

Introducing of Attitude Determination System of a LEO Satellite with Orbital Maneuver Mission

A. H. Adami^{1*} and M. Nosratollahi²

1. Aerospace Department, Amirkabir University of Technology
2. Aerospace Department Malek e Ashtar University of Technology

* Hafez St., Tehran, IRAN

mmehraban@ymail.com

New algorithm is presented in this paper for attitude determination of LEO nanosatellite with $\pm 2^\circ$ accuracy in attitude determination independent of time. The most important limitation in nanosatellites is about subsystems's masses so, reduction of subsystems's masses is always considered. ADS plays the important role in the successful orbital maneuver missions. ADS accuracy is connected with increasing of sensors and complex processors which lead to increase the ADS mass. The presented algorithm uses one magnetometer sensor and one horizon sensor and position data receiving by GPS sensor as minimum required sensors. The selected configuration is resulted to minimum ADS mass and mission cost. Finally, error analysis at two most important orbit zones is done and the performance of the presented algorithm is confirmed.

Keywords: attitude determination system (ADS), space sensor, LEO satellite, error analysis

1. PhD Candidate (Corresponding Author)
2. Associate Professor

ارائه الگوریتم تعیین وضعیت برای یک ماهواره کوچک LEO با مأموریت مانور مداری

امیرحسین آدمی^{۱*} و مهران نصرت‌الهی^۲

۱- دانشکده مهندسی هوافضا، دانشگاه صنعتی امیرکبیر

۲- مرکز تحقیقات فضایی، مجتمع دانشگاهی هوافضا، دانشگاه صنعتی مالک اشتر

*تهران، خ حافظ

aha.amir@gmail.com

در این مقاله با استفاده از یک الگوریتم جدید، سیستم تعیین وضعیت بدون ژيروسکوپ یک ماهواره کوچک با دقت تعیین وضعیت $\pm 2^\circ$ غیروابسته به زمان مد نظر است. مهم‌ترین محدودیت در نانوماهوره‌ها جرم زیرسیستم‌های مختلف آن است. لذا همواره در طراحی اینگونه ماهواره‌ها کاهش جرم و هزینه زیرسیستم‌ها مورد توجه است. برای این منظور از یک حسگر مغناطیسی تک محوره، یک حسگر افق تک‌محوره و یک گیرنده GPS استفاده می‌شود که کم‌ترین جرم سیستم تعیین موقعیت و وضعیت و کم‌ترین هزینه مأموریتی را به دنبال خواهد داشت. آنالیز حساسیت انجام شده در حضور خط اندازه‌گیری حسگرها، نشان‌دهنده کارایی سیستم در تعیین وضعیت ماهواره با دقت مورد نظر است.

واژه‌های کلیدی: تعیین وضعیت، حسگرهای فضایی، ماتریس انتقال، ماهواره مدار پایین

مقدمه

تعیین وضعیت ماهواره در مدار خود برای انجام مأموریت محوله بسیار ضروری است. مأموریت ماهواره کوچک مدنظر این پژوهش انجام مانور هم‌صفحه برای دایروی کردن مدار در نقطه اوج می‌باشد. مدار پارکینگ (اولیه) مداری بیضوی با ارتفاع اوج و حضیض $650-250$ و زاویه میل مداری 56° درجه است. مدار مقصد مداری دایروی با ارتفاع 650 کیلومتر و حفظ زاویه میل 56° درجه خواهد بود. حداکثر جرم ماهواره 20 کیلوگرم و پریود ماهواره 90 دقیقه می‌باشد. ماهواره در طول شبانه‌روز 2 بار با ایستگاه زمینی و ایستگاه رنجینگ ارتباط خواهد داشت. خطای قابل قبول برای سیستم تعیین وضعیت برای انجام مأموریت کمتر از $\pm 2^\circ$ است که توسط طراح سناریو تعیین شده است. این موضوع (در بدترین حالت) مشابه با حداکثر

خطای $\pm 1/2^\circ$ برای زوایای اوایلر است.

$$Err = \sqrt{3 \times |\pm 1.2^\circ|^2} \sim 2.0^\circ \quad (1)$$

استفاده از حسگرهای پرهزینه و سیستم‌های تعیین وضعیت سنگین در این ماهواره سبک ($M_{sat} \leq 20kg$) امکان‌پذیر نیست [۱-۳]، لذا هدف این مقاله ارائه یک سیستم ساده و کارآمد تعیین وضعیت و موقعیت برای هر ماهواره کوچک است که امکان دستیابی به فناوری آن ممکن باشد.

تنها راه حل عملی برای تعیین موقعیت یک ماهواره در هر لحظه از مدار، استفاده از سیستم GPS است. استفاده از شتاب‌سنج‌ها، به دلیل خطای زمانی به وجود آمده مناسب نیست. این موضوع در بخش مربوط به محاسبه خطا ارائه شده است. البته استفاده از گیرنده‌های GPS نیز به سادگی انجام‌پذیر نیست و محدودیت‌های کاربردی خاص خود را دارد که هدف اصلی این پژوهش نیست. بنابراین در ادامه با فرض بهره‌گیری از سیستم

۱. دانشجوی دکتری (نویسنده مخاطب)

۲. استادیار

این حسگرها می‌توانند یک تا سه راستا را تعیین وضعیت کنند. هرچه تعیین وضعیت در راستاهای بیشتری صورت پذیرد هزینه و جرم حسگر نیز بیشتر می‌شود. بنابراین استفاده از حسگرهای تک‌محوره برای ماهواره‌های کوچک و تحقیقاتی مناسب‌تر است. ابعاد، جرم و هزینه هر حسگر متناسب با دقت مورد نظر متغیر است ولی چند نکته در انتخاب و به‌کارگیری حسگرها واضح است:

۱. هزینه و جرم حسگر تک‌محوره از حسگر سه محوره کمتر است.
۲. هزینه حسگر با دقت بیشتر، از هزینه حسگر با دقت کمتر، بیشتر است.
۳. کم‌هزینه‌ترین و سبک‌ترین حسگر فضایی، حسگر مغناطیسی است.

به دلیل مأموریت مانور مداری نانو ماهواره در نقطه اوج و عکس‌برداری در نقطه حضیض نمی‌توان از حسگر خورشیدی استفاده کرد زیرا این حسگر تنها در روز می‌تواند استفاده شود ولی مأموریت‌های نانوماهواره مورد نظر در شب و روز باید صورت پذیرد.

Star Tracker حسگر پرهزینه و سنگینی است.

سبک‌بودن و کم‌هزینه‌بودن حسگر از جمله معیارهای انتخاب آن برای هر ماهواره کوچک است ولی معیار اصلی انتخاب حسگرها، الگوریتم تعیین وضعیت و تأمین ورودی‌های لازم مربوط به الگوریتم انتخابی است.

انتقال بین دو دستگاه و تعیین وضعیت

برای انتقال بین دو دستگاه مختصات به یک ماتریس دوران نیاز است. ماتریس دوران به روش‌های مختلفی محاسبه می‌شوند. دو روش متداول که در این مقاله مورد استفاده قرار گرفته است عبارتند از [۷،۸]:

۱. استفاده از ماتریس کسینوس‌های هادی (DCM)

۲. دوران با استفاده از زوایای اوپلر (Euler)

این دو روش اگرچه در اصل شبیه به هم هستند ولی در عمل، برای درک فیزیکی و ماهیت هندسی وضعیت دو دستگاه با هم متفاوتند. هر یک از این دو روش دارای معایب و مزایایی هستند که بررسی آنها هدف این مقاله نیست، ولی استفاده از مزایای هر دو روش در شبیه‌سازی برای افزایش دقت برنامه مورد توجه است. ماتریس انتقال در انتقال از یک دستگاه به دستگاه دیگر یک ماتریس 3×3 به صورت زیر است.

$$R^1 = C_b^1 R^b \quad (2)$$

R^b : بردار مفروض در دستگاه b و R^1 بردار یاد شده در دستگاه I و C_b^1 ماتریس انتقال از دستگاه b به دستگاه I است. مؤلفه‌های این ماتریس به صورت زیر معرفی می‌شوند:

GPS برای تعیین موقعیت، تعیین وضعیت مستقل از زمان (قرارگیری زمین نسبت به خورشید، موقعیت مداری ماهواره و ...) ماهواره ارائه می‌شود. واضح است که نمی‌توان با استفاده از تله‌متری زمینی در هر لحظه از زمان موقعیت ماهواره را تعیین کرد.

برای تعیین وضعیت هر وسیله، سه روش اصلی تا کنون پیاده‌سازی شده است. این سه روش عبارتند از:

۱. استفاده از ژيروسکوپ‌ها
۲. استفاده از مجموعه شتاب‌سنج‌ها یا مجموعه GPS یا هر حسگر تعیین موقعیت و سرعت دیگر [۴].
۳. استفاده از حسگرهای تعیین موقعیت نظیر حسگر Star Tracker و Sun Sensor [۶-۱].

استفاده از ژيروسکوپ‌ها به دلیل توان مصرفی و وزن بالا و همچنین خطای انتگرال زمانی به وجود آمده در طول عمر ماهواره (۳ ماه) مردود است.

استفاده از سیستم GPS یا مجموعه شتاب‌سنج‌ها برای تعیین وضعیت با توجه به محدودیت دستیابی به دقت مورد نیاز حسگرها ($10^{-6} g, 10^{-1} m$) نتیجه مناسبی حاصل نمی‌شود.

گزینه آخر استفاده از حسگرهای فضایی است. این گزینه در این مقاله مورد توجه قرار گرفته و تلاش شده است تا با ترکیب اطلاعات حسگرها، سیستم تعیین وضعیت انتخابی، بهینه جرمی و هزینه‌ای باشد.

اطلاعات آماری مربوط به حسگرهای فضایی نظیر دقت، هزینه و پیچیدگی تکنولوژیک در مراجع [۳-۱] ذکر شده است. معایب و مزایای حسگرها به طور مختصر در جدول (۱) خلاصه شده است [۳-۱].

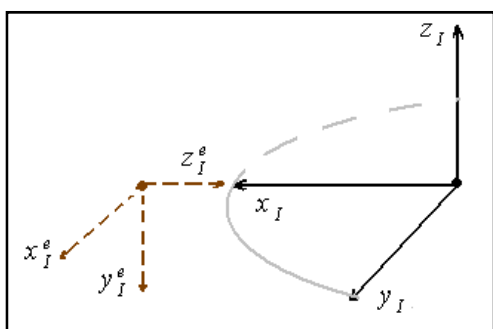
جدول ۱- مقایسه حسگرهای تعیین وضعیت

نوع حسگر	دقت	مزایا	معایب
خورشیدی	$0.1^\circ \sim 3^\circ$	ساده، قابل اطمینان	خروجی صفر در کسوف، گران
افق	$0.03^\circ \sim 2^\circ$	دقیق، سبک	امکان تست، عدم اندازه‌گیری یابو
مغناطیسی	$1^\circ \sim 3^\circ$	ارزان، پوشش کامل، سبک	کاربرد در مدار پایین
ستاره‌ای	$0.001^\circ \sim 1^\circ$	خیلی دقیق	گران، پیچیده، سنگین
ژایرو	$\frac{0.01^\circ}{hour}$	قابل اطمینان، دقت بالا	گران، خطای زمانی، سنگین
شتاب‌سنج	$0.01 \sim 10 (mg)$	ساده، سبک، ارزان	غیردقیق، دارای خطای زمانی
GPS	$100 \sim 1 (m)$ $10 \sim 1 (m/s)$	دقیق، سبک، دقت مناسب	غیرمطمئن، گران

می‌شود که دستگاه اینرسی به دستگاه بدنی واقع بر ماهواره منتقل شود. لذا مرحله به مرحله دستگاه اینرسی را به موقعیت‌های جدید تغییر وضعیت می‌دهیم. ترتیب اعمال چرخش‌ها و استفاده از زوایای یاد شده مهم است زیرا هر یک از این زوایا تعاریف مخصوص و ثابتی دارند. روش پیشنهادی پس از بررسی حالت‌های ممکن به‌صورت زیر ارائه می‌شود.

۱- در ابتدا دستگاه اینرسی را به دستگاه مختصات واقع بر صفحه استوا مطابق با شکل (۲) منتقل می‌کنیم. ماتریس انتقال با استفاده از DCM به‌صورت زیر معرفی می‌شود:

$$C_I^c = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (4)$$

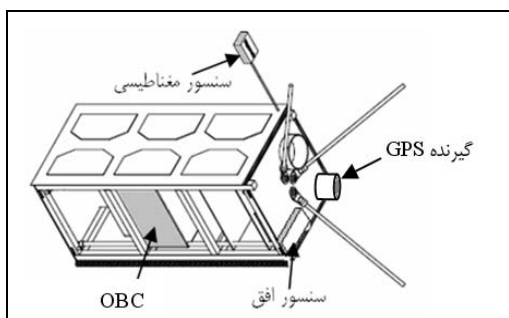


شکل ۲- انتقال دستگاه اینرسی به دستگاه استوایی

۲- دستگاه مختصات جدید را مطابق با شکل (۳) حول محور y_I^c به اندازه T_j - دوران می‌دهیم. در اصل تأثیر طول جغرافیایی وسیله به‌صورت زیر خواهد بود:

$$C_e^{T_j} = \begin{bmatrix} \cos T_j & 0 & \sin T_j \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin T_j & 0 & \cos T_j \end{bmatrix} \quad (5)$$

در این انتقال، طول‌های جغرافیایی شرقی مثبت و طول‌های جغرافیایی غربی منفی در نظر گرفته شده‌اند.



شکل ۳- سیستم تعیین وضعیت و موقعیت نانو ماهواره

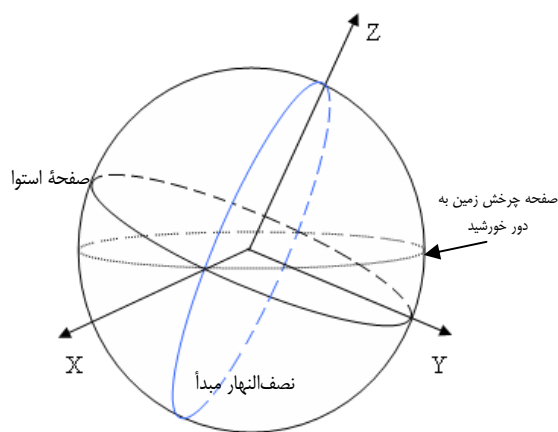
$$C_b^I = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} \end{bmatrix} \quad (3)$$

C_{11} کسینوس‌های بین محور x^b و x^I است.
 C_{12} کسینوس‌های بین محور x^b و y^I است.
...

در فضای سه‌بعدی اندازه‌گیری این زوایا بین محورهای مختصات ساده نیست. از طرفی باتوجه به خصوصیات ماتریس انتقال، معلوم‌بودن تنها سه مؤلفه از این ۹ درایه برای تعیین ماتریس انتقال کافی است. برای بررسی روابط بین درایه‌ها می‌توان به مرجع [۷،۸] مراجعه کرد.

معرفی زوایای حداقل مورد نیاز برای تعیین ماتریس انتقال

در ابتدا دستگاه مختصات اینرسی مرجع باید مشخص شود. در این مقاله دستگاه اینرسی زمینی برای این منظور انتخاب شده است. مبدأ این دستگاه مختصات در مرکز جرم زمین واقع شده است به‌نحوی که محور Z در راستای چرخش زمین، محور X در محل تقاطع نصف‌النهار مبدأ و صفحه استوا، و محور Y به نحوی که دستگاه کامل شود.



شکل ۱- معرفی دستگاه اینرسی زمینی

با بررسی‌های انجام شده مشخص شد که می‌توان با شش زاویه متداول ماتریس انتقال را در هر سناریوی پروازی مشخص کرد. زوایای تأثیرگذار برای تعیین ماتریس انتقال به‌صورت زیر معرفی می‌شوند: طول جغرافیایی (T_j)، عرض جغرافیایی (A_j)، زاویه میل مداری محلی (λ)، زاویه ورود (γ)، زاویه سرش (β) و زاویه حمله (α). به‌وسیله زوایای یاد شده و ترتیبی که در ادامه شرح داده خواهد شد، می‌توان ماتریس انتقال را مشخص کرد. برای این منظور فرض

۵- برای بررسی زاویه مسیر در این مرحله دستگاه مختصات جدید را حول محور Y_{Aj}^{λ} به اندازه γ دوران می‌دهیم. ماتریس انتقال به صورت زیر خواهد بود.

$$C_{\lambda}^{\gamma} = \begin{bmatrix} \cos \gamma & 0 & -\sin \gamma \\ 0 & 1 & 0 \\ +\sin \gamma & 0 & \cos \gamma \end{bmatrix} \quad (8)$$

زاویه مسیر در واقع زاویه بین سرعت و صفحه افق محلی است. زیر صفحه افق محلی زاویه مسیر منفی و بالای صفحه افق زاویه مسیر مثبت در نظر گرفته می‌شود.

تا این مرحله موقعیت قرارگیری بردار سرعت و دستگاه مسیر مشخص شده است و برای تعیین وضعیت دستگاه بدنی زوایای آیرودینامیکی مورد استفاده قرار می‌گیرند.

۶- دستگاه مختصات جدید را حول محور Z_{λ}^{β} به اندازه β دوران می‌دهیم بنابراین ماتریس انتقال به صورت زیر خواهد بود:

$$C_{\gamma}^{\beta} = \begin{bmatrix} \cos \beta & \sin \beta & 0 \\ -\sin \beta & \cos \beta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (9)$$

۷- در نهایت دستگاه مختصات جدید را حول محور Y_{γ}^{α} به اندازه α دوران می‌دهیم. ماتریس انتقال به صورت زیر خواهد بود.

$$C_{\beta}^{\alpha} = \begin{bmatrix} \cos \alpha & 0 & \sin \alpha \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \alpha & 0 & \cos \alpha \end{bmatrix} \quad (10)$$

معرفی الگوریتم تعیین وضعیت

به وسیله این ۷ انتقال (شش زاویه) دستگاه اینرسی به دستگاه بدنی قابل تبدیل است. ماتریس انتقال نهایی از حاصل ضرب هفت ماتریس ارائه شده در روابط (۴) الی (۱۰) به دست می‌آید.

$$C_1^b = C_{\beta}^{\alpha} C_{\gamma}^{\beta} C_{\lambda}^{\gamma} C_{Aj}^{\lambda} C_{Tj}^{Aj} C_e^{Tj} C_1^e \quad (11)$$

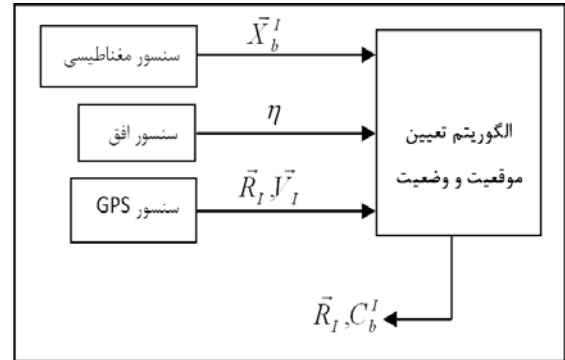
باید دقت داشت که این ماتریس انتقال دستگاه اینرسی به دستگاه بدنی است. به دلیل اندازه‌گیری نیروها و ممان‌های آیرودینامیکی و همچنین بردار تراست احتمالی در دستگاه بدنی انتقال از دستگاه بدنی به اینرسی مورد نیاز است. ماتریس انتقال از دستگاه بدنی به دستگاه اینرسی به صورت زیر خواهد بود [۸].

$$C_b^1 = C_1^{b^{-1}} = C_1^{b^T} = C_1^{eT} C_e^{TjT} C_{Tj}^{AjT} C_{Aj}^{\lambda T} C_{\lambda}^{\gamma T} C_{\gamma}^{\beta T} C_{\beta}^{\alpha T} \quad (12)$$

محاسبات ماتریسی لازم انجام پذیرفته و درایه‌های ماتریس انتقال از دستگاه بدنی به دستگاه اینرسی (C_b^1) استخراج شده است.

۳- برای تأثیر عرض جغرافیایی، دستگاه مختصات جدید را مطابق با شکل (۴) حول محور X_e^{Tj} به اندازه Aj دوران می‌دهیم ماتریس انتقال در این حالت به صورت زیر است:

$$C_{Tj}^{Aj} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos Aj & -\sin Aj \\ 0 & +\sin Aj & \cos Aj \end{bmatrix} \quad (6)$$



شکل ۴- بلوک دیاگرام سیستم تعیین موقعیت و وضعیت

دقت شود که در این روش عرض جغرافیایی در اصل زاویه بین بردار مکان وسیله و صفحه استواست. این تفاوت در مدل‌سازی زمین بیضی‌گون و کروی آشکار می‌شود. در اصل جهت بردار ارتفاع منطبق با محور Z_{Tj}^{Aj} باید قرار داشته باشد. عرض جغرافیایی شمالی مثبت در نظر گرفته می‌شود.

۴- برای تعیین جهت قرارگیری بردار سرعت در صفحه افق از زاویه λ (زاویه میل مداری محلی) استفاده می‌کنیم. این زاویه، زاویه بین تصویر بردار سرعت در صفحه افق محلی و فصل مشترک صفحه افق و صفحه موازی استوا در محل قرارگیری وسیله تعریف می‌شود. زاویه میل مداری محلی در اصل متمم زاویه Heading است که در صفحه افق محلی ترسیم می‌شود. برای تغییر وضعیت، دستگاه مختصات جدید را به اندازه λ حول محور Z_{Tj}^{Aj} دوران می‌دهیم. ماتریس انتقال به صورت زیر خواهد بود:

$$C_{Aj}^{\lambda} = \begin{bmatrix} \cos \lambda & -\sin \lambda & 0 \\ \sin \lambda & \cos \lambda & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (7)$$

جهت مثبت برای زوایای بالای صفحات موازی با استوا در نظر گرفته شده است. تا این مرحله از انتقال‌ها یادآوری می‌شود که وضعیت قرارگیری محور Z_{Aj}^{λ} در جهت ارتفاع و در واقع عمود بر صفحه افق محلی است (راستای Nadir).

برای اطمینان از صحت روابط و محاسبات، الگوریتم تعیین وضعیت و ماتریس انتقال را در چند وضعیت مشخص امتحان می‌کنیم. سه سناریو با وضعیت مشخص که ماتریس انتقال آن معلوم است [۹ و ۱۰]، در جدول (۲) معرفی شده‌اند. نتایج به دست آمده برای هر یک از سناریوها به صورت زیر محاسبه شده است:

جدول ۲- معرفی سناریوهای مختلف وضعیت

نمونه	طول جغرافیایی	عرض جغرافیایی	λ	γ	β	α
اول	۴۰ درجه شرقی	صفر درجه	صفر درجه	+۵ درجه	صفر درجه	صفر درجه
دوم	۵۰ درجه شرقی	۴۰ درجه شمالی	صفر درجه	+۹۰ درجه	صفر درجه	صفر درجه
سوم	۱۰ درجه غربی	۲۰ درجه جنوبی	+۴۵ درجه	صفر درجه	+۵ درجه	+۵ درجه

ماتریس انتقال سناریوی اول (فاز بازگشت کپسول فضایی از صفحه استوا):

$$R.S_1 = \begin{bmatrix} -0.5735765 & 0 & -0.8191521 \\ 0.8191521 & 0 & -0.5735764 \\ 0 & -1.000000 & 0 \end{bmatrix} \quad (22)$$

ماتریس انتقال سناریوی دوم (فاز پرتاب عمودی موشک حامل از درون ایران):

$$R.S_2 = \begin{bmatrix} 0.4924038 & 0.4131759 & -0.7660444 \\ 0.5868241 & 0.4924038 & 0.6427876 \\ 0.6427876 & -0.7660444 & 0 \end{bmatrix} \quad (23)$$

ماتریس انتقال سناریوی سوم (پرواز هواپیمای بدون سرنشین):

$$R.S_3 = \begin{bmatrix} 0.2675 & -0.1464 & -0.9524 \\ 0.7277 & 0.6785 & 0.1001 \\ 0.6315 & -0.7198 & 0.2881 \end{bmatrix} \quad (24)$$

نتایج به دست آمده بر نتایج مراجع [۹ و ۱۰] کاملاً منطبق است. این موضوع دور از ذهن نیست؛ زیرا روابط صریح ریاضی (نه حل عددی) مورد استفاده قرار گرفته است. همان‌طور که در انتخاب سناریوهای پروازی مشخص است، این الگوریتم هیچ‌گونه محدودیتی برای نوع وسیله پروازی ندارد و تنها مختص ماهواره‌ها نیست.

معمولاً در ورودی شبیه‌سازهای پرواز، زاویای اولیه اویلر یا المان‌های چهارگانه کواترنیون به عنوان ورودی درخواست می‌شود که قابل تبدیل به یکدیگر هستند [۷ و ۱۰]. به عنوان مثال زاویای

در نهایت مؤلفه‌های ۹ گانه را می‌توان به صورت توابع ریاضی زیر معرفی کرد:

$$C_{11} = -((\cos(\alpha)\cos(\beta)\cos(\gamma)+\sin(\alpha)\sin(\gamma))\cos(\lambda) + \cos(\alpha)\sin(\beta)\sin(\lambda))\sin(Tj) - (-\cos(\alpha)\cos(\beta)\cos(\gamma) + \sin(\alpha)\sin(\gamma))\sin(\lambda) + \cos(\alpha)\sin(\beta)\cos(\lambda)\sin(Aj) + (-\cos(\alpha)\cos(\beta)\sin(\gamma) + \sin(\alpha)\cos(\gamma))\cos(Aj)\cos(Tj) \quad (13)$$

$$C_{21} = ((\cos(\alpha)\cos(\beta)\cos(\gamma)+\sin(\alpha)\sin(\gamma))\cos(\lambda) + \cos(\alpha)\sin(\beta)\sin(\lambda))\cos(Tj) - (-\cos(\alpha)\cos(\beta)\cos(\gamma) + \sin(\alpha)\sin(\gamma))\sin(\lambda) + \cos(\alpha)\sin(\beta)\cos(\lambda)\sin(Aj) + (-\cos(\alpha)\cos(\beta)\sin(\gamma) + \sin(\alpha)\cos(\gamma))\cos(Aj)\sin(Tj) \quad (14)$$

$$C_{31} = -(-\cos(\alpha)\cos(\beta)\cos(\gamma) + \sin(\alpha)\sin(\gamma))\sin(\lambda) + \cos(\alpha)\sin(\beta)\cos(\lambda)\cos(Aj) - (-\cos(\alpha)\cos(\beta)\sin(\gamma) + \sin(\alpha)\cos(\gamma))\sin(Aj) \quad (15)$$

$$C_{12} = -(\sin(\beta)\cos(\gamma)\cos(\lambda) + \cos(\beta)\sin(\lambda))\sin(Tj) + (\sin(\beta)\cos(\gamma)\sin(\lambda) + \cos(\beta)\cos(\lambda))\sin(Aj)\cos(Tj) - \sin(\beta)\sin(\gamma)\cos(Aj)\cos(Tj) \quad (16)$$

$$C_{22} = (-\sin(\beta)\cos(\gamma)\cos(\lambda) + \cos(\beta)\sin(\lambda))\cos(Tj) + \sin(\beta)\cos(\gamma)\sin(\lambda) + \cos(\beta)\cos(\lambda)\sin(Aj)\sin(Tj) - \sin(\beta)\sin(\gamma)\cos(Aj)\sin(Tj) \quad (17)$$

$$C_{32} = -(\sin(\beta)\cos(\gamma)\sin(\lambda) + \cos(\beta)\cos(\lambda))\cos(Aj) - \sin(\beta)\sin(\gamma)\sin(Aj) \quad (18)$$

$$C_{13} = (\sin(\alpha)\cos(\beta)\cos(\gamma) - \cos(\alpha)\sin(\gamma))\cos(\lambda) + \sin(\alpha)\sin(\beta)\sin(\lambda)\sin(Tj) - (-\sin(\alpha)\cos(\beta)\cos(\gamma) + \cos(\alpha)\sin(\gamma))\sin(\lambda) - \sin(\alpha)\sin(\beta)\cos(\lambda)\sin(Aj) + (\sin(\alpha)\cos(\beta)\sin(\gamma) + \cos(\alpha)\cos(\gamma))\cos(Aj)\cos(Tj) \quad (19)$$

$$C_{23} = ((-\sin(\alpha)\cos(\beta)\cos(\gamma) + \cos(\alpha)\sin(\gamma))\cos(\lambda) - \sin(\alpha)\sin(\beta)\sin(\lambda)\cos(Tj) - (-\sin(\alpha)\cos(\beta)\cos(\gamma) + \cos(\alpha)\sin(\gamma))\sin(\lambda) - \sin(\alpha)\sin(\beta)\cos(\lambda)\sin(Aj) + (\sin(\alpha)\cos(\beta)\sin(\gamma) + \cos(\alpha)\cos(\gamma))\cos(Aj)\sin(Tj) \quad (20)$$

$$C_{33} = -(-\sin(\alpha)\cos(\beta)\cos(\gamma) + \cos(\alpha)\sin(\gamma))\sin(\lambda) - \sin(\alpha)\sin(\beta)\cos(\lambda)\cos(Aj) - (\sin(\alpha)\cos(\beta)\sin(\gamma) + \cos(\alpha)\cos(\gamma))\sin(Aj) \quad (21)$$

محاسبه درایه‌های C_{11} ، C_{22} و C_{33} برای تحلیل کافی هستند و دیگر درایه‌ها می‌توانند با توجه به خصوصیات ماتریس انتقال محاسبه شوند، ولی با توجه به بعضی شرایط خاص عموماً چهار درایه به عنوان ورودی شبیه‌ساز مورد استفاده قرار می‌گیرد. به عنوان مثال درایه‌های C_{11} ، C_{12} ، C_{22} و C_{21} یکی از حالت‌های انتخاب است.

می‌شود [۱۴-۱۱]. این مسئله همان‌طور که قبلاً اشاره شد در یک ماهواره کوچک عملیاتی نیست.

حسگر مغناطیسی روی محور X_b قرار می‌گیرد و در نهایت وضعیت این محور را نسبت به دستگاه اینرسی تعیین می‌کنند. دستگاه GPS نیز اطلاعات مربوط به بردار مکان و سرعت وسیله را در دستگاه اینرسی تعیین می‌کند. حسگر افق روی محور Z_b قرار می‌گیرد و زاویه این محور و راستای Nadir (زاویه η) را مشخص می‌کند. مؤلفه‌های محور Z_b از طریق ترکیب اطلاعات حسگر افق (زاویه η)، موقعیت وسیله که منجر به مشخص شدن مؤلفه‌های بردار یک Nadir $(x_{Nadir}, y_{Nadir}, z_{Nadir})$ می‌شود و همچنین معلوم‌بودن مؤلفه‌های محور X_b $(x_{x_b}, y_{x_b}, z_{x_b})$ می‌تواند با حل دستگاه سه معادله سه مجهول زیر استخراج شود.

$$\left\{ \begin{array}{l} \eta = \angle(\vec{R}_{Nadir}, \vec{Z}_b^I) \\ \cos \eta = \vec{Z}_b \cdot \vec{R}_{Nadir} = x_{z_b} x_{Nadir} \\ \quad + y_{z_b} y_{Nadir} + z_{z_b} z_{Nadir} \\ 0 = \vec{Z}_b \cdot \vec{X}_b = x_{z_b} x_{x_b} + y_{z_b} y_{x_b} + z_{z_b} z_{x_b} \\ 1 = \sqrt{x_{z_b}^2 + y_{z_b}^2 + z_{z_b}^2} \end{array} \right. \quad (26)$$

در نهایت مؤلفه‌های محور Y_b با استفاده از ضرب خارجی دو محور X_b و Z_b مشخص می‌شود.

$$\vec{Y}_b = \vec{Z}_b \times \vec{X}_b \quad (27)$$

بنابراین بردارهای زیر در دستگاه اینرسی در هر بازه زمانی مشخص است.

$$\left\{ \begin{array}{l} \vec{X}_b = x_{x_b} \hat{i} + y_{x_b} \hat{j} + z_{x_b} \hat{k} \\ \vec{Y}_b = x_{y_b} \hat{i} + y_{y_b} \hat{j} + z_{y_b} \hat{k} \\ \vec{Z}_b = x_{z_b} \hat{i} + y_{z_b} \hat{j} + z_{z_b} \hat{k} \\ \vec{R}_I = X_I \hat{i} + Y_I \hat{j} + Z_I \hat{k} \\ \vec{V}_I = v_x^I \hat{i} + v_y^I \hat{j} + v_z^I \hat{k} \\ \vec{R}_{Nadir} = x_{Nadir} \hat{i} + y_{Nadir} \hat{j} + z_{Nadir} \hat{k} \end{array} \right. \quad (28)$$

$\vec{X}_b, \vec{Y}_b, \vec{Z}_b$ بردار یک محوره‌های بدنی در دستگاه اینرسی، \vec{R}_I بردار موقعیت ماهواره در دستگاه اینرسی، \vec{V}_I بردار سرعت ماهواره در دستگاه اینرسی و \vec{R}_{Nadir} بردار یک Nadir (جهت بردار گرانش) در دستگاه اینرسی است.

نحوه اندازه‌گیری یا محاسبه زوایای مورد نیاز در ادامه ارائه می‌شود.

اویلر با توجه به درایه‌های ماتریس انتقال قابل محاسبه است. زوایای اویلر با استفاده از رابطه (۲۰ تا ۲۳) محاسبه می‌شوند [۸ و ۷]:

$$\left\{ \begin{array}{l} \theta = -\sin^{-1}(C_{31}) \\ \Phi = \tan^{-1}\left(\frac{C_{32}}{C_{33}}\right) \\ \Psi = \tan^{-1}\left(\frac{C_{21}}{C_{11}}\right) \end{array} \right. \quad (25)$$

البته این معادلات در حالت غیر تکین ($\theta \neq 90^\circ$) کاربرد دارند و در صورت تکین‌بودن می‌توان از روش کواترنیون استفاده کرد. روابط مربوطه در مراجع [۸ و ۷] ذکر شده است. زوایای اویلر متناسب با سه سناریوی پروازی جدول (۲) با استفاده از رابطه (۲۵) محاسبه شده و در جدول (۳) خلاصه شده است.

جدول ۳- زوایای اویلر محاسبه شده برای سناریوهای مختلف

سناریوی پروازی	Φ (درجه)	θ (درجه)	Ψ (درجه)
اول	-۹۰/۰۰	۰	۱۲۵/۰۰
دوم	۹۰/۰۰	-۴۰/۰۰	۵۰/۰۰
سوم	-۶۸/۱۸	-۳۹/۱۶	۶۹/۸۱

معرفی الگوریتم تعیین وضعیت

در بخش قبل، الگوریتم تعیین وضعیت جسم پرنده معرفی شد. این الگوریتم برای تعیین وضعیت وسیله در هر بازه زمانی از پرواز خود به‌طور مستقل و نه با استفاده از حل معادلات دیفرانسیلی کارایی دارد.

با توجه به الگوریتم ارائه شده، اندازه‌گیری زوایای مورد نیاز باید توسط حسگرها صورت پذیرد. اگر این مسئله میسر شود می‌توان سیستم تعیین وضعیت را تکمیل کرد. در صورتی که امکان اندازه‌گیری هر یک از زوایا به صورت مستقیم ممکن نباشد باید با استفاده از روابط ریاضی و کم‌ترین خطا به محاسبه آنها در کامپیوتر پرواز پرداخت.

پس از بررسی حالت‌های مختلف ادغام حسگرها، در نهایت این پژوهش نشان داد که برای اندازه‌گیری زوایای مورد نیاز الگوریتم تعیین وضعیت نیاز به حسگر GPS، یک مغناطیس‌سنج تک‌محوره و یک حسگر افق تک‌محوره است. در این مرحله از پژوهش اطلاعات بدون فیلتر مورد استفاده قرار می‌گیرند و هیچ هم‌پوشانی ندارند. معمولاً برای افزایش دقت سیستم تعیین وضعیت در ماهواره سنگین‌تر با افزایش تعداد حسگرها و طراحی فیلتر بهینه برای ترکیب داده‌ها و همچنین استفاده از پردازنده‌ها سریع‌تر استفاده

$$\gamma = \frac{\pi}{2} - \cos^{-1} \left(\frac{\vec{V}_I \cdot \vec{R}_{Nadir}}{|\vec{V}_I|} \right) \quad (33)$$

بدین ترتیب سیستم تعیین موقعیت و وضعیت را برای یک نانوماهواره به صورت شماتیک می‌توان به صورت شکل (۳) ارائه کرد. همان‌طور که ملاحظه می‌شود به دلیل آنکه حسگرهای مغناطیسی و افق در داخل وسیله قرار نمی‌گیرند، حجم داخلی ماهواره را اشغال نمی‌کنند. بلوک دیاگرام سیستم تعیین موقعیت و وضعیت پیشنهادی بر اساس حسگرهای انتخابی در شکل (۴) نمایش داده شده است.

مهم‌ترین معیار برای کارایی سیستم تعیین موقعیت و وضعیت، بررسی دقت سیستم در حضور خطاست. این موضوع در بخش بعد ارائه می‌شود.

مدل‌سازی خطاها و واریانس‌های مربوطه

برای بررسی دقت سیستم اندازه‌گیری باید خطاهای مختلف را به سیستم در حالت‌های حداکثر وارد و دقت سیستم را بررسی کرد. دقت سیستم را می‌توان با اختلاف درایه‌های ماتریس انتقال حالت ایده‌آل و حالت خطادار یا اختلاف زوایای اویلر حالت ایده‌آل و خطادار بیان کرد. بنابراین ابتدا، حداکثر خطای هر یک از زوایای موردنیاز محاسبه و سپس تأثیر این خطا بر روی هر یک از درایه‌های ماتریس انتقال بررسی می‌شود.

حداکثر خطای زاویه‌ای تعیین موقعیت

خطای تعیین موقعیت با توجه به بیشترین خطای GPS که در جدول (۱) ارائه شده است به صورت رابطه (۳۴) محاسبه می‌شود:

$$\Delta X^I = \Delta Y^I = \Delta Z^I = \Delta R_{\max}^I = 0.1 km$$

$$A_j = \sin^{-1} \left(\frac{Z^I}{R^I} \right) \rightarrow \Delta A_{j_{\max}} = \frac{2 \Delta R_{\max}^I}{R_{\min}^I} \quad (34)$$

$$\xrightarrow{R_{\min}^I = 6370 km} \Delta A_{j_{\max}} = \Delta T_{j_{\max}} = \Delta e_R^I = 0.002^\circ$$

اگر از مجموعه شتاب‌سنج‌ها برای تعیین موقعیت استفاده شود، خطا به صورت زیر استخراج می‌شود:

با توجه به سناریوی نانو ماهواره، به‌طور متوسط هر ۱۲ ساعت یکبار اطلاعات مکانی و اطلاعات سرعتی با دقت مناسب تصحیح می‌شود. البته برای انجام مأموریت مانور مداری با توجه به سناریوی طراحی شده، اطلاعات مکانی و سرعتی ماهواره در نقطه حوضی که در دید سایت است به ماهواره مخابره می‌شود و ماهواره پس از طی نیمی از مدار در نقطه اوج و در زمان ۴۵ دقیقه مانور می‌دهد.

تعیین طول و عرض جغرافیایی

با استفاده از اطلاعات مکانی GPS طول و عرض جغرافیایی ماهواره طبق رابطه (۲۳) تعیین می‌شود.

$$\begin{cases} A_j = \sin^{-1} \left(\frac{Z^I}{R^I} \right) \\ T_j = \tan^{-1} \left(\frac{Y^I}{X^I} \right) \end{cases} \quad (29)$$

تعیین زوایای آیرودینامیکی

برای تعیین زوایای آیرودینامیکی نیاز به بردارهای سرعت در دستگاه بدنی است. این بردارها با مشخص‌بودن بردار سرعت و بردارهای یک‌ه بدنی در دستگاه اینرسی به صورت زیر محاسبه می‌شوند.

$$\begin{aligned} \vec{V}_x^b &= \vec{X}_b \cdot \vec{V}_I (\vec{X}_b) \\ \vec{V}_y^b &= \vec{Y}_b \cdot \vec{V}_I (\vec{Y}_b) \end{aligned} \quad (30)$$

زوایای سرش (β) و زاویه حمله (α) به آسانی از رابطه (۲۵) محاسبه می‌شود.

$$\beta = \sin^{-1} \left(\frac{|\vec{V}_y^b|}{|\vec{V}_I|} \right)$$

$$\alpha = \tan^{-1} \left(\frac{|\vec{V}_z^b|}{|\vec{V}_x^b|} \right) \quad (31)$$

اندازه‌گیری زاویه میل مداری محلی

زاویه میل مداری محلی، زاویه تصویربرداری سرعت در صفحه افق و فصل مشترک صفحه افق و صفحه XY اینرسی است. با توجه به اندازه‌گیری بردار سرعت و موقعیت وسیله توسط حسگر GPS زاویه λ توسط رابطه (۲۶) محاسبه می‌شود.

$$\lambda = \cos^{-1} \left(\frac{(\vec{R}_{Nadir} \times \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}) \cdot (\vec{R}_{Nadir} \times \vec{V}_I \times \vec{R}_{Nadir})}{|\vec{V}_I|} \right) \quad (32)$$

اندازه‌گیری زاویه مسیر

زاویه مسیر (γ) زاویه بردار سرعت و افق محلی است. در هر زمان با توجه به معلوم‌بودن بردار سرعت و راستای Nadir، زاویه مسیر (γ) از طریق رابطه (۲۷) محاسبه می‌شود:

می‌شود. مشابه با روند قبل، در نهایت حداکثر خطای المان‌های محور Z_b به صورت زیر استخراج می‌شود:

$$\max(\Delta x_{Z_b}, \Delta y_{Z_b}, \Delta z_{Z_b}) = \Delta \hat{e}_{Z_b}$$

$$\Delta \hat{e}_{Z_b} = (1 - \cos(\Delta \eta) \cos(\Delta \mu)) \quad (40)$$

$$\xrightarrow{\Delta \mu = \pm 3^\circ, \Delta \eta = \pm 2^\circ} \Delta \hat{e}_{Z_b} = 0.002$$

حداکثر خطای المان‌های محور Y_b برابر با حداکثر خطای المان‌های بردار X_b و Z_b است لذا خواهیم داشت:

$$\Delta \hat{e}_{Y_b} = 0.002 \quad (41)$$

حداکثر خطای زاویه‌ای محورهای X_b , Y_b و Z_b عبارت است از:

$$\Delta \kappa \vec{X}_b = 3.00^\circ$$

$$\Delta \kappa \vec{Z}_b = 2 \sin^{-1} \left(\frac{\sqrt{(2 \sin(\frac{3^\circ}{2}))^2 + (2 \sin(\frac{2^\circ}{2}))^2}}{2} \right) = 3.60^\circ \quad (42)$$

$$\Delta \kappa \vec{Y}_b = 2 \sin^{-1} \left(\frac{\sqrt{(2 \sin(\frac{3^\circ}{2}))^2 + (2 \sin(\frac{2^\circ}{2}))^2}}{2} \right) = 3.60^\circ$$

دلیل آنکه خطای زاویه‌ای محور Z_b از جمع خطای زاویه‌ای محور X_b و Y_b حاصل نمی‌شود، شرط تعامد دو محور است، که اجازه نمی‌دهد خطای دو محور درون یک صفحه واقع شود. بنابراین خطای نهایی با تشکیل یک هرم فضایی مطابق با رابطه ۰ باید محاسبه شود. به همین ترتیب برای خطای زاویه‌ای محور Y_b شرط تعامد منجر به حداکثر خطای مشابه با محور Z_b خواهد شد. از رابطه ۳۴ می‌توان دریافت که نمی‌توان تنها با استفاده از این دو حسگر دقت مورد نیاز را تأمین کرد.

حداکثر خطای زاویه‌ای آیرودینامیکی

حداکثر خطای محاسبه شده برای زاویه سرش به صورت رابطه (۳۵) استخراج می‌شود که وابسته به خطای محور X_b و خطای بردار سرعت GPS است:

$$\Delta V^\circ = \frac{2\Delta V}{V} = 0.16^\circ \quad (43)$$

$$\Delta \beta_{\max} = \Delta V^\circ + \Delta \kappa \vec{X}_b = 3.16^\circ$$

حداکثر خطای زاویه حمله نیز مشابه با خطای زاویه سرش وابسته به خطای محور Y_b و خطای بردار سرعت GPS است.

$$\Delta \alpha_{\max} = 2.16^\circ \quad (44)$$

حداکثر خطای زاویه‌ی میل مداری محلی

با استفاده از رابطه (۲۶) مشخص می‌شود که خطای این زاویه وابسته به خطای سرعت و موقعیت است، بنابراین خواهیم داشت.

بنابراین خطای موقعیت و سرعت مطابق با رابطه (۲۹) قابل محاسبه است.

$$\Delta R^I = 0.5(\Delta a t_{\max}^2) + \Delta V_{\max,0} t_{\max} + \Delta R_{\max,0}$$

$$\Delta V^I = \Delta a t_{\max} + \Delta V_0$$

$$\Delta a = 0.01 \text{ m/s}^2$$

$$\Delta R_{\max,0} = 10 \text{ m}$$

$$\Delta V_{\max,0} = \pm 2 \left(\frac{\text{m}}{\text{s}} \right)$$

$$t_{\max} = 45' = 2700 \text{ (s)}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \Delta V^I = 29 \text{ m/s} \\ \Delta R^I = 78.31 \text{ km} \end{cases} \quad (35)$$

این خطای بزرگ در اندازه‌گیری موقعیت و سرعت، مناسب مأموریت یک ماهواره نیست. در صورت محاسبه خطای طول و عرض جغرافیایی در این وضعیت خواهیم داشت:

$$\Delta R^I_{\max} = 78.31 \text{ km} \quad (36)$$

$$\Delta A j_{\max} = \Delta T j_{\max} = \frac{2\Delta R^I_{\max}}{R^I_{\min}} = 1.41^\circ$$

این مقدار خطا تقریباً ۱۰۰۰ برابر خطای محاسبه شده با استفاده از GPS است. البته باید توجه کرد که با افزایش مدت زمان تا ۱۲ ساعت، مقدار خطای محاسبه شده نزدیک به ۸ درجه خواهد بود. این مقایسه نشان‌دهنده دلیل انتخاب GPS به عنوان حسگر تعیین موقعیت است.

حداکثر خطای محورهای بدنی

حداکثر خطای اندازه المان‌های محور X_b متناسب با خطای زاویه‌ای حسگر مغناطیسی ($\Delta \mu$) و مکانی GPS محاسبه می‌شود.

$$\max(\Delta x_{X_b}, \Delta y_{X_b}, \Delta z_{X_b}) = \Delta \hat{e}_{X_b}$$

$$\Delta \hat{e}_{X_b} = |1 - \cos(\Delta \mu)| \xrightarrow{\Delta \mu = \pm 3^\circ} \Delta \hat{e}_{X_b} = 0.00137 \quad (37)$$

خطای اندازه المان‌های بردار یک X_b بدون احتساب خطای موقعیت است. با اضافه کردن خطای موقعیت، اندازه المان‌های بردار یک محور X_b در دستگاه اینرسی به صورت زیر خواهد بود.

$$\Delta \hat{e}_{X_b} = |1 - \cos(\Delta \mu) \cos(\Delta T_j) \cos(\Delta A_j)| = 0.00138 \quad (38)$$

دلیل نزدیکی دو مقدار، خطای بسیار کم طول و عرض جغرافیایی است. از این پس مقدار خطا به صورت زیر در نظر گرفته می‌شود:

$$\Delta \hat{e}_{X_b} = 0.0014 \quad (39)$$

حداکثر خطای المان‌های محور Z_b متناسب با خطای زاویه‌ای حسگر مغناطیسی ($\Delta \mu$) و حسگر و خطای مکانی GPS محاسبه

جدول ۵- نتایج آنالیز خطای سیستم تعیین وضعیت

مقدار نرم خطا	ψ	θ	φ	حالت
0.0075°	-129.1332°	-27.3127°	49.9624°	اوج- ایده آل
	-129.1352°	-27.3196°	49.9645°	اوج- خطا دار
0.0073°	163.2832°	-27.3127°	-49.9624°	حضيض- ایده آل
	163.2852°	-27.3058°	-49.9612°	حضيض- خطا دار

مطابق با نتایج ارائه شده در جدول (۵) مشخص است که سیستم تعیین وضعیت توانسته در زمان‌های لازم دقت مورد نیاز را تأمین کند.

سیستم تعیین موقعیت و وضعیت معرفی شده ساده‌ترین سیستم تعیین موقعیت و وضعیت است که به دلیل استفاده از سنسورهای تک محوره کم‌ترین هزینه را در پی خواهد داشت.

جمع‌بندی و نتیجه‌گیری

در این مقاله سیستم تعیین موقعیت و وضعیت سبک و کم‌هزینه‌ای برای یک ماهواره کوچک ارائه شد. در این سیستم از یک الگوریتم غیرخطی انتقال استفاده شد که اولاً امکان تعیین وضعیت هر وسیله پرنده را در هر لحظه از پرواز مستقل از لحظات قبل امکان‌پذیر می‌سازد و ثانیاً سنسورهایی با فناوری پایین نیاز دارد.

پس از طراحی الگوریتم تعیین وضعیت، منابع خطا بررسی و حالت حداکثر خطای اندازه‌گیری شده برای زوایای مورد نیاز محاسبه شد. در نهایت برای مناطق بحرانی مأموریت نانو ماهواره که به دقت سیستم تعیین وضعیت نیازمند است تحلیل خطا صورت پذیرفت و نتایج نشان داد که سیستم و الگوریتم معرفی شده می‌تواند دقت کمتر از $\pm 0.01^\circ$ را در لحظات مورد نیاز تأمین کنند.

مهم‌ترین دستاورد این پژوهش امکان‌سنجی به کارگیری سنسورهای تک‌محوره بدون هم‌پوشانی اطلاعات برای به کارگیری در یک مأموریت فضایی است. همان‌طور که ملاحظه شد الگوریتم ارائه شده بدون وجود فیلتر یا استفاده از سنسورهای چندمحوره، کارایی مناسب را دارد.

در انتها باید متذکر شد که سنسورهای فضایی معمولاً یک الگوریتم نرم‌افزاری درون خود برای تعیین وضعیت هستند. به عنوان مثال سنسورهای مغناطیسی و خورشیدی معمولاً دارای چنین الگوریتم‌هایی هستند که شرکت‌های سازنده ارائه می‌کنند؛ ولی در این مقاله همان‌طور که ملاحظه شد، اطلاعات خروجی سنسور مورد

$$\Delta\lambda_{\max} = 0.162^\circ \quad (45)$$

دلیل آنکه خطای زاویه میل مداری از خطای زوایای آیرودینامیکی کمتر است آن است که در محاسبه خطای زاویه میل مداری خطای ناشی از سایر حسگرها وجود ندارد.

حداکثر خطای زاویه مسیر

مطابق با توضیحات بالا و استفاده از رابطه (۲۷) خطای زاویه مسیر برابر با $\Delta\gamma_{\max} = 0.162^\circ$ محاسبه می‌شود؛ زیرا خطای این زاویه نیز وابسته به خطای موقعیت وسیله و سرعت نقش است.

تحلیل سیستم در حضور خطاها

ارائه رابطه تحلیلی برای خطای سیستم بسیار پیچیده و پر حجم است. این موضوع با نگاه به درایه‌های ماتریس انتقال مشخص است و عملیات ریاضی سنگینی را می‌طلبد. بنابراین محاسبه خطای سیستم تعیین وضعیت به صورت تحلیلی ممکن نیست لذا روش‌های عددی مورد استفاده قرار می‌گیرند. روش عددی تحلیل خطا، نیازمند یک نقطه کاری است، لذا برای تحلیل کامل سیستم باید تحلیل عددی در تمام نقاط مدار و برای تمام حالت قرارگیری وسیله انجام پذیرد که این مستلزم کدنویسی و صرف زمان پردازش زیاد است.

در مأموریت هر ماهواره، برخی مناطق حساسیت بیشتری برای تعیین موقعیت و وضعیت دارند و معمولاً در دیگر مناطق به صورت رها (Idle) خواهند بود. برای نانو ماهواره مد نظر این گزارش منطقه حضيض (به دلیل عکس‌برداری و ارتباط با ایستگاه) و منطقه اوج (به دلیل مانور مداری) اهمیت بیشتری دارند و لذا خطای سیستم در این دو وضعیت تحلیل می‌شود. موقعیت قرارگیری ایده‌آل (بدون خطا) برای این دو وضعیت در جدول (۴) ارائه شده است.

جدول ۴- وضعیت ایده‌آل ماهواره در مناطق حساس

منطقه	طول جغرافیایی	عرض جغرافیایی	λ	γ	β	α
حضيض	52.20° E	34.86°	34.0°	0.0°	0.0°	0.0°
اوج	161.95° W	-34.86°	146.0°	0.0°	0.0°	0.0°

نتایج تحلیل خطا در این دو موقعیت بحرانی، در شرایط وجود حداکثر خطا، بر حسب تغییرات زوایای اویلر در جدول (۵) ارائه شده است.

and Aerospace Exposition, Orlando, Florida, January 2009.

- [7] Titrton, D. H., Weston, J. L., "Strapdown Inertia Navigation Technology," *Progress in Astronautics and Aeronautics*, USA, 2004.
- [8] Zipfel, P. H., *Modeling and Simulation of Aerospace Vehicle Dynamics*, AIAA, Inc., Reston, August 2000.
- [۹] آدمی، امیرحسین. طراحی فضایی‌های بازگشت‌پذیر هدایت شونده، (پایان‌نامه کارشناسی ارشد)، دانشگاه صنعتی مالک اشتر، مجتمع هوافضا، ۱۳۸۶.
- [۱۰] نصرت‌الهی، مهران، آدمی، امیرحسین و دهقانی، محمود. «تدوین نرم‌افزار گرافیکی شبیه‌ساز حرکت شش درجه آزادی فضایی‌های بازگشت‌پذیر»، هشتمین کنفرانس بین‌المللی هوافضا، اصفهان، IAS2009-MF652، ۱۳۸۷.
- [11] Roascio, D., Reyneri, L. M., Sansoé, C. and Bruno, M., "Small Satellite Attitude Determination with RF Carrier Phase Measurement," *International Astronautical Congress*, Daejeon, Republic of Korea, 2009.
- [12] Rohde, J., Kalman Filter for Attitude Determination of Student Satellite, (M. Sc. Thesis), Norwegian University of Science and Technology, Department of Engineering Cybernetics, July 2007.
- [13] Gebre, D. Roger, C. Hayward, J. and Powell, D. "Design of Multi-Sensor Attitude Determination Systems," *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, Vol. 40, No. 2, April 2004.
- [14] Vega, K. Auslander, D. and Pankow, D., "Design and Modeling of an Active Attitude Control System for CubeSat Class Satellites", *AIAA Modeling and Simulation Technologies Conference*, Chicago, Illinois, AIAA, August 2009.

استفاده قرار گرفت و الگوریتم ترکیب اطلاعات سنسورها و در نهایت تعیین وضعیت ماهواره، استخراج شد. لذا استفاده از مدل میدان مغناطیسی زمین یا مدل میدان جاذبه جزء مفروضات این مقاله است.

مراجع

- [1] Tuthill, J. D., Design and Simulation of a NanoSatellite Attitude Determination, (M. Sc. Thesis), United States Navy, 2001.
- [2] Kristian Svartveit, Attitude Determination of the NCUBE Satellite, (M. Sc. Thesis), Department of Engineering Cybernetics, June 2003.
- [۳] رهی، عباس، ستوده، رحیم و سایر همکاران، طراحی سیستم تعیین و کنترل وضعیت نانوماهواره *MUT sat2*، مجتمع دانشگاهی هوافضا، دانشگاه مالک اشتر، گزارش شماره SRI/G1-ER-1388-100026، ۱۳۸۸.
- [4] Parikh, N., Low-Cost Multi Global Positioning System for Short Baseline Attitude Determination, (M. Sc. Thesis), the Faculty of the Russ College of Engineering and Technology of Ohio University, November 2006.
- [5] Bae, J., Kim, Y. and Seob Kim, H., "Satellite Attitude Determination and Estimation Using Two Star Trackers," *AIAA Guidance, Navigation and Control Conference*, Toronto, Ontario Canada, August 2010.
- [6] Hart, Ch. S., "Satellite Attitude Determination Using Magnetometer Data Only," *47th AIAA Aerospace Sciences Meeting Including The New Horizons Forum*