فرکانس خیلی بهتر موضعی می‌شوند. در شکل (۵) که طیف HHT مربوط به ایستگاه ISLK است بیشترین انرژی در داخل باند $\frac{Cycle}{Day}$ $0.03 - 0.001$ قرار دارد و دقیقاً بیان می‌کند که در کجا رخدادهای با انرژی بالا در طول زمان اتفاق افتاده است. در این طیف برخی از فرکانس‌ها نزدیک به فرکانس $\frac{cycle}{day}$ 0.4 قرار دارند، اگر این فرکانس‌ها را به عنوان نتایج در نظر بگیریم، می‌توان آن‌ها را به عنوان نویز تفسیر کرد. به این معنی که بخش فرکانس غیردقیق چشم‌پوشی می‌شود. درحالی‌که در طیف مربوط به ایستگاه RYAN بیشترین انرژی در داخل باند $\frac{Cycle}{Day}$ $0.04 - 0.001$ قرار دارد.



شکل ۳- IMFهای استخراج شده از سری زمانی موقعیت ایستگاه ISLK جهت شرق



شکل ۴- IMFهای استخراج شده از سری زمانی موقعیت ایستگاه RYAN جهت قائم

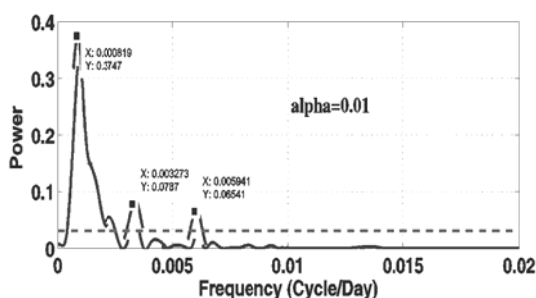
IMF6 که نشان‌دهنده باقی‌مانده‌هاست شامل یک نوسان ساده موجود در سیگنال است که به صورت یک ثابت یا ترند در داده‌هاست. در شکل (۴)، IMFهای استخراج شده از سری زمانی موقعیت ایستگاه RYAN در جهت قائم نشان داده شده است. در هیچ یک از IMFهای تولیدشده پیک قابل‌ملاحظه‌ای که دلالت بر ناپیوستگی کند، دیده نمی‌شود. فقط در برخی مکان‌ها پیک به وجود آمده است که در مقایسه با سیگنال اصلی، هیچ تغییری در سری زمانی در این مکان‌ها یافت نمی‌شود. IMFهای تولیدشده، یک مجموعه پایه برای سیگنال تجزیه شده را فراهم می‌کند و هر IMF متناظر با یک مقیاس زمانی متفاوت در سیگنال است. IMFها در تولید طیف HHT مورد استفاده قرار گرفته‌اند که در شکل (۵) و (۶) نشان داده شده است.

آنالیز طیفی کم‌ترین مربعات (LSSA)

در این مطالعه، علاوه بر این که روش آنالیز طیفی HHT مورد بحث و بررسی قرار گرفت، از روش آنالیز طیفی کم‌ترین مربعات، که قابلیت تست معنادار کردن نتایج را دارد، استفاده شد. در این روش، سری زمانی موقعیت ایستگاه‌های دائمی GPS به مؤلفه‌های پریودیک با فرکانس‌های مختلف تجزیه شده و تحلیل می‌شود. یکی از مهم‌ترین نکات در این روش، محاسبه توان طیف و استفاده از آزمون‌های آماری است. در مرجع [۱۳] به‌طور کامل بحث شده است که توان طیف، براساس الگوریتم طیفی کم‌ترین مربعات بهینه برای یک سری زمانی ایستا یا غیرایستا محاسبه می‌شود و آزمون‌های آماری نیز برای تعیین معنی‌داری بودن مؤلفه‌های به‌دست آمده، مطرح می‌شود.

در مواجهه با اکثر سری‌های زمانی موقعیت ایستگاه‌های دائمی GPS، در برخی فواصل زمانی گپ در بین داده‌ها مشاهده می‌شود. پس الزاماً سری زمانی باقی‌مانده‌ها یک سری هم‌فاصله نیست. بنابراین برای انجام آنالیز طیفی مشاهدات و استخراج فرکانس‌های معنی‌دار موجود، روش آنالیز طیفی کم‌ترین مربعات در قیاس با سایر روش‌های آنالیز طیفی مانند روش فوریه، بسیار سودمند است، زیرا این روش به گپی اطلاعات حساس نیست.

