

# Designing and Evaluation of an Experimental Attitude Determination System Using Sun Sensor and Magnetometer

Amir Hosein Tavakkoli<sup>1\*</sup>, Masoud Yazdanian<sup>2</sup>, Yarollah Koolivand<sup>3</sup>, Morteza Shahravi<sup>4</sup>,  
Morad Momeni<sup>5</sup> and S. Mohammad Mahdi Dehghan<sup>6</sup>

1, 2, 3, 4, 5, 6. Aerospace University Complex, Maleke -Ashtar University of Technology

25<sup>th</sup> km of Tehran-Karaj Highway, Alborz, IRAN

[am\\_h\\_tavakoli@mut.ac.ir](mailto:am_h_tavakoli@mut.ac.ir)

*Evaluation of the satellite attitude determination system is very complicate because of need to simulate space environment on the ground. In this paper a laboratory Implementation of attitude estimation using sun sensor and magnetometer is reported. The test setup includes a sun simulator installed in a dark room. The magnetometer measures the local magnetic field. Sensors are rotated using a 2 DOF table. The reference models are adapted with the test setup. Attitude determination using classic and extended kalman filter methods is implemented by sensors data fusion. The test results verify the controlled motion of sensors in the limits of setup accuracy order.*

**Keywords:** Sun simulator, Attitude determination, Sun sensor, Magnetometer

---

1. Researcher (Coressponding Author)  
2. Cnadident PhD  
3. M.Sc.  
4. Assistant Professor  
5. Researcher  
6. Cnadident PhD

# طراحی و ارزیابی عملکرد سامانه تعیین وضعیت آزمایشگاهی با حسگرهای خورشیدی و مغناطیسی

امیرحسین توکلی<sup>۱\*</sup>، مسعود یزدانیان<sup>۲</sup>، یارالله کولیوند<sup>۳</sup>، مرتضی شهروی<sup>۴</sup>، مراد مؤمنی<sup>۵</sup>  
و سید محمدمهدی دهقان<sup>۶</sup>

۱، ۲، ۳، ۴، ۵ و ۶- مجتمع دانشگاهی هوافضا، دانشگاه صنعتی مالک اشتر

\* کیلومتر ۲۵ اتوبان تهران-کرج، جنب انستیتو پاستور

am\_h\_tavakoli@mut.ac.ir

آزمایش عملکردی زیرسیستم تعیین وضعیت در فرآیند توسعه و ساخت ماهواره به دلیل نیاز به شبیه‌سازی شرایط محیطی فضا در آزمایشگاه، کار بسیار پیچیده‌ای است. در این مقاله پیاده‌سازی و ارزیابی عملکرد یک مجموعه آزمایشگاهی برای تخمین وضعیت با ترکیب اطلاعات حسگرهای خورشیدی و مغناطیسی ارائه شده است. بستر آزمایشگاهی ایجاد شده شامل اتاق تاریک و شبیه‌ساز نور خورشید است. حسگر مغناطیسی نیز میدان مغناطیسی محلی زمین را اندازه‌گیری می‌کند. یک مجموعه دو درجه آزادی برای ایجاد حرکت چرخشی کنترل شونده حسگرها مورد استفاده قرار گرفته است. با ایجاد مدل‌های مرجع متناسب با شرایط آزمایشگاهی و ترکیب اطلاعات اندازه‌گیری شده توسط حسگرها، عملکرد سیستم در تخمین وضعیت با روش‌های کلاسیک و فیلتر کالمن تعمیم یافته ارزیابی شده است. نتایج به دست آمده با حرکت فرمان داده شده به موتورها با توجه به شرایط آزمایش با دقت مناسبی قابل مقایسه است و عملکرد سیستم پیاده‌سازی شده را تایید می‌کند.

واژه‌های کلیدی: شبیه‌ساز خورشید- تعیین وضعیت ماهواره- حسگر خورشیدی- حسگر مغناطیسی

## علائم و اختصارات

$R_O^b$	ماتریس تبدیل از دستگاه مداری به بدنه		
$S_k$	ماتریس کواریانس		
$T$	گشتاور اعمالی به سیستم	$A$	ماتریس وضعیت
$u_B$	بردار اندازه‌گیری در دستگاه بدنه	$\hat{F}_k$	تابع خطی شده دینامیک فرآیند
$u_R$	بردار در دستگاه مختصات مرجع	$\hat{H}_k$	تابع خطی شده دینامیک اندازه‌گیری
$\omega_{ob}$	سرعت زاویه‌ای بدنی نسبت به مداری	$I$	ماتریس ممان اینرسی
$\omega_{io}$	سرعت زاویه‌ای مداری نسبت به اینرسی	$K_k$	بهره کالمن فیلتر
$\lambda_{opt}$	مقدار ویژه بهینه	$p$	پارامترهای رودریگس
		$q$	کوآرنیون‌ها

## مقدمه

تعیین وضعیت ماهواره تعیین جهت‌گیری آن نسبت به مراجع سماوی مشخص است. انواع مختلفی از حسگرها از قبیل خورشیدی، مغناطیسی، ستاره‌ای، زمینی و ژایرو برای این کار مورد استفاده قرار می‌گیرند و تعیین وضعیت معمولاً با ترکیب اطلاعات چند حسگر

۱- پژوهش‌یار (نویسنده مخاطب)

۲- دانشجوی دکتری

۳- کارشناسی ارشد

۴- استادیار

۵- پژوهش‌یار

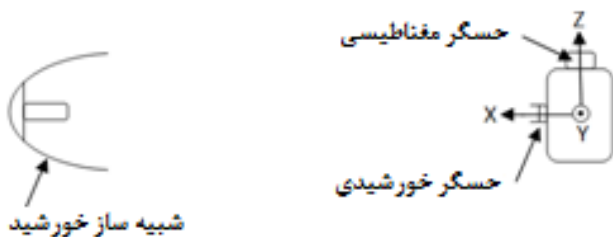
۶- دانشجوی دکتری

الگوریتم‌های تعیین وضعیت قابل آزمایش، برخی از نتایج آزمایش‌ها ارائه شده است.

### مجموعه آزمایشگاهی پیاده‌سازی شده

مدل که شامل دو حسگر مغناطیسی و خورشیدی است توسط دو موتور پله‌ای، قابلیت دوران حول محورهای  $Z$  و  $Y$  را دارد. موتور اول که در پایین‌ترین سطح قرار دارد حول محور  $Z$  می‌چرخد. موتور دوم روی محور موتور اول قرار دارد و حول محور  $Y$  جدید دوران می‌کند. حسگر خورشیدی در مرکز دوران این موتور قرار دارد. برای نصب حسگر مغناطیسی باید آن را تا جایی که ممکن است از موتورها و دیگر اشیایی که دارای مواد فلزی مغناطیسی است دور نگه داشت. برای این منظور، یک بازوی آلومینیومی روی محور موتور دوم نصب شده و در انتهای آن حسگر مغناطیسی در درون یک جعبه از جنس تفلون قرار می‌گیرد تا در برابر پرتوهای شبیه‌ساز خورشید و گرمای آن محافظت شود و تا حد امکان از مواد مغناطیسی دور باشد.

