JSST

Vol. 5, No. 1, 2012

Dynamics Modeling of Spacecraft Formation Flying and Evaluating the Models Accuracy under the Effects of Relative Distance, Eccentricity and Earth Gravitational Perturbation

M. Navabi[1*] **and M. Barati**[2]

1, 2. Department of Aerospace Engineering, Shahid Beheshti University

*Velenjak, Tehran, IRAN

sciences.edu@gmail.com

Relative motion of satellites in a formation can be studied in several forms of dynamics models. In this paper, some of the most applicable models each implying particular assumptions, constraints and specifications are described in Cartesian and orbital element spaces. Despite the significant applications of models based on linear equations of motion in modeling orbital rendezvous and ducking maneuvers, it is shown that the modeling errors of these simplified models limits their application in long term missions such as formation flying. Nonlinear equations of relative motion are derived in addition to 6 other dynamical models to simulate a low earth two satellite formation with projected circular relative orbit. Models are evaluated under the effects of non-spherical earth perturbation, relative distance between the satellites, and the eccentricity of the chief orbit. Analyzing the results of simulations emphasizes the importance of accuracy of the system.

Keywords:spacecraft formation flying, relative motion, linear and nonlinear model, perturbations

1.Assistant Professor (Corresponding Author)
2. M. Sc.

Recived: 2011.08.20 , Accepted: 2012.05.22

JSST
فصلنامهٔ علمی - پژوهشی علوم و فناوری فضایی

جلد ۵/ شمارهٔ ۱ / بهار ۱۳۹۱
ص. ص ۵۹- ۵۱

مدل‌سازی دینامیکی پرواز آرایش‌مند فضاپیما و بررسی میزان دقت مدل‌ها تحت اثر فاصلهٔ نسبی، خروج از مرکز و اغتشاش زمین غیرکروی

محمد نوابی[۱*] و محمد براتی[۲]

۱ و ۲- گروه مهندسی، دانشکدهٔ مهندسی فناوری‌های نوین فضایی، دانشگاه شهید بهشتی

*تهران، ولنجک

sciences.edu@gmail.com

حرکت نسبی ماهواره‌ها در پرواز آرایش‌مند توسط مدل‌های دینامیکی مختلفی قابل بررسی است. این مدل‌ها در دو فضای کارتزین و المان‌های مداری توصیف شده و هر یک دارای فرضیات، قیود و ویژگی‌های مختلف هستند. از جمله، مدل‌هایی بر پایهٔ معادلات خطی حرکت نسبی که کاربرد فراوانی در مدل‌سازی ملاقات‌های مداری و مانورهای اتصال فضاپیماها داشته است، اما خطای موجود در این معادلات محدودیت‌هایی برای استفادهٔ آن در مأموریت‌های پرواز آرایش‌مند فضاپیما که حرکت نسبی بلندمدت دارد، ایجاد می‌کند. در این مقاله، علاوه بر استخراج معادلات غیرخطی حرکت نسبی، ۶ مدل دیگر از مدل‌های قابل استفاده برای مدل‌سازی آرایش‌های پروازی ارائه می‌شوند. در ادامه با شبیه‌سازی یک مأموریت پرواز آرایش‌مند ارتفاع پایین شامل دو ماهواره با تصویر دایروی مدار نسبی بر روی زمین، اعتبارسنجی مدل‌ها از سه منظر اغتشاش غیرکروی‌بودن زمین، میزان فاصلهٔ ماهواره‌ها در آرایش، و میزان بیضوی‌بودن مدار مرجع بررسی می‌شود. تحلیل نتایج شبیه‌سازی برای ۷ مدل مذکور، اهمیت دقت مدل‌سازی دینامیکی سیستم را بازگو می‌کند.

واژه‌های کلیدی: پرواز آرایش‌مند فضاپیما، حرکت نسبی، مدل خطی و غیرخطی، مدار نسبی، اغتشاشات

مقدمه

جایگزینی فضاپیمایی بزرگ توسط دسته‌ای از فضاپیماهای کوچک که در قالب یک گروه فعالیت می‌کنند از مسائل نوین مطرح‌شده در مأموریت‌های فضایی است. مزایایی همچون انعطاف‌پذیری در انجام مأموریت و بالارفتن قابلیت اطمینان سیستم، و همچنین کاربردهای فراوان در سنجش از دور همچون تداخل‌سنجی راداری و اندازه‌گیری‌های ترکیبی و میدانی، اخیراً تحقیقات چشمگیری را به سمت پرواز آرایش‌مند ماهواره‌ها به‌عنوان زیرمجموعه‌ای از سیستم‌های فضایی توزیع‌شده[۳] سوق داده است [۱-۵]. در طراحی چنین آرایش‌های پروازی که نیازمند نگهداری یک موقعیت نسبی مطلوب (بنا بر نیازمندی‌های مأموریت) بین ماهواره‌هایی است که می‌توانند غیرهم-صفحه باشند، اولین قدم شناخت و مدل‌سازی رفتار دینامیکی ماهواره‌ها نسبت به یکدیگر است. دو نگرش عمده در این زمینه عبارتند از مدل‌سازی در فضای کارتزین که به‌دلیل تشکیل‌شدن از معادلات دیفرانسیل می‌تواند کاربردهای چشمگیری نیز در مراحل بعدی مانند طراحی کنترلر داشته باشد، و دیگری استفاده از المان‌های مداری است

۱. استادیار (نویسنده مخاطب)

۲. کارشناس ارشد

3. Distributed Space Systems

دریافت مقاله: ۹۰/۰۵/۲۹ ، تأیید مقاله: ۹۱/۰۳/۰۲

که مزیت آن بیان صریح هندسهٔ آرایش است. دقت پایین در مدل‌سازی، برای انجام اصلاحات مداری در جهت جبران خطاهای مدل‌سازی و در نتیجه افزایش هزینه و کاهش طول عمر مأموریت موجب نیاز به مصرف سوخت بیشتر می‌شود [۶]. لذا شناخت بهتر انواع مدل‌ها و مزایا و محدودیت‌های آنها موضوعی مهم است. در بخش دوم این مقاله، به استخراج معادلات حرکت نسبی و مدل‌سازی ۷ مدل مختلف پرداخته شده است. در ادامهٔ این بخش، قیود و شرایط دینامیکی حاکم بر مسئله بیان شده است. در بخش سوم‌با انجام شبیه‌سازی، مقایسهٔ مدل‌ها برحسب تأثیرات فاصلهٔ نسبی، خروج از مرکز و اغتشاش غیرکروی‌بودن زمین صورت گرفته و نتایج ارائه شده است. در نهایت میزان اعتبار مدل‌ها که ابزاری برای انتخاب مدل بر حسب دقت مورد نیاز مأموریت است مشخص می‌شود.

مدل‌سازی دینامیکی پرواز آرایش‌مند

در این بخش دینامیک حرکت نسبی دو ماهواره بررسی می‌شود و انواع مدل‌ها در فضای کارتزین و المان مداری به همراه روش استخراج و فرضیات اعمال شده بر آنها ارائه می‌شود.

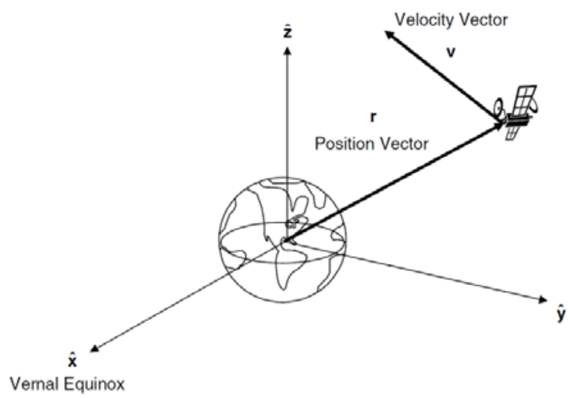
مدل اینرسی غیرخطی اغتشاشی

در مدل اینرسی غیرخطی اغتشاشی[۴]، مدار هر یک از ماهواره‌ها با حل عددی معادلهٔ انتشار Cowell به‌دست می‌آید. با حل این معادله، دیفرانسیل غیرخطی مسیر حرکت و سرعت ماهواره‌ها در دستگاه اینرسی به‌دست می‌آید. از مزایای این رابطه که در معادلهٔ (۱) نشان داده شده است می‌توان به اعمال اثر اغتشاشی غیرکروی بودن زمین (اثر J_2) اشاره کرد. مطابق این رابطه را برای هر ماهواره داریم :

$$\ddot{\vec{r}}=-\mu\frac{\vec{r}}{r^3}-\frac{3}{2}J_2\left(\frac{\mu}{r^2}\right)\left(\frac{R_e}{r}\right)^2\begin{pmatrix}\left(1-5\left(\frac{Z}{r}\right)^2\right)\frac{X}{r}\\\left(1-5\left(\frac{Z}{r}\right)^2\right)\frac{Y}{r}\\\left(3-5\left(\frac{Z}{r}\right)^2\right)\frac{Z}{r}\end{pmatrix}\qquad(۱)$$

که در آن μ ثابت جاذبهٔ زمین، $\vec{r}=[X,Y,Z]^T$ بردار موقعیت اینرسی ماهواره و R_e شعاع استوایی زمین است.

دستگاه مختصات اینرسی به‌کاررفته در این متن، دستگاه اینرسی زمین مرکز (ECI) است. مطابق شکل (۱) صفحهٔ اصلی آن، صفحهٔ استوا، محور x در جهت اعتدال بهاری، محور z عمود بر صفحهٔ اصلی و به سمت شمال، و محور y کامل‌کنندهٔ قانون دست راست است.



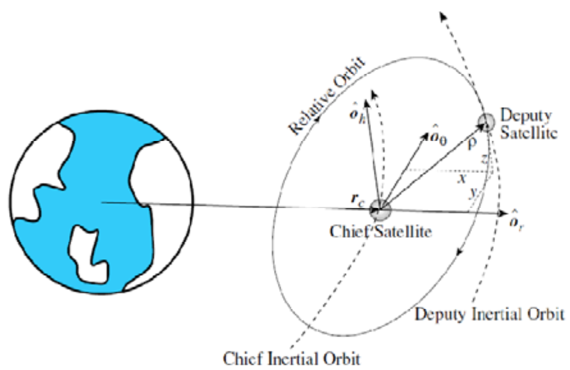
شکل ۱- دستگاه اینرسی زمین مرکز

با درنظرگرفتن یک ماهواره مرجع با بردار موقعیت اینرسی $\vec{r}_c$ و ماهوارهٔ دوم با بردار موقعیت اینرسی $\vec{r}_d$، بردار موقعیت نسبی دو ماهواره در دستگاه اینرسی به‌صورت زیر بیان می‌شود:

$$\vec{\rho}_I=\vec{r}_d-\vec{r}_c\qquad(۲)$$

بردار موقعیت نسبی این دو ماهواره در هر دستگاه دیگری با تبدیل مناسب به‌دست خواهد آمد. در پرواز آرایش‌مند ماهواره‌ها، اغلب مطلوب است که حرکت ماهواره‌ها در دستگاه چرخان هیل[۵] بررسی شود. ابعاد فیزیکی مدار نسبی در این دستگاه کاملاً قابل لمس بوده و همچنین اکثر اندازه‌گیری‌های صورت گرفته برای کنترل موقعیت و سرعت نسبی در آن صورت می‌گیرند.

مطابق شکل (۲) مبدأ دستگاه هیل واقع بر ماهوارهٔ مرجع، محور x آن در جهت شعاعی، محور z در جهت مومنتوم زاویه‌ای (عمود بر صفحهٔ مداری ماهوارهٔ مرجع)، و محور y آن کامل‌کنندهٔ قانون دست راست است.



شکل ۲- مدار نسبی و بردارهای یکه دستگاه هیل [۶]

که $\vec{\rho}=(x,y,z)^T$ بردار موقعیت نسبی در دستگاه هیل و به بیان دیگر بردار موقعیت ماهوارهٔ دوم از دید ماهوارهٔ اول بوده و همچنین $\hat{O}_r$، $\hat{O}_\theta$ و $\hat{O}_k$ بردارهای یکهٔ این دستگاه هستند.

4. Inertial Perturbed Nonlinear Model (IPNM)

5. Hill

تبدیل از دستگاه اینرسی به دستگاه چرخان هیل در رابطهٔ (۳) نشان داده شده است.

$$T(\Omega,i,\theta)=\begin{bmatrix} c_\Omega c_\omega - s_\Omega s_\theta c_i & s_\Omega c_\theta + c_\Omega s_\theta c_i & s_\theta s_i \\ -c_\Omega s_\theta - s_\Omega c_\theta c_i & -s_\Omega s_\theta + c_\Omega c_\theta c_i & c_\theta s_i \\ s_\Omega s_i & -c_\Omega s_i & c_i \end{bmatrix} \quad (۳)$$

که در آن c و s به ترتیب نشان‌دهندهٔ توابع کسینوس و سینوس هستند. همچنین، Ω زاویهٔ گره صعودی، ω آرگومان حضیض، i زاویهٔ میل و θ جمع آرگومان حضیض و انومالی حقیقی f است. بدین‌ترتیب بردار موقعیت نسبی ماهواره‌ها در دستگاه هیل به‌دست می‌آید.

در این مقاله، این مدل غیرخطی اغتشاشی به‌عنوان مدل مرجع درنظرگرفته می‌شود.

مدل نسبی غیرخطی کپلری

مدل نسبی غیرخطی کپلر[6] حرکت نسبی ماهواره‌ها را مستقیماً در دستگاه نسبی هیل بیان می‌کند. فرض صورت گرفته در این مدل، حرکت کپلری بدون اغتشاش است.

مطابق شکل (۲) بردار موقعیت نسبی عبارت است از :

$$\vec{\rho}=\vec{r}_d-\vec{r}_c \quad (۴)$$

از معادلات حرکت مداری کپلری در دستگاه اینرسی برای دو ماهواره داریم:

$$\ddot{\vec{r}}_c=-\frac{\mu}{r_c^3}\vec{r}_c \quad (۵)$$

$$\ddot{\vec{r}}_d=-\frac{\mu}{r_d^3}\vec{r}_d \quad (۶)$$

از روابط (۴) تا (۶) خواهیم داشت:

$$\ddot{\vec{\rho}}=-\frac{\mu}{\left\|r_c+\rho\right\|^3}(\vec{r}_c+\vec{\rho})+\frac{\mu}{r_c^3}\vec{r}_c \quad (۷)$$

از طرفی شتاب مطلق بردار موقعیت نسبی عبارت است از :

$$\ddot{\vec{\rho}}=\frac{d^2\vec{\rho}}{dt^2}+2\vec{\omega}\times\frac{d\vec{\rho}}{dt}+\frac{d\vec{\omega}}{dt}\times\vec{\rho}+\vec{\omega}\times(\vec{\omega}\times\vec{\rho}) \quad (۸)$$

که در آن مشتقات نسبت به دستگاه نسبی بوده و $\vec{\omega}$ بردار سرعت زاویه‌ای دستگاه نسبی هیل نسبت به دستگاه اینرسی است:

$$\vec{\omega}=(0,0,\dot{\theta})^T \quad (۹)$$

آنچنان‌که قبلاً گفته شد $\theta=f+\omega$ برابر مجموع انومالی حقیقی و آرگومان حضیض ماهواره مرجع است. همچنین بیان بردار موقعیت ماهواره مرجع در دستگاه هیل به‌شکل زیر است:

$$\vec{r}_c=(r_c,0,0)^T \quad (۱۰)$$

با جاگذاری روابط (۷)، (۹) و (۱۰) در معادلهٔ (۸) دستهٔ معادلات غیرخطی حرکت نسبی به‌دست می‌آید که به فرم مؤلفه‌ای بیان شده‌اند:

$$\ddot{x}-2\dot{\theta}\dot{y}-\ddot{\theta}y-\dot{\theta}^2x=-\frac{\mu(r_c+x)}{\left((r_c+x)^2+y^2+z^2\right)^{3/2}}+\frac{\mu}{r_c^2} \quad (۱۱)$$

$$\ddot{y}+2\dot{\theta}\dot{x}+\ddot{\theta}x-\dot{\theta}^2y=-\frac{\mu y}{\left((r_c+x)^2+y^2+z^2\right)^{3/2}} \quad (۱۲)$$

$$\ddot{z}=-\frac{\mu z}{\left((r_c+x)^2+y^2+z^2\right)^{3/2}} \quad (۱۳)$$

به‌منظور تکمیل معادلات فوق لازم است رابطه‌ای برای محاسبهٔ انومالی حقیقی که با مؤلفه‌های حرکت داخل صفحه (x,y) کوپل است ارائه شود. این رابطه از روش‌های مختلف قابل دستیابی بوده که یکی از آنها استفاده از قانون بقای مومنتوم زاویه‌ای در حرکت کپلری است:

$$\ddot{\theta}=-\frac{2\dot{r}_c\dot{\theta}}{r_c} \quad (۱۴)$$

رابطهٔ فوق خود لزوم استفاده از رابطهٔ دیگری برای محاسبهٔ شعاع مداری ماهوارهٔ مرجع و نرخ آن را بیان می‌دارد که بسادگی از روابط مکانیک مداری به‌دست می‌آید:

$$\ddot{r}_c=r_c\dot{\theta}^2-\frac{\mu}{r_c^2} \quad (۱۵)$$

معادلات (۱۱) تا (۱۵) دسته معادلات دیفرانسیل غیرخطی مرتبهٔ دوم و بیان‌کنندهٔ حرکت نسبی ماهوارهٔ دوم نسبت به ماهوارهٔ مرجع در دستگاه هیل هستند.

مدل خطی بیضوی[7]

با اعمال فرض ساده‌کنندهٔ کوچک‌بودن فاصلهٔ نسبی دو ماهواره در مقایسه با شعاع مدار اینرسی ماهوارهٔ مرجع، می‌توان طرف راست معادلات غیرخطی (۱۱) تا (۱۳) را با بسط تیلور مرتبهٔ اول حول مبدأ تقریب زد و مدلی خطی‌سازی شده به فرم زیر به‌دست آورد:

$$\ddot{x}-x(\dot{\theta}^2+2\frac{\mu}{r_c^3})-y\ddot{\theta}-2\dot{y}\dot{\theta}=0 \quad (۱۶)$$

6. Unperturbed Nonlinear Model (UNM)

7. Linear Elliptic Model (LEM)

$$\ddot{y} + x\ddot{\theta} + 2\dot{x}\dot{\theta} - y(\dot{\theta}^2 - \frac{\mu}{r_c^3}) = 0 \quad (۱۷)$$

$$\ddot{z} + \frac{\mu}{r_c^3} z = 0 \quad (۱۸)$$

مدل خطی دایروی

علاوه بر خطی‌سازی، با فرض دایروی بودن مدار ماهواره مرجع، مدل خطی دایروی[8] معروف به مدل Clohessy-Wiltshire قابل حصول است. بدین ترتیب شعاع مداری ماهوارهٔ مرجع و نرخ انومالی حقیقی آن به‌صورت $r_c = a_c \; , \; \ddot{f} = 0 \; , \; \dot{f} = n = \sqrt{\mu / a_c^3}$ بیان می‌شوند. مدل مذکور به فرم معادلات (۱۹) تا (۲۱) است [۷].

$$\ddot{y} + 2n\dot{x} = 0 \quad (۱۹)$$

$$\ddot{x} - 2n\dot{y} - 3n^2 x = 0 \quad (۲۰)$$

$$\ddot{z} + n^2 z = 0 \quad (۲۱)$$

که n نرخ مداری متوسط[9] ماهوارهٔ مرجع است. از مزایای این مدل دارا بودن جواب تحلیلی برای معادلات دیفرانسیل است که در رابطهٔ (۲۲) بیان شده است.

$$\begin{aligned} x(t) &= A\cos(nt+\alpha) + B \\ y(t) &= -2A\sin(nt+\alpha) - \frac{3}{2}ntB + C \\ z(t) &= D\cos(nt+\beta) \end{aligned} \quad (۲۲)$$

که ۶ ثابت $A, B, C, D, \alpha, \beta$ از روی شرایط اولیه به‌دست می‌آیند.

مدل خطی المان مداری[10]

در مدل‌های کارتزین حرکت نسبی براساس اختلاف موقعیت و سرعت اولیه یا به عبارتی بردار X تعیین می‌شد:

$$\vec{X} = (x_0, y_0, z_0, \dot{x}_0, \dot{y}_0, \dot{z}_0)^T \quad (۲۳)$$

برای بیان حرکت بر حسب المان‌های مداری یک مجموعه المان مداری به‌صورت زیر درنظر می‌گیریم:

$$\vec{e} = (a, e, i, \Omega, \omega, M_0)^T \quad (۲۴)$$

که در آن a نیم‌قطر اصلی، e خروج از مرکز، i زاویهٔ میل، Ω زاویهٔ گره صعودی، ω آرگومان حضیض، و M_0 انومالی متوسط اولیه هستند. اختلاف بین المان‌های دو ماهواره را می‌توان به‌صورت زیر بیان کرد:

8. Linear Circular Model (LCM)
9. mean motion
10. Linear Orbit Element Model (LOEM)

$$\delta\vec{e} = \vec{e}_d - \vec{e}_c = (\delta a, \delta e, \delta i, \delta\Omega, \delta\omega, \delta M_0)^T \quad (۲۵)$$

برای به‌دست‌آوردن حرکت نسبی می‌توان بر حسب المان‌های ماهوارهٔ مرجع یک نگاشت خطی بین فضای کارتزین و اختلافات المان‌های مداری به‌دست آورد [۸]:

$$\vec{X} = [A(\vec{e}_c)]\delta\vec{e} \quad (۲۶)$$

با استفاده از این نگاشت می‌توان حرکت نسبی را بر حسب المان‌های مداری ماهوارهٔ مرجع و اختلافات المان مداری بین دو ماهواره بیان کرد:

$$x = \delta r \quad (۲۷)$$

$$y = r(\delta\theta + \cos i\,\delta\Omega) \quad (۲۸)$$

$$z = r(\sin\theta\,\delta i - \cos\theta \sin i\,\delta\Omega) \quad (۲۹)$$

ترم‌های $r, \delta r$ قابل بیان بر حسب دیگر المان‌های مداری هستند و در نهایت حرکت نسبی (x, y, z) تابعی از دو متغیر $(f, \delta f)$ خواهد بود (دیگر المان‌های مداری و اختلافات المان‌های مداری در حرکت کپلری ثابت هستند). اما برای ساده‌ترشدن مدل می‌توان اختلاف بین انومالی حقیقی دو ماهوارهٔ δf را برحسب اختلاف انومالی متوسط آنها δM بیان کرد که پارامتری ثابت است. این رابطه با کمک معادلهٔ کپلر و گرفتن تغییرات[11] مرتبهٔ اول به‌دست می‌آید:

$$\delta f = \frac{(1+e\cos f)^2}{\eta^3}\delta M + \frac{\sin f}{\eta^2}(2+e\cos f)\delta e \quad (۳۰)$$

که در آن $\eta = \sqrt{1-e^2}$ است.

بدین ترتیب معادلات (۲۷) تا (۲۹) به معادلات (۳۱) تا (۳۳) تبدیل می‌گردد که تنها تابعی از متغیر انومالی حقیقی ماهواره مرجع است:

$$x(f) = \frac{r}{a}\delta a + \frac{ae\sin f}{\eta}\delta M - a\cos f\,\delta e \quad (۳۱)$$

$$\begin{aligned} y(f) &= \frac{r}{\eta^3}(1+e\cos f)^2\delta M + r\delta w \\ &+ \frac{r\sin f}{\eta^2}(2+e\cos f)\delta e + r\cos i\,\delta\Omega \end{aligned} \quad (۳۲)$$

$$z(f) = r(\sin\theta\,\delta i - \cos\theta\sin i\,\delta\Omega) \quad (۳۳)$$

11. variation

مدل خطی المان مداری با خروج از مرکز کوچک[12]

با فرض خروج از مرکز کوچک برای مدار ماهوارهٔ مرجع در مدل ارائه شده در قسمت قبل، می‌توان از ترم‌های مرتبهٔ دوم به بالای e صرف‌نظر کرده و شعاع ماهوارهٔ مرجع را به‌صورت زیر تقریب زد:

$$r=\frac{a(1-e^2)}{1+e\cos f}=a(1-e\cos f) \tag{۳۴}$$

بدین ترتیب مدل خطی المان مداری برای خروج از مرکزهای کوچک به فرم زیر نوشته می‌شود:

$$x(f)\approx(1-e\cos f)\delta a+\frac{ae\sin f}{\eta}\delta M-a\cos f\,\delta e \tag{۳۵}$$

$$\begin{aligned}y(f)&\approx\frac{a}{\eta}(1+e\cos f)\,\delta M+a(1-e\cos f)\,\delta\omega\\&+a\sin f\,(2-e\cos f)\,\delta e+a(1-e\cos f)\cos i\,\delta\Omega\end{aligned} \tag{۳۶}$$

$$z(f)\approx a(1-e\cos f)(\sin\theta\delta i-\cos\theta\sin i\,\delta\Omega) \tag{۳۷}$$

مدل خطی دایروی المان مداری[13]

با فرض مدار مرجع نزدیک دایروی و صرف‌نظر از خروج از مرکز آن، معادلات (۳۵) تا (۳۷) به فرم زیر ساده می‌شوند:

$$x(f)\approx\delta a-a\cos f\,\delta e \tag{۳۸}$$

$$y(f)\approx a(\delta\omega+\delta M+\cos i\,\delta\Omega)+2a\sin f\,\delta e \tag{۳۹}$$

$$z(f)\approx a(\sin\theta\delta i-\cos\theta\sin i\,\delta\Omega) \tag{۴۰}$$

این مدل به نوعی معادل مدل کارتزینLCM است.

اعمال اغتشاش J_2 به مدل‌های المان مداری

سه مدل المان مداری ذکرشده دارای این مزیت هستند که اغتشاش غیرکروی‌بودن زمین (J_2) به‌راحتی قابل اعمال بر آنهاست. این اغتشاش باعث ایجاد انحراف در سه المان مداری متوسط Ω,ω,M می‌شود. نرخ این انحرافات از رابطهٔ (۴۱) به‌دست آمده و در نتیجه می‌توان این سه المان متوسط تحت اغتشاش را برای هر ماهواره در هر لحظه محاسبه و در مدل‌ها جایگزین کرد.

$$\begin{aligned}\dot{\bar{\Omega}}&=-1.5J_2\left(\frac{R_e}{\bar p}\right)^2\bar n\cos\bar i\\\dot{\bar{\omega}}&=0.75J_2\left(\frac{R_e}{\bar p}\right)^2\bar n\left(5\cos^2\bar i-1\right)\\\dot{\bar{M}}&=\bar n\left[1+0.75J_2\sqrt{1-\bar e^2}\left(\frac{R_e}{\bar p}\right)^2\left(3\cos^2\bar i-1\right)\right]\end{aligned} \tag{۴۱}$$

12. Linear with Small e Orbit Element Model (LSOEM)
13. Linear Circular Orbit Element Model (LCOEM)

که در آن $\bar p=\bar a\left(1-\bar e^2\right)$ است.

قید بسته‌بودن مدار نسبی

غالباً نیازمندی‌های مأموریتی در آرایش‌های پروازی ایجاب می‌کند که ماهواره‌ها همواره در مجاورت یکدیگر باقی‌مانده و به‌عبارتی دارای یک مدار نسبی بسته باشند. از دیدگاه فیزیکی واضح است که در حالت بدون اغتشاش برای ارضای چنین شرطی، ماهواره‌ها باید دارای پریود مداری یکسان باشند یا به عبارتی اختلاف نیم‌قطر اصلی بین دو ماهواره صفر باشد:

$$\delta a=0 \tag{۴۲}$$

قید فوق قابل اعمال به مدل‌های المان مداری است. برای مدل‌های کارتزین، از آنجاکه انرژی مداری نیز تابع همین پارامتر است، می‌توان شرط بسته‌بودن مدار نسبی را معادل با برابری انرژی مداری دو ماهواره دانست. برابری انرژی ویژهٔ مداری دو ماهواره در رابطهٔ (۴۳) بیان شده است:

$$\frac{1}{2}v_d^2-\frac{\mu}{r_d}=-\frac{\mu}{2a_c} \tag{۴۳}$$

که سرعت ماهوارهٔ دوم در دستگاه هیل به کمک رابطهٔ (۴) به‌دست می‌آید:

$$\vec v_d=\frac{d\vec\rho}{dt}+\vec\omega\times\vec\rho+\frac{d\vec r_c}{dt}+\vec\omega\times\vec r_c \tag{۴۴}$$

جایگذاری روابط (۹) و (۱۰) در رابطهٔ (۴۴) و محاسبهٔ مشتقات در دستگاه هیل و سپس جایگذاری نتیجه حاصله در رابطهٔ (۴۳) منجر به معادلهٔ (۴۵) می‌شود.

$$\begin{aligned}&\frac{1}{2}\{(\dot x-\dot f_c y+\dot r_c)^2+[\dot y+\dot f_c(x+r_c)]^2+\dot z^2\}\\&-\frac{\mu}{\sqrt{(r_c+x)^2+y^2+z^2}}=-\frac{\mu}{2a_c}\end{aligned} \tag{۴۵}$$

معادلهٔ (۴۵) قید کامل بسته‌بودن مدار نسبی در حرکت کپلری است که از آن برای مدل غیرخطی کارتزین در لحظهٔ اولیه استفاده می‌کنیم. اما برای مدل‌های خطی کارتزین بیان‌های ساده شده قید بسته‌بودن مدار به‌صورت یک شرط اولیه موجود است [۹] :

$$\frac{\dot y_0}{x_0}=\frac{-n(2+e)}{\sqrt{(1+e)(1-e)^3}} \tag{۴۶}$$

در مدل خطی دایروی CW رابطهٔ (۴۶) به شکل ساده‌تری بدون خروج از مرکز ظاهر می‌شود که در رابطهٔ (۴۷) ارائه شده است:

$$\dot y_0+2nx_0=0 \tag{۴۷}$$

اما قیود بیان‌شده با درنظرگرفتن اغتشاش J_2 تغییر خواهند یافت. برای مدل‌های المان مداری، برابری نیم‌قطر اصلی، رابطهٔ (۴۲)، به معادلهٔ (۴۸) تبدیل خواهد شد [۱۰]:

$$\delta a = 0.5 J_2 a_c \left(\frac{R_e}{a_c}\right)^2 \left(\frac{3\eta_c + 4}{\eta_c^5}\right) \times \left[\left(1 - 3\cos^2 i_c\right)\delta\eta - \left(\eta_c \sin 2i_c\right)\delta i\right] \quad (۴۸)$$

برابری انرژی در حضور اغتشاش J_2 در فضای کارتزین اینرسی را می‌توان به صورت رابطهٔ (۴۹) بیان کرد [۱۰].

$$\frac{\dot{X}^2 + \dot{Y}^2 + \dot{Z}^2}{2} - \frac{\mu}{r}\left\{1 - \frac{J_2}{2}\frac{R_e^2}{r^2}\left[\frac{3Z^2}{r^2} - 1\right]\right\} = const. \quad (۴۹)$$

مدار نسبی با تصویر دایروی بر روی زمین

مأموریت درنظرگرفته شده شامل دو ماهواره در مدار ارتفاع پایین زمین است. نیازمندی‌های مأموریت ایجاب می‌کند که تصویر مدار نسبی ماهواره‌ها بر روی زمین، یعنی تصویر yz در دستگاه هیل به شکل یک دایره با شعاع اولیهٔ $\rho^{PCO}(0)$ و اختلاف فاز اولیه $\alpha^{PCO}(0)$ بین دو ماهواره باشد. چنین مداری، مدار دایروی[۱۴] (PCO) نامیده می‌شود. برای اعمال این دو پارامتر به مدل‌های المان مداری از رابطهٔ (۵۰) استفاده می‌شود [۱۱]:

$$\begin{aligned}
&\delta\lambda(0) + \delta\Omega(0)\cos(i_c) = \frac{\rho(0)e_c}{2a_c}\cos\left(\omega_c(0) + \alpha(0)\right) \\
&e_d \sin\left(\delta M(0)\right) = \frac{\rho(0)}{2a_c}\cos\left(\omega_c(0) + \alpha(0)\right) \\
&e_d \cos\left(\delta M(0)\right) = e_c - \frac{\rho(0)}{2a_c}\sin\left(\omega_c(0) + \alpha(0)\right) \\
&\delta\Omega(0) = -\frac{\rho(0)}{a_c \sin i_c}\sin\alpha(0) \\
&\delta i = \frac{\rho(0)}{a_c}\cos\left(\alpha(0)\right)
\end{aligned} \quad (۵۰)$$

که در آن $\lambda = M + \omega$ است. بدین ترتیب با در اختیار داشتن المان‌های مداری ماهوارهٔ مرجع، ۵ المان مداری ماهوارهٔ دوم برای داشتن مدار PCO به‌دست می‌آید. المان ششم (نیم‌قطر اصلی) از قید بسته بودن مدار نسبی حاصل می‌شود. برای مدل‌های کارتزین این المان‌ها به ۶ مؤلفهٔ موقعیت و سرعت تبدیل شده و قید بسته‌بودن مدار نسبی به‌طور جداگانه به آنها اعمال می‌شود.

14. Projected Circular Orbit

شبیه‌سازی و نتایج

شرایط اولیه

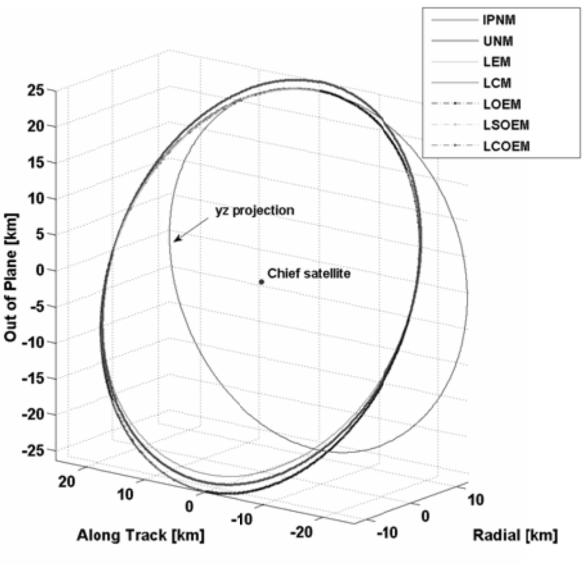
المان‌های مداری ماهوارهٔ مرجع در جدول (۱) داده شده است. مداری ارتفاع پایین خورشیدآهنگ با بازهٔ خروج از مرکزهای $e = (0.001, 0.01, 0.05, 0.1, 0.2)$ برای شبیه‌سازی درنظرگرفته شده است.

جدول ۱- المان‌های مداری ماهواره مرجع

واحد	مقدار	المان مداری
Km	۷۰۳۳	a
-	۰.۰۰۱ –۰.۲	e
Deg	۹۸	i
Deg	۱۰	Ω
Deg	۳۰	ω
Deg	۰	M_0

شرایط اولیهٔ ماهوارهٔ دوم که تعیین‌کنندهٔ هندسهٔ آرایش است با توجه به شعاع اولیهٔ $\rho^{PCO}(0)$ و زاویهٔ فاز اولیه $\alpha^{PCO}(0)$ برای هر سناریوی شبیه‌سازی به‌دست می‌آید. $\alpha^{PCO}(0) = 60\deg$ انتخاب شده و شعاع اولیه متناسب با سناریو درنظرگرفته می‌شود.

به عنوان نمونه برای $\rho(0) = 25\,\mathrm{Km}$ و $e_c = 0.05$، شکل (۳) حرکت ماهوارهٔ دوم را نسبت به ماهوارهٔ مرجع برای ۷ مدل معرفی شده در طول یک پریود نشان می‌دهد. همان‌طورکه انتظار می‌رود این حرکت تشکیل یک مدار نسبی بسته در مجاورت ماهوارهٔ مرجع داده است و تصویر yz آن دایروی است.



شکل ۳- حرکت ماهواره دوم نسبت به ماهواره مرجع

شاخص خطا

به‌منظور به‌دست‌آوردن خطای هر مدل در مقایسه با مدل مرجع، مطابق رابطهٔ (۵۱) شاخص خطایی بر پایهٔ بردار موقعیت نسبی در دستگاه هیل معرفی می‌شود.

$$\begin{aligned}\epsilon_k &= \left(\left|\vec{\rho}_M - \vec{\rho}_{Ref}\right|\right)_k \\ &= \left(\sqrt{\left(x_M - x_{Ref}\right)^2 + \left(y_M - y_{Ref}\right)^2 + \left(z_M - z_{Ref}\right)^2}\right)_k\end{aligned} \qquad (۵۱)$$

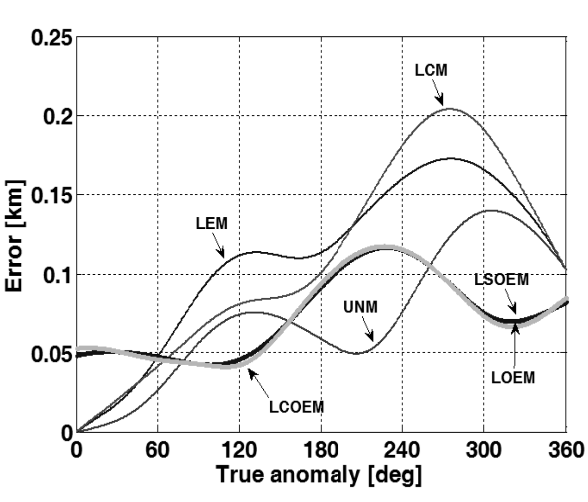
که k شمارندهٔ گام زمانی شبیه‌سازی و اندیس‌های $(.)_{Ref}$ و $(.)_M$ به ترتیب مربوط به مدل مرجع و سایر مدل‌هاست.

برای به‌دست‌آوردن خطای نسبی بی‌بعد از رابطهٔ (۵۲) استفاده می‌شود.

$$\epsilon_k = \left(\left|\frac{\vec{\rho}_M - \vec{\rho}_{Ref}}{\vec{\rho}_{Ref}}\right|\right)_k \times 100 \qquad (۵۲)$$

اثر فاصلهٔ نسبی $\rho(0)$

همان‌طورکه بیان شد، خطی‌سازی مدل‌ها با فرض کوچک‌بودن شعاع مدار نسبی دو ماهواره در مقایسه با شعاع مدار اینرسی ماهواره مرجع پذیرفته است. برای درک بهتر میزان اعتبار مدل‌های خطی، شبیه‌سازی به ازای ازدیاد ابعاد آرایش (افزایش فاصلهٔ نسبی ماهواره‌ها) صورت گرفته است. برای حذف اثر خروج از مرکز و بررسی خالص‌تر اثر فاصلهٔ نسبی، در اینجا خروج از مرکز مدار ماهوارهٔ مرجع مقدار نزدیک دایروی ۰/۰۰۱ انتخاب شده است. شکل (۴) خطای مدل‌های خطی را بر حسب متر برای $\rho(0) = 25\,\mathrm{Km}$ در طول یک پریود نشان می‌دهد.



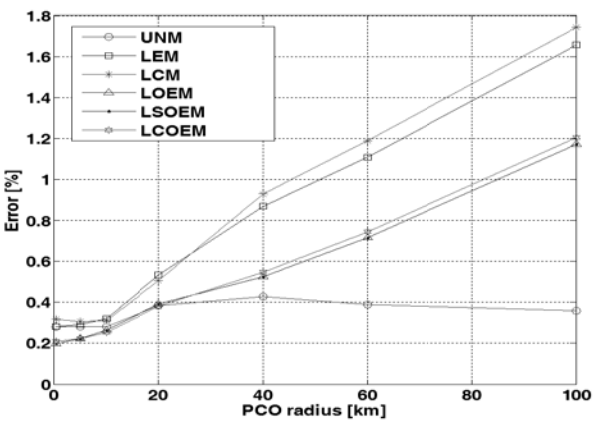
شکل ۴- خطای مدل‌ها در طول یک پریود ماهواره مرجع

ملاحظه می‌شود که برای شعاع تصویر دایروی ۲۵ کیلومتر، در بین مدل‌های کارتزین دو مدل خطی، دقت پایین‌تری نسبت به مدل غیرخطی نشان داده‌اند. با انتخاب خروج از مرکز نزدیک دایروی، مدل‌های المان مداری خطای مشابهی داشته‌اند. این ۳ مدل خطی به دلیل درنظرگرفتن اغتشاش J_2 حتی در مواقعی دقت بالاتری نسبت به مدل غیرخطی کارتزین که فاقد این اغتشاش است نشان داده‌اند که اهمیت لحاظ‌کردن این پارامتر را بیان می‌دارد.

جدول (۲) و شکل (۵) روند رشد خطای مدل‌ها را به ازای افزایش فاصلهٔ نسبی نشان می‌دهند.

جدول ۲- نتایج مقایسهٔ مدل‌ها با افزایش فاصلهٔ نسبی $\rho(0)$

	$\rho(0)$ (کیلومتر)	۰.۵	۱۰	۲۰	۶۰	۱۰۰
حداکثر خطای مدل (٪)	UNM	۰.۲۸۱	۰.۲۸۱	۰.۳۸۸	۰.۴۲۷	۰.۳۵۸
	LEM	۰.۲۸۱	۰.۳۱۸	۱.۱۰۹	۰.۸۶۹	۱.۶۵۹
	LCM	۰.۳۱۸	۰.۳۱۰	۱.۱۸۹	۰.۹۲۸	۱.۷۴۴
	LOEM	۰.۱۹۸	۰.۲۶۵	۰.۷۱۵	۰.۵۲۶	۱.۱۷۳
	LSOEM	۰.۱۹۸	۰.۲۶۵	۰.۷۱۵	۰.۵۲۶	۱.۱۷۳
	LCOEM	۰.۲۰۹	۰.۲۵۳	۰.۷۴۴	۰.۵۴۶	۱.۲۰۵



شکل ۵- روند رشد خطا در اثر افزایش فاصلهٔ نسبی

همان‌طورکه ملاحظه می‌شود، مدل غیرخطی به‌دلیل نداشتن فرضیات خطی‌سازی در مقابل افزایش فاصلهٔ نسبی با ثبات بوده است. نکتهٔ حائز اهمیت آن است که تا شعاع ۲۰ کیلومتر، مدل‌های خطی المان مداری با درنظرگرفتن اغتشاش J_2 دقت بهتری نسبت به مدل غیرخطی که فاقد این پارامتر است داشته‌اند. اما از آن پس اثر فاصلهٔ نسبی بر اغتشاش غالب بوده و خطای این مدل‌ها در مقایسه با مدل غیرخطی افزایش می‌یابد.

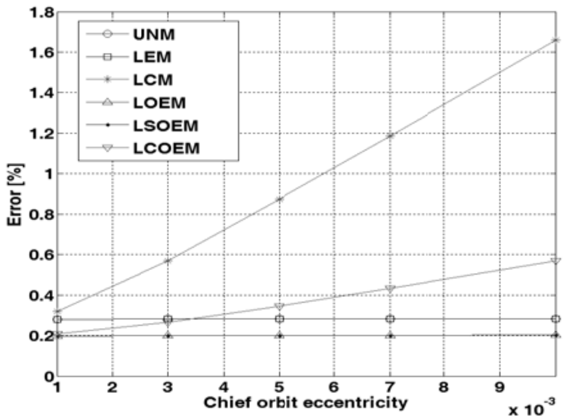
شایان ذکر است که عموماً مأموریت‌های پرواز آرایش‌مند نیازمند دقت بسیار بالایی در موقعیت نسبی ماهواره‌ها هستند. به‌طور مثال حتی خطای زیر ۱ درصدی در آرایش‌هایی با فاصلهٔ نسبی کوچک انحرافی چند ده متری را ناشی می‌شود که اغلب جوابگوی دقت مورد نیاز مأموریت نیست.

اثر خروج از مرکز e

در این بخش، با افزایش خروج از مرکز مدار ماهوارهٔ مرجع، تأثیر این پارامتر را بر دقت مدل‌ها بررسی می‌کنیم. شبیه‌سازی برای بازه‌ای از خروج از مرکزهای نزدیک دایروی تا کاملاً بیضوی انجام شده و نتایج در جدول (۳) و شکل (۶) نمایش داده شده است. برای بررسی خالص‌تر اثر این پارامتر، فاصلهٔ نسبی آرایش کوچک و برابر $\rho(0) = 0.5\,\mathrm{Km}$ درنظرگرفته شده است تا اثرات خطی‌سازی از نتایج حذف شود.

جدول ۳– نتایج مقایسهٔ مدل‌ها با افزایش خروج از مرکز e

	خروج از مرکز e	۰.۰۰۱	۰.۰۱	۰.۰۵	۰.۱	۰.۲
حداکثر خطای مدل (٪)	UNM	۰.۲۸۱	۰.۲۸۲	۰.۲۹۱	۰.۳۰۹	۰.۳۷۹
	LEM	۰.۲۸۱	۰.۲۸۲	۰.۲۹۱	۰.۳۰۹	۰.۳۸۰
	LCM	۰.۳۱۸	۱.۶۶۰	۷.۹۹۵	۱۵.۵۹۲	۲۹.۹۴۱
	LOEM	۰.۱۹۸	۰.۲۰۳	۰.۲۳۰	۰.۲۶۵	۰.۳۶۲
	LSOEM	۰.۱۹۸	۰.۲۰۳	۰.۲۴۲	۰.۳۷۳	۱.۰۵۲
	LCOEM	۰.۲۰۹	۰.۵۷۱	۲.۵۷۵	۵.۱۴۳	۱۰.۲۲۲

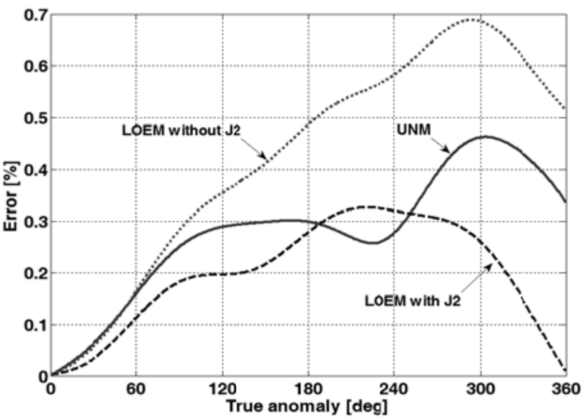


شکل ۶– روند رشد خطا در اثر افزایش خروج از مرکز

رشد خطای دو مدل کارتزین دایروی (LCM) و المان مداری دایروی (LCOEM) با افزایش خروج از مرکز به روشنی قابل ملاحظه است. مدل‌های دیگر در برابر تغییرات این پارامتر، مقاوم هستند. اما در این مدل‌ها نیز خطای اولیه‌ای در شکل (۶) قابل مشاهده است. عمدهٔ این خطا در مدل‌های کارتزین مربوط به درنظرنگرفتن اغتشاش J_2 و در مدل‌های المان مداری مربوط به خطی‌سازی است. نکتهٔ قابل برداشت دیگر، دقت بالاتر مدل‌های خطی المان مداری نسبت به مدل غیرخطی کارتزین است که بیانگر تأثیر بیشتر اغتشاش J_2 نسبت به خطی‌سازی در چنین سناریویی بوده است.

اثر اغتشاش J_2

در بررسی دو پارامتر فاصلهٔ نسبی و خروج از مرکز، چگونگی اثرگذاری اغتشاش ناشی از غیرکروی‌بودن زمین نیز مشاهده شد. به‌منظور بررسی دقیق‌تر این اثر، شبیه‌سازی با $\rho(0) = 0.5\,\mathrm{Km}$ و $e = 0.001$ انجام شده است که علاوه بر نشان دادن اثر اغتشاش J_2 بر روی مدل خطی المان مداری، مقایسه‌ای از این مدل با مدل غیرخطی ارائه می‌دهد. نتایج در شکل (۷) نمایش داده شده است.



شکل ۷– اثر اغتشاش غیر کروی بودن زمین

ملاحظه می‌شود که با حذف اغتشاش J_2 از مدل LOEM خطای متوسط این مدل به حدود دو برابر افزایش یافته است. با درنظرگرفتن این اثر اغتشاشی در مدل‌سازی، مدل خطی المان مداری LOEM دقت بالاتری نسبت به مدل غیرخطی کارتزین UNM نشان داده است.

جمع‌بندی

خطای مدل‌های مختلف حرکت نسبی در آرایش‌های پروازی بر اثر تغییرات فاصلهٔ نسبی، تغییرات خروج از مرکز مدار ماهوارهٔ مرجع، و بر اثر اغتشاش غیرکروی‌بودن زمین به‌دست آمد. تأثیر هر یک از این سه پارامتر به‌صورت جداگانه و ترکیبی مشاهده شد.

نتایج بیان‌کنندهٔ آن بود که مدل‌های دایروی همچون مدل شناخته شده CW با وجود مزایایی چون عدم نیاز به حل معادلات دیفرانسیل (داشتن جواب تحلیلی)، خطای زیادی در مقایسه با سایر مدل‌ها داشته‌اند و با افزایش جزیی در خروج از مرکز مدار ماهواره مرجع خطای این مدل‌ها به‌سرعت بالارفته و غیرقابل استفاده می‌شوند.

در مقایسهٔ مدل‌های کارتزین با مدل‌های المان مداری معرفی شده می‌توان بیان کرد که قابلیت دستهٔ دوم برای درنظرگرفتن اغتشاش J_2 کمک زیادی به بالابردن دقت این مدل‌ها کرده و در مواردی ضعف خطی‌بودن آنها را پوشانیده است.

باید توجه شود که در بسیاری موارد، دقتی در حد دهم درصد نیز منجر به خطای چند ده متری شده و جوابگوی نیازمندی‌های مأموریت نیست. با داشتن درک مناسبی از میزان اعتبار مدل‌ها و تأثیر زیاد عواملی چون فاصلهٔ نسبی، خروج از مرکز و اغتشاش J_2 بر آنها، و با توجه به نیازمندی‌های مأموریت می‌توان انتخاب مدل دینامیکی سیستم را با مصالحه‌ای بین هزینه‌های محاسباتی و هزینه‌های کنترلی مورد نیاز برای اصلاح خطاهای مدل‌سازی، به انجام رسانید.

مراجع

[1] Krieger, G., Moreira, A., Fiedler, H., Hajnsek, I., Werner, M., Younis, M. and Zink, M., “TanDEM-X: a Satellite Formation for High-Resolution SAR Interferometry,” *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing,* Vol. 45, No. 11, 2007, pp. 3317 – 3341.

[2] Fowler, W., and Bettadpur, S., and Tapley, B., “Mission Planning for The Twin GRACE Satellites,” *AAS/AIAA Space Flight Mechanics Meeting*, Paper AAS 00-164, Clearwater, Florida, 2000.

[3] Dunn, C., and et. al., “The Instrument on NASA’s GRACE Mission: Augmentation of GPS to Achieve Unprecedented Gravity Field Measurements,” *Proceedings of ION GPS, Portland*, Oregon, 2002.

[4] Beugnon, C., Calvel, B., Boulade, S. and Ankersen, F., “Design and Modeling of the Formation-Flying GNC System for the DARWIN Interferometer,” *Proc. SPIE 5497*, 2004.

[5] Shahid, K. and Kumar, K. D., “Formation Control at the Sun–Earth L2 Libration Point Using Solar Radiation Pressure,” *Journal of Spacecraft and Rockets*, Vol. 47, No. 4, 2010, pp. 614-626.

[6] Schaub, H. and Junkins, J. L., *Analytical Mechanics of Space Systems*, AIAA Education Series, 2003.

[7] Clohessy, W. H. and Wiltshire, R. S., “Terminal Guidance System for Satellite Rendezvous,” *Journal of the Aerospace Sciences*, Vol. 27, No. 9, 1960, pp. 653-658.

[8] Schaub, H. and Alfriend, K. T., “Hybrid Cartesian and Orbit Element Feedback Law for Formation Flying Spacecraft,” *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, Vol. 25, No. 2, 2002, pp. 387–393.

[9] Inalhan, G. and How, J. P., “Relative Dynamics & Control of Spacecraft Formations in Eccentric Orbits,” *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*. Vol. 25, No. 1, 2002, pp. 48-59.

[10] Alfriend, K. T., Rao Vadali, S., Gurfil, P., How, J. and Breger, L., *Spacecraft Formation Flying: Dynamics, Control and Navigation*, Elsevier, 2010.

[11] Vadali, S. R., Vaddi, S. S., and Alfriend, K. T., “A New Concept for Controlling Formation Flying Satellite Constellations,” *Advances in the Astronautical Sciences*, Vol. 108, No. 2, 2001, pp. 1631-1648.

[12] Toledano, J. G. T. and Succar, L. E. S., “Bayesian Networks for Reliability Analysis of Complex Systems,” *Computer Scince*, Vol. 1484, No. 465, 1998, pp. 1-17.

[13] Barlow, R. E, “Using Influence Diagrams,” *Accelerated Life Testing and Experts’ Opinions in Reliability,* 1988, pp.145-150.

[14] Xie, M. and Wohlin, C., “An Additive Reliability Model for the Analysis of Modular Software Failure Data,” *Proceedings of the Sixth Interrnational symposium on Software Reliability Engineering,* 1996, pp. 188-193.

[15] Krishnemurthy, S. and Mathur, A. P., “On the Estimation of Reliability of a Software System Using Reliabilities of Its Components,” *Proceedings of the Ninth International Symposium on Software Reliability Engineering,* 1997, pp.146.

[16] Ghokale, S., Lyu, M. and Trivedi, K., “Reliability Simulation of Component Based Software Systems,” *Proceedings of the International Symposium on Software Reliability Engineering,* 1998.

[17] Gran, B. A. and et.al, “Estimating Dependability of Programmable Systems Using BBNs,” *Proceedings of the Safecomp,* 2000, pp. 309-320.

[18] Jensen, F. V., *Bayesian Networks and Decision Graphs*, Springer, New York, 2001.

[19] Amasaki, S. and et. al, “A Bayesian Belief Network for Assessing Likelihood of Fault Content,” *Proceedings of the 14th International Symposium on Software Reliability Engineering,* 2003, pp. 215-226.

[20] Boudali, H. and Dugan J. B, “A Continuous-Time Bayesian Network Reliability Modeling and Analysis Framework,” *IEEE Trans Reliability*, 2006, Vol. 55, No.1, pp. 86-97.

[21] Doguc, O. and Marquez, J. E. R., “A Generic Method for Estimating System Reliability Using Bayesian Network,” *Reliability Engineering and System Safety,* Vol. 94, No.2, 2009, pp. 542-550.

[22] Abou Nassar, L. and et. al, “Spacecraft Structures and Launch Vehicles,” *A Presentation in Department of Aerospace and Ocean Engineering*, Virginia Tech University, 2004.

[23] Stengel, R., “Launch Vehicle Design: Configurations and Structures, Space System Design”, *One Course in Department of Mechanical and Aerospace*, Princeton University, 2008.

[24] Vesely, W. and Goldbrg, B, “Fault Tree Handbook,” *United State Nuclear Regulatory Commission*, 1981.

[25] MIL-HDBK-217F Notice 2, “Reliability Prediction of Electronic Equipment,” 1995.

[26] MIL-HDBK-H 108, “Sampling Procedures and Tables for Life and Reliability Testing (Based on Exponential Distribution),” 2002.

[27] MIL-HDBK-338, “Electronic Reliability Design Handbook,” 1995.