JSST
Journal of Space Science & Technology

Vol. 4, No. 1 & 2, Spring and Summer 2011

Using Response Surface Method (RSM) in the Optimal Allocation of Tolerances

M. Naghikhani[1]* and H. R. Ali Mohammadi[2]

1. Faculty of Economics, Allameh Tabatabaei University

2. Faculty of Aerospace Engineering, K. N. Toosi University of Technology

Bucharest St., Tehran, IRAN

naghikhani_m@yahoo.com

Selection of the optimal tolerance for the components is one of the most important and complex issues in the design of the parts and products especially in sensitive and accurate industries (like as aerospace).

Generally the design engineers tend to consider close tolerances in terms of product performances and high reliability, on the contrary to manufacturing engineers that used to open tolerances because of easier, cheaper and practicality of manufacturing processes. Study the balance between tolerance and other factors affecting it, such as quality, cost and production, is the most important issue in this case. In this regard, there are numerous articles and methods. In this paper we use the tools of statistics and mathematics as" response surface method", first method of diagnosis of the critical tolerances describes and then tolerance of the optimal allocation - in case the cost of production or quality characteristic is optimized- has been examined.

Keywords: response surface method, tolerance allocation, cost, design of experiments

1. M. Sc.
2. M. Sc. (Corresponding Author)

JSST
فصلنامهٔ علمی - پژوهشی علوم و فناوری فضایی

جلد ۴/ شمارهٔ ۱ و ۲/ بهار و تابستان ۱۳۹۰
ص. ص ۶۷-۶۱

گزارش فنی

استفاده از طرح رویه پاسخ (RSM) در تخصیص بهینهٔ تلرانس

مهدی نقی‌خانی[۱] و حمیدرضا علی‌محمدی[۲]

۱- دانشکدهٔ اقتصاد، دانشگاه علامه طباطبایی

۲- دانشکده مهندسی هوافضا، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی

* تهران، خ بخارست

naghikhani_m@yahoo.com

یکی از مسائل مهم و پیچیده در طراحی قطعات و محصولات به‌خصوص در صنایع حساس و دقیق (مانند صنایع هوایی، فضایی و ...) انتخاب مقدار بهینهٔ تلرانس برای اجزای تشکیل‌دهنده است. عموماً مهندسان طراحی تمایل دارند تلرانس‌ها را بسته درنظرگیرند تا محصول از لحاظ عملکردی و قابلیت اطمینان در سطح بالا یی قرار گیرد و این در حالی است که مهندسان ساخت و تولید تمایل دارند تا از تلرانس‌های باز استفاده کنند تا فرایند تولید راحت‌تر، ارزان‌تر و عملیاتی‌تر باشد. در این مواقع مهم‌ترین مسئله، مطالعهٔ توازن بین دو مقولهٔ تلرانس و سایر عوامل متأثر از آن از قبیل کیفیت، هزینه، تولید و غیره است. در این زمینه، مقالات و روش‌های متعددی وجود دارد. در این مقاله سعی داریم با استفاده از یکی از ابزارهای آمار و ریاضی تحت عنوان «روش رویهٔ پاسخ (RSM)» ابتدا طریقهٔ تشخیص تلرانس‌های بحرانی را تشریح کرده و در ادامه طریقهٔ تخصیص بهینهٔ تلرانس- در حالتی که هزینهٔ تولید یا مشخصهٔ کیفی بهینه می‌شود- مورد بررسی قرار گیرد.

واژه‌های کلیدی: روش رویهٔ پاسخ، تخصیص تلرانس، هزینه، طرح آزمایش‌ها

مقدمه

عموماً در فرایند طراحی و توسعهٔ محصولات، سه مرحلهٔ طراحی سیستم، طراحی پارامتر و طراحی تلرانس وجود دارد [۱]. در طراحی سیستم (طراحی مفهومی) یک مهندس از اصول مهندسی و علمی برای تعیین ساختار و آرایش اولیه استفاده می‌کند. مثلاً اگر بخواهیم مقاومت نامعلومی را اندازه‌گیری کنیم، ابتدا باید از دانش مدار الکتریکی برای تعیین سیستم اولیه که ساختار پل واتسن دارد استفاده کنیم. در مرحلهٔ طراحی پارامتر، مقادیر خاص برای پارامترهای سیستم تعیین می‌شود و هدف تعیین مقادیر اسمی بر اساس یکسری از معیارها و الزامات است. در این مرحله از دو کلاس طراحی تحت عنوان «روش‌های تجربی و روش‌های استوار[۳]» استفاده می‌شود و در مرحلهٔ طراحی تلرانس، بهترین تلرانس برای پارامترها تعیین می‌شود. در این مرحله تلرانس‌های حساس براساس روش‌های مختلف تعیین و بر اساس آن تلرانس انتخاب می‌شود [۳]. در حقیقت تلرانس (ابعادی و هندسی)، مؤلفه‌ای در طراحی است که پل ارتباط بین مهندسان طراح و مهندسان ساخت و تولید و بازاریابی و غیره است و باید مشخصه‌های مختلفی از جنس کیفیت و تولید مانند هزینهٔ تولید، توانایی تولید، کیفیت نهایی، قابلیت مونتاژ، قابلیت بازرسی و مونتاژ، ... را درنظرگرفت. لذا با توجه به رشد روزافزون صنایع و ایجاد بازار رقابتی، صنایع ملزم به استفاده از فناوری‌ها و روش‌های نوین طراحی و ساختی در راستای ارتقای کیفیت محصولات و کاهش هزینه شده‌اند. یکی از ابزاهایی که مهندسان طراحی و تولیدی را در این زمینه

۱- کارشناس ارشد، آمار کاربردی

۲- کارشناس ارشد (نویسندهٔ مخاطب)

3. Robust Design

دریافت مقاله: ۹۰/۰۴/۰۵، تأیید مقاله: ۹۰/۰۵/۱۲

یاری می‌کند؛ تخصیص بهینهٔ تلرانس است. معمولاً تکنیک‌های تخصیص بهینهٔ تلرانس به دو دسته تقسیم می‌شود [۳]:

الف- روش‌های تجربی و سنتی که عبارتند از:

- مراجع و استانداردهای بین‌المللی
- تحلیل خطی و غیرخطی تلرانس بدترین حالت[۴] (WC)
- روش‌های خطی و غیرخطی آماری (مانند ریشهٔ مجموع مربعات[۵] (RSS)
- روش‌های تحلیل حساسیت و موضوعات مرتبط (خطی‌سازی مستقیم[۶] (DLM) ، شبیه‌سازی مونت کارلو، تجزیه و تحلیل واریانس (ANONA و ...) [۱۳ و ۸]
- تکنیک‌های طراحی به کمک کامپیوتر (CAD) [۸]
- تحلیل تلرانس بهینه براساس هزینه

در فصل ۱۰ مرجع [۳]، نقاط قوت و ضعف این روش‌ها (سنتی و تجربی) ارائه شده است. البته روش‌های دیگری نیز وجود دارد: ممان‌های سیستم[۷]، هاسوفر- لیند[۸] و انتگرال‌گیری اشاره کرد [۱۶و ۵].

ب- روش‌های استوارسازی

این روش در نیمهٔ دوم دههٔ ۱۹۸۰، توسط پرفسور تاگوچی ارائه شده است که هدف از آن طراحی محصول است؛ به‌گونه‌ای که نسبت به شرایط اغتشاش غیرحساس یا استوار باشد. این روش، اخیراً، توسط شرکت‌ها و سازمان‌هایی با محصولات پیچیده و با قابلیت اطمینان بالا «تحت عنوان طراحی استوار» استفاده می‌شود.

اما امروزه، مفاهیم اقتصادی همراه با تلرانس‌گذاری مؤلفه‌ها و اثر آن در کیفیت و هزینهٔ تولید و مونتاژ، یکی از موضوعات روز دنیا در طراحی و ساخت است. مسئلهٔ تخصیص بهینهٔ تلرانس براساس هزینه، اغلب همانند مسئلهٔ بهینه‌سازی غیرخطی، فرمول‌بندی می‌شود که اغلب از توابع هزینهٔ تولید - تلرانس به‌عنوان متغیر پاسخ استفاده می‌شود [۴ و ۱]. بدین صورت‌که هزینهٔ کل تولید یا مشخصهٔ کیفی به‌عنوان متغیر پاسخ و تلرانس‌ها، متغیرهایی است که روی هزینهٔ تولید تأثیر می‌گذارند. جدول (۱) انواع توابع هزینه را نشان می‌دهد [۳]. اگرچه تخصیص تلرانس با استفاده از این روابط در صنایع به‌خوبی پذیرفته شده است اما در استفاده از این مدل‌ها، مهندسان طراح باید چند مهارت زیر را داشته باشند [۳]:

۱- توانایی مدل‌سازی و حل معادلات پیچیدهٔ ریاضی (جدول ۱)
۲- توانایی در حل معادلات غیرخطی هندسی
۱- توانایی ارتباط بین انواع توابع تلرانس- هزینه برای مسائل خاص
۲- توانایی در تشخیص پارامترهای حساس در هزینه

که در صورت عدم رعایت موارد فوق، خطای نسبتاً زیاد در برازش مدل و جواب‌های حاصله ایجاد می‌شود. لذا استفاده از این روش‌ها به سختی و با خطای نسبتاً زیاد همراه است. برای فائق‌آمدن بر این مشکلات، روش رویهٔ پاسخ به عنوان یک روش علمی مناسب برای طرح‌ریزی آزمایش‌ها و برازش یک مدل چند جمله‌ای تابع هزینهٔ تولید- تلرانس، معرفی می‌شود. مهم‌ترین مزیت روش رویهٔ پاسخ این است که علاوه بر رفع مشکلات ذکر شده توانایی شناسایی پارامترهای حساس و بحرانی را نیز دارد.

فرمول‌بندی مسئلهٔ تخصیص تلرانس براساس هزینه

یک روش برای مسئلهٔ حداقل هزینهٔ تولید- تخصیص تلرانس، تعیین تلرانس‌های بهینهٔ اجزاء و مؤلفه‌ها از طریق حداقل‌کردن هزینه‌های تولید با توجه به محدودیت‌های انباشتگی تلرانس و دیگر محدودیت‌های طراحی است. فرض کنید فرایند مونتاژ یک محصول یا قطعه، شامل n مؤلفه یا جزء مختلف باشد و فرایند تولید هر جزء تحت کنترل آماری است و همچنین t_i تلرانس مؤلفهٔ iام و T تلرانس انباشته یا تلرانس مونتاژ است. در این صورت فرمول‌بندی مسئلهٔ تخصیص تلرانس به‌صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\begin{aligned} &Minimize\ \ \eta(t_1,t_2,...,t_n) \\ &\quad subject\ to \\ &t_1+t_2+....+t_n \le T \\ &l_i \le t_i \le u_i \quad i=1,2,...,n \\ &Other\ restrict \end{aligned} \qquad (۱)$$