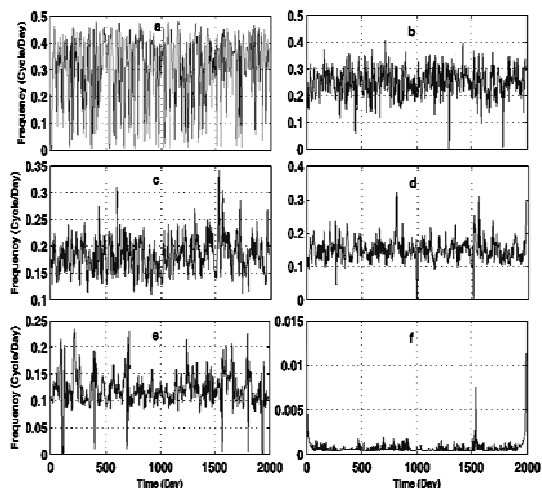
شکل‌های (۹) و (۱۰) نتایج حاصل از آنالیز طیفی کم‌ترین مربعات بر سری زمانی باقی‌مانده‌های ایستگاه‌های ISLK و RYAN را نشان می‌دهد. در شکل (۹) که طیف حاصل از LSSA برای باقی‌مانده‌های ایستگاه دائمی ISLK است، مقادیر عددی بزرگ‌ترین فرکانس‌های معنی‌دار (سه پیک مهم در طیف) برای این ایستگاه مشاهده می‌شود که این مقادیر به خوبی با آنچه از طیف هیلبرت به‌دست آمده است، سازگاری دارد. صرف‌نظر از پیک‌های مهم در طیف، مابقی طیف یکنواخت به‌نظر می‌رسد و ظاهراً دارای نوسانات تصادفی هستند. مشابه همین توجیه را برای ایستگاه دائمی RYAN می‌توان ارائه کرد (شکل ۱۰) و مقدار عددی بزرگ‌ترین فرکانس معنی‌دار طیف $(\frac{Cycle}{Day})_{0.003029}$ تطابق خوبی با مقادیر طیف هیلبرت دارد.



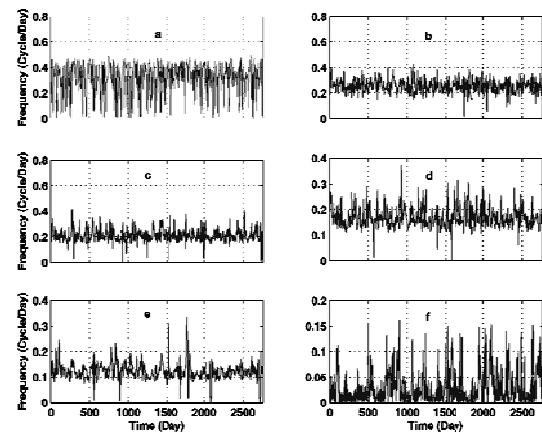
شکل ۹- توان طیفی باقی‌مانده‌های ایستگاه ISLK، جهت شرق

سهام دامنه از هر فرکانس به وسیله طیف حاشیه‌ای اندازه‌گیری می‌شود. طیف حاشیه‌ای اندازه‌ای از سهم کل دامنه (یا انرژی) از هر فرکانس را ارائه می‌دهد. این طیف یک انباشتگی دامنه را بر روی کل داده‌های سری زمانی با مفاهیم احتمالاتی نشان می‌دهد. در نمودار سمت راست (شکل ۳) که طیف حاشیه‌ای همان سری زمانی را نشان می‌دهد به‌وضوح دیده می‌شود که انرژی سیگنال به‌طور عمده در قلمرو فرکانس‌های پایین متمرکز شده است.

بعد از آنالیز قلمرو فرکانس به‌وسیله HHT، می‌توان فرکانس‌ها را به چند گروه تقسیم‌بندی کرد و آن‌ها را به ترتیب نزولی مرتب کرد. در شکل‌های (۷) و (۸) فرکانس‌های لحظه‌ای برای هر IMF نشان داده شده است. این نمودارها به‌طور کمی توزیع زمان-فرکانس مشخصه‌های نوسان در داده‌ها را نشان می‌دهند. با مقایسه دقیق شکل‌های (۷) و (۸) می‌توان دریافت که بزرگ‌ترین IMF (یعنی IMF 6 یا باقی‌مانده‌ها)، متناظر با کم‌ترین نوسان (نمودار f، شکل‌های ۷ و ۸) طیف هیلبرت یا توزیع انرژی در عباراتی از حجم فرکانس است.



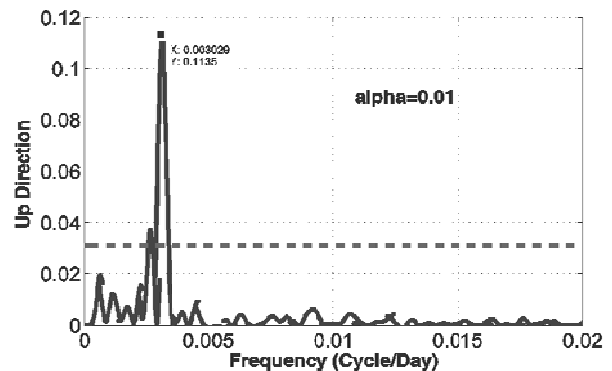
شکل ۷- فرکانس‌های لحظه‌ای متناظر با IMF‌های استخراج شده برای سری زمانی موقعیت ایستگاه ISLK، جهت شرق



