JSST
Journal of Space Science & Technology

Vol. 4, No. 1 & 2, Spring and Summer 2011

Atomyzasion Modeling the Rotating Spray Slime

F. Ommi[1], S. Askari Mahdavi[2]*, S. M. Hosein- Alipour[3] and E. Movahed-Nezhad[4]

1,2. Aerospace Gorup, Faculty of Engineering, University of Tarbiat Modarres

3. Faculty of Mechanical Engineering, Iran University of Science and Technology

4. Department of Energy Conversion, Faculty of Engineering, Tarbiat Modarres University

*Jalal Al-e Ahmad St., Nasr Bridg, Tehran, IRAN

askari1978@yahoo.com

A linear instability analysis of an annular liquid sheet emanating from an atomizer subjected to inner and outer air streams to investigate the liquid viscosity and swirl velocity on the maximum growth rate has been carried out. The dimensionless dispersion equation that governs the instability of a viscous annular liquid sheet under air streams was derived with linear stability analysis. The dispersion equation solved by numerical method and investigated viscosity and swirl velocity effect on maximum growth rate and its corresponding unstable wave number. The results show that decrease in viscosity has positive effect on maximum growth rate and its corresponding unstable wave number. At low liquid swirl Weber number liquid swirl has a stabilizing effect and at high liquid swirl Weber number liquid swirl velocity has a destabilizing effect on the liquid sheet. The growth rate can be related to the breakup length of the liquid sheet and when the growth rate increase, breakup length was shorter. The drop diameter dependent to the wave number and decrease with increase on it that afford to improvement the combustion and decrease the specific fuel consumption.

Keywords: linear Instability, growth rate, Atomization, Primary breakup, swirl jet

1. Assistant Professor
2. M. Sc. (Coresspondin Author)
3. Assistant Professor
4. PhD Student

JSST
فصلنامهٔ علمی - پژوهشی علوم و فناوری فضایی

جلد ۴/ شمارهٔ ۱ و ۲/ بهار و تابستان ۱۳۹۰
ص. ص ۴۸-۳۹

مدل‌سازی اتمیزاسیون اولیه اسپری چرخان لزج

فتح ا.. امی[۱]، سید عسکری مهدوی[*۲]، سیدمصطفی حسینعلی پور[۳]، احسان موحد نژاد[۴]

۱ و۲- گروه هوافضا، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه تربیت مدرس
۳- دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی علم و صنعت ایران
۴- گروه تبدیل انرژی، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه تربیت مدرس

*تهران، جلال آل‌احمد، پل نصر
askari1978@yahoo.com

در این مقاله، تلاش شده است تا اثر ویسکوزیته و سرعت چرخشی مایع روی اتمیزاسیون یک اسپری حلقوی توخالی لزج چرخان تحت نوسانات سینوسی و جریان هوای غیرلزج بررسی شود. این کار به روش تئوری پایداری خطی انجام شده است و در نهایت معادلهٔ توزیع بدون بعد نرخ رشد موج، که بر ناپایداری لایهٔ حلقوی مایع حاکم است، به‌دست می‌آید. این معادلهٔ غیرخطی با روش عددی حل و اثر لزجت و سرعت چرخشی مایع روی ماکزیمم نرخ رشد موج و عدد موج معادل آن بررسی شده است. نتایج نشان می‌دهد که کاهش ویسکوزیتهٔ مایع موجب افزایش ماکزیمم نرخ رشد موج و عدد موج معادلش می‌شود. چرخش مایع در اعداد وبر چرخشی پایین، موجب کاهش ناپایداری و در اعداد وبر چرخشی بالا، موجب افزایش ناپایداری لایهٔ مایع می‌شود. نرخ رشد موج با طول شکست اولیهٔ اسپری مرتبط است و بر اثر افزایش آن طول شکست اولیهٔ جت کوتاه‌تر می‌شود. قطر قطرات نیز به عدد موج معادل ماکزیمم نرخ رشد موج بستگی دارد و با افزایش عدد موج، کاهش می‌یابد که نتیجهٔ آن بهبود احتراق و کاهش مصرف سوخت ویژه است.

واژه‌های کلیدی: ناپایداری خطی، نرخ رشد، اتمیزاسیون، شکست اولیه، جت چرخشی

علائم و نشانه‌ها

قدرت گردابه	$A(m^2/s)$
نسبت چگالی گاز به مایع	g
نسبت شعاع درونی به شعاع بیرونی	h
تابع بسل اصلاح شده نوع اول مرتبه n	I_n
تابع بسل اصلاح شده نوع دوم مرتبه n	K_n
عدد موج محوری	$k=1/\lambda(1/m)$
عدد موج جانبی (دایره‌ای)	n
فشار متوسط	$P(N/m^2)$
نوسان فشار	$p'(N/m^2)$
شعاع داخلی لایهٔ مایع	$R_a(m)$
شعاع خارجی لایهٔ مایع	$R_b(m)$
مختصات شعاعی	$r(m)$
زمان	$t(s)$
مختصات محوری	$x(m)$
سرعت متوسط محوری	$U(m/s)$
نوسان سرعت محوری	$u(m/s)$
سرعت متوسط شعاعی	$V(m/s)$
نوسان سرعت شعاعی	$v(m/s)$
سرعت متوسط مماسی	$W(m/s)$
نوسان سرعت مماسی	$w(m/s)$
عدد وبر	$We=\rho U^2 R_b/\sigma$

علائم یونانی

تغییر مکان نوسانات	$\eta(m)$
چگالی	$\rho(kg/m^3)$
تنش سطحی	$\sigma(kg/s^2)$

۱. استادیار
۲. کارشناس ارشد (نویسندهٔ مخاطب)
۳. استادیار
۴. دانشجوی دکتری

دریافت مقاله: ۸۸/۰۷/۰۵، تأیید مقاله: ۹۰/۰۵/۱۲

فرکانس زمانی	$\omega(1/s)$
زاویهٔ سمتی	$\theta(rad)$
اختلاف فاز	$\varphi(rad)$
زیرنویس‌ها	
هوای داخل	i
مایع	l
هوای خارج	o
چرخشی	s

مقدمه

انژکتورهای چرخان به‌طور گسترده در موتورهای توربین گاز، دیگ‌های صنعتی، صنایع کشاورزی و موتورهای با پاشش مستقیم بنزین[5] استفاده می‌شوند [۱]. این انژکتورها اسپری مخروطی توخالی را که به‌علت چرخش اولیه به‌طور شعاعی پخش می‌شود، با فشار کمتری نسبت به موتورهای دیزل تولید می‌کنند [۲]. اتمیزاسیون جت مایع به‌علت رشد امواج ناپایدار در سطح مشترک گاز- مایع بر اثر تقابل نیروهای ایرودینامیکی میان گاز و مایع انجام می‌شود [۳]. تاکنون مطالعات تحلیلی و تجربی روی مکانیزم اتمیزاسیون را محققانی چون رایلی، تیلور، وبر، آنسرگ، ریتز، براکو، ابراهیم و دیگران انجام داده‌اند [۴]. افراد فوق در تحقیقات خود با درنظرگرفتن شرایط مرزی، معادلات پیوستگی، مومنتم مایع و گاز، و ساده‌سازی، در نهایت به رابطهٔ توزیع نرخ رشد موج رسیدند. نرخ رشد موج بخش موهومی فرکانس موج است که در یک عدد موج بحرانی رخ می‌دهد و موجب شکست جت مایع و تبدیل آن به تکه‌های استوانه‌ای مایع و سپس قطره می‌شود. آنالیز پایداری خطی لایهٔ مایع تحت تأثیر گاز محیط، تنش سطحی و ویسکوزیتهٔ مایع در فرایند رشد موج توسط ریتز و همکارانش ارائه شده است [۱]. لیائو با صرف‌نظر از ویسکوزیتهٔ مایع در یک مرحله با اعمال چرخش و در مرحلهٔ بعد بدون اعمال چرخش گاز و مایع ناپایداری جت مایع را بررسی کرد [۷-۵]. سپس او با درنظرگرفتن ویسکوزیتهٔ مایع، چرخش گاز و صرف‌نظر از چرخش مایع ناپایداری، لایهٔ مایع را مورد بررسی قرار داد [۸]. ابراهیم با اعمال مایع غیرلزج چرخان و گاز چرخان و غیرچرخان از روش‌های خطی و غیرخطی برای تحلیل خود استفاده کرد [۱۱-۹]. در این مقاله، اتمیزاسیون یک اسپری مخروط توخالی لزج چرخان تحت نوسانات سینوسی و جریان هوای غیرلزج، برای اولین بار در کشور بررسی شده است. در نهایت تأثیر ویسکوزیته و سرعت چرخشی مایع بر اتمیزاسیون اسپری مورد بحث قرارگرفت.