که u_i, l_i حدود پایین و بالای تلرانس جزء iام، t_i، و $\eta(t_1,t_2,...,t_n)$ تابع هزینهٔ کلی نامعلوم است. اما در اغلب مسائل صنعتی، رابطه و مدل بین هزینه‌های کل تولید و تلرانس‌های اجزاء ناشناخته است. در این زمینه تحقیقات مختلفی انجام شده است. اطهری و موحدی (۱۳۸۴) با استفاده از الگوریتم ژنتیک به بهینه‌سازی تابع هزینه- تلرانس با درنظرگرفتن قید مربوط به کیفیت محصول با استفاده از روش DLM، RSS و بدترین حالات پرداخته است. در این زمینه می‌توان به مراجع [۵] و [۴] اشاره کرد. جینگ (۲۰۰۲) با استفاده از شبیه‌سازی کامپیوتری داده‌های مسئله را ایجاد و با استفاده از رویهٔ پاسخ[۹] (RSM) تابع هزینه را

4. Linear and Nonlinear Worst-Case Tolerance Analysis
5. Root of Sum Square
6. Direct Linear Methodology
7. System Moments
8. Hasofer-Lind
9. Response Surface Methodology

بهینه‌سازی کرده است. مرجع [۱۲] با استفاده از طرح‌های آزمایش آمیخته و RSM تابع هزینه- تلرانس را بهینه‌سازی کرده است.

در این مقاله سعی شده است؛ ابتدا، انواع طرح‌های رویهٔ پاسخ (CCD، BDD و ..) بررسی شود و سپس با استفاده از RSM طریقهٔ مدل‌سازی رابطهٔ بین هزینهٔ تولید، به‌عنوان متغیر پاسخ و تلرانس‌های اجزاء، به‌عنوان متغیرهای ورودی تشریح می‌شود و در نهایت بعد از تعیین تلرانس‌های حساس با استفاده از تحلیل واریانس (ANOVA) تلرانس‌هایی که منجر به بهینه شدن هزینه‌های تولید می‌شود را در یک مثال کاربردی پیدا می‌کنیم.

روش رویهٔ پاسخ

روش رویهٔ پاسخ (RSM) یک مجموعه‌ای از طرح‌های آماری و تکنیک‌های بهینه‌سازی عددی است که به‌منظور توسعه، بهبود و بهینه‌سازی فرایند و محصولات به‌کارگرفته می‌شود [۱۰]. این تکنیک برای مدل‌بندی و آنالیز مسائلی که چندین متغیر ورودی تأثیر بالقوه‌ای بر معیار عملکرد یا مشخصهٔ کیفی از محصول یا فرایند دارند مفید و مؤثر است. این روش از دههٔ ۱۹۵۰ توسط باکس و ویلسون با دیدگاه حل مسائل صنعتی و در زمینهٔ بهبود کیفیت مطرح شد و در بیست سال اخیر به‌صورت گسترده‌ای در بسیاری از علوم در حال استفاده است. در حقیقت روش رویهٔ پاسخ با مدل‌بندی‌کردن مشخصهٔ کیفی با متغیرهای ورودی فرایند اهداف زیر را دنبال می‌کند:

- کنترل و پیش‌بینی مشخصهٔ کیفی با توجه به تغییرات دلخواه روی متغیرهای ورودی به‌منظور پیدا کردن سطوحی از عوامل که مشخصهٔ کیفی را بهینه می‌کند (بهینه‌سازی فرایند).

معمولاً RSM در فرایندهایی به‌کار می‌رود که رابطهٔ بین مشخصه‌های کیفی و متغیرهای ورودی بسیار پیچیده و ناممکن است. در این نوع مدل‌ها معمولاً برای برآورد رابطهٔ بین متغیر پاسخ و متغیرهای ورودی از یک مدل چندجمله‌ای مرتبهٔ دوم به‌صورت زیر استفاده می‌شود [۱۱]:

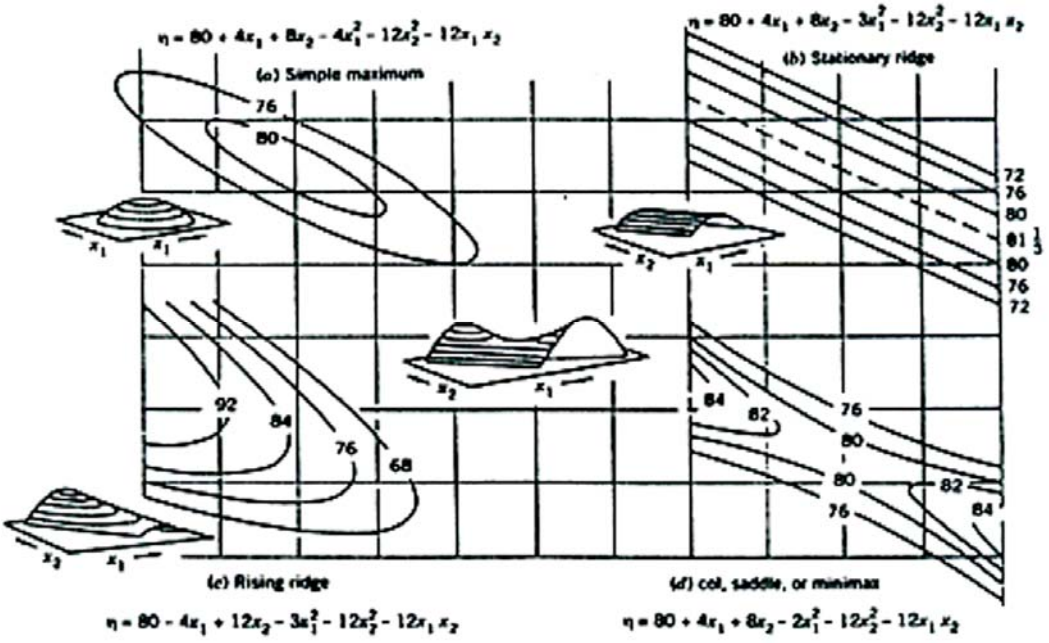
$$\hat{y}(x) = \hat{\beta}_o + \sum_{1}^{n} \hat{\beta}_i x_i + \sum_{1}^{n} \hat{\beta}_{ii} x_i^2 + \sum_{1}^{n} \sum_{1}^{n} \hat{\beta}_{ij} x_i x_j \qquad (۱)$$