شکل ۸- فرکانس‌های لحظه‌ای متناظر با IMF‌های استخراج شده برای سری زمانی موقعیت ایستگاه RYAN، جهت قائم

- [4] Ortega, J., and Smith, G. H., "Spectral Analysis of Storm Waves Using the Hilbert-Huang Transform," *17th International Offshore and Polar Engineering Conference*, Lisbon, 2007.
- [5] Jun-Wei, H. and Bernd, M., "Empirical Mode Decomposition Based Instantaneous Spectral Analysis and its Applications to Heterogeneous Petrophysical Model Construction," *CSPG CSEG CWLS CONVENTION*, Calgary, Alberta, Canada, 2009.
- [6] Chappell, M. A. Payne, S. J. "A Method for the Automated Detection of Venous Gas Bubbles in Humans Using Empirical Mode Decomposition," *Annals of Biomedical Engineering*, Vol. 33, No.10, 2005, pp. 1411-1421.
- [7] Chang, M. P. J. L., Roura, E. A., Font, C. O., Gilbreath, CH., and Oh, E., "Applying the Hilbert-Huang Decomposition to Horizontal Light Propagation c_n^2 Data," *Proceeding of SPIE*, Vol. 6 p. 268, 2006.
- [8] Min-Wen, C., Extraction of Spatial Frequencies Using Empirical Mode Decomposition and Their Applications to 2-D Edge Detection and Classification, (M. Sc. Thesis), Department of Computer Science Information Engineering, National Cheng Kung University, Tainan, Jun 2005.
- [9] Rosanne, N., Observation of Geodetic and Seismic Deformation with the Global Positioning System, (PhD. Thesis), University of California, San Diego, 2002.
- [10] Ray, R. Zh., M. ASCE., Shuo. M., Erdal. S., M. ASCE, and Stephen. H., "Hilbert-Huang Transform Analysis of Dynamic and Earthquake Motion Recording," *Journal of Engineering Mechanics*, Vol. 129, NO. 8, 2003, pp.861-875.
- [11] Mao, Y., QUE, P. and Zhang, Q. "Ultrasonic Thickness Inspection of Oil Pipeline on Marginal Spectrum of Hilbert-Huang Transform", *17th World Conference on Nondestructive Testing*, Shanghai, China, 2008.
- [12] [on line]: Available, <http://sopac.ucsd.edu/maps>

[۱۳] نوبخت، فریدون. ارزیابی روش‌های مختلف آنالیز سری زمانی موقعیت ایستگاه‌های شبکه دائمی GPS، مطالعه موردی: ایستگاه‌های شبکه دائمی GPS کالیفرنیا جنوبی، (پایان‌نامه کارشناسی ارشد)، گروه مهندسی نقشه‌برداری، دانشکده فنی دانشگاه تهران، اسفند ۱۳۸۸.



شکل ۱۰- توان طیفی باقی‌مانده‌های ایستگاه RYAN، جهت قائم

نتیجه‌گیری

در این مقاله روش EMD و آنالیز طیفی هیلبرت متناظر با آن، به‌عنوان روشی جدید برای آنالیز سری زمانی غیرایستا و غیرخطی مورد بحث قرار گرفت. در داخل این روش، فرآیند sifting برای تولید IMFها بیان شد که داده‌های پیچیده را به شکل دامنه و فرکانس مدوله شده تبدیل می‌کند و منجر به تعریف فرکانس - لحظه‌ای می‌شود. این IMFها تقریباً متعامند و پایه‌ای کامل برای تجزیه داده‌ها هستند. این روش، بهتر از روش‌های مرسوم پردازش داده‌ها، مانند آنالیز طیفی کم‌ترین مربعات در استخراج برخی عوارض عمل می‌کند و در مطالعات زلزله‌شناسی و حرکات دینامیکی غیرایستا کاربرد دارد.

مراجع

- [1] Ayenu-Prah, A. Y. and Attoh-Okine, N. O., "Comparative Study of Hilbert-Huang Transform, Fourier Transform and Wavelet Transform in Pavement Profile Analysis," *Vehicle System Dynamics*, Vol. 47, No. 4, 2009, pp.437-456.
- [2] Vincent, C., Draxl, C., Giebel, G., Pinson, P., Jorgensen, J. and Mohrlen, C., "Spectral Verification of a Mesoscale Ensemble," *EWEC'09, European Wind Energy Conference*, Marseille, 2009.
- [3] Camp, J. B., Cannizzo, J. K. and Numata, K., "Application of the Hilbert Huang Transform to the Search for Gravitational Waves," *Laboratory for Gravitational Physics, Goddard Space Flight Center*, Greenbelt, 2006.