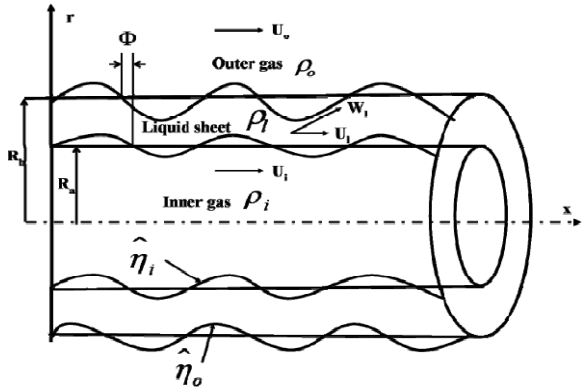
5. Gasoline Direct Injection (GDI)

آنالیز پایداری خطی

آنالیز پایداری خطی شامل فرضیات مدل، معادلات نوسانات خطی، شرایط مرزی، نوسانات فشار در لایه مایع، نوسانات فشار در گاز و مکانیزم شکست جت حلقوی مایع می‌شود که در ادامه دربارهٔ هریک توضیحاتی آمده است.

فرضیات مدل

پروفیل سرعت اولیهٔ مایع، گاز داخل و بیرون به‌ترتیب به‌صورت $(U_o, 0, A_o/r)$ و $(U_i, 0, \Omega r)$ و $(U_l, 0, A_l/r)$ درنظرگرفته شده است که $A_o/r, \Omega r, A_l/r\ (m/s)$ به‌ترتیب سرعت چرخشی مایع، گاز درونی و بیرونی و $A_o, A_l\ (m^2/s)$ قدرت چرخشی مایع و گاز بیرونی هستند. پروفیل سرعت در مایع و گاز بیرونی به‌صورت گردابهٔ آزاد[6] و گاز درونی به‌صورت جسم جامد دوار[7] فرض شده است. شکل (۱) شماتیکی از لایهٔ مایع حلقوی را نشان می‌دهد که در آن مایع و گاز با سرعت‌های محوری و چرخشی معین شده‌اند. ϕ, R_b, R_a شعاع و اختلاف فاز لایهٔ داخلی و خارجی در حالت بدون نوسان هستند.



شکل ۱- شکل شماتیک جت حلقوی چرخان [۲]

معادلات نوسانات خطی

معادلات حاکم بر جریان مایع لزج در مختصات استوانه‌ای به‌صورت معادلات زیر است:

6. Free Vortex
7. solid Vortex

معادلهٔ پیوستگی

$$\frac{\partial U}{\partial x}+\frac{V}{r}+\frac{\partial V}{\partial r}+\frac{1}{r}\frac{\partial W}{\partial \theta}=0 \qquad (۱)$$

معادلات مومنتم

$$\frac{\partial U}{\partial t}+U\frac{\partial U}{\partial x}+V\frac{\partial U}{\partial r}+\frac{1}{r}W\frac{\partial U}{\partial \theta}=-\frac{1}{\rho}\frac{\partial P}{\partial x}+\nu\left(\frac{\partial^2 U}{\partial r^2}+\frac{1}{r}\frac{\partial U}{\partial r}+\frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 U}{\partial \theta^2}+\frac{\partial^2 U}{\partial x^2}\right) \qquad (۲)$$

$$\frac{\partial V}{\partial t}+U\frac{\partial V}{\partial x}+V\frac{\partial V}{\partial r}+\frac{1}{r}W\frac{\partial V}{\partial \theta}-\frac{W^2}{r}=-\frac{1}{\rho}\frac{\partial P}{\partial r}+\nu\left(\frac{\partial^2 V}{\partial r^2}+\frac{1}{r}\frac{\partial V}{\partial r}+\frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 V}{\partial \theta^2}-\frac{V}{r^2}-\frac{2}{r^2}\frac{\partial W}{\partial \theta}+\frac{\partial^2 V}{\partial x^2}\right) \qquad (۳)$$

$$\frac{\partial W}{\partial t}+U\frac{\partial W}{\partial x}+V\frac{\partial W}{\partial r}+\frac{1}{r}W\frac{\partial W}{\partial \theta}+\frac{VW}{r}=-\frac{1}{\rho r}\frac{\partial P}{\partial \theta}+\nu\left(\frac{\partial^2 W}{\partial r^2}+\frac{1}{r}\frac{\partial W}{\partial r}+\frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 W}{\partial \theta^2}-\frac{W}{r^2}+\frac{2}{r^2}\frac{\partial V}{\partial \theta}+\frac{\partial^2 W}{\partial x^2}\right) \qquad (۴)$$

برای به‌دست‌آوردن معادلات نوسانی خطی از فرض رابطهٔ (۵) استفاده شده است. بخش متوسط با علامت بار و بخش نوسانی با علامت پریم است.

$$U=\overline{U}+u\ ,\ V=v\ ,\ W=\overline{W}+w\ ,\ p=\overline{P}+p' \qquad (۵)$$

همچنن فرض شده که نوسانات به شکل زیر هستند :

$$\left(u,v,w,p'\right)=\left(\hat{u}(r),\hat{v}(r),\hat{w}(r),\hat{p}(r)\right)e^{i(kx+n\theta-\omega t)} \qquad (۶)$$

ترم‌های نوسانی به حاصل‌ضرب دو جزء تقسیم شدند. جزء اول با علامت ^ تنها تابعی از r است و جزء دیگر بقیه پارامترها را شامل می‌شود. با اعمال فرضیات فوق معادلات خطی مایع به‌صورت زیر نوشته می‌شود:

معادله پیوستگی

$$\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{v}{r}+\frac{\partial v}{\partial r}+\frac{1}{r}\frac{\partial w}{\partial \theta}=0 \qquad (۷)$$