در آزمایش‌های انجام شده، حالت مرجع به صورت قراردادی حالتی است که موتورها در وضعیت صفر خود قرار دارند. در این حالت درست در روبه‌روی حسگر خورشیدی یک لامپ متال‌هالید نصب شده در کانون یک سهموی که شبیه‌ساز نور خورشید است قرار دارد. طبق قرارداد این راستا جهت  $X$  مختصات بدنه مدل است. این لامپ قادر است دسته پرتوهای موازی و با شدت و طول موجی مشابه پرتوهای خورشیدی در محدوده دید خود ایجاد نماید. حسگر مغناطیسی نیز برای اندازه‌گیری میدان مغناطیسی زمین به کار می‌رود. با چرخش موتورها جهت زوایای خورشیدی و مغناطیسی تغییر می‌کند. میزان این چرخش از طریق مقایسه داده‌های حسگرها با داده‌های حالت مرجع و ترکیب آنها به دست می‌آید. شکل (۱) چیدمان حسگرهای خورشیدی و مغناطیسی، محورهای قراردادی و وضعیت آنها نسبت به شبیه‌ساز خورشید را نشان می‌دهد.



شکل ۱- چیدمان حسگرها و شبیه‌ساز خورشید

انجام می‌شود. کاهش هزینه و زمان پروژه‌ها ایجاب می‌کند که همانند سایر بخش‌های ماهواره، عملکرد مجموعه تعیین وضعیت نیز تا حد امکان در روی زمین و در شرایط آزمایشگاهی مورد ارزیابی قرار گیرد و پس از بهینه‌سازی‌های لازم نمونه نهایی در ماهواره مورد استفاده قرار گیرد. تاکنون مجموعه‌های متعددی برای بررسی عملکرد سیستم کنترل وضعیت در شرایط آزمایشگاهی زمینی توسط مراکز تحقیقاتی و صنعتی طراحی و مورد بهره‌برداری قرار گرفته است. اما در مورد سیستم تعیین وضعیت مراکز بسیار محدودی در زمینه راه‌اندازی مجموعه آزمایشگاهی زمینی اقدام کرده‌اند.

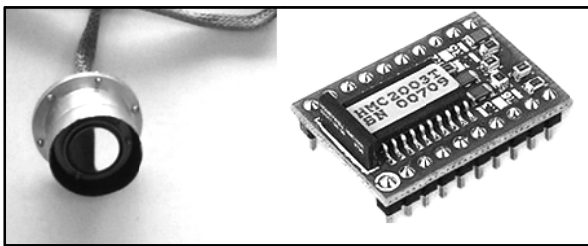
بیشتر شبیه‌سازهای مورد استفاده نرم‌افزاری هستند و مواردی هم پروتکل‌های ارتباطی ماهواره را شبیه‌سازی و تست می‌کنند. از جمله شبیه‌سازهای سخت‌افزاری ساخته شده به منظور بررسی تعیین وضعیت شبیه‌ساز TASS است که در آن از بالشتک هوا برای ایجاد حرکت بدون اصطکاک استفاده کرده‌اند و در آن حسگرهای ژایرو، خورشیدی و مادون قرمز استفاده شده است [۱]. در شبیه‌ساز ساخته شده توسط شرکت ایتهاکو<sup>۷</sup> برای ماهواره فورته<sup>۸</sup> از حسگر زمینی همراه با حسگر مغناطیسی و هم‌زمان با کنترلر استفاده شده است [۲].

موارد مشابه دیگری هم وجود دارد ولی در مجموع سیستم‌های آزمایشگاهی توسعه‌یافته برای تعیین وضعیت بسیار محدودند. یکی از مهم‌ترین دلایل گسترش کمتر آزمایشگاه‌های تعیین وضعیت نسبت به کنترل وضعیت را باید در وابستگی شدید عملکرد سیستم تعیین وضعیت به محیط جستجو کرد. زیرا به جز ژایرو سایر حسگرهای تعیین وضعیت برای تعیین جهت‌گیری ماهواره باید از خواص اجرام سماوی نظیر خورشید، زمین یا ستاره استفاده کنند و شبیه‌سازی این شرایط در محیط آزمایشگاهی کار بسیار مشکل و در نتیجه پرهزینه‌ای است. بنابراین در بسیاری موارد به‌خصوص در آزمودن الگوریتم‌های تعیین وضعیت از شبیه‌سازی‌ها و تحلیل‌های نرم‌افزاری استفاده می‌شود هر چند عملکرد حسگرهای تعیین وضعیت به تنهایی مورد آزمایش قرار می‌گیرد.

با توجه به اینکه از بین حسگرهای مختلف تعیین وضعیت، حسگرهای خورشیدی و مغناطیسی رایج‌تر هستند و در اغلب ماهواره‌ها به عنوان یک مجموعه کامل یا در ترکیب با سایر حسگرها مورد استفاده قرار می‌گیرند، در این پژوهش در گام نخست راه‌اندازی مجموعه آزمایشگاهی برای آزمایش عملکردی این حسگرها به صورت تکی و همچنین ترکیب اطلاعات آنها با استفاده از الگوریتم‌های تعیین وضعیت مورد توجه قرار گرفته است. در بخش‌های بعدی ضمن معرفی مجموعه آزمایشگاهی و

7. Ithaco  
8. FORTE

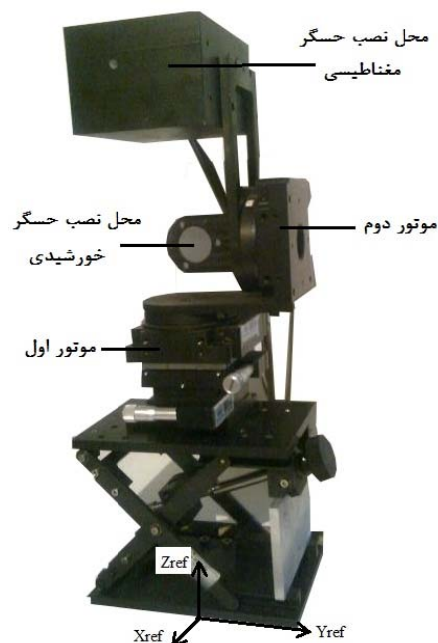
دارد. محدوده تغذیه این حسگر از ولتاژ ۶ ولت تا ۱۵ ولت قابل تغییر است و ماکزیمم جریان تغذیه آن ۲۰ میلی آمپر است. محدوده میدان قابل اندازه‌گیری توسط این حسگر در هر راستا برابر  $\pm 2$  گاوس است و خروجی این حسگر به صورت خطی دارای تابع انتقال ۱ ولت بر گاوس است. بایاس DC خروجی این حسگر برای هر جهت ۲/۵ ولت است. شکل (۳) حسگرهای خورشیدی و مغناطیسی مورد استفاده در آزمایش‌ها را نشان می‌دهد.