که در این مدل x_i متغیر ورودی و $\hat{\beta}_{ij}, \hat{\beta}_{ii}, \hat{\beta}_i, \hat{\beta}_o$ برآورد اثرهای ثابت، خطی، درجهٔ دوم و متقابل متغیرهای ورودی است. این مدل در روش رویهٔ پاسخ نقش بسیار مهمی ایفا می‌کند زیرا:

۱- مدل مرتبه دوم توانایی زیادی برای نمایش حالت‌های مختلف توابع منحنی دارد. شکل (۱) انواع حالت‌های مختلف این توابع را نشان می‌دهد.

۲- برآورد پارامترهای این مدل بسیار راحت است (از روش حداقل مربعات معمولی).

۳- از طریق تجربی ثابت شده است که مدل مرتبهٔ دوم کامل برای مدل‌بندی سامانه (فرایند تولید) بسیار مناسب است و اثرات مرتبهٔ سوم و بالاتر معمولاً مهم نیست.



شکل ۱- شناسایی میزان و نوع اثر عوامل مهم و تأثیرگذار روی مشخصهٔ کیفی

جدول ۱- توابع هزینهٔ تولید - تلرانس

Math Principle	Cost model	Analysis Model	Model author
Reciprocal	A+B/T	Lagrange multiplier	Chase & Greenwood
Reciprocal squared	$A + B/T^2$	Lagrange multiplier	Sports
Reciprocal power	$A + B/T^k$	Lagrange multiplier	Sutherland & Roth
Reciprocal power	B/T^{ki}	Nonlinear programming	Lee & Woo
Exponential	Be^{-mT}	Lagrange multiplier	Speckhart
Exponential/ Reciprocal power	$Be^{-mT/Tk}$	Nonlinear programming	Michael & Siddall
Piecewise linear	$A_i - B_iT_i$	Linear programming	Bjork & Patel
Empirical data	Discrete parts	Zero – one programming	Ostwald & Hung
Empirical data	Discrete parts	Combinatorial	Monte & Datseries
Empirical data	Discrete parts	Branch and bound	Lee & Woo

در روش رویهٔ پاسخ برای بهینه‌سازی سه گام زیر تعریف می‌شود:

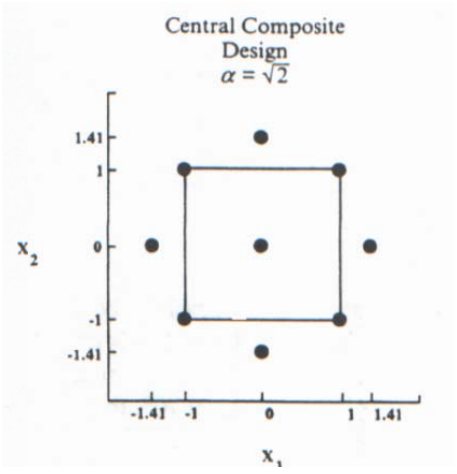
الف) طرح‌ریزی مناسب جمع‌آوری اطلاعات و داده‌های مورد نیاز

در این گام، طرح‌ریزی جمع‌آوری داده‌ها باید به‌گونه‌ای باشد که بتوان به‌وسیلهٔ آن مدل چندجمله‌ای مرتبهٔ دوم را برازش داد که از فن طرح آزمایش‌ها[1] (DOE) و از طرح‌های مخصوص رویهٔ پاسخ استفاده می‌شود. فن طرح آزمایش‌ها مجموعه‌ای از روش‌های آماریی است که برای طرح‌ریزی سازمان‌یافته آزمایش‌ها در راستای اهداف از پیش تعیین یافته است. مهم‌ترین ویژگی طرح آزمایش‌ها توانایی طراحی آزمایش‌ها با کم‌ترین هزینه و تعداد آزمایش و حداکثر اطلاعات فرایند مورد بررسی است. در این روش متناسب با نوع مسئله، انواع آزمایش‌ها از جمله طرح‌های بلوکی، طرح‌های عاملی، طرح‌های عاملی کسری و ... می‌توان نام برد. مرجع [۱۰] اطلاعات بسیار کاملی از انواع طرح‌های آزمایش و زمینه‌های کاربرد آن ارائه کرده است. تعداد زیادی از رده طرح‌های آزمایش برای برازش مدل مرتبهٔ دوم وجود دارد، که این‌گونه طرح‌ها براساس معیارهای مختلف و مهم ایجاد شده است. در حالت کلی طرح‌های رویهٔ پاسخ به دو دسته تقسیم می‌شود:

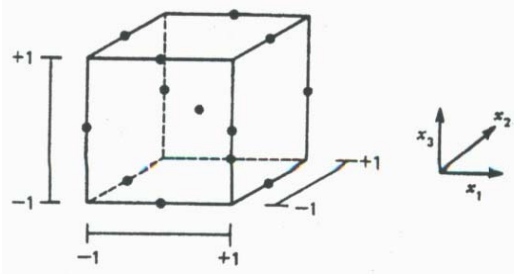
۱. طرح‌های استاندارد: (طرح مرکزی مرکب[2] (CCD)، طرح باکس- بنکن[3] (BDD) و ...)

۲. طرح‌های غیراستاندارد: (D-optimal ، G- optimal و ...)

طرح‌های CCD و BDD یکی از انواع طرح‌هایی است که توانایی برازش مدل مرتبهٔ دوم را دارد. که شکل (۲) و (۳) ساختار سادهٔ طرح آزمایش CCD و BDD را نشان می‌دهد.



شکل ۲- طرح مرکزی مرکب (CCD)



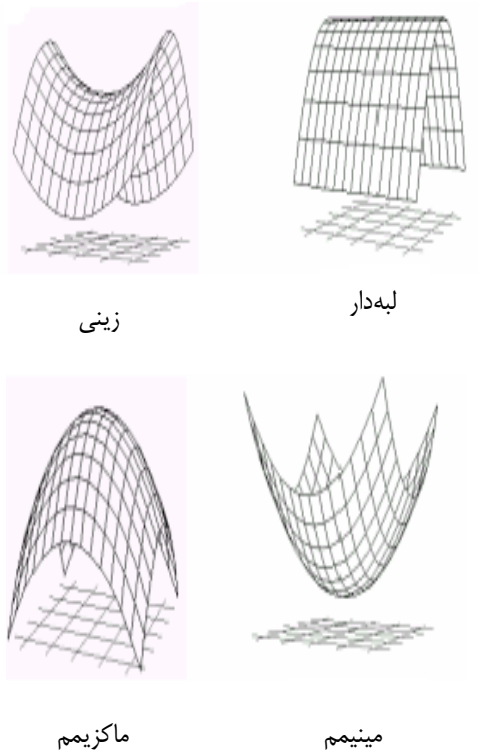
شکل ۳- طرح باکس- بنکن (BDD)

1. Design of Experiments
2. Central Composite Design
3. Box Behnken Design

مونتگمری (۲۰۰۰) اطلاعات بسیار جامعی از انواع روش‌هی دربارهٔ استفاده از طرح‌های CCD را ارائه داده است.

ب) در گام دوم، با استفاده از روش‌های مدل‌سازی آماری رابطهٔ خطی مرتبهٔ دوم بین متغیرهای ورودی (تلرانس) متغیر پاسخ (هزینهٔ تولید یا دقت) با استفاده از روش حداکثر درست‌نمایی (MLE) به‌دست می‌آید و بعد از بررسی صحت مدل، نمودار رویهٔ پاسخ و نمودار تراز رویهٔ پاسخ درجهٔ دوم به‌دست می‌آید. با توجه به نوع مسئله، عموماً چهار رویه به‌صورت لبه‌دار، زینی، ماکزیمم و مینیمم است (شکل ۴). در این فاز می‌توان با استفاده از تکنیک تجزیه و تحلیل واریانس (ANOVA) و آزمون‌های آماری تلرانس‌های حساس را مشخص کرد.

ج) در گام سوم با استفاده از روش‌های بهینه‌سازی مانند روش لاگرانژ چندگانه، روش سیمپلکس نلدر- مید[4]، GRG[5]، تابع مطلوبیت[6]، الگوریتم ژنتیک[7] (تک متغیره و چند متغیره)، شبکه‌های عصبی[8] و ... استفاده کرد.



شکل ۴- چهار رویهٔ لبه‌دار، زینی، ماکزیمم و مینیمم

روش رویهٔ پاسخ برای بهینه‌سازی مسئلهٔ تخصیص تلرانس بهینه

در روش رویه پاسخ برای برآورد پاسخ $\eta(t_1,t_2,...,t_n)$ فرض می‌شود که $t_1,t_2,...,t_n$ متغیرهای ورودی طرح هستند. همان‌طورکه گفته شد در روش RSM از متغیرهای کدبندی شده استفاده می‌شود که فرمول کدبندی به‌صورت زیر است:

$$x_i = \frac{2t_i - (u_i + l_i)}{u_i - l_i} \qquad i = 1,2,....n \qquad (۲)$$

که x_i متغیرهای کدبندی متناظر با t_i است. حال با توجه به این که متغیرهای t_i در دامنه (l_i, u_i) قرار دارند؛ طبق رابطهٔ بالا متغیرهای کدبندی شده در بازهٔ (۱و۱-) تغییر می‌کند و به همین صورت می‌توان رابطهٔ محدودیت انباشتگی را در حالتی که متغیرها کدبندی شده‌اند به‌صورت زیر بازنویسی کرد:

$$\sum_{i=1}^{n} \frac{x_i(u_i - l_i) + (u_i + l_i)}{2} \le T \qquad (۳)$$

و همچنین می‌توان تابع پاسخ $\eta(t_1,t_2,...,t_n)$ وقتی که متغیرهای ورودی کدبندی شده‌اند به‌صورت $y(x_1,x_2,...,x_n)$ درنظرگرفت یعنی:

$$\eta(t_1,t_2,...,t_n) \equiv y(x_1,x_2,...,x_n) \qquad (۴)$$

فرض کنید $\hat{y}(x_1,x_2,...,x_n)$ برآورد تابع پاسخ $y(x_1,x_2,...,x_n)$ است پس تابع پاسخ را در u امین آزمایش را می توان به‌صورت زیر نوشت:

$$y_u(x_1,x_2,...,x_n) = \hat{y}_u(x_1,x_2,...,x_n) + \varepsilon_u \quad u = 1,...,m \qquad (۵)$$

که m تعداد کل آزمایش طرح‌ریزی شده است و ε_u خطای تصادفی است که دارای توزیع نرمال با میانگین صفر و واریانس ثابت می باشد. حال طبق روش RSM می‌توان مسئلهٔ تخصیص تلرانس بهینه را به‌صورت زیر تعریف کرد:

$$\begin{aligned} &Minimize \\ &COST = \hat{y}(x) = \hat{\beta}_o + \sum \hat{\beta}_i x_i + \sum \hat{\beta}_{ii} x_i^2 + \sum\sum \hat{\beta}_{ij} x_i x_j \\ &subject\ to \\ &\sum_{i=1}^{n} \frac{x_i(u_i - l_i) + (u_i + l_i)}{2} \le T \\ &-1 \le x_i \le 1 \qquad i = 1,2,...,n \\ &Other\ \text{Re}strict \end{aligned} \qquad (۶)$$

چندنکته مهم:

۱- در بیان قیدها می‌توان از قیدهای طراحی که از تحلیل‌های بدترین حالات (WC)، RSS و ... استفاده کرد.

۲- در مسائل طراحی که تلرانس‌های مستقل (x_i) و وابسته (y) و تلرانس‌های هندسی وجود داشته می‌توان

4. Nelder- Mid Simplex
5. Generalized Reduced Gradients
6. Desirability Function
7. Genetic Algorithm
8. Neurotic Networks

صورت مسئله را به‌صورت سیستم پاسخ دوگان[9] زیر تعریف کرد:

$$\begin{cases} Minimize \\ COST = \hat{y}(x) = \hat{\beta}_o + \sum \hat{\beta}_i x_i + \sum \hat{\beta}_{ii} x_i^2 + \sum\sum \hat{\beta}_{ij} x_i x_j \\ y = f(x_1, x_2, x_3, ..., x_n) \quad or \quad Deviation(y) \end{cases} \qquad (۷)$$

$$\begin{aligned} &subject\ \ to \\ &\sum_{i=1}^{n} \frac{x_i(u_i - l_i) + (u_i + l_i)}{2} \le T \\ &-1 \le x_i \le 1 \qquad i = 1, 2, ..., n \\ &Other\ \ \text{Re}strict \end{aligned}$$

که در آن متغیرهای پاسخ هزینه و دقت تلرانس‌های وابسته (y) است. مرجع (۱۲) اطلاعات مفیدی در زمینهٔ سیستم پاسخ دوگان و روش‌های بهینه‌سازی پاسخ‌های چند متغیره ارائه کرده است.

مثال کاربردی

در ادامه برای تشریح مسئلهٔ تخصیص تلرانس بهینه از مثالی ساده برای طرح‌ریزی آزمایش و مدل‌سازی رویهٔ پاسخ استفاده می‌شود.

برای تشریح چگونگی استفاده از روش RSM در مسئلهٔ تخصیص بهینهٔ تلرانس، فرایند مونتاژ و ساخت یک شفت و همچنین اجزای آن را، که در شکل (۵) نمایش داده شده است، درنظربگیرید. در این مسئله، هدف، تعیین تلرانس‌های t_3, t_2, t_1 به‌گونه‌ای است که هزینهٔ کل تولید حداقل شود. همچنین فرض می‌کنیم که طبق روش‌ها و اطلاعات مهندسی تلرانس‌ها در بازه‌های زیر تغییر می‌کنند:

$$\begin{aligned} &0.02 \le t_1 \le 0.05 \\ &0.03 \le t_2 \le 0.07 \\ &0.04 \le t_3 \le 0.08 \\ &T = 0.145 \end{aligned} \qquad (۸)$$

حال برای حل مسئلهٔ تخصیص بهینهٔ تلرانس باید در گام اول طرحی را برای جمع‌آوری داده‌ها طراحی کرد که توانایی برآورد و برازش هر مدل مرتبهٔ دوم را داشته باشد. بدین منظور باید سطوح عوامل (تلرانس‌ها) حداقل سه سطحی باشند و به عبارت دیگر از طرح‌های عاملی 3^k یا عاملی کسری 3^{k-p} استفاده کرد. اما این طرح‌ها به‌علت اینکه با افزایش تعداد متغیرها، تعداد آزمایش‌های آن بسیار زیاد می‌شود، مقرون به صرفه یا عملی نیست. در این حالت از طرح‌های دیگری که توانایی برازش مدل مرتبهٔ دوم را با کم‌ترین تعداد آزمایش داشته باشند می‌توان استفاده کرد که از جملهٔ آن می‌توان طرح‌های مرکزی مرکب و طرح‌های باکس- بنکن و ... را نام برد. در مثال فوق از یک طرح مرکزی مرکب برای طرح‌ریزی آزمایش‌ها استفاده می‌کنیم که در جدول (۲) نشان داده شده است.

جدول ۲- یک طرح CCD برای مثال شفت

u	t_1	t_2	t_3	T	y_u	x_2	x_3	y_u
۱	۰/۰۲	۰/۰۳	۰/۰۴	۰/۰۹	-۱	-۱	-۱	۱۶/۱
۲	۰/۰۵	۰/۰۳	۰/۰۴	۰/۱۲	۱	-۱	-۱	۱۴/۳
۳	۰/۰۲	۰/۰۷	۰/۰۴	۰/۱۳	-۱	۱	-۱	۱۴/۷
۴	۰۵/	۰/۰۷	۰/۰۴	۰/۱۶	۱	۱	-۱	۱۰/۶
۵	۰/۰۲	۰/۰۳	۰/۰۸	۰/۱۳	-۱	-۱	۱	۱۴
۶	۰/۰۵	۰/۰۳	۰/۰۸	۰/۱۶	۱	-۱	۱	۱۱/۴
۷	۰/۰۲	۰/۰۷	۰/۰۸	۰/۱۷	-۱	۱	۱	۱۲/۷
۸	۰/۰۵	۰/۰۷	۰/۰۸	۰/۲	۱	۱	۱	۷/۴
۹	۰/۰۱	۰/۰۵	۰/۰۶	۰/۱۲	-۱/۶۸۲	۰	۰	۱۴/۷
۱۰	۰/۰۶	۰/۰۵	۰/۰۶	۰/۱۷	۱/۶۸۲	۰	۰	۱۰/۵
۱۱	۰/۰۳۵	۰/۰۱۶	۰/۰۶	۰/۱۱۱	۰	-۱/۶۸۲	۰	۱۴/۱
۱۲	۰/۰۳۵	۰/۰۸۴	۰/۰۶	۰/۱۷۹	۰	۱/۶۸۲	۰	۹/۵
۱۳	۰/۰۳۵	۰/۰۵	۰/۰۲۶	۰/۱۱۱	۰	۰	-۱/۶۸۲	۱۵/۳
۱۴	۰/۰۳۵	۰/۰۵	۰/۰۹۴	۰/۱۷۹	۰	۰	۱/۶۸۲	۱۱/۲
۱۵	۰/۰۳۵	۰/۰۵	۰/۰۶	۰/۱۴۵	۰	۰	۰	۱۲/۵
۱۶	۰/۰۳۵	۰/۰۵	۰/۰۶	۰/۱۴۵	۰	۰	۰	۱۲/۶
۱۷	۰/۰۳۵	۰/۰۵	۰/۰۶	۰/۱۴۵	۰	۰	۰	۱۲
۱۸	۰/۰۳۵	۰/۰۵	۰/۰۶	۰/۱۴۵	۰	۰	۰	۱۲/۵
۱۹	۰/۰۳۵	۰/۰۵	۰/۰۶	۰/۱۴۵	۰	۰	۰	۱۲/۷
۲۰	۰/۰۳۵	۰/۰۵	۰/۰۶	۰/۱۴۵	۰	۰	۰	۱۱/۹

در گام دوم با استفاده از نرم‌افزار مینی‌تاب[10] مدل مرتبه دوم بین هزینهٔ کل تولید و تلرانس‌های کدبندی شده به‌صورت زیر به‌دست می‌آید:

$$\hat{y}(x) = 12.36 - 1.56x_1 - 1.33x_2 - 1.25x_3 - 0.33x_3^2 - 0.03x_1x_2 \qquad (۹)$$

و مطابق با آماره F و R^2 و نمودارهای باقیمانده‌ها و نرمالیتی مدل مرتبهٔ دوم بالا مدل کارایی برای مسئلهٔ فوق است و طبق جدول تحلیل واریانس (ANOVA)) همچنین تمام تلرانس‌ها به‌همراه اثر متقابل تلرانس جزء ۱ و ۲ در هزینهٔ کل تولید تأثیر معنی‌داری دارند. حال مسئله بهینه‌سازی تلرانس را با توجه به سایر محدودیت‌ها به صورت زیر تعریف می‌شود:

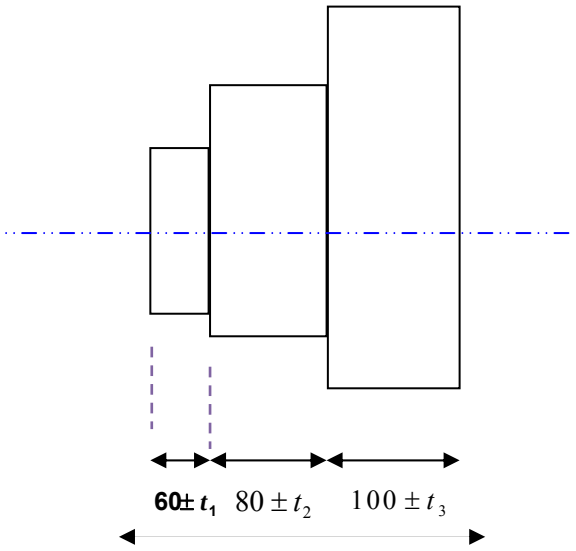
9. Dual Response Surface System

10. Minitab

$$
\begin{aligned}
&Minimize \\
&\hat{y}(x) = 12.36 - 1.56x_1 - 1.33x_2 - 1.25x_3 + 0.1x_1^2 - 0.18x_2^2 \\
&\quad - 0.33x_3^2 - 0.03x_1x_2 - 0.25x_1x_3 - 0.03x_2x_3 \\
&\qquad subject\ to \\
&\frac{0.03x_1 + 0.07}{2} + \frac{0.04x_2 + 0.1}{2} + \frac{0.04x_3 + 0.12}{2} \le 0.45 \\
&-1 \le x_i \le 1 \qquad i = 1,2,3
\end{aligned}
\tag{۱۰}
$$

برای حل این مسئله از نرم‌افزار اکسل (منوی Solver) که از الگوریتم GRG برای حل مسائل بهینه‌سازی استفاده می‌کند، استفاده می کنیم. حل بهینه این مسئله به‌صورت زیر به‌دست می‌آید:

$$
\begin{aligned}
&(x_1, x_2, x_3) = (0.629, -0.018, -0.454) \\
&(t_1, t_2, t_3) = (0.444, 0.0496, 0.0506) \\
&total\ \cos t = 12.17
\end{aligned}
\tag{۱۱}
$$



شکل ۵- استفاده از روش RSM در تخصیص بهینهٔ تلرانس یک شفت

نتیجه‌گیری و جمع‌بندی

تلرانس‌های مؤلفه‌ها می‌توانند به‌صورت یکنواخت در بین قسمت‌های هر محصول مونتاژی توزیع شود. به‌هرحال هر تلرانس مؤلفه می‌تواند هزینه‌های ساخت متفاوتی متناظر با پیچیدگی قطعه یا فرایند داشته باشد. به‌وسیلهٔ تعیین یک تابع تلرانس- هزینه برای مؤلفهٔ تلرانس می‌توان هزینهٔ تخصیص تولید را بهینه کرد. روش رویهٔ پاسخ (RSM) روش نوینی است که با ایجاد طرح آزمایشی کارا و مدل‌سازی مناسب در زمینهٔ تخصیص بهینهٔ تلرانس‌ها به‌کار می‌رود و این توانایی را دارد که هم در حالت تک متغیره و هم چند متغیره به‌کارگرفته شود. به‌طور مثال در طراحی قطعاتی به‌کار می‌روند که هم تلرانس‌های وابسته و هم تلرانس‌های مستقل دارند.

$$
\begin{aligned}
&Minimize \quad \sum_{j=1}^{n} f_j(t_j) \\
&Maximum \quad R(t) \\
&\qquad subject\ to \\
&t_1 + t_2 + ... + t_n \le T \\
&l_i \le t_i \le u_i \qquad\qquad i = 1, 2, ..., n
\end{aligned}
\tag{۱۲}
$$

مراجع

[1] Chase, K. W., Greenwood, W. H., Loosli, B. G. and Hauglund, L. F., "Least Cost Tolerance Allocation for Mechanical Assemblies with Automated Process Selection", *Manufacturing Reviw*, Vol. 3, No. 1, 1990, pp.49-59.

[2] Chase, K. W. and Parkinson, A. R., "A Survey of research in the Application of Tolerance Analysis to the Design Mechanical Assemblies," *Research in Engineering Design*, Vol. 3, No. 1,1991, pp. 23-37.

[3] Creveling, C. M., *Tolerance Design: A Handbook for Developing Optimal Pacification*, Wesley Longman, 1997.

[4] Dong, Z., *Advanced Tolerancing Techniques:, Tolerance Synthesisby Manufacturing Cost Modeling and Design Optimization*, Edited by H. C. Zhang, John Wiely &Sons, New York, 1997, pp.233-260.

[5] Gao, J., Chase, K. W. and Magleby, S. P., "Comparison of Assembly Tolerance Analysis by the Direct Linearization and Modified Monte Carlo Simulation Methods," *Proceding of the ASME Design Engineering Technical Conferences*, Boston, M A,1995 , pp. 353-36.

[6] Jeang, A., "Robust Tolerance Design by Response Surface Methodology," *Journal of Advaced Manufacturing Design* , Vol. 15, No. 6, 1999, pp. 399-403.

[7] Jeang, A. & Chars, C., "Concurrent Optimisationg of Parameter and Telorance Design Via Computer Simulation, Statistical Model", *Journal of Advaced Manufacturing Design,* Vol. 19, No. 6, 2002, pp. 432-441.

[8] Kusiak, A. and Feng, C. X., "Deterministic Tolerance Synthesis: A Comparative Study," Computer – Aided Design, Vol. 27, Issue 10, 1995, pp. 759-768.

[9] Kusiak, A. and Feng , C.-x.Robust, Tolerance Design for Quality," Journal of Engineering for Industry, Vol. 118, No. 1, 1996, pp. 166-169.

[10] Myers, R. H. and Mntgomery, D. C., *Response Surface Methdology, Process and Product Optimazation Using Desuugned Experiments*, Second Edition, Jouh Weily & sons , new yourk, 2002.

[11] *Myers, R. H., Montgomery, D. C., Vining, G. G. Borror, C. M. and Kowalski, S. M.,* "Response surface Methodology: Retrospective And Literative survey"., *Journal of Quality Tecnonology*, Vol. 36, No.1, 2004, pp. 53-77.

[12] Şehirlioğlu, A. K. and Özler, C., "The Use of Mixture Experiments in Tolerance Allocation Problems," *Journal of Advaced Manufacturing Design*, Vol. 35, No. 7-8, 2008, pp.769-777.

[13] Bisgaard, S., Graves, S. and Shin, G. "Tolerancing Mechanical Assemblies with CAD and DOE", *Journal of Quality Technology*, Vol. 32, No. 3., 2000, pp. 231-240.

[14] Young, J. K. and Byung, R. C., "The Use of Response Surface Design in The Selection of Optimum Tolerance Allocation", Quality Engineering," Vol. 13, No.1, 2000-2001, pp. 35-42.

[۱۵] نقی‌خانی، مهدی، «بهینه‌سازی محصولات و فرایند ساخت بر اساس سیستم پاسخ دوگان،» [پایانامه کارشناسی ارشد]، دانشگاه علامه طباطبایی، ۱۳۸۳.

[۱۶] اطهرفی‌فر، حسین و موحدی، محمدرضا، «تخصیص تلرانس و انتخاب تولید برای مجموعه‌های مکانیکی،» *سیزدهمین کنفرانس بین‌المللی مکانیک*، دانشگاه صنعتی شریف، ۱۳۸۴.