معادلات مومنتم

$$\frac{\partial u}{\partial t}+U_l\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{A_l}{r^2}\frac{\partial u}{\partial \theta}=-\frac{1}{\rho_l}\frac{\partial p'}{\partial x}+\nu\left(\frac{\partial^2 u}{\partial r^2}+\frac{1}{r}\frac{\partial u}{\partial r}+\frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 u}{\partial \theta^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}\right) \qquad (۸)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t}+U_l\frac{\partial v}{\partial x}+\frac{A_l}{r^2}\frac{\partial v}{\partial \theta}-\frac{2A_l w}{r^2}=-\frac{1}{\rho_l}\frac{\partial p'}{\partial r}+\nu\left(\frac{\partial^2 v}{\partial r^2}+\frac{1}{r}\frac{\partial v}{\partial r}+\frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 v}{\partial \theta^2}-\frac{v}{r^2}-\frac{2}{r^2}\frac{\partial w}{\partial \theta}+\frac{\partial^2 v}{\partial x^2}\right) \qquad (۹)$$

$$\frac{\partial w}{\partial t}+U_l\frac{\partial w}{\partial x}+\frac{A_l}{r^2}\frac{\partial w}{\partial \theta}=-\frac{1}{\rho_l r}\frac{\partial p'}{\partial \theta}+\nu\left(\frac{\partial^2 w}{\partial r^2}+\frac{1}{r}\frac{\partial w}{\partial r}+\frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 w}{\partial \theta^2}-\frac{w}{r^2}+\frac{2}{r^2}\frac{\partial v}{\partial \theta}+\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}\right) \qquad (۱۰)$$

معادلات خطی شده گاز درون و بیرون نیز به‌صورت زیر نوشته می‌شوند:

معادله پیوستگی

$$\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{v}{r}+\frac{\partial v}{\partial r}+\frac{1}{r}\frac{\partial w}{\partial \theta}=0 \qquad (۱۱)$$

معادلات مومنتم

$$\frac{\partial u}{\partial t}+U_j\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{W_j}{r}\frac{\partial u}{\partial \theta}=-\frac{1}{\rho_j}\frac{\partial p'_j}{\partial x} \qquad (۱۲)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t}+U_j\frac{\partial v}{\partial x}+\frac{W_j}{r}\frac{\partial v}{\partial \theta}-\frac{2W_j w}{r}=-\frac{1}{\rho_j}\frac{\partial p'_j}{\partial r} \qquad (۱۳)$$

$$\frac{\partial w}{\partial t}+U_j\frac{\partial w}{\partial x}+v\frac{\partial W_j}{\partial r}+\frac{W_j}{r}\frac{\partial w}{\partial \theta}+\frac{W_j v}{r}=-\frac{1}{\rho_j r}\frac{\partial p'_j}{\partial \theta} \qquad (۱۴)$$

در روابط فوق $j=i,o$ و $W_i=\Omega r\ ,\ W_o=\frac{A_o}{r}$

در تحلیل ناپایداری k عدد موج و n، اعداد حقیقی است، در حالی‌که فرکانس ω عدد مختلط است. ماکزیمم مقدار بخش موهومی ω نشان‌دهندهٔ نرخ رشد موج است [۲].

تغییر نوسان در سطوح مشترک داخل و خارج با روابط (۱۵) و (۱۶) بیان می‌شوند:

$$\eta_i(x,\theta,t)=\hat{\eta}_i e^{i(kx+n\theta-\omega t)+i\phi} \qquad (۱۵)$$

$$\eta_o(x,\theta,t)=\hat{\eta}_o e^{i(kx+n\theta-\omega t)} \qquad (۱۶)$$

به‌منظور تعیین اثر نیروهای مختلف، خواص مایعات و پارامترهای دیگر، پارامترهای بدون بعد معرفی شده‌اند:

$$We_l=\frac{\rho_l U_l^2 R_b}{\sigma}\ ,\ We_i=\frac{\rho_i U_i^2 R_b}{\sigma}\ ,\ We_o=\frac{\rho_o U_o^2 R_b}{\sigma}\ ,$$
$$We_s=\frac{\rho_l W_l^2 R_b}{\sigma},\ We_{si}=\frac{\rho_i W_i^2 R_b}{\sigma},\ We_{so}=\frac{\rho_o W_o^2 R_b}{\sigma}\ ,$$
$$\mathrm{Re}=\frac{\rho_l U_l R_b}{\mu}\quad ,\quad g_i=\frac{\rho_i}{\rho_l}\quad ,\quad g_o=\frac{\rho_o}{\rho_l}\quad ,\quad \bar{k}=kR_b\ ,$$
$$\bar{\omega}=\frac{\omega R_b}{U_l}\quad ,\quad \frac{U_i}{U_l}=\sqrt{\frac{We_i}{We_l}\frac{1}{g_i}}\quad ,\quad \frac{U_o}{U_l}=\sqrt{\frac{We_o}{We_l}\frac{1}{g_o}}\ ,$$
$$\frac{A_l}{U_l R_b}=\sqrt{\frac{We_s}{We_l}}\ ,\frac{A_o}{U_l R_b}=\sqrt{\frac{We_{so}}{We_l}\frac{1}{g_o}}\ ,\frac{\Omega R_b}{U_l}=\sqrt{\frac{We_{si}}{We_l}\frac{1}{g_i}}$$
$$,\ \bar{s}=\left(\bar{k}^2+\mathrm{Re}\left(-i\bar{\omega}+i\bar{k}\right)\right)^{\frac{1}{2}}\ ,h=\frac{R_a}{R_b}$$

اعداد وبر برای سیال، گاز داخل و خارج در حالت‌های سرعت محوری و چرخشی تعریف شدند. $\mathrm{Re}\ ,\bar{\omega}\ ,\bar{k}\ ,g_{i,\,o}\ ,h$ به‌ترتیب نسبت شعاع‌ها، نسبت چگالی گازها به مایع، عدد موج و نرخ رشد بدون بعد و عدد رینولدز جریان مایع هستند.

شرایط مرزی

شرایط مرزی سینماتیک مایع به‌صورت زیر نوشته می‌شوند:

$$v=\frac{\partial\eta_i}{\partial t}+\frac{1}{r^2}\frac{\partial\eta_i}{\partial\theta}\sqrt{\frac{We_s}{We_l}}+\frac{\partial\eta_i}{\partial x}\qquad at\quad r=h \qquad (۱۷)$$

$$v=\frac{\partial\eta_o}{\partial t}+\frac{1}{r^2}\frac{\partial\eta_o}{\partial\theta}\sqrt{\frac{We_s}{We_l}}+\frac{\partial\eta_o}{\partial x}\qquad at\quad r=1 \qquad (۱۸)$$

شرایط مرزی سینماتیکی گاز داخل و خارج:

$$v_i=\frac{\partial\eta_i}{\partial t}+\frac{\partial\eta_i}{\partial\theta}\sqrt{\frac{We_{si}}{We_l}\frac{1}{g_i}}+\frac{\partial\eta_i}{\partial x}\sqrt{\frac{We_i}{We_l}\frac{1}{g_i}} \qquad (۱۹)$$
$$at\quad r=h$$

$$v_o=\frac{\partial\eta_o}{\partial t}+\frac{1}{r^2}\frac{\partial\eta_o}{\partial\theta}\sqrt{\frac{We_{so}}{We_l}\frac{1}{g_o}}+\frac{\partial\eta_o}{\partial x}\sqrt{\frac{We_o}{We_l}\frac{1}{g_o}} \qquad (۲۰)$$
$$at\quad r=1$$

به‌علت فرض غیرلزج‌بودن جریان گاز در جهات محوری و مماسی، تنش ویسکوزی در سطح مشترک مایع- گاز صفر است. این مطلب به‌صورت زیر بیان می‌شود:

$$\frac{\partial u}{\partial r}+\frac{\partial v}{\partial x}=0\qquad at\ \ r=h\ ,1 \qquad (۲۱)$$

$$\frac{\partial w}{\partial r}-\frac{w}{r}+\frac{1}{r}\frac{\partial v}{\partial\theta}=0\qquad at\ r=h\ ,1 \qquad (۲۲)$$

به‌علت صرف‌نظر از اثرات نوسانی سرعت چرخشی، معادلهٔ (۲۲) در محاسبات به‌کار نمی‌رود. شرایط مرزی دینامیکی بر اثر موازنهٔ نیروها به‌صورت روابط (۲۳) و (۲۴) بیان می‌شوند:

$$p_l'-p_i'=\frac{1}{h^2We_l}\left(\eta_i+\frac{\partial^2\eta_i}{\partial\theta^2}+h^2\frac{\partial^2\eta_i}{\partial x^2}\right)+h\frac{We_{si}}{We_l}\eta_i$$
$$-\frac{We_s}{We_l}\frac{\eta_i}{h^3}+\frac{2}{\mathrm{Re}}\frac{\partial v}{\partial r}\qquad at\,r=h \qquad (۲۳)$$

$$p_l'-p_o'=\frac{-1}{We_l}\left(\eta_o+\frac{\partial^2\eta_o}{\partial\theta^2}+\frac{\partial^2\eta_o}{\partial x^2}\right)+\frac{We_{so}}{We_l}\eta_o$$
$$-\frac{We_s}{We_l}\eta_o+\frac{2}{\mathrm{Re}}\frac{\partial v}{\partial r}\qquad at\,r=1 \qquad (۲۴)$$

نوسانات فشار در لایهٔ مایع

معادلات پیوستگی و مومنتم خطی و بی‌بعد مربوط به مایع را می‌توان با استفاده از فرضیات گفته شده به دو صورت لزج (اندیس ۲) و غیرلزج (اندیس ۱) نوشت:

معادلات مایع در حالت غیرلزج

$$\hat{u}_1\left(i\bar{k}\right)+\frac{d\hat{v}_1}{dr}+\frac{\hat{v}_1}{r}=0 \qquad (۲۵)$$

$$\hat{u}_1\left(-i\bar{\omega}+i\bar{k}\right)=-i\bar{k}\hat{p} \qquad (۲۶)$$

$$\hat{v}_1\left(-i\bar{\omega}+i\bar{k}\right)=-\frac{d\hat{p}}{dr} \qquad (۲۷)$$

معادلات مایع در حالت لزج

$$\hat{u}_2\left(i\bar{k}\right)+\frac{d\hat{v}_2}{dr}+\frac{\hat{v}_2}{r}=0 \qquad (۲۸)$$

$$\hat{u}_2\left(-i\bar{\omega}+i\bar{k}\right)=\frac{1}{\mathrm{Re}}\left(\frac{d^2\hat{u}_2}{dr^2}+\frac{1}{r}\frac{d\hat{u}_2}{dr}-\frac{\hat{u}_2}{r^2}\left(\bar{k}^2r^2\right)\right) \qquad (۲۹)$$

$$\hat{v}_2\left(-i\bar{\omega}+i\bar{k}\right)=\frac{1}{\mathrm{Re}}\left(\frac{d^2\hat{v}_2}{dr^2}+\frac{1}{r}\frac{d\hat{v}_2}{dr}-\frac{\hat{v}_2}{r^2}\left(\bar{k}^2r^2+1\right)\right) \qquad (۳۰)$$

ترم‌های سرعت مایع مطابق رابطهٔ (۳۱) نوشته می‌شوند:

$$\hat{u}=\hat{u}_1+\hat{u}_2\ ,\hat{v}=\hat{v}_1+\hat{v}_2 \qquad (۳۱)$$

با حل معادلات (۲۵) تا (۳۰) و با استفاده از معادلهٔ (۳۱) ترم‌های سرعت و فشار مایع در نهایت به‌صورت زیر به‌دست می‌آیند:

$$\hat{u} = C_1 I_0(\bar{k}r) + C_2 K_0(\bar{k}r) + C_3 I_0(\bar{s}r) + C_4 K_0(\bar{s}r) \quad (۳۲)$$

$$\hat{v} = -i\, C_1 I_1(\bar{k}r) + i\, C_2 K_1(\bar{k}r) + C_5 I_1(\bar{s}r) + C_6 K_1(\bar{s}r) \quad (۳۳)$$

$$p_l' = \frac{\bar{\omega} - \bar{k}}{\bar{k}} \left(C_1 I_0(\bar{k}r) + C_2 K_0(\bar{k}r) \right) e^{i(\bar{k}x + n\theta - \bar{\omega}t)} \quad (۳۴)$$

ضرایب C_1 تا C_6 با استفاده از شرایط مرزی مایع یعنی معادلات (۱۷)، (۱۸) و (۲۱) محاسبه و با قراردادن در معادلهٔ (۳۴) نوسان فشار در لایهٔ مایع به‌دست خواهد آمد. ضرایب فوق در پیوست آورده شده است.

نوسانات فشار در گاز

معادلات پیوستگی و مومنتم خطی و بی‌بعد مربوط به گاز را با فرض عدم نوسان سرعت چرخشی می‌توان نوشت:

$$\hat{u}(i\bar{k}) + \frac{d\hat{v}}{dr} + \frac{\hat{v}}{r} = 0 \quad (۳۵)$$

$$\hat{u}\left(-i\bar{\omega} + i\bar{k}\sqrt{\frac{We_j}{We_l}\frac{1}{g_j}} \right) = -\frac{1}{g_j} i\bar{k}\hat{p} \quad (۳۶)$$

$$\hat{v}\left(-i\bar{\omega} + i\bar{k}\sqrt{\frac{We_j}{We_l}\frac{1}{g_j}} \right) = -\frac{1}{g_j}\frac{d\hat{p}}{dr} \quad (۳۷)$$

نوسان فشار در گاز داخل و خارج نیز مانند نوسان فشار مایع محاسبه شده که از آوردن عملیات مربوطه صرف‌نظر می‌شود:

$K_n(v), I_n(v)$ تابع بسل اصلاح شده نوع اول و دوم از مرتبهٔ n هستند. با قراردادن نوسانات فشار در معادلات (۲۳) و (۲۴) و حذف عوامل مشترک معادلهٔ توزیع بدون بعد غیرخطی به شکل زیر به‌دست می‌آید:

$$p_i' = \frac{g_i \left(\bar{\omega} - \bar{k}\sqrt{\frac{We_i}{We_l}\frac{1}{g_i}} \right)^2 \hat{\eta}_i e^{i\phi}}{\bar{k} I_1(\bar{k}h)} I_0(\bar{k}h)\, e^{i(\bar{k}x - \bar{\omega}t)} \quad (۳۸)$$

$$p_o' = -\frac{g_o \left(\bar{\omega} - \bar{k}\sqrt{\frac{We_o}{We_l}\frac{1}{g_o}} \right)^2 \hat{\eta}_o}{\bar{k} K_1(\bar{k})} K_0(\bar{k})\, e^{i(\bar{k}x - \bar{\omega}t)} \quad (۳۹)$$

$$f(\bar{\omega}, \bar{k}, \bar{s}, g_i, g_o, \mathrm{Re}, We_l, We_i \\ We_o, We_s, We_{si}, We_{so}, h) = 0 \quad (۴۰)$$

معادلهٔ نهایی با استفاده از روش عددی نیوتن رافسون و در نرم‌افزار میپل[8] حل شده است و با تغییر مقادیر ورودی، روی ماکزیمم بخش موهومی ریشه‌ها، که نشان‌دهندهٔ نرخ رشد ماکزیمم نوسانات است، و طول شکست اولیهٔ اسپری بحث می‌کند.