شکل ۳- حسگرهای مغناطیسی و خورشیدی

### الگوریتم‌های تعیین وضعیت ماهواره

روش‌های مختلفی برای تلفیق اطلاعات حسگرها و تعیین وضعیت ماهواره شامل روش‌های قطعی، کالمن فیلتر و روش‌های هوشمند توسعه یافته‌اند که هر یک دارای محدودیت‌ها و مزایایی هستند. در عمل دو روش اول در ماهواره‌های زیادی مورد استفاده قرار گرفته‌اند [۳-۶]. در این طرح نیز از دو روش برای ترکیب اطلاعات استفاده شده است. روش اول از دسته روش‌های کلاسیک تعیین وضعیت است و دارای ساختار ساده‌ای است. در روش دوم، کالمن فیلتر برای ترکیب استفاده شده و پیچیدگی بیشتری دارد و پیاده‌سازی آن بر روی سخت‌افزار مشکل‌تر است. اما این روش نسبت به روش کلاسیک در مقابل نویز مقاوم‌تر است و دقت بهتری دارد. در ضمن این روش سرعت زاویه‌ای را نیز محاسبه می‌کند، بنابراین نیاز به مشتق‌گیری عددی که نامطلوب است رفع می‌گردد. ترکیب این دو روش سناریویی است که در ماهواره‌های واقعی نیز مورد استفاده قرار گرفته است. در این سناریو ابتدا شرایط اولیه مناسب با استفاده از روش قطعی تخمین زده می‌شود و سپس کالمن فیلتر با استفاده از این شرایط اولیه وضعیت‌های بعدی را تخمین می‌زند. علاوه بر این در بازه‌ای که ماهواره در تاریکی قرار می‌گیرد و داده حسگر خورشیدی موجود نیست کالمن فیلتر می‌تواند با استفاده از حسگر مغناطیسی وضعیت ماهواره را تعیین کند. بنابراین ترکیب این دو روش سناریوی مناسبی به صورت کاربردی است. در ادامه به معرفی این دو روش می‌پردازیم.



شکل ۲- مکانیزم حرکت‌دهنده حسگرها با دو درجه آزادی چرخشی

شکل (۲) مکانیزم حرکتی با دو درجه آزادی چرخشی و محل نصب حسگرها را نشان می‌دهد.

حسگر خورشیدی مورد استفاده یک حسگر خورشیدی آنالوگ دو محوری است. این حسگر یک آشکارساز چهارحساسه است که هر کدام از آنها مساحتی به اندازه یک قطاع ۹۰ درجه‌ای از یک دایره را دربرگرفته‌اند. آند همه دیودها به هم متصل است و به زمین متصل می‌گردد. دیودها در ناحیه اشباع معکوس کار می‌کنند و جریان ایجاد شده در این دیودها بسته به شدت و زاویه نور اعمالی تغییر می‌کند و از طریق آن جهت بردار نوری محاسبه می‌شود. میدان دید این حسگر ۱۰۰ درجه با دقت  $\pm 0.5$  درجه است. این بخش از حسگر کاملاً غیرفعال است و توان الکتریکی مصرف نمی‌کند.

برای محاسبه زوایا از روی ولتاژ دیودها، نسبت‌های ولتاژهای اندازه‌گیری شده محاسبه می‌شود. سپس اندیس‌های متغیرهای مربوطه در جدول‌های کالیبراسیون محاسبه می‌شود. زوایای خروجی از اعداد به دست آمده از این جدول‌ها محاسبه می‌شود.

با توجه به وضعیت نصب حسگر روی مکانیزم حرکتی مقابل شبیه‌ساز خورشید، می‌توان بردار جهت خورشید را بر اساس زوایای اندازه‌گیری شده توسط حسگر تعیین کرد.

حسگر مغناطیسی به کارگرفته شده در این طرح HMC2003 محصول شرکت هانی‌ول<sup>۹</sup> است. این حسگر قابلیت اندازه‌گیری میدان‌های مغناطیسی در سه راستا با حساسیت ۴۰ میکروگاوس را

## روش کلاسیک

$$K = \begin{bmatrix} S - \sigma I & Z \\ Z^T & \sigma \end{bmatrix} \quad (10)$$

ماتریس‌های  $3 \times 3$  میانی S و B و بردار Z و عدد  $\sigma$  به صورت زیر است.

$$\begin{aligned} B &= WV^T \\ S &= B^T + B \\ Z &= (B_{23} - B_{32} \quad B_{31} - B_{13} \quad B_{12} - B_{21})^T \\ \sigma &= tr(B) \end{aligned} \quad (11)$$

ماکزیم  $J_1$  با فرض نرمالیزه شدن ( $q^T q = 1$ ) به وسیله ضرایب لاگرانژ به دست می‌آید. لذا یک تابع جدید به صورت زیر تعریف می‌کنیم:

$$g(q) = q^T K q - \lambda q^T q \quad (12)$$

که در آن  $\lambda$  ضریب لاگرانژ است. با مشتق‌گیری از رابطه بالا و مساوی قرار دادن آن با صفر داریم:

$$K q = \lambda q \quad (13)$$

از رابطه بالا می‌توان استنتاج کرد که کوآترنیونی که ماتریس وضعیت بهینه را ارائه می‌کند، بردار ویژه ماتریس K است. با جایگزینی معادله (13) در (9) داریم [7]:

$$J_{-1}(q) = q^T K q = q^T \lambda q = \lambda \quad (14)$$

بنابراین  $J_1$  وقتی ماکزیمم است که بردار ویژه مربوط به بزرگ‌ترین مقدار ویژه ماتریس u انتخاب شود. می‌توان نشان داد که اگر حداقل دو عدد از بردارهای  $W_i$  هم‌راستا نباشند، مقادیر ویژه ماتریس K مجزا خواهند بود. در نتیجه یک کوآترنیون غیرمبهم ارائه خواهد شد یا به عبارت دیگر وضعیت سه محوره مشخص خواهد شد.

روش q تخمین حداقل مربعات بهینه‌ای برای وضعیت از روی اطلاعات اندازه‌گیری شده در مختصات بدنه، و اطلاعات بردارهای مشابه در مختصات مرجع (اغلب اینرسی) به دست می‌دهد. نکته کلیدی این روش یافتن بردارهای ویژه و مقادیر ویژه ماتریس K است. به رغم این که مسئله بردارهای ویژه توسط نرم‌افزار متلب یا سایر ابزارهای مدرن قابل محاسبه است، محاسبات عددی حجم بالایی دارد. به همین دلیل یکی از دغدغه‌های اصلی طراحی لحاظ کردن محدودیت‌های سخت‌افزاری موجود در ماهواره برای انجام این محاسبات سنگین است. الگوریتم QUEST یک راه کم‌هزینه‌تر برای تخمین مسئله بردارهای ویژه ارائه می‌دهد که در ادامه تشریح شده است. وضعیت بهینه کمترین مربعات که تابع تلفات زیر را می‌نیمم کند [7]:

$$J = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^N \omega_k |v_{kb} - R^{bi} v_{ki}|^2 \quad (15)$$

$$J = \sum_{k=1}^N \omega_k |1 - v_{kb} R^{bi} v_{ki}|^2 \quad (16)$$

و تابع بهره زیر را ماکزیمم کند، در نظر بگیرید:

روش‌های متعددی در زیرمجموعه روش‌های کلاسیک تخمین وضعیت قرار می‌گیرند که معروف‌ترین آن‌ها روش‌های q و QUEST هستند. برای مجموعه‌ای از n بردار سنجش ( $n \geq 2$ ) در سیستم مختصات بدنه، یک انتخاب بهینه از ماتریس وضعیت A آن است که تابع تلفات زیر را می‌نیمم کند [8، 7، 5].

$$J(A) = \sum_{i=1}^n w_i |u_B^i - A u_R^i|^2 \quad (1)$$

که در آن  $w_i$  وزن بردار سنجش نام است و  $u_R^i$  بردار مورد نظر در سیستم مختصات مرجع است. تابع تلفات، مربع مجموع وزن‌دار اختلاف بین بردارهای اندازه‌گیری شده و انتقال یافته است. تابع تلفات را به صورت زیر بازنویسی می‌کنیم:

$$J(A) = -2 \sum_{i=1}^n W_i A V_i + const \quad (2)$$

که در آن بردارهای نرمالیزه شده  $V_i$  و  $W_i$  به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$W_i = \sqrt{w_i u_B^i}, \quad V_i = \sqrt{w_i u_R^i} \quad (3)$$

تابع تلفات J(A) زمانی می‌نیمم می‌شود که عبارت زیر ماکزیمم شود:

$$J_1(A) = \sum_{i=1}^n W_i A V_i \equiv tr(W^T A V) \quad (4)$$

که در آن ماتریس‌های W و V به صورت زیر تعریف شوند.

$$W \equiv [W_1 \quad W_2 \quad \dots \quad W_n], \quad V \equiv [V_1 \quad V_2 \quad \dots \quad V_n] \quad (5)$$

به منظور به دست آوردن ماتریس وضعیت A که معادله بالا را ماکزیمم می‌کند، A را بر حسب کوآترنیون‌ها تجزیه می‌کنیم:

$$A(q) = (q_4^2 - q^T q)I + 2qq^T - 2q_4 Q \quad (6)$$

که در آن کوآترنیون‌ها بر حسب قسمت‌های برداری و اسکالر نوشته شده‌اند.

$$q = \begin{bmatrix} q \\ q_4 \end{bmatrix} \quad (7)$$

در رابطه بالا I ماتریس یک  $3 \times 3$  است.  $qq^T$  حاصل از حاصل ضرب خارجی بخش برداری ماتریس q بوده و Q ماتریس متقارن کج<sup>۱</sup> است.

$$Q = \begin{bmatrix} 0 & -q_3 & q_2 \\ q_3 & 0 & -q_1 \\ -q_2 & q_1 & 0 \end{bmatrix} \quad (8)$$

جایگزینی معادله (6) در (4) و انجام عملیات جبر ماتریسی، شکل ساده شده زیر را برای تابع تلفات ارائه می‌دهد.

$$J_1(q) = q^T K q \quad (9)$$

که در آن ماتریس  $4 \times 4$ ، K به صورت زیر است.

### روش کالمن فیلتر

برای توضیح دقیق تر روش فیلتر کالمن تعمیم یافته، ابتدا تشریح معادلات دینامیکی و سینماتیکی ماهواره به فرم مناسب لازم است. با در نظر گرفتن بردار حالت به شکل رابطه (۲۴) و (۲۵) و در کنار هم قراردادن معادلات دینامیکی و سینماتیکی ماهواره، فرم کلی معادلات فضای حالت سیستم که البته معادلاتی غیر خطی است، به دست می آید [۱۰].

$$x^T = [q, \omega_{ob}^b]^T = [q_4, q_1, q_2, q_3, \omega_{ob1}^b, \omega_{ob2}^b, \omega_{ob3}^b]^T \quad (24)$$

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} \dot{q}_4 \\ \dot{q} \\ \dot{\omega}_{ob}^b \end{bmatrix} = f(x, \tau, t) = \begin{bmatrix} -\frac{1}{2} q^T \omega_{ob}^b \\ \frac{1}{2} q_4 \omega_{ob}^b - \frac{1}{2} \omega_{ob}^b \times q \\ I^{-1} [-(\omega_{ob}^b + R_o^b \omega_{io}^b) \times (I(\omega_{ob}^b + R_o^b \omega_{io}^b))] \\ + \tau^b + (R_o^b \omega_{io}^b \times \omega_{ob}^b) \end{bmatrix} \quad (25)$$

$\omega_{ob}^b$  سرعت زاویه‌ای بدنه نسبت به دستگاه مداری و  $\omega_{io}^b$  سرعت زاویه‌ای دستگاه مداری نسبت به اینرسی است. در روابط فیلتر کالمن، فرض اصلی بر این است که توزیع احتمالاتی حالت در هر لحظه گوسی است. بنابراین پارامترهای توزیع گوسی در هر لحظه، میانگین و واریانس آن توزیع هستند. اثبات می‌شود که در صورت برآورده شدن شروط زیر، گوسی بودن توزیع  $p(x_{k-1}|Z_{1:k-1})$ ، گوسی بودن توزیع  $p(x_k|Z_{1:k})$  را در پی خواهد داشت.

۱. نویز فرایند مستقل از شرایط اولیه حالت هدف دینامیکی باشد.
  ۲. نویزهای فرایند و اندازه‌گیری دارای توزیع گوسی با پارامترهای مشخص باشند.
  ۳. دینامیک فرایند شناخته شده باشد و تابع خطی از حالت و نویز فرایند باشد.
- در شرایطی که خطی بودن سیستم، گوسی بودن نویز و مستقل بودن نویزها برآورده شوند، بهینه‌ترین الگوریتم برای تخمین از لحاظ مجموع کمترین مربعات خطا، فیلتر کالمن است و هیچ الگوریتمی نمی‌تواند در محیط گوسی خطی، تخمین بهتری نسبت به فیلتر کالمن داشته باشد.

در اغلب موارد، فرض‌های موجود در الگوریتم فیلتر کالمن برآورده نمی‌شود. مثلاً اگر دینامیک فرایند و اندازه‌گیری سیستم غیرخطی باشند، دیگر نمی‌توان از فیلتر کالمن استاندارد برای به دست آوردن روابط بازگشتی تخمینی بیز، استفاده کرد. در این

$$g = \sum \omega_k v_{kb}^T R^{bi} v_{ki} \quad (17)$$

$$g = \lambda_{opt} \quad (18)$$

با بازنویسی عبارت‌های بالا به نتیجه مفید زیر می‌رسیم:

$$\lambda_{opt} = \sum \omega_k - J \quad (19)$$

به‌ازای مقادیر ویژه بهینه، تابع هزینه می‌نیم می‌شود. بنابراین تخمین مناسبی از مقدار ویژه بهینه را می‌توان به صورت زیر ارائه داد:

$$\lambda_{opt} \approx \sum \omega_k \quad (20)$$

در اکثر کاربردها این تخمین با دقت خوبی همراه است. پس از تخمین مقدار ویژه بهینه، نوبت به محاسبه بردارهای ویژه متناظر می‌رسد که همان بردار کواترنیون متناظر با تخمین وضعیت بهینه است. یکی از راه‌ها در مسئله بردارهای ویژه، تبدیل کواترنیون‌ها به پارامترهای رودریگس است که به فرم زیر تعریف می‌شود:

$$p = \frac{\bar{q}}{q_4} = a \tan \frac{\Phi}{2} \quad (21)$$

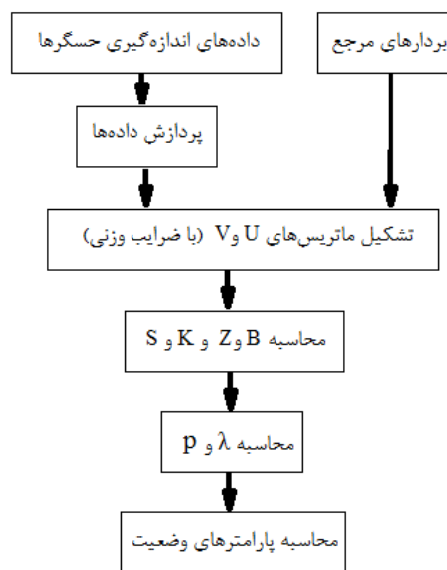
مسئله بردار ویژه به صورت زیر بازنویسی می‌شود:

$$p = [( \lambda_{opt} + \sigma ) I - S]^{-1} Z \quad (22)$$

که در آن  $S$  و  $Z$  پارامترهای موجود در روش  $q$  هستند. پس از محاسبه پارامترهای رودریگس، کواترنیون‌ها به صورت زیر محاسبه می‌شوند:

$$\bar{q} = \frac{1}{\sqrt{1+p^T p}} \begin{bmatrix} p \\ 1 \end{bmatrix} \quad (23)$$

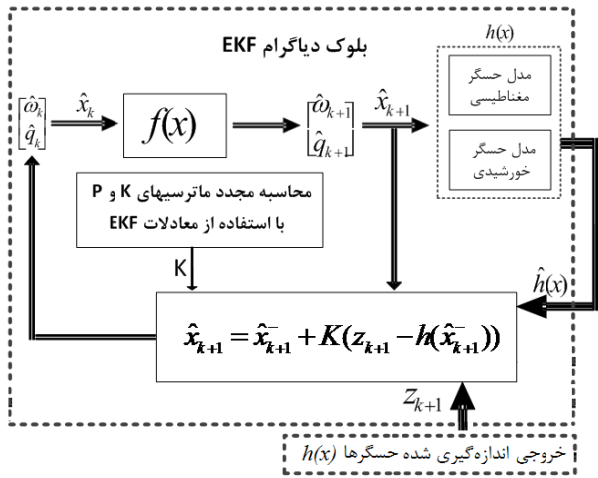
روال الگوریتم تخمین وضعیت QUEST در شکل (۴) ارائه شده است. ورودی‌های الگوریتم بردارهای اندازه‌گیری دو حسگر و خروجی نهایی کواترنیون‌ها هستند. در این پژوهش ضرایب وزنی بردارها یکسان انتخاب شده است.



شکل ۴- الگوریتم QUEST

فیلتر کالمن تعمیم یافته از اولین ترم بسط تیلور توابع غیرخطی استفاده می کند. دلیل عدم استفاده از ترم های بالاتر بسط تیلور در فیلتر کالمن، کاهش حجم محاسباتی است.

همان گونه که اشاره شد، فیلتر کالمن تعمیم یافته،  $p(x_k|z_{1:k})$  را به صورت گوسی تقریب می زند. اگر تابع چگالی احتمالی اولیه غیرگوسی باشد، در این صورت تابع گوسی تقریب یافته دیگر به خوبی نمی تواند معرف تابع چگالی اصلی باشد [۹ و ۱۰]. شکل (۵) الگوریتم کالمن فیلتر برای تعیین وضعیت را نشان می دهد.



شکل ۵- الگوریتم کالمن فیلتر برای تعیین وضعیت

### پیاده سازی الگوریتمها و نتایج آزمایشها

با استفاده از مجموعه آزمایشگاهی راه اندازی شده می توان عملکرد حسگرهای مغناطیسی و خورشیدی را به صورت تکی و همچنین به صورت ترکیبی برای پیاده سازی الگوریتمهای تعیین وضعیت مورد ارزیابی قرار داد.

در شکل (۶) ارتباط سخت افزارها در آزمایش نشان داده شده است. اگر از بورد پردازشگر زیرسیستم تعیین و کنترل وضعیت برای دریافت داده های حسگرها استفاده شود، کامپیوتر تنها برای فرمان دادن به موتورها و نمایش و ثبت داده های خروجی مورد نیاز است و پردازش داده های حسگرها و اجرای الگوریتمها در بورد پردازشگر انجام می شود.

در بخش محاسبات حسگرهای مغناطیسی و خورشیدی در شکل، ضرایب تبدیل و همچنین الگوریتمهای محاسبه خروجی حسگرها از ولتاژهای الکتریکی اندازه گیری شده اعمال می شود.

حالت با خطی سازی حول نقطه کار سیستم غیرخطی، می توان از فیلتر کالمن تعمیم یافته استفاده کرد که روابط اصلی آن در ادامه بیان می شود [۹].

$$\omega^{k+1} = \omega^k + \Delta t(I^{-1}(T - \omega^k \times (I\omega^k))) \quad (26)$$

$$\begin{bmatrix} q_1^{k+1} \\ q_2^{k+1} \\ q_3^{k+1} \\ q_4^{k+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} q_1^k \\ q_2^k \\ q_3^k \\ q_4^k \end{bmatrix} + \Delta t \left( \frac{1}{2} \begin{bmatrix} q_4^k & -q_3^k & q_2^k & q_1^k \\ q_3^k & q_4^k & -q_1^k & q_2^k \\ -q_2^k & q_1^k & q_4^k & q_3^k \\ -q_1^k & -q_2^k & -q_3^k & q_4^k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_x^k \\ \omega_y^k \\ \omega_z^k \\ 0 \end{bmatrix} \right) \quad (27)$$

در این روابط  $\Delta t$  زمان نمونه برداری،  $\omega^k$  و  $\omega^{k+1}$  به ترتیب بردار سرعت زاویه ای در زمان نمونه برداری  $k$  ام و  $k+1$  ام و  $q_i^k$  و  $q_i^{k+1}$  ( $i = 1, 2, 3, 4$ ) به ترتیب کواترنیون  $k$  ام در زمان نمونه برداری  $k$  ام و  $k+1$  ام هستند.

در فیلتر کالمن تعمیم یافته،  $p(x_k|z_{1:k})$  توسط توابع گوسی زیر تخمین زده می شوند [۱۱].

$$p(x_{k-1}|z_{1:k-1}) \approx N(x_{k-1}; m_{k-1|k-1}, p_{k-1|k-1}) \quad (28)$$

$$p(x_k|z_{1:k-1}) \approx N(x_k; m_{k|k-1}, p_{k|k-1}) \quad (29)$$

$$p(x_k|z_{1:k}) \approx N(x_k; m_{k|k}, p_{k|k}) \quad (30)$$

که در آنها

$$m_{k|k-1} = f_k(m_{k-1|k-1}) \quad (31)$$

$$p_{k|k-1} = Q_{k-1} + \hat{F}_k P_{k-1|k-1} \hat{F}_k^T \quad (32)$$

$$n_{k|k} = m_{k|k-1} + K_k(z_k - h_k(m_{k|k-1})) \quad (33)$$

$$p_{k|k} = p_{k|k-1} - K_k \hat{H}_k p_{k|k-1} \quad (34)$$

در روابط بالا  $f_k(\cdot)$  و  $h_k(\cdot)$  توابع غیرخطی بیانگر دینامیک فرایند و اندازه گیری هستند و  $\hat{F}_k$  و  $\hat{H}_k$  ماتریس های خطی شده این توابع غیرخطی هستند:

$$\hat{F}_k = \frac{df_k(x)}{dx} \Big|_{x=m_{k-1|k-1}} \quad (35)$$

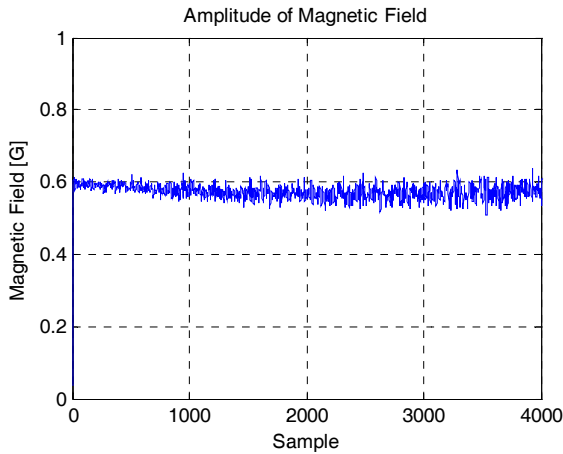
$$\hat{H}_k = \frac{dh_k(x)}{dx} \Big|_{x=m_{k|k-1}} \quad (36)$$

$$S_k = \hat{H}_k p_{k|k-1} \hat{H}_k^T + R_k \quad (37)$$

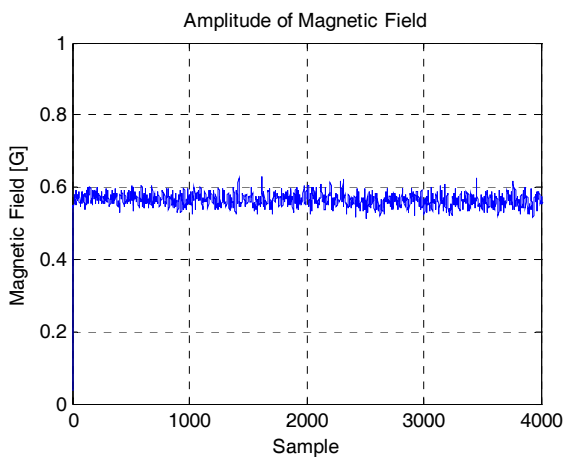
$$K_k = p_{k|k-1} \hat{H}_k^T S_k^{-1} \quad (38)$$

در روابط (۳۷) و (۳۸)،  $S_k$  کواریانس عامل  $S_k - C_k \mu_{k|k-1}$  است و  $K_k$  بهره کالمن است.

را نشان می‌دهد. این تغییرات ناشی از نزدیک شدن حسگر به بدنه مغناطیسی موتورهای محرک است.



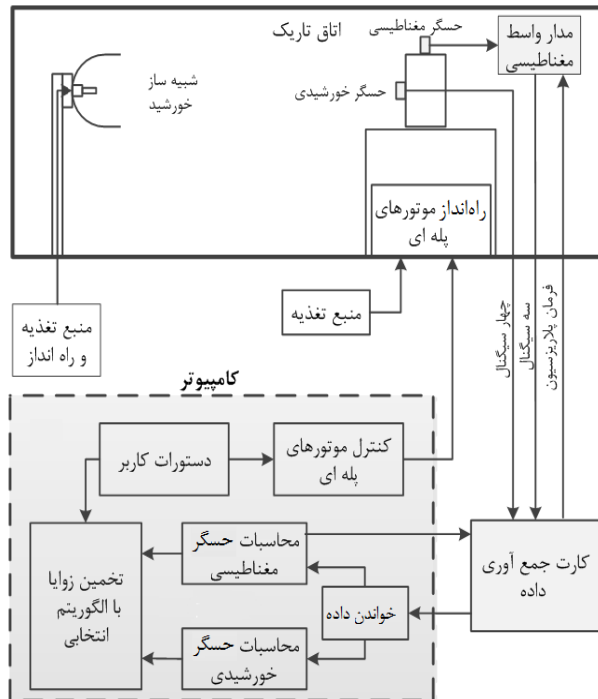
شکل ۷- اندازه میدان با تغییر زاویه موتور شماره ۱



شکل ۸- اندازه میدان با تغییر زاویه موتور شماره ۲

به منظور بررسی عملکرد حسگر خورشیدی موتورهای شماره ۱ و ۲ از زاویه ۲۵- تا زاویه ۲۵ درجه چرخانده شده‌اند و از خروجی‌های حسگر خورشیدی نمونه‌برداری شده است. مقادیر اندازه‌گیری شده در این حالت‌ها در جدول‌های (۱) و (۲) نشان داده شده‌اند.

همان‌گونه که در این جدول‌ها مشاهده می‌شود، خطای اندازه‌گیری که از مقایسه تغییر زاویه واقعی و تغییر زاویه نشان داده شده توسط حسگر محاسبه می‌شود، در زاویه‌های بزرگ‌تر افزایش می‌یابد. دلیل بزرگ بودن خطا ایده‌آل نبودن شبیه‌ساز خورشید مورد استفاده و یکنواخت نبودن پرتوهای آن در محدوده دید حسگر است.



شکل ۶- ارتباط سخت‌افزارها در آزمایش

در این آزمایش‌ها بردار مرجع با قراردادن موتورها در وضعیت صفر و متوسط‌گیری از اندازه خروجی حسگرها در حالت سکون، اندازه‌گیری شده است. در حین انجام آزمایش‌ها الگوریتم‌ها از روی خروجی حسگر، بردار وضعیت را نسبت به این بردار مرجع محاسبه می‌کنند. برای حالتی هم که به معادلات دینامیک سیستم نیاز است (در فیلتر کالمن تعمیم‌یافته) شرایط آزمایش برای حالت سرعت ثابت در نظر گرفته شده است.

حسگر مغناطیسی سه خروجی ولتاژ متناسب با میدان مغناطیسی در سه راستای x، y و z دارد. میدان مغناطیسی دارای اندازه ثابتی است، بنابراین برای بررسی عدم دخالت عوامل محیطی بر میدان مغناطیسی، با چرخش موتورها در محدوده ۲۵- تا ۲۵ درجه این مسئله بررسی می‌شود.

اندازه میدان در حالتی که موتور شماره ۱ از ۲۵- درجه تا ۲۵ درجه حرکت می‌کند و موتور شماره ۲ ثابت است در شکل (۷) نشان داده شده است.

به صورت مشابه اندازه میدان در حالتی که موتور شماره ۲ از ۲۵- درجه تا ۲۵ درجه حرکت می‌کند و موتور شماره ۱ ثابت است در شکل (۸) نشان داده شده است.

با توجه به شکل‌های (۷) و (۸) می‌توان مشاهده کرد که اندازه میدان، در حالتی که موتور شماره ۱ حرکت می‌کند، تغییرات بیشتری

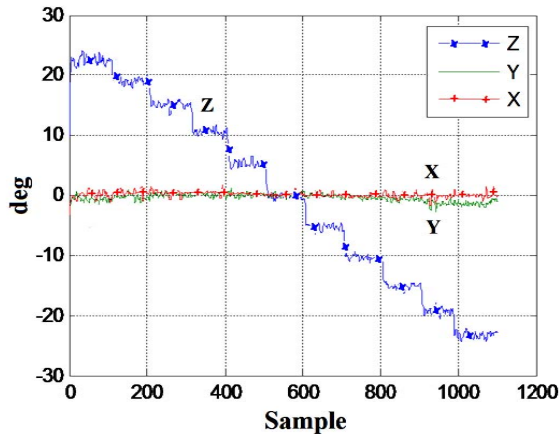


**جدول ۱-** زوایای خروجی حسگر خورشیدی هنگامی که M1 ثابت و M2 از -۲۵ درجه تا +۲۵ درجه حرکت کند.

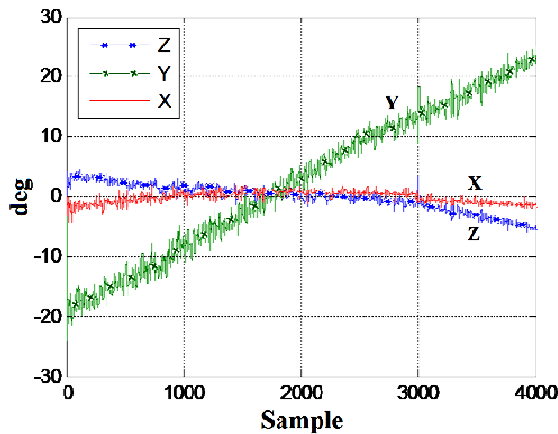
M1	M2	Elevation	Azimuth
0	-25	-0.412	-20.186
0	-20	-0.1202	-17.2766
0	-15	0.3460	-13.6061
0	-10	0.4113	-9.3946
0	-5	0.1664	-4.8411
0	0	-0.0001	0.1386
0	5	-0.2524	4.6796
0	10	-0.7279	9.2131
0	15	-1.6353	13.1279
0	20	-3.0063	16.3798
0	25	-3.9500	19.3170

**جدول ۲-** زوایای خروجی حسگر خورشیدی هنگامی که M2 ثابت و M1 از -۲۵ درجه تا +۲۵ درجه حرکت کند.

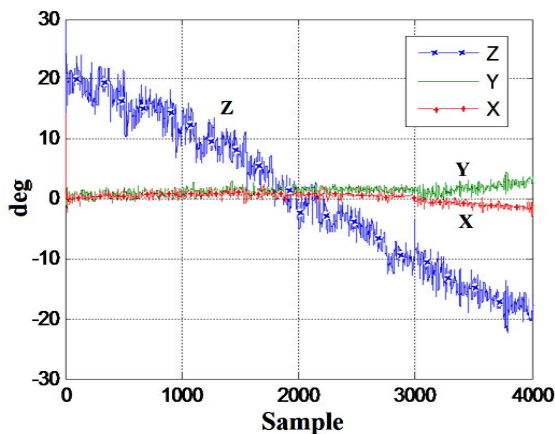
M1	M2	Elevation	Azimuth
-25	0	-16.9256	1.6489
-20	0	-14.3763	1.3487
-15	0	-11.4537	0.9348
-10	0	-8.0574	0.5699
-5	0	-4.0975	0.3174
0	0	0.1426	-0.0475
5	0	4.3088	-0.2459
10	0	7.5811	-0.5999
15	0	9.8378	-0.5402
20	0	11.6343	-0.2937
25	0	13.2971	-0.5666



**شکل ۱۰-** نتایج تخمین وضعیت با روش QUEST با حرکت موتور شماره ۲ از -۲۵ درجه تا ۲۵ درجه

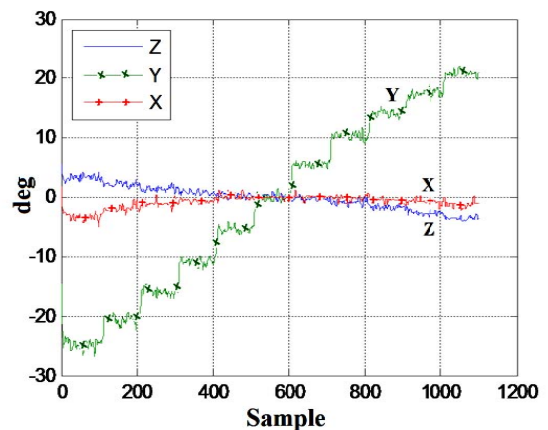


**شکل ۱۱-** نتایج تخمین وضعیت با استفاده از روش کالمن با حرکت موتور M1 از -۲۰ درجه تا +۲۰ درجه با سرعت ثابت



**شکل ۱۲-** نتایج تخمین وضعیت با استفاده از روش کالمن با حرکت موتور M2 از -۲۰ درجه تا +۲۰ درجه با سرعت ثابت

نتایج ترکیب اطلاعات به روش کلاسیک در دو حالتی که یکی از موتورها از -۲۵ درجه تا ۲۵ درجه حرکت می‌کند و دیگری ثابت است در شکل‌های (۹) و (۱۰) نشان داده شده است. در این دو حالت موتور برای بازه زمانی محدودی در ضرایب ۵ درجه توقف دارد. به عبارت دیگر موتورها با پله‌های ۵ درجه حرکت می‌کنند.



**شکل ۹-** نتایج تخمین وضعیت با روش QUEST با حرکت موتور شماره ۱ از -۲۵ درجه تا ۲۵ درجه

کرده است اما اثرات محیطی و عدم تنظیم و کالیبراسیون دقیق سیستم باعث بروز خطاهایی در نتایج آزمایشها شده است که البته این خطاها با ارتقای تجهیزات شبیه‌ساز شرایط محیطی و تنظیم دقیق اجزا جبران پذیر است.

از محدودیت‌های دیگر سیستم این است که به دلیل عدم امکان ایجاد حرکت کنترلی شتاب‌دار برای موتورها، نمی‌توان الگوریتم‌های تعیین وضعیت مبتنی بر کالمن فیلتر را به‌طور کامل مورد آزمایش قرار داد. بنابراین آزمایش این الگوریتم در سرعت ثابت موتورها انجام شده است و با این سیستم نمی‌توان کارایی روش کالمن و مزایای آن را به خوبی ارزیابی کرد. این محدودیت نیز با ارتقای سیستم رفع می‌شود.

در مورد سرعت الگوریتم‌ها باید توجه کرد که در شرایط آزمایش از یک کامپیوتر با سرعت پردازش مناسب استفاده شده است. همچنین برخی از مدل‌ها و الگوریتم‌ها از قبیل مدل بردار مرجع خورشیدی و مغناطیسی برای تطبیق با شرایط آزمایشگاهی نسبت به مدل‌های مورد استفاده در ماهواره ساده‌تر شده‌اند. بنابراین سرعت الگوریتم‌ها در این آزمایش در مقایسه با شرایط واقعی متفاوت است و به دلیل استفاده از یک پردازنده با سرعت بالا روش‌های مختلف تعیین وضعیت در این شرایط آزمایشگاهی از نظر سرعت مزیتی نسبت به یکدیگر ندارند. در این طرح در واقع روش‌های تعیین وضعیت QUEST و کالمن فیلتر به عنوان نمونه‌هایی از دو دسته کلی تعیین وضعیت پیاده‌سازی شده‌اند که ترکیب آنها سناریویی مناسب برای تعیین وضعیت ماهواره نیز هست. به‌رغم محدودیت‌هایی که سخت‌افزار آزمایشگاهی دارد مجموعه راه‌اندازی شده بستری مناسب برای انجام پژوهش‌های کاربردی در حوزه تعیین وضعیت ماهواره فراهم کرده است.

## مراجع

- [1] Kassalias, I., Attitude Determination for the Three-Axis Spacecraft Simulator (TASS) by Application of Particle Filtering Techniques, (M.Sc. Thesis) on Naval Graduate School, California, Monterey, 2005.
- [2] Ruud, K. K., "FORTÉ Hardware-in-Loop Simulation", 11<sup>th</sup> AIAA/USU Conference on Small Satellites, 1997.
- [3] Wertz, J. R., *Spacecraft Attitude Determination and Control*, Kluwer Academic Publishers, 1999.
- [4] Psiaki, M. L., "Attitude Determination Filtering via Extended Quaternion Estimation," *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, Vol. 23, No. 2, March- April 2000, pp. 210-214.
- [5] Bar-Itzhack, I.Y., "REQUEST: a Recursive QUEST Algorithm for Sequential Attitude Determination," *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, Vol. 19, No. 5, Sept.-Oct. 1996, pp. 1034-1038.

نتایج ترکیب اطلاعات به روش کالمن فیلتر توسعه یافته در دو حالتی که یکی از موتورها از  $-20^\circ$  درجه تا  $20^\circ$  درجه حرکت می‌کند و دیگری ثابت است در شکل‌های (۱۱) و (۱۲) نشان داده شده است.

نتایج آزمایش‌ها نشان می‌دهند که چرخش حول محور Z دارای خطای تخمین وضعیت کمتری نسبت به چرخش حول محور Y است. این تفاوت ناشی از این واقعیت است که خروجی حسگر مغناطیسی در شرایط چرخش حول محور Z خطای محیطی کمتری را تجربه می‌کند و موقعیت آن نسبت به فلزات فرومغناطیس اطراف آن بر اثر چرخش تقریباً ثابت است.

همچنین در داده‌های خروجی تخمین وضعیت نویری دیده می‌شود که عیناً از داده‌های حسگرها نشأت می‌گیرد. بنابراین ارائه داده‌هایی با سطح نویز پایین برای داشتن خطای کمتر در تخمین بسیار حیاتی است. در شکل‌های (۹) و (۱۰) حرکت موتورها به صورت گسسته انجام شده و پس از هر ۵ درجه، حرکت برای مدت محدودی متوقف شده است. بنابراین در این بازه‌ها میدان الکتریکی‌گذاری موتورها وجود ندارد و حسگر مغناطیسی نویز کمتری را نسبت به حالت دوم در شکل‌های (۱۱) و (۱۲)، که موتورها پیوسته در حال حرکت هستند، تجربه می‌کند. در نتیجه میزان نوسانات فرکانس بالا در نتایج مربوط به تخمین با کالمن نسبت به تخمین با روش قطعی، به دلیل تأثیر موتورهای محرک مجموعه بیشتر است. تأثیر عدم یکنواختی میدان مغناطیسی را در حرکت موتور ۱، که در شکل (۷) مشاهده شد، در نتایج تخمین نیز می‌توان مشاهده کرد. زاویه چرخش حول x و z در شکل‌های (۹) و (۱۱) نشان می‌دهند که خطای تعیین وضعیت در حرکت موتور ۱ نسبت به خطای زاویه حول x و y در حرکت موتور ۲ (چرخش حول z) در شکل‌های (۱۰) و (۱۲) بیشتر است. در حالت ایده‌آل تمام این زوایا باید صفر باشند.

## نتیجه گیری

در این پژوهش با راه‌اندازی تجهیزات آزمایشگاهی شامل اتاق تاریک، شبیه‌ساز خورشید، مکانیزم دو درجه آزادی با حرکت کنترل‌شونده و حسگرهای خورشیدی و مغناطیسی، امکانات اولیه برای آزمایش عملکردی این حسگرها به صورت تکی و همچنین ترکیب اطلاعات آنها با استفاده از الگوریتم‌های تعیین وضعیت ماهواره فراهم شده است.

نتایج آزمایش‌ها نشان می‌دهند که ایده پیاده‌سازی شده به‌طور کلی امکان آزمایش سیستم تعیین وضعیت ماهواره را که به مراتب، پیچیدگی بیشتری نسبت به کنترل وضعیت دارد، فراهم

- [9] Stian Søndersrød Ose, Attitude Determination for the Norwegian Student Satellite NCube, