

Integrated Inertial Navigation with Positioning System for Increasing Orbital Module Navigation Accuracy

Mahdi Jafari^{1*}, Arash Sangary² and Jafar Roshanyan³

1, 2 ,3. Department of Aerospace Engineering, K. N. Toosi University of Technology

* Estern Vafadar St., Tehranpars, Tehran, IRAN

mjafari@mail.kntu.ac.ir

The Inertial navigation system is an ideal solution for motion detection with high accuracy with fast dynamics, but the precise location and status of the system output can be significantly reduced over time. On the other hand, global positioning system is able to determine its position with an average accuracy around the earth. But the GPS alone isn't enough for navigation of orbital modules, because it doesn't have situation of orbital modules. The integrated inertial navigation system with global positioning system is a low cost method of providing an accurate and reliable navigation system in the civilian and military aerospace applications. In this paper, using the extended Kalman filter, we design an algorithm to estimate error of sensors, navigation and GPS. This method can be widely used in the integrated navigation INS / GPS in aerospace applications and provides an accurate navigation.

Keywords: Integrated Navigation, Kalman filter, Inertial Navigation, Positioning System

1. PhD Candidate (Corresponding Author)
2. Researcher
3. Professor

تلفیق ناوبری اینرسی با سامانه کمک ناوبری تعیین موقعیت برای افزایش دقت ناوبری در فضا

مهدی جعفری^{۱*}، آرش سنگری^۲ و جعفر روشنی‌یان^۳

۱، ۲ و ۳- دانشکده مهندسی هوافضا، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی

*تهران، تهرانپارس، وفادار شرقی

mjafari@mail.kntu.ac.ir

سیستم ناوبری اینرسی، راه حلی ایده‌آل برای تشخیص حرکت‌های با دینامیک سریع و با دقت بالاست، اما دقت خروجی موقعیت و وضعیت این سیستم با گذشت زمان کاهش چشمگیری پیدا می‌کند. از طرف دیگر، سیستم موقعیت‌یابی جهانی قادر است همواره با یک دقت متوسط - در حدود چند متر خطا- موقعیت خود را در اطراف زمین مشخص کند. اما سیستم موقعیت‌یابی جهانی نیز به تنهایی برای ناوبری ماژول‌های فضایی و مدارهای کافی نیست، زیرا اطلاعاتی در مورد وضعیت مدول نمی‌دهد. تلفیق سیستم موقعیت‌یابی جهانی با سیستم ناوبری اینرسی روشی کم‌هزینه برای فراهم‌کردن یک سیستم ناوبری دقیق و مطمئن در کاربردهای هوافضایی غیر نظامی و نظامی است. در این مقاله با استفاده از فیلتر کالمن توسعه یافته یک الگوریتم برای تخمین خطای ناوبری و خطای حسگرها و GPS طراحی شده است. حجم محاسبات این روش نسبت به فیلترهای ذره‌ای بسیار کمتر است و می‌تواند در ناوبری تلفیقی INS/GPS به طور گسترده مورد استفاده قرار گیرد و در کاربردهای فضایی دقت ناوبری مناسبی را فراهم می‌کند.

واژه‌های کلیدی: ناوبری تلفیقی، فیلتر کالمن، ناوبری اینرسی، سیستم موقعیت‌یابی جهانی

w_{b_g} نویز سفیدی ژایروسکوپ
 w_{b_a} نویز سفیدی شتاب‌سنج
 Δt زمان بین دو اندازه‌گیری گیرنده GPS

مقدمه

دقت موقعیت و وضعیت سیستم ناوبری اینرسی با گذشت زمان کاهش چشمگیری پیدا می‌کند، هر چند این سیستم در دینامیک‌های سریع دقت بالایی دارد؛ از طرف دیگر، دقت موقعیت سیستم موقعیت‌یابی جهانی (GPS) نیز بالاست ولی نرخ تعیین موقعیت آن کند بوده و وابسته به شرایط محیطی و بیرونی (از جمله اختلالات رادیویی، جهت و میدان دید آنتن و ...) است. با استفاده از روش‌های ناوبری تلفیقی، قادر خواهیم بود همواره با گذشت زمان با نرخ اندازه‌گیری سیستم ناوبری اینرسی، موقعیت و وضعیت مدول را با دقت مناسب و تقریباً ثابتی تخمین بزنیم. روش‌های ناوبری

علائم و اختصارات

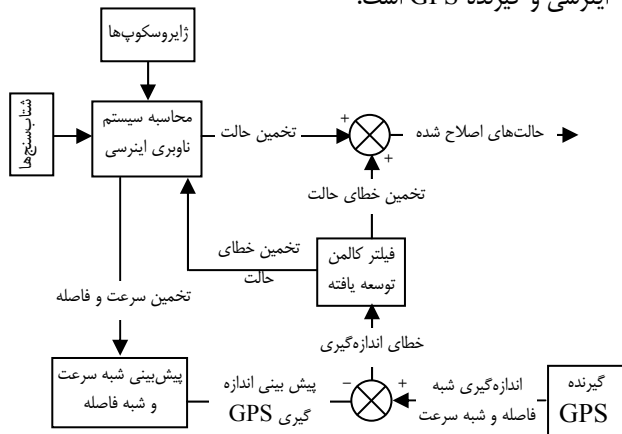
δr خطای موقعیت ناوبری اینرسی (شامل سه مؤلفه)
 δv خطای سرعت ناوبری اینرسی (شامل سه مؤلفه)
 δq خطای کواترنین‌ها (شامل چهار مؤلفه)
 δb_a خطای بایاس حسگرهای شتاب‌سنج (شامل سه مؤلفه)
 δb_g خطای بایاس حسگرهای ژایروسکوپ (شامل سه مؤلفه)
 δf خطای حسگر شتاب‌سنج
 $\delta \omega$ خطای حسگر ژایروسکوپ
 δb_c خطای بایاس ساعت گیرنده GPS نسبت به ساعت مرجع
 δd_c خطای رانش ساعت گیرنده GPS با واحد متر بر ثانیه
 τ_g زمان همبستگی فرآیند مارکوف ناپایداری بایاس ژایروسکوپ
 τ_a زمان همبستگی فرآیند مارکوف ناپایداری بایاس شتاب‌سنج

۱. دانشجوی دکتری (نویسنده مخاطب)

۲. پژوهشگر

۳. استاد

در شکل (۱) ساختار کلی سیستم ناوبری تلفیقی مورد استفاده در این مقاله به چشم می‌خورد که شامل ناوبری اینرسی، گیرنده GPS و فیلتر کالمن توسعه یافته به منظور جبران خطای ناوبری اینرسی و گیرنده GPS است.



شکل ۱- ساختار مورد استفاده در تلفیق GPS و INS

در این ساختار، در هر گام سیستم ناوبری اینرسی، علاوه بر محاسبات ناوبری اینرسی، روابط گسترش خطای ناوبری اینرسی نیز به‌روزرسانی می‌شوند. به این ترتیب در هر گام انتگرال‌گیری ناوبری اینرسی، تخمین پیشین بردار حالت سیستم (شامل خطاهای ناوبری اینرسی و خطای حسگرهای اینرسی) به علاوه ماتریس کوواریانس خطای حالت پیشین به‌روزرسانی می‌شوند.

در هر گام اندازه‌گیری GPS، با اخذ فاصله و سرعت ماهواره‌های GPS از گیرنده GPS و دریافت تخمین اولیه سرعت و موقعیت مدول از سیستم ناوبری اینرسی، شبه فاصله و شبه سرعت مدول نسبت به ماهواره‌های مدنظر، پیش‌بینی می‌شوند. با تقاضای این پیش‌بینی‌ها از اندازه‌گیری حقیقی گیرنده GPS، خطای اندازه‌گیری GPS نیز به عنوان اندازه‌گیری سیستم وارد فیلتر کالمن توسعه یافته می‌شود.

فیلتر کالمن توسعه یافته بر اساس تخمین پیشین حالت‌های سیستم و اندازه‌گیری انجام شده و ماتریس کوواریانس خطای تخمین حالت پیشین، تخمین حالت پسین را فراهم می‌کند. تخمین حالت پسین در واقع شامل مقادیر اصلاح شده خطای ناوبری، خطای حسگرهای اینرسی و خطای گیرنده GPS است. با اصلاح این خطاها در بخش‌های مختلف بر اساس حالت‌های اصلاح شده، دقت ناوبری بهبود خواهد یافت.

معرفی متغیرهای حالت و مدل گسترش خطا

به‌منظور دستیابی به مدل فضای حالت سیستم، باید مدل گسترش خطای سیستم ناوبری اینرسی و موقعیت‌یابی جهانی معرفی شده و

تلفیقی به‌طورکلی از الگوریتم‌های فیلترهای کالمن یا فیلترهای ذره‌ای بهره می‌گیرند. فیلترهای کالمن در حدود ۵۰ سال پیش با هدف استفاده در مأموریت‌های سفر به ماه در ناسا توسعه داده شدند و بعدها در زمینه‌های بسیار گسترده‌ای از جمله شناسایی سیستم‌ها و الگوریتم‌های تخمین به‌کار رفتند. فیلتر کالمن که در ابتدا تنها برای سیستم‌های خطی و نویزهای با توزیع خطای گاوسی قابل استفاده بود، در طول این چند دهه دچار تغییر و تحولات مختلفی شد. به عنوان مثال یکی از مشهورترین نمونه‌های فیلتر کالمن که فیلتر کالمن توسعه یافته است، قادر به تخمین حالت سیستم‌های غیرخطی است [۷ و ۶].

در این مقاله الگوریتم مورد استفاده برای تخمین خطای ناوبری و خطای حسگرها و GPS، فیلتر کالمن توسعه یافته است، که حجم محاسبات آن نسبت به فیلتر کالمن بدون بو و فیلترهای ذره‌ای بسیار کمتر بوده و در ناوبری تلفیقی به‌طور گسترده‌ای مورد استفاده قرار گرفته و در کاربردهای فضایی دقت ناوبری مناسبی را فراهم می‌کند [۴ و ۳ و ۲].

ساختار تلفیق

به‌منظور تخمین خطای سیستم به کمک فیلترهای کالمن، ابتدا باید آن‌ها را به فرم فضای حالت تبدیل کرد. در مورد سیستم‌های غیرخطی، خطی کردن سیستم در هر گام زمانی امری ضروری است، که در این صورت فیلتر کالمن توسعه یافته مطرح می‌شود. فیلتر کالمن در واقع یک مشاهده‌گر بهینه برای تخمین حالت‌های سیستم در حضور عدم قطعیت‌هایی از جمله نویز فرآیند و نویز اندازه‌گیری است. به‌طورکلی ساختار مورد استفاده در فیلترهای کالمن شامل دو گام پیش‌بینی و اندازه‌گیری (یا اصلاح) است. در گام پیش‌بینی، یک تخمین اولیه از حالت‌های سیستم بر اساس حالت قبلی و ورودی‌های سیستم به‌دست می‌آید و در گام اندازه‌گیری، بر اساس اندازه‌گیری انجام شده، تخمین اولیه اصلاح شده و یک تخمین دقیق‌تر از حالت‌های سیستم به‌دست می‌آید.

با توجه به این نکات متغیرهای حالت تعریف شده می‌تواند شامل خطاهای ناوبری (موقعیت، سرعت و وضعیت)، خطای حسگرهای اینرسی (بایاس ثابت حسگرها، خطای ضریب مقیاس، رانش بایاس) و خطای گیرنده GPS باشد. تنها محدودیتی که در تخمین این خطاها وجود دارد، درجه مشاهده‌پذیری سیستم است که وابسته به روش و تعداد اندازه‌گیری‌های انجام شده است. در این مقاله با ارجاع به مقالات، کتب و پایان‌نامه‌های مختلفی که مورد بررسی قرار گرفته‌اند [۴ و ۳]، ۱۸ متغیر حالت در نظر گرفته شدند که با توجه به ساختار مورد استفاده همگی مشاهده‌پذیر هستند.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & -f_3 & f_2 \\ f_3 & 0 & -f_1 \\ -f_2 & f_1 & 0 \\ -f_1 & -f_2 & -f_3 \end{bmatrix} \quad (3)$$

ماتریس $Q(q)$ نیز در رابطه گسترش خطای ناوبری، یک ماتریس ۴ در ۳ است که به صورت زیر بر حسب تخمین کوتاهترینها در هر لحظه به دست می آید:

$$Q(q) = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} q_4 & -q_3 & q_2 \\ q_3 & q_4 & -q_1 \\ -q_2 & q_1 & q_4 \\ -q_1 & -q_2 & -q_3 \end{bmatrix} \quad (4)$$

ماتریس R در رابطه گسترش خطای ناوبری یک ماتریس ۴ در ۴ بر حسب کوتاهترینهاست که به صورت زیر تعریف می شود:

$$R = [2Q \quad -q] \quad (5)$$

در رابطه گسترش خطای ناوبری اینرسی، با در نظر گرفتن یک مدل جاذبه ساده زمین کروی، گرادیان جاذبه $G = \frac{\partial g(r)}{\partial r}$ به صورت زیر خواهد بود:

$$G_{3 \times 3} = \begin{bmatrix} \frac{3\mu x^2}{r^5} - \frac{\mu}{r^3} & \frac{3\mu xy}{r^5} & \frac{3\mu xz}{r^5} \\ \frac{3\mu xy}{r^5} & \frac{3\mu y^2}{r^5} - \frac{\mu}{r^3} & \frac{3\mu yz}{r^5} \\ \frac{3\mu xz}{r^5} & \frac{3\mu yz}{r^5} & \frac{3\mu z^2}{r^5} - \frac{\mu}{r^3} \end{bmatrix} \quad (6)$$

ماتریس ۴ در ۴ $\Omega(\omega)$ ، در رابطه گسترش خطای ناوبری اینرسی، بر حسب خروجی حسگرهای ژایروسکوپ در هر لحظه به صورت زیر تعریف می شود:

$$\Omega(\omega) = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 0 & \omega_3 & -\omega_2 & \omega_1 \\ -\omega_3 & 0 & \omega_1 & \omega_2 \\ \omega_2 & -\omega_1 & 0 & \omega_3 \\ -\omega_1 & -\omega_2 & -\omega_3 & 0 \end{bmatrix} \quad (7)$$

با صرف نظر کردن از خطای ضرب مقیاس حسگرهای اینرسی و خطاهای کوتاه مدت این حسگرها به جز ناپایداری بایاس، می توان خطای حسگرهای اینرسی در رابطه گسترش خطای ناوبری اینرسی را به صورت زیر ساده سازی کرد:

$$\begin{aligned} \delta\omega &= \delta b_g \\ \delta f &= \delta b_a \end{aligned} \quad (8)$$

معادلات خطای آنها به دست آمده و خطی سازی شود. سپس بر اساس این مدل فضای حالت، فیلتر کالمن توسعه یافته مورد استفاده قرار گرفته و خطای ناوبری اینرسی جبران می شود. متغیرهای حالت مورد استفاده در تلفیق سیستم ناوبری اینرسی و ماهواره ای در این مقاله به شرح زیر هستند:

$$\delta x = \begin{bmatrix} \delta r \\ \delta v \\ \delta q \\ \delta b_g \\ \delta b_a \\ \delta b_c \\ \delta d_c \end{bmatrix}_{18 \times 1} \quad (1)$$

δb_c به صورت خطای فاصله با واحد متر بیان می شود (به عبارت دیگر δb_c برابر است با خطای ساعت گیرنده GPS ضرب در سرعت نور). خطای δb_c ناشی از عدم همزمانی ساعت گیرنده با ماهواره های GPS است.

خطای δd_c ناشی از عدم دقت فرکانس نوسانگر ساعت داخلی گیرنده GPS است و در طول زمان موجب تغییر بایاس ساعت گیرنده δb_c می شود.

مدل سازی گسترش خطای سیستم ناوبری اینرسی (INS)

مدل گسترش خطای ناوبری اینرسی^۵ (خطای موقعیت، سرعت و وضعیت به صورت کوتاه ترین) بر اساس روند طی شده در مرجع [۵]، در دستگاه اینرسی زمین مرکزی، به صورت رابطه زیر قابل توصیف است:

$$\begin{bmatrix} \delta \dot{r} \\ \delta \dot{v} \\ \delta \dot{q} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \delta v \\ C_b^i(\hat{q}) [2A^T R^T \delta q + \delta f] + \frac{\partial g(r)}{\partial r} \delta r \\ Q(\hat{q}) \delta \omega + \Omega(\hat{\omega}) \delta q \end{bmatrix} \quad (2)$$

$C_b^i(\hat{q})$ ماتریس کسینوس های هادی انتقال از دستگاه بدنی پرنده فضایی به دستگاه اینرسی زمین مرکزی است که با استفاده از تخمین کوتاه ترینها در هر لحظه قابل محاسبه است. ماتریس A در رابطه گسترش خطا، یک ماتریس ۴ در ۳ است که بر اساس خروجی حسگرهای شتاب سنج در هر لحظه به دست می آید:

مدل سازی گسترش خطای حالت (تخمین پیشین)

به کمک مدل گسترش خطای ناوبری اینرسی و خطای گیرنده GPS می توان مدل فضای حالت سیستم ناوبری تلفیقی اینرسی و GPS را به فرم زیر نوشت:

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= Fx(t) + G(t)w(t) \\ w(t) &\sim N(0, Q) \end{aligned} \quad (۱۳)$$

در رابطه فوق، Q ماتریس کوواریانس نویز فرآیند است که بر حسب نویز متغیرهای حالت مقادیر آن تعیین می شود. ماتریس حالت F در رابطه فوق به صورت زیر محاسبه می شود:

$$F = \begin{bmatrix} 0_{3 \times 3} & I_{3 \times 3} & 0_{3 \times 4} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 1} & 0_{3 \times 1} \\ G_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & D_{3 \times 4} & 0_{3 \times 3} & C_b^i(\hat{q}) & 0_{3 \times 1} & 0_{3 \times 1} \\ 0_{4 \times 3} & 0_{4 \times 3} & \Omega(\hat{\omega}) & Q(\hat{q}) & 0_{4 \times 3} & 0_{4 \times 1} & 0_{4 \times 1} \\ 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 4} & F_{b_g} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 1} & 0_{3 \times 1} \\ 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 4} & 0_{3 \times 3} & F_{b_a} & 0_{3 \times 1} & 0_{3 \times 1} \\ 0_{1 \times 3} & 0_{1 \times 3} & 0_{1 \times 4} & 0_{1 \times 3} & 0_{1 \times 3} & 0 & 1 \\ 0_{1 \times 3} & 0_{1 \times 3} & 0_{1 \times 4} & 0_{1 \times 3} & 0_{1 \times 3} & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (۱۴)$$

ماتریس تبدیل ورودی G نیز به صورت زیر محاسبه می شود:

$$G = \begin{bmatrix} I_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 4} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 1} & 0_{3 \times 1} \\ 0_{3 \times 3} & I_{3 \times 3} & 0_{3 \times 4} & 0_{3 \times 3} & C_b^i(\hat{q}) & 0_{3 \times 1} & 0_{3 \times 1} \\ 0_{4 \times 3} & 0_{4 \times 3} & I_{4 \times 4} & Q(\hat{q}) & 0_{4 \times 3} & 0_{4 \times 1} & 0_{4 \times 1} \\ 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 4} & I_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 1} & 0_{3 \times 1} \\ 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 4} & 0_{3 \times 3} & I_{3 \times 3} & 0_{3 \times 1} & 0_{3 \times 1} \\ 0_{1 \times 3} & 0_{1 \times 3} & 0_{1 \times 4} & 0_{1 \times 3} & 0_{1 \times 3} & 0 & 1 \\ 0_{1 \times 3} & 0_{1 \times 3} & 0_{1 \times 4} & 0_{1 \times 3} & 0_{1 \times 3} & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (۱۵)$$

مدل سازی اندازه گیری GPS

اندازه گیری های خام گیرنده GPS به دو صورت، شبه فاصله و شبه سرعت (نرخ شبه فاصله) است. همان طور که در مدل گیرنده GPS شرح داده شد، شبه فاصله، اندازه گیری گیرنده GPS از فاصله بین ماهواره GPS تا گیرنده است، که بر اثر عوامل مختلف، دچار خطا شده است. شبه سرعت، نیز، اندازه گیری سرعت نسبی گیرنده و ماهواره GPS در راستای دید گیرنده از ماهواره GPS است، که با روش داپلر انجام می شود. این اندازه گیری نیز تحت تأثیر عوامل خطا قرار دارد.

مدل گسترش خطای ناپایداری بایاس نیز به صورت یک فرآیند مارکوف مرتبه اول به صورت زیر در نظر گرفته می شود:

$$\begin{aligned} \delta \dot{b}_g &= -\frac{1}{\tau_g} I_{3 \times 3} \delta b_g + w_{b_g} \\ \delta \dot{b}_a &= -\frac{1}{\tau_a} I_{3 \times 3} \delta b_a + w_{b_a} \end{aligned} \quad (۹)$$

w_{b_a} و w_{b_g} نویز سفیدی هستند که در خروجی این حسگرها، ظاهر می شوند. مقادیر این پارامترها بر اساس مشخصات حسگرهای اینرسی به دست می آیند.

مدل سازی گسترش خطای گیرنده GPS

در ساختار ترکیب ناوبری اینرسی و GPS به منظور حذف همبستگی بین خروجی گیرنده GPS، از اندازه گیری های شبه فاصله و نرخ شبه فاصله (شبه سرعت) برای هر ماهواره GPS در دسترس استفاده می شود. به منظور ساده سازی مدل فضای حالت فیلتر کالمن، از خطاهای یونوسفر، چندمسیری و خطای ساعت ماهواره چشم پوشی کرده و تنها خطای ساعت گیرنده را مورد توجه قرار می دهیم. خطای ساعت گیرنده می تواند بر اثر اختلاف مرجع با ساعت ماهواره GPS یا بر اثر تفاوت فرکانس نوسانگر ساعت گیرنده ایجاد شده باشد. از این رو دو متغیر حالت برای این دو خطا در نظر گرفته شده است. گسترش خطای این متغیرهای حالت به صورت زیر هستند:

$$\begin{aligned} \delta \dot{b}_c &= \delta d_c + w_f \\ \delta \dot{d}_c &= w_g \end{aligned} \quad (۱۰)$$

در این رابطه δb_c اختلاف ساعت گیرنده GPS با ماهواره های GPS و δd_c اختلاف فرکانس نوسانگر ساعت گیرنده GPS با فرکانس نوسانگر مرجع ماهواره های GPS است. با مدل سازی خطای GPS در مرجع [۴]، پارامترهای w_g و w_f که با نویز گاوسی مدل سازی می شوند نیز با ماتریس کوواریانس خطای زیر توصیف می شوند:

$$Q_{GPS} = \begin{bmatrix} S_f \Delta t + S_g \frac{\Delta t^3}{3} & S_g \Delta t^2 \\ S_g \frac{\Delta t^2}{2} & S_g \Delta t \end{bmatrix} \quad (۱۱)$$

پارامترهای S_f و S_g وابسته به فناوری ساخت گیرنده های GPS هستند. برای گیرنده های GPS تجاری این پارامترها در حدود مقادیر زیر هستند:

$$\begin{aligned} S_f &= 1.0c^2 \times 10^{-9} (m^2 / s) \\ S_g &= 4.0c^2 \pi^2 \times 10^{-20} (m^2 / s^3) \end{aligned} \quad (۱۲)$$

روابط پیش‌بینی و اصلاح متغیرهای حالت با استفاده از فیلتر کالمن

همان‌طور که پیش‌تر اشاره شد، روابط مورد استفاده در فیلتر کالمن، دو دسته هستند، روابط پیش‌بینی حالت با گذشت زمان و روابط اصلاح حالت بر اساس اندازه‌گیری. به این ترتیب در هر گام اجرای محاسبات ناوبری، باید روابط پیش‌بینی حالت را اجرا کرد تا تخمین حالت پیشین به‌دست آید. ابتدا باید رابطه فضای حالت پیوسته را به فرم گسسته تبدیل کرد:

$$\Phi_k = I_{18 \times 18} + F \Delta t \quad (20)$$

$$x[k+1] = \Phi_k x[k] + w_d[k]$$

که در این رابطه، Δt گام زمانی رابطه پیش‌بینی است، که در این سیستم برابر با گام زمانی انتگرال‌گیری سیستم ناوبری اینرسی است. همچنین $w_d[k]$ نویز گسسته شده مدل فضای حالت سیستم تلفیق است که با رابطه زیر بر حسب کوواریانس نویز سیستم پیوسته Q به‌دست می‌آید:

$$w_d[k] \sim N(0, Q_d[k]) \quad (21)$$

$$Q_d[k] \approx G(t_k) Q(t_k) G^T(t_k) \Delta t$$

روابط زیر تخمین حالت پیشین $x[k+1|k]$ و کوواریانس خطای این تخمین $P[k+1|k]$ را بر حسب تخمین حالت پسین گام قبلی و کوواریانس آن نشان می‌دهند:

$$x[k+1|k] = \Phi_k x[k|k] \quad (22)$$

$$P[k+1|k] = \Phi_k P[k|k] \Phi_k^T + Q_d[k]$$

شایان ذکر است، به دلیل اینکه نرخ به‌روزرسانی اندازه‌گیری‌های گیرنده GPS بسیار کمتر از انتگرال‌گیری سیستم ناوبری اینرسی است، روابط پیش‌بینی که وظیفه مدل‌سازی گسترش خطای سیستم ناوبری اینرسی را دارند، پی در پی اجرا می‌شوند تا زمانی که گیرنده GPS داده اندازه‌گیری جدیدی به‌دست آورد. از این رو به دلیل عدم به‌روزرسانی تخمین پسین، تخمین پیشین در این اجرای پی در پی روابط پیش‌بینی بر حسب مقادیر گام قبلی روابط پیش‌بینی محاسبه خواهد شد.

با هر بار اندازه‌گیری گیرنده GPS، به تعداد ماهواره‌های GPS که در دیدرس گیرنده قرار دارند، ماتریس H^j را تشکیل داده و با چسباندن آرایه‌های این ماتریس‌ها به صورت سطری به یکدیگر یک ماتریس H به فرم زیر تشکیل می‌شود:

در گام به‌روزرسانی تخمین پسین (اصلاح شده) فیلتر کالمن که با در دست داشتن اندازه‌گیری‌های گیرنده GPS انجام می‌شود، تفاوت بین اندازه‌گیری‌های گیرنده GPS و پیش‌بینی سیستم تخمین از شبه‌فاصله و شبه‌سرعت، بر اساس تخمین حالت پیشین (اصلاح نشده)، به‌عنوان اندازه‌گیری فیلتر کالمن، وارد سیستم تلفیق می‌شوند.

پیش‌بینی سیستم تخمین از شبه‌فاصله ρ_{est}^j و شبه‌سرعت $\dot{\rho}_{est}^j$ برای هر ماهواره به صورت زیر به‌دست می‌آیند:

$$\rho_{est}^j = |r_{gps}^j - r| \quad (16)$$

$$\dot{\rho}_{est}^j = (v_{gps}^j - v) \cdot \frac{(r_{gps}^j - r)}{|r_{gps}^j - r|}$$

در رابطه فوق r_{gps}^j و v_{gps}^j موقعیت و سرعت ماهواره j امی است که گیرنده قادر به دریافت سیگنال‌های آن است. این مقادیر به کمک تبادل داده بین گیرنده و ماهواره به‌دست می‌آیند. r و v نیز تخمین موقعیت و سرعت مدول، بر اساس خروجی ناوبری اینرسی است.

به این ترتیب تفاضل اندازه‌گیری GPS و پیش‌بینی آن، به‌صورت زیر به‌دست می‌آید:

$$\delta z_{Measurement}^j = \begin{bmatrix} \rho^j \\ \dot{\rho}^j \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \rho_{est}^j \\ \dot{\rho}_{est}^j \end{bmatrix} \quad (17)$$

تخمین خطای GPS در مدل فضای حالت معرفی شده، تابعی است از خطای موقعیت و سرعت ناوبری اینرسی و خطای بایاس ساعت و اختلاف فرکانس ساعت گیرنده GPS که به صورت زیر به‌دست می‌آید:

$$\delta z^j = H^j X \quad (18)$$

$$\delta z^j = \begin{bmatrix} (U_j^i)^T & 0_{1 \times 3} & 0_{1 \times 4} & 0_{1 \times 3} & 0_{1 \times 3} & 1 & 0 \\ 0_{1 \times 3} & (U_j^i)^T & 0_{1 \times 4} & 0_{1 \times 3} & 0_{1 \times 3} & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta r \\ \delta v \\ \delta q \\ \delta b_g \\ \delta b_a \\ \delta b_c \\ \delta d_c \end{bmatrix}$$

که در این رابطه، برداری در دستگاه مختصات اینرسی زمین مرکزی، به طول واحد است که از گیرنده GPS در جهت ماهواره j امی است. این بردار را در هر لحظه بر حسب تخمین موقعیت مدول و ماهواره GPS می‌توان به صورت زیر محاسبه کرد:

$$U_j^i = \frac{(r_{gps}^j - r)}{|r_{gps}^j - r|} \quad (19)$$

جدول ۱- مقادیر پارامترهای خطای سیستماتیک حسگر ژایروسکوپ

انحراف معیار	مقدار متوسط	واحد	نام پارامتر
۰/۰۰۰۰۱	۰/۰۰۰۱	بدون واحد	خطای ضریب مقیاس
۰/۱	۰/۵	درجه بر ساعت	خطای بایاس ثابت
۰/۰۴	۰/۱۵	درجه بر ساعت	خطای بایاس حساس به شتاب

جدول ۲- مقادیر پارامترهای خطای سیستماتیک حسگر شتابسنج

انحراف معیار	مقدار متوسط	واحد	نام پارامتر
۰/۰۰۰۰۱	۰/۰۰۰۱	بدون واحد	خطای ضریب مقیاس
۰/۰۲	۰/۲	میلی g	خطای بایاس ثابت

در مدل‌سازی خطای گیرنده GPS، خطای بایاس ساعت و رانش فرکانس ساعت گیرنده GPS به‌طور بدبینانه، بزرگ فرض شد، تا اثر عوامل خطای احتمالی وابسته به شرایط مختلف به‌گونه‌ای لحاظ شود. به این ترتیب مقدار 3σ خطای بایاس ساعت گیرنده معادل با ۶۰ متر و مقدار رانش فرکانس آن معادل 0.03 متر بر ثانیه در نظر گرفته شد. همچنین نویز گوسی با انحراف معیار 0.01 متر بر ثانیه بر روی رانش فرکانس گیرنده افزوده شد تا به صورت یک فرآیند گام تصادفی در بایاس ساعت گیرنده، تأثیرگذار باشد.

به‌منظور مقایسه نتایج، ابتدا نمودار خطای موقعیت، سرعت و وضعیت ناوبری اینرسی با خطای حسگرهای اینرسی و بدون فعال‌سازی الگوریتم‌های تلفیق در شکل‌های (۲) تا (۴) ارائه می‌شود. سپس در شکل‌های (۵) تا (۱۱) این خطاها پس از فعال‌سازی الگوریتم‌های تلفیق در دو فرکانس نمونه‌برداری ۱ و ۱۰ هرتز ارائه می‌گردد.

نتیجه‌گیری

الگوریتم تلفیق ناوبری اینرسی با GPS تأثیر بسیار مطلوبی بر خطای ناوبری دارد و پس از همگرایی تخمین خطا، دقت مورد نیاز الگوریتم هدایت را تأمین کرده و منجر به افزایش دقت در مانورهای فضایی می‌شود. نرخ نمونه‌برداری مناسب گیرنده GPS برای استفاده در شرایط مدول مدار، در حدود ۱۰ هرتز است. در شبیه‌سازی ارائه شده، خطای سرعت پس از گذشت ۵۰۰ ثانیه از آغاز تلفیق به کمتر از 0.1 متر بر ثانیه همگرا خواهد شد که مقداری کاملاً مطلوب و پایدار نسبت به ناوبری اینرسی تنهاست که خطای آن حداقل با توان یک زمان افزایش می‌یابد و ده‌ها برابر بوده است.

$$H = \begin{bmatrix} H^j \\ H^k \\ \vdots \\ H^p \end{bmatrix} \quad (23)$$

به این ترتیب با چسباندن بردار اندازه‌گیری‌های هر ماهواره GPS به یکدیگر با همان ترتیب ماتریس H، ماتریس δz را ایجاد می‌کنیم:

$$\delta z = \begin{bmatrix} \delta z^j \\ \delta z^k \\ \vdots \\ \delta z^p \end{bmatrix} \quad (24)$$

حال، با محاسبه بهره کالمن و به‌روزرسانی (اصلاح) تخمین حالت‌ها، تخمین حالت پسین را به‌دست می‌آوریم:

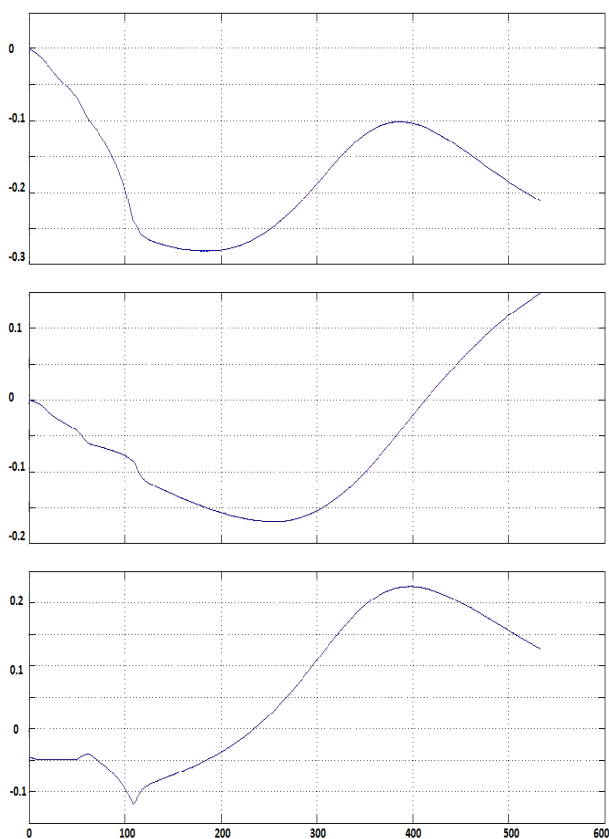
$$K[k] = P[k+1|k] H^T [H P[k+1|k] H^T + R]^{-1} \\ x[k+1|k+1] = x[k+1|k] + K[k] [\delta z_{\text{Measurement}} - H x[k+1|k]] \quad (25) \\ P[k+1|k+1] = [I - K[k] H] P[k+1|k]$$

در رابطه فوق R ماتریس نویز اندازه‌گیری است، که بر حسب مدل‌سازی نویز گیرنده GPS در اندازه‌گیری شبه‌فاصله و شبه‌سرعت هر اندازه‌گیری ماهواره تنظیم خواهد شد. با اصلاح خطای ناوبری، اصلاح خطای بایاس حسگرهای اینرسی و اصلاح خطای گیرنده GPS به‌تدریج خطای تخمین حالت‌ها، به صفر میل خواهد کرد.

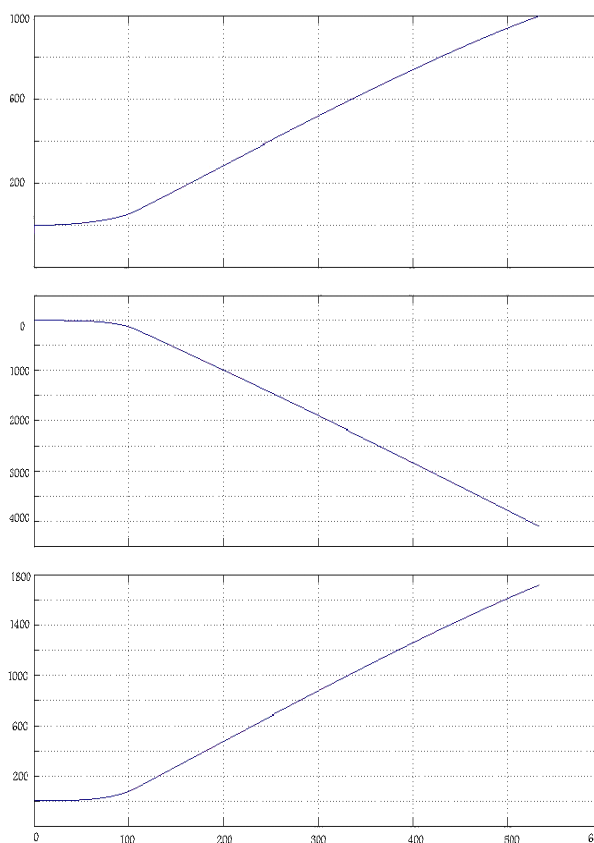
پیاده‌سازی ناوبری تلفیقی برای افزایش دقت ناوبری در ماژول مدار

نرخ نمونه‌برداری گیرنده GPS برای کاربردهای با سرعت و شتاب بالا باید در مرتبه ۱۰ هرتز باشد. بنابراین در اجرای شبیه‌سازی از این نرخ نمونه‌برداری برای گیرنده GPS استفاده شد ولی به‌منظور مقایسه نتایج، خطای ناوبری تلفیقی با نرخ نمونه‌برداری ۱ هرتز نیز ارائه می‌شود.

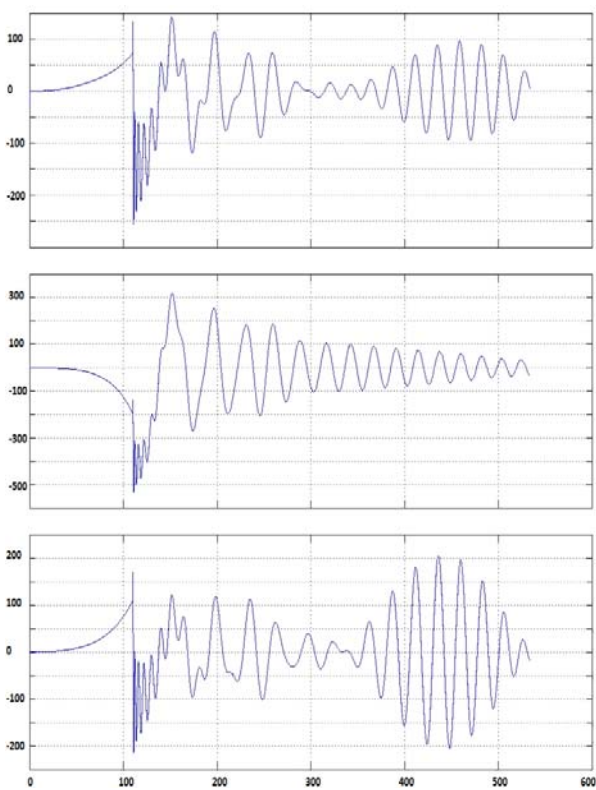
در مدل‌سازی خطای سیستماتیک حسگرهای اینرسی، پارامترهای خطای ضریب مقیاس، بایاس ثابت و بایاس حساس به شتاب مورد توجه قرار می‌گیرند. پارامترهای خطای حسگرهای ژایروسکوپ و شتابسنج به صورت جدول‌های (۱) و (۲) در نظر گرفته شده است:



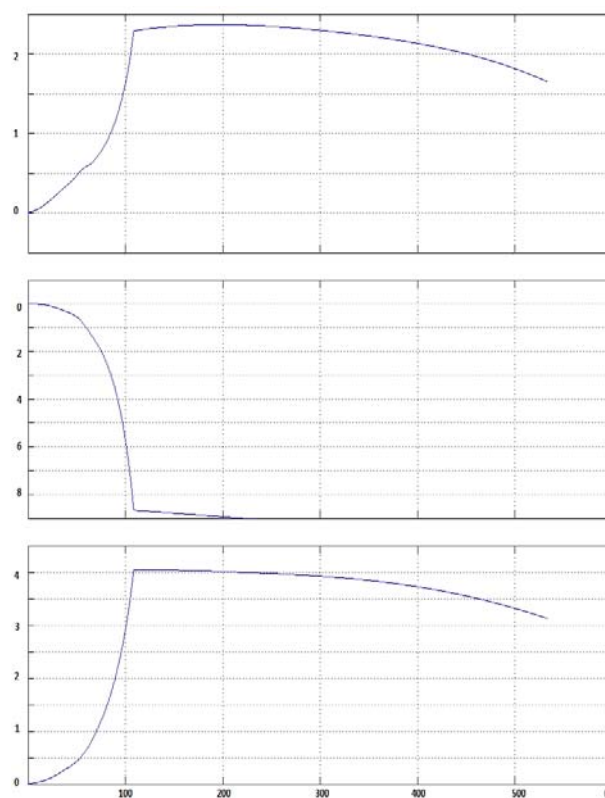
شکل ۴ - خطای وضعیت ناوبری اینرسی (با واحد درجه) با خطای حسگرهای اینرسی



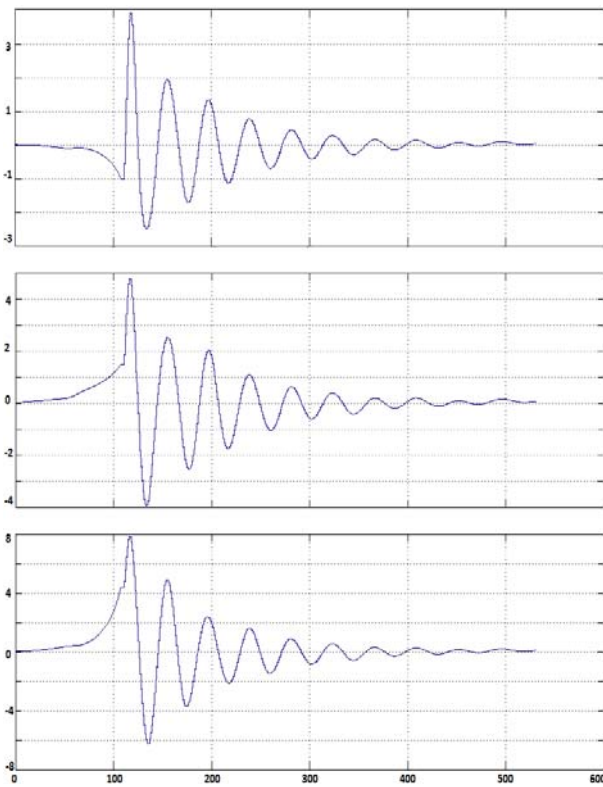
شکل ۲ - خطای موقعیت ناوبری (با واحد متر) با خطای حسگرهای اینرسی



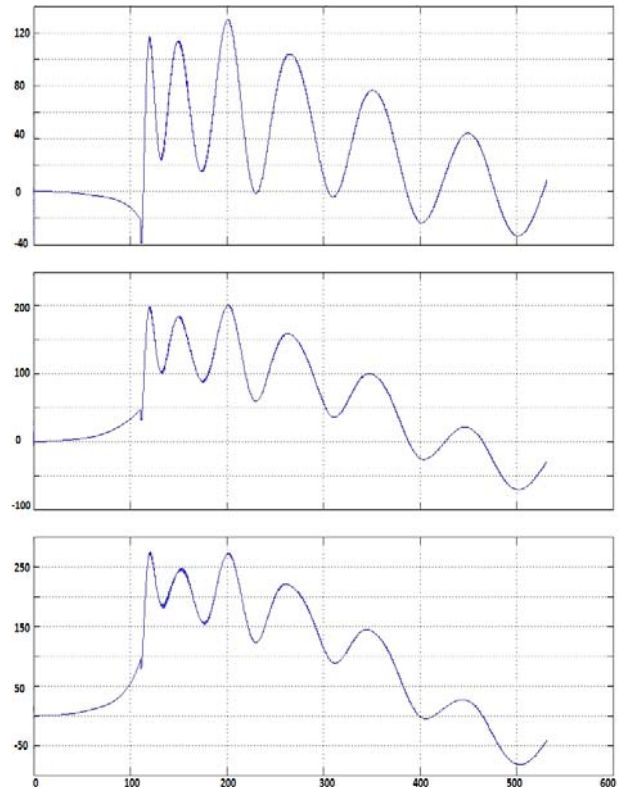
شکل ۵ - خطای ۳ مولفه موقعیت (با واحد متر) در تلفیق ناوبری اینرسی با GPS با نرخ نمونه برداری ۱۰ هرتز



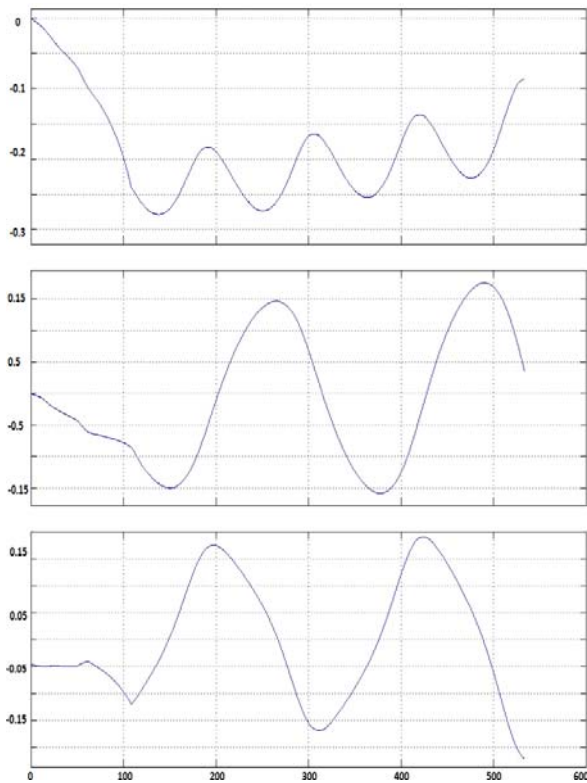
شکل ۳ - خطای سرعت ناوبری (با واحد متر بر ثانیه) با خطای حسگرهای اینرسی



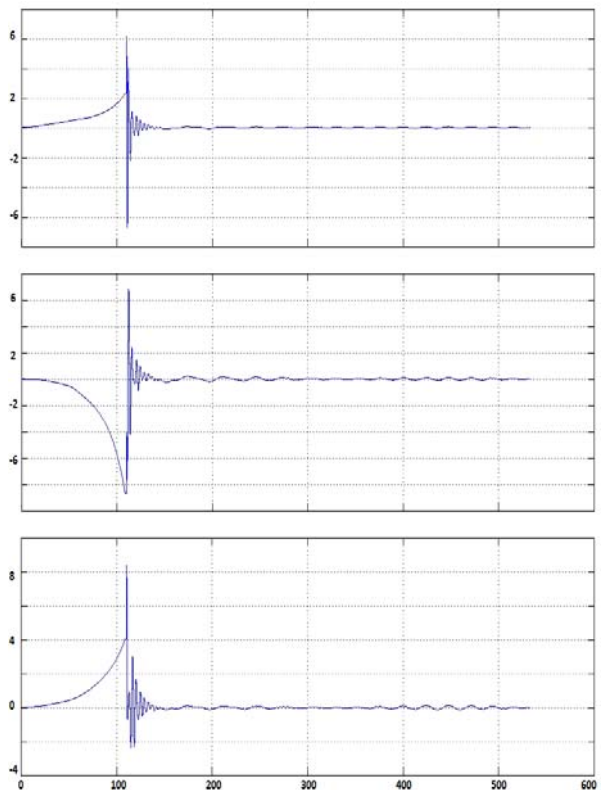
شکل ۸- خطای ۳ مؤلفه سرعت (با واحد متر بر ثانیه) در تلفیق ناوبری اینرسی با GPS با نرخ نمونه برداری ۱ هرتز



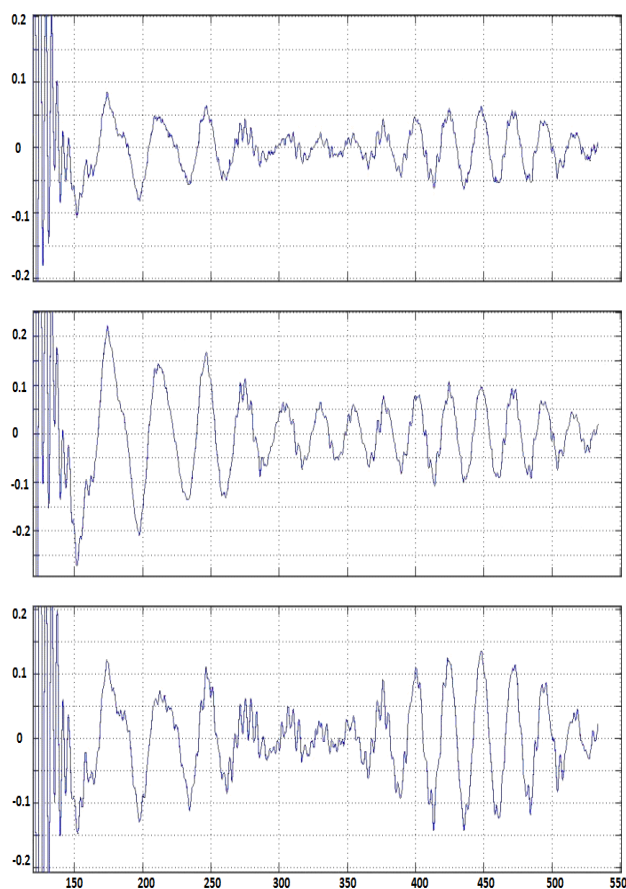
شکل ۶- خطای ۳ مولفه موقعیت (با واحد متر) در تلفیق ناوبری اینرسی با GPS با نرخ نمونه برداری ۱ هرتز



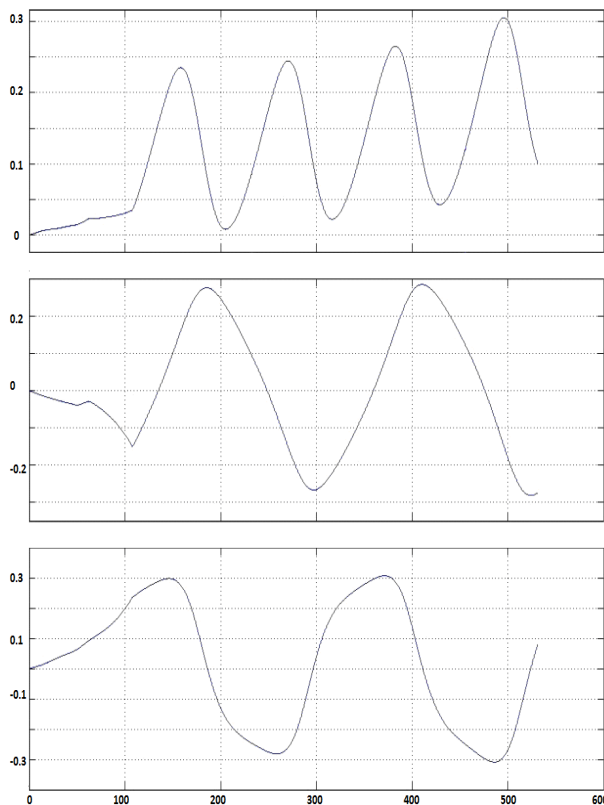
شکل ۹- خطای ۳ مؤلفه وضعیت (با واحد درجه) در تلفیق ناوبری اینرسی با GPS با نرخ نمونه برداری ۱۰ هرتز



شکل ۷- خطای ۳ مؤلفه سرعت (با واحد متر بر ثانیه) در تلفیق ناوبری اینرسی با GPS با نرخ نمونه برداری ۱۰ هرتز



شکل ۱۱- نگاهی دقیق‌تر به خطای ۳ مؤلفه سرعت (با واحد متر بر ثانیه) در تلفیق ناوبری اینرسی با GPS با نرخ نمونه‌برداری ۱۰ هرتز



شکل ۱۰- خطای ۳ مؤلفه وضعیت (با واحد درجه) در تلفیق ناوبری اینرسی با GPS با نرخ نمونه‌برداری ۱ هرتز

[4] Gaylor, D. E., Integrated GPS/INS Navigation System for Design for Autonomous Spacecraft Rendezvous, (Thesis Ph.D.), The University of Texas at Austin, 2003.

[5] Gaylor D. E., *Simulation of an Unaided INS in Orbit*, Center for Space Research, The University of Texas at Austin, 2002.

[6] Faruqi, F. A., "Non-Linear Mathematical Model for Integrated Global Positioning/Inertial Navigation Systems," Elsevier, *Applied Mathematics and Computation*, Vol. 115, Issues 2-3, 2000, pp. 191- 212.

[7] Faruqi, F. A., "Extended Kalman Filter Synthesis for Integrated Global Positioning/Inertial Navigation Systems," Elsevier, *Applied Mathematics and Computation*, Vol. 115, Issues, 2-3, 2000, pp. 213-227.

مراجع

[1] Grejner-Brzezinska, D., Toth, Ch. and Yi, Y., "On Improving Navigation Accuracy of GPS/INS Systems", *Photogrammetric Engineering & Remote Sensing*, Vol. 71, No. 4, 2005, pp. 377-389.

[2] Ma, W., "Autonomous Integrated Navigation Plan for Space Transfer Vehicle", *IEEE Systems and Control in Aerospace and Astronautics*, ISSCAA 2th International Symposium, 2008.

[3] Gaylor, D. E., "GPS/INS Kalman Filter Design for Spacecraft Operating in the Proximity of the International Space Station", *AIAA GN&C Conference*, Austin, TX, August 11, 2003.