مکانیزم شکست جت حلقوی مایع

اگر نوسان سطح در هنگام شکست به مقدار η_b برسد، زمان شکست τ از رابطهٔ زیر محاسبه می‌شود:

$$\eta_b = \eta_0 \exp(\omega.\tau) \Rightarrow \tau = \frac{1}{\omega}\ln(\frac{\eta_b}{\eta_0}) \quad (۴۱)$$

در رابطهٔ فوق ω ماکزیمم نرخ رشد موج است که از طریق حل عددی معادلهٔ پخش نهایی محاسبه می‌شود و $\ln(\frac{\eta_b}{\eta_0}) = 12$ از نتایج تجربی دامبروسکی و هوپر است [۱]. طول شکست اولیهٔ لایه مطابق رابطهٔ (۴۲) خواهد بود:

$$\mathrm{L_b} = \mathrm{V}_l . \tau = \frac{\mathrm{V}_l}{\omega}\ln(\frac{\eta_\mathrm{b}}{\eta_0}) = \frac{12.\mathrm{V}_l}{\omega} \quad (۴۲)$$

در رابطهٔ قبل V_l سرعت مطلق و L طول شکست اولیهٔ لایهٔ مایع است. قطر تکه‌های استوانه‌ای شکل مایع از رابطهٔ زیر محاسبه می‌شود [۱]:

$$\mathrm{d_L} = \sqrt{\frac{16.\mathrm{h}_s}{\mathrm{K_s}}} \quad (۴۳)$$

در رابطهٔ قبل $\mathrm{d_L}$ قطر تکه‌های استوانه‌ای شکل مایع و $\mathrm{K_s}$ عدد موج و $\mathrm{h_s}$ نصف ضخامت لایه است که باید از روابط زیر به‌دست آیند:

$$\bar{\mathrm{K}} = \mathrm{K_S}.\mathrm{R_b} \Rightarrow \mathrm{K_S} = \bar{\mathrm{K}}/\mathrm{R_b} \quad ; \mathrm{h_s} = (\mathrm{R_b} - \mathrm{R_a})/2 \quad (۴۴)$$

در نتیجه قطر تکه‌های استوانه‌ای شکل مایع به‌صورت رابطهٔ (۴۵) نوشته می‌شود [۱]:

$$\mathrm{d_L} = \sqrt{\frac{8.(R_a - R_b).R_b}{\bar{\mathrm{K}}}} \quad (۴۵)$$

رابطهٔ زیر نیز برای قطر قطره بر اثر شکستن تکه‌های استوانه‌ای مایع به‌کار می‌رود [۱]:

$$\mathrm{d_D} = 1.88\ \mathrm{d_L}(1 + 3\,\mathrm{Oh})^{1/6} \quad (۴۶)$$

عدد آنسرگ Oh از رابطهٔ زیر محاسبه می‌شود:

$$\mathrm{Oh} = \mu_1/(\rho_1\, \sigma\, \mathrm{d_L})^{1/2} = \frac{\sqrt{We_l}}{\mathrm{Re}} \quad (۴۷)$$

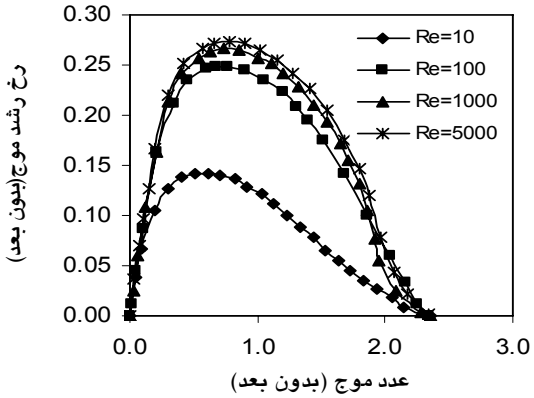
8. Maple

نتایج

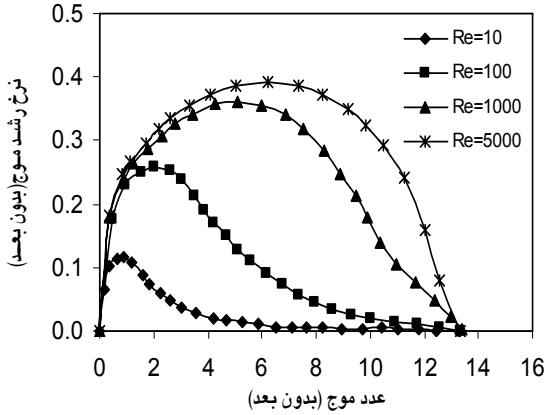
نوسانات سرعت چرخشی یعنی w در این مقاله صرف‌نظر شده است، بنابراین، سرعت متوسط چرخشی مایع یعنی W_l استفاده می‌شود. با حل معادلهٔ توزیع را - بدون بعد تأثیر چرخش و سرعت چرخشی مایع- می‌توان روی نرخ رشد موج، طول شکست، قطر تکه‌های استوانه‌ای مایع و قطر قطره نشان داد. در حل معادلهٔ نهایی نیز از فرضیات زیر استفاده شد:

$$\sigma = 0.073\,kg/s^2\ ,\ R_b = 1\,mm\ ,\ R_a = 0.9\,mm, \varphi = 0$$
$$\rho_l = 1000\,kg/m^3, We_o = We_i = 30, \rho_{air} = 1.23\,kg/m^3$$

بر اساس نمودارها، افزایش سرعت چرخشی که با افزایش عدد وبر چرخشی مایع ایجاد می‌شود؛ تأثیر دوگانه روی نرخ رشد موج دارد. شکل (۲) و (۳) تغییرات نرخ رشد موج را بر حسب عدد موج در حالت بدون چرخش نشان می‌دهند. مطابق شکل (۳) با افزایش عدد وبر محوری مایع، نرخ رشد موج نسبت به شکل (۲) افزایش اندکی دارد و عدد موج معادل ماکزیمم نرخ رشد موج، افزایش چشمگیری دارد.



شکل ۲- نمودار نرخ رشد موج در شرایط
Wel= 1000 , Wes=0, gi=go=0.00123 , h=0.9

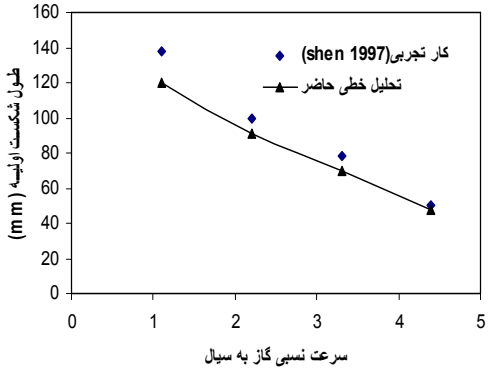


شکل ۳- نمودار نرخ رشد موج در شرایط
Wel= 10000,Wes=0 , gi=go=0.00123 , h=0.9

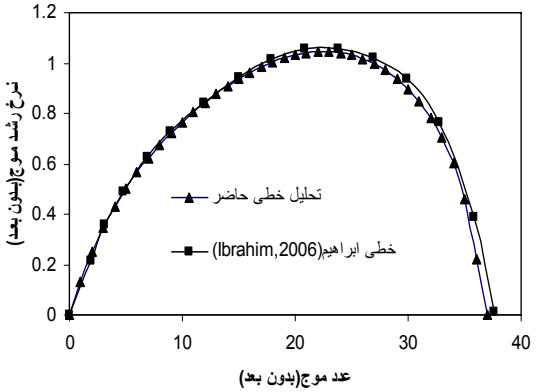
در دو شکل (۲) و (۳) **h** نسبت شعاع داخل به خارج لایه، **gi** و **go** نسبت چگالی گاز داخل و خارج به مایع، **Wel** عدد وبر محوری مایع، **Wes** عدد وبر چرخشی مایع هستند.

به‌منظور اعتبارسنجی نتایج، از کار تجربی شن[9] استفاده شده است [۱۲-۱۱]. مطابق این آزمایش با تغییر سرعت نسبی گاز به مایع (مقادیر سرعت نسبی: ۱/۱۱ و ۲/۲۲ و ۳/۳۳ و ۴/۴۵) طول شکست اولیهٔ جت مایع اندازه‌گیری شده است. در شکل (۴) مقایسهٔ کار تحلیلی حاضر با کار تجربی یاد شده ضمن نشان‌دادن توافق و نزدیکی مناسب میان نتایج نیز، بیانگر کاهش طول شکست اولیهٔ جت مایع با افزایش سرعت نسبی گاز به مایع است.

همچنین مقایسهٔ نرخ رشد موج (بدون بعد) در حالت چرخشی و غیرلزج‌بودن مایع با کار تحلیلی خطی ابراهیم[10] انجام شده است که در شکل (۵) مشاهده می‌شود [۲]. در این شکل نیز اختلاف اندکی میان نتایج حاصله دیده می‌شود.



شکل ۴- مقایسهٔ طول شکست پیش‌بینی‌شده با اطلاعات حاصله از کار تجربی شن (۱۹۹۷) در شرایط Wel=38.5 , gi=go=0.0012 , h=0.95 , n=0

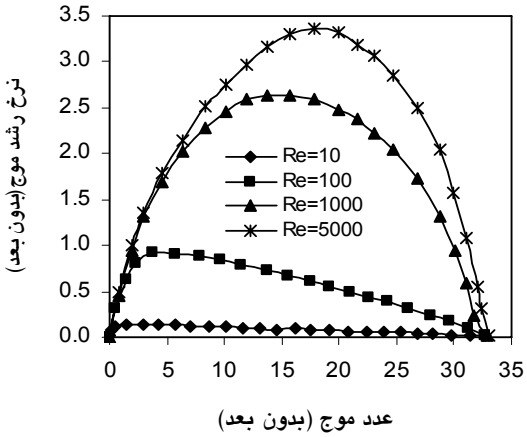


شکل ۵- مقایسهٔ نرخ رشد موج با تحلیل خطی ابراهیم (۲۰۰۶) در شرایط غیرلزج‌بودن مایع

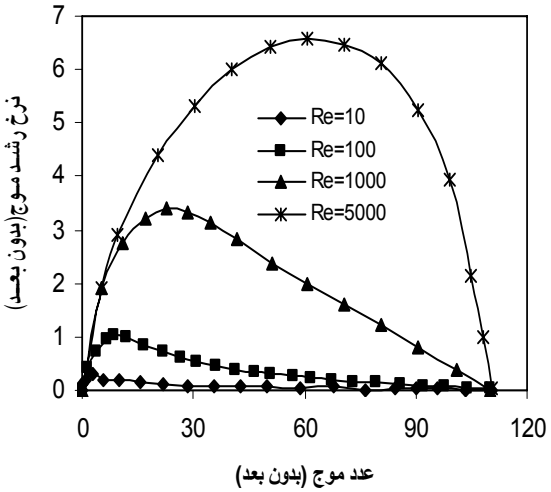
9. Shen, 1997
10. Ashraf Ibrahim, 2006

Wel=10000,Wes=500 , gi=go=0.00123 , h=0.667 , n=0

شکل‌های (۶) و (۷) تغییرات نرخ رشد موج را در حالت چرخشی مایع نشان می‌دهد. مطابق شکل (۶) نرخ رشد موج نسبت به شکل (۳)، که مایع بدون چرخش است افزایش زیادی دارد. همچنین این افزایش در شکل (۷) نیز با زیادشدن عدد وبر چرخشی مایع مشاهده می‌شود.

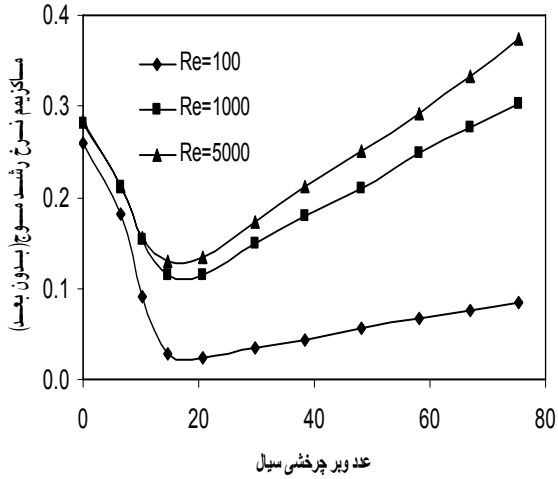


شکل۶- نمودار نرخ رشد موج در شرایط
Wel=Wes= 1000 , gi=go=0.00123 , h=0.9

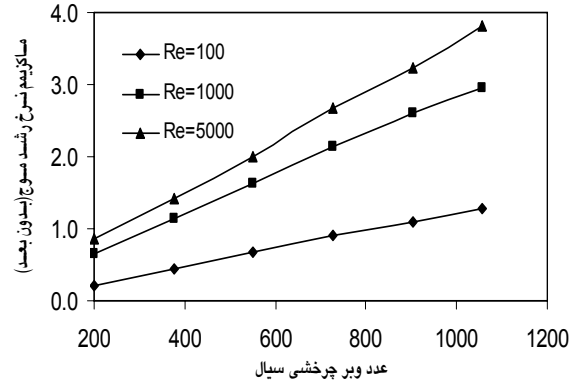


شکل۷- نمودار نرخ رشد موج در شرایط
Wel=Wes= 10000 , gi=go=0.00123 , h=0.9

در شکل‌های (۸) و (۹) روند تغییرات ماکزیمم مقدار نرخ رشد موج با افزایش سرعت چرخشی مایع به‌خوبی مشاهده می‌شود. همچنین افزایش عدد وبر چرخشی مایع تا حدود ۲۰ اثر کاهنده روی ماکزیمم نرخ رشد موج دارد. پس از این محدوده با افزایش عدد وبر چرخشی یا سرعت چرخشی مایع، نرخ رشد موج افزایش می‌یابد. در چهار شکل (۲)، (۳)، (۶) و (۷) مشاهده می‌شود که با افزایش عدد رینولدز ماکزیمم نرخ رشد موج و عدد موج معادل آن افزایش می‌یابد. عدد رینولدز نسبت اینرسی به ویسکوزیتهٔ مایع است. بنابراین افزایش عدد رینولدز مایع معادل کاهش ویسکوزیتهٔ مایع در سرعت ثابت است و مطابق نمودارها کاهش ویسکوزیتهٔ مایع معادل افزایش ماکزیمم نرخ رشد موج و عدد موج معادل آن است. با توجه به معادلهٔ (۴۲) هرچه ماکزیمم نرخ رشد موج افزایش یابد، طول شکست نیز کاهش می‌یابد. مطابق روابط (۴۵) و (۴۶) با افزایش عدد موج قطر قطره کاهش یافته و موجب بهبود احتراق می‌شود.

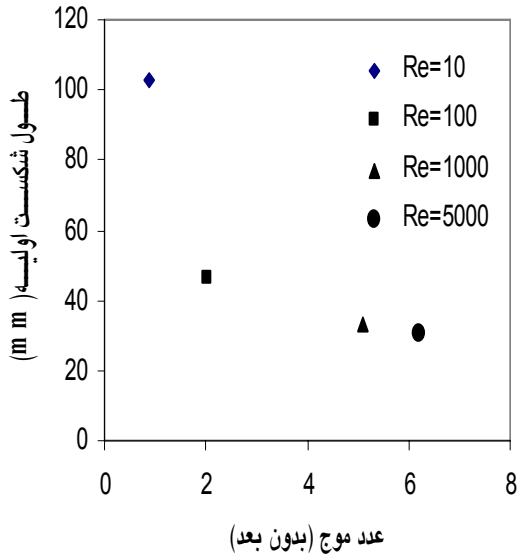


شکل۸- تغییرات ماکزیمم نرخ رشد موج با ویسکوزیته و عدد وبر چرخش مایع
در شرایط Wel= 1000 , gi=go=0.00123 , h=0.9

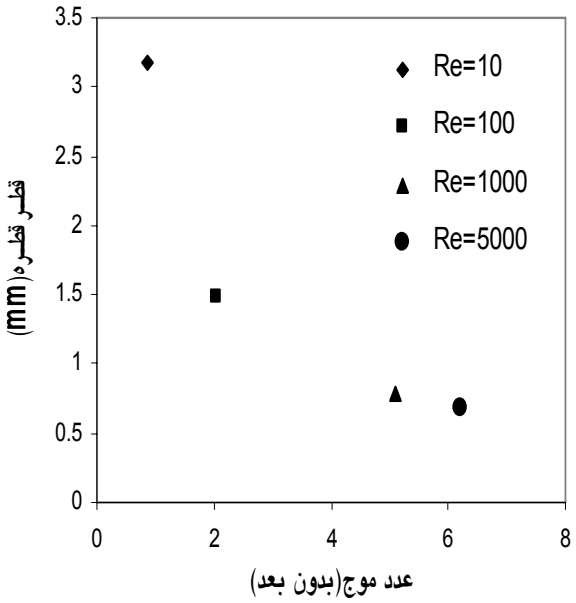


شکل ۹- تغییرات ماکزیمم نرخ رشد موج با ویسکوزیته و عدد وبر چرخشی مایع
در شرایط Wel= 1000 , gi=go=0.00123 , h=0.9

در شکل‌های (۱۰) و (۱۱) طول شکست و قطر قطره در حالت بدون چرخش مایع ملاحظه می‌شود. مطابق شکل با افزایش عدد رینولدز که به معنای کاهش ویسکوزیته سیال است، طول شکست و قطر قطره کاهش می‌یابد. این کاهش در اعداد رینولدز پایین بیشتر مشهود است.

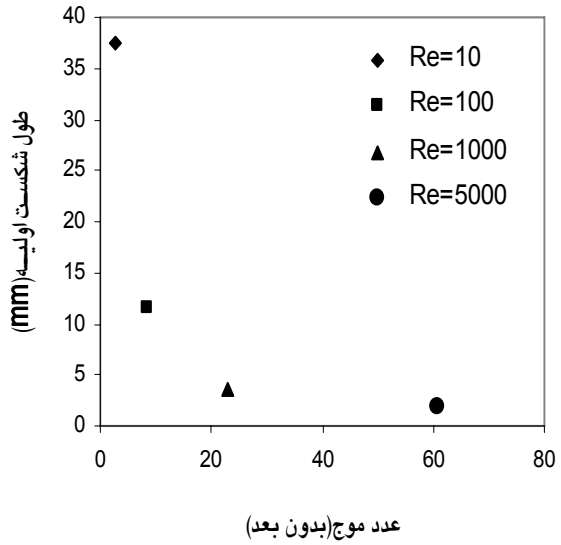


شکل ۱۰- تغییرات طول شکست اولیه اسپری با تغییر ویسکوزیته مایع در شرایط Wel= 10000,Wes=0 , gi=go=0.00123 , h=0.9

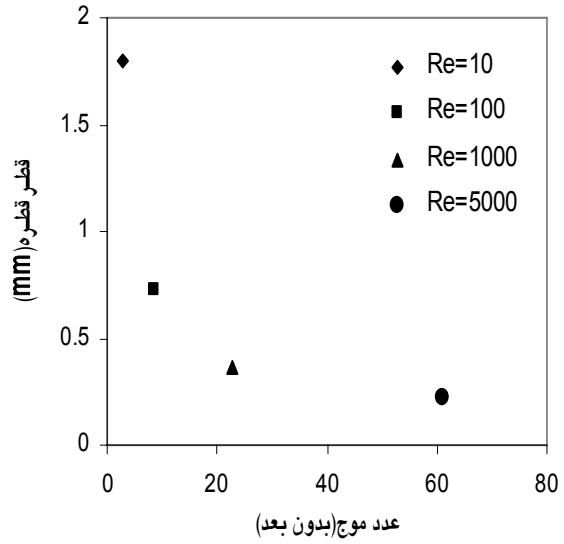


شکل ۱۱- تغییرات قطر قطره با تغییر ویسکوزیته مایع در شرایط Wel= 10000,Wes=0 , gi=go=0.00123 , h=0.9

در شکل‌های (۱۲) و (۱۳) طول شکست و قطر قطره در حالت چرخشی‌بودن مایع مشاهده می‌شود. حداقل طول شکست حدود ۳۰ میلی‌متر در شکل (۱۰) به حدود ۳ میلی‌متر در شکل (۱۲) و حالت چرخشی مایع رسیده است. همین حالت برای قطر قطره در شکل‌های (۱۱) و (۱۳) دیده می‌شود. در این شکل‌ها نیز با کاهش ویسکوزیتهٔ مایع (افزایش عدد رینولدز) قطر قطره کاهش می‌یابد. وجود چرخش در شکل (۱۳) کاهش چشمگیری در قطر قطره نسبت به شکل (۱۱) ایجاد کرده است.



شکل ۱۲- تغییرات طول شکست با تغییر ویسکوزیته مایع در شرایط Wel= Wes= 10000 , gi=go=0.00123 , h=0.9



شکل ۱۳- تغییرات قطر قطره با تغییر ویسکوزیته مایع در شرایط Wel= Wes= 10000 , gi=go=0.00123 , h=0.9

نتیجه‌گیری

نتایج نشان می‌دهد که افزایش سرعت چرخشی مایع در مقادیر کم موجب کاهش ناپایداری اسپری و افزایش طول شکست می‌شود. در مقادیر بالاتر عدد وبر چرخشی مایع، این افزایش موجب افزایش نرخ رشد موج و در نتیجه کاهش طول شکست اولیه و قطر قطره می‌شود.

کاهش ویسکوزیتهٔ مایع در سرعت ثابت با افزایش عدد رینولدز مشخص شده است و موجب افزایش نرخ رشد موج و عدد موج معادلش می‌شود که بر این اساس طول شکست اولیهٔ جت مایع و قطر قطره کاهش می‌یابند. کاهش قطر قطره موجب بهبود فرایند احتراق و در نتیجه کاهش مصرف سوخت ویژه می‌شود.

مراجع

[1] Senecal, P. K., Schmidt, D. P., Nouar, I., Rutland, C. J., Reitz, R. D. and Corradini, M. L., "Modeling High-Speed Viscous Liquid Sheet Atomization*". Journal of Multiphase Flow*, Vol. 25,Issue 6-7, 1999, pp. 1073-1097.

[2] Ibrahim, A., *Comprehensive Study of Internal Flow Field and Linear and Nonlinear Instability of an Annular Liquid Sheet Emanating from an Atomizer,* [Thesis phD], University of Cincinnati, Engineering, 2006, p. 270.

[3] Panton, R. L., *Incompressible Flow,* John Wiley and Sons, Inc., 1995.

[4] Rolf, D. R., *Spray Technology Short Course*, Wisconsin University, May 7, 1996 .

[5] Liao, Y., Jeng, S. M., Jog, M. A. and Benjamin, M. A., "A Comprehensive Model to Predict Simplex Atomizer Performance", *Journal Engineering Gas Turbines Power,* Vol. 121, Issue. 2, 1999, pp. 285–294.

[6] Liao, Y., Jeng, S. M. and Jog, M. A., "Effect of Air Swirl Profile on the Instability of a Viscous Liquid Jet", *Journal Fluid Mech*. Vol. 424, 2000, pp. 1–20.

[7] Liao, Y., Jeng, S. M. and Jog, M. A., "Instability of an Annular Liquid Sheet Surrounded by Swirling Airstreams", *AIAA Journal,* Vol. 38, Issue 3, 2000, pp. 453–460.

[8] Liao, Y, Jeng, S. M. and Jog, M. A., "Advanced Sub-Model for Airblast Atomizers", *Journal Propulsion Power,* Vol. 17, No. 2, 2001, pp. 411–417

[9] Ibrahim, A. A., Jog, M. A. and Jeng, S. M. "Effect of Liquid Swirl Velocity Profile on the Instability of a Swirling Annular Liquid Sheet", *Atomization Spray,* Vol. 16, Issue 3, 2006, pp. 237–263.

[10] Ibrahim, A. A., Jog, M. A. and Ohio, C. "Effect of Liquid and Air Swirl Strength and Relative Rotational Direction on the Instability of an Annular Liquid Sheet", *Acta Mechanica*, Vol. 186, No. 1-4, 2006, pp.113–133.

[11] Ibrahim, A. A. and Jog, M. A. "Nonlinear Instability of an Annular Liquid Sheet Exposed to Gas Flow", *Multiphase Flow,* Vol. 34, Issue 7, 2008, pp. 647–664.

[12] Shen, J. "Formation and Characteristics of Sprays from Annular Viscous Liquid Jet Breakup", [Ph.D. Thesis], University of Victoria, BC, Canada, 1997.

پیوست

$$C_1 = \frac{-(\bar{k}^3\hat{\eta}_i e^{i\phi}K_1(\bar{k}h) - \bar{k}^2\bar{\omega}\hat{\eta}_i e^{i\phi}K_1(\bar{k}h) + \bar{k}\,\bar{s}^2\hat{\eta}_i e^{i\phi}K_1(\bar{k}h) - \bar{s}^2\bar{\omega}\hat{\eta}_i e^{i\phi}K_1(\bar{k}h))}{(-K_1(\bar{k}h)I_1(\bar{k}) + I_1(\bar{k}h)K_1(\bar{k}))(\bar{k}^2 - \bar{s}^2)}$$

$$- \frac{(\bar{s}^2\bar{\omega}\hat{\eta}_o K_1(\bar{k}) - \bar{k}^3\hat{\eta}_o K_1(\bar{k}) + \bar{k}^2\bar{\omega}\hat{\eta}_o K_1(\bar{k}) - \bar{s}^2\hat{\eta}_o\bar{k}K_1(\bar{k}))}{(-K_1(\bar{k}h)I_1(\bar{k}) + I_1(\bar{k}h)K_1(\bar{k}))(\bar{k}^2 - \bar{s}^2)} \qquad (۱)$$

$$C_2 = \frac{-(-\bar{k}^3\hat{\eta}_o I_1(\bar{k}) + \bar{k}^3\hat{\eta}_i e^{i\phi}I_1(\bar{k}h) + \bar{k}^2\bar{\omega}\hat{\eta}_o I_1(\bar{k}) - \bar{k}^2\bar{\omega}\hat{\eta}_i e^{i\phi}I_1(\bar{k}h))}{(-K_1(\bar{k}h)I_1(\bar{k}) + I_1(\bar{k}h)K_1(\bar{k}))(\bar{k}^2 - \bar{s}^2)}$$

$$- \left(\frac{-\bar{s}^2\bar{k}\hat{\eta}_o I_1(\bar{k}) + \bar{k}\hat{\eta}_i\bar{s}^2 e^{i\phi}I_1(\bar{k}h) + \bar{s}^2\bar{\omega}\hat{\eta}_o I_1(\bar{k}) - \bar{s}^2\bar{\omega}\hat{\eta}_i e^{i\phi}I_1(\bar{k}h)}{(-K_1(\bar{k}h)I_1(\bar{k}) + I_1(\bar{k}h)K_1(\bar{k}))(\bar{k}^2 - \bar{s}^2)}\right) \qquad (۲)$$

$$C_3 = \frac{2\bar{s}^2\bar{k}(-\bar{k}\hat{\eta}_o K_1(\bar{s}) + \bar{k}\hat{\eta}_i e^{i\phi} K_1(\bar{s}h) - \hat{\eta}_i e^{i\phi}\bar{\omega} K_1(\bar{s}h) + \hat{\eta}_o\bar{\omega} K_1(\bar{s}))}{(\bar{k}^2 - \bar{s}^2)(-I_1(\bar{s})K_1(\bar{s}h) + K_1(\bar{s})I_1(\bar{s}h))} \quad (۳)$$

$$C_4 = \frac{-2\bar{s}^2\bar{k}(\bar{k}\hat{\eta}_i e^{i\phi} I_1(\bar{s}h) - \bar{\omega}\hat{\eta}_i e^{i\phi} I_1(\bar{s}h) - \hat{\eta}_o\bar{k} I_1(\bar{s}) + \hat{\eta}_o\bar{\omega} I_1(\bar{s}))}{-\bar{k}^2 I_1(\bar{s})K_1(\bar{s}h) + \bar{s}^2 I_1(\bar{s})K_1(\bar{s}h) + \bar{k}^2 K_1(\bar{s})I_1(\bar{s}h) - \bar{s}^2 K_1(\bar{s})I_1(\bar{s}h)} \quad (۴)$$

$$C_5 = \frac{-2i\bar{k}^2(-\bar{k}\hat{\eta}_o K_1(\bar{s}) + \bar{k}\hat{\eta}_i e^{i\phi} K_1(\bar{s}h) - \hat{\eta}_i e^{i\phi}\bar{\omega} K_1(\bar{s}h) + \hat{\eta}_o\bar{\omega} K_1(\bar{s}))}{(\bar{k}^2 - \bar{s}^2)(-I_1(\bar{s})K_1(\bar{s}h) + K_1(\bar{s})I_1(\bar{s}h))} \quad (۵)$$

$$C_6 = \frac{2i\bar{k}^2(\bar{k}\hat{\eta}_i e^{i\phi} I_1(\bar{s}h) - \bar{\omega}\hat{\eta}_i e^{i\phi} I_1(\bar{s}h) - \hat{\eta}_o\bar{k} I_1(\bar{s}) + \hat{\eta}_o\bar{\omega} I_1(\bar{s}))}{-\bar{k}^2 I_1(\bar{s})K_1(\bar{s}h) + \bar{s}^2 I_1(\bar{s})K_1(\bar{s}h) + \bar{k}^2 K_1(\bar{s})I_1(\bar{s}h) - \bar{s}^2 K_1(\bar{s})I_1(\bar{s}h)} \quad (۶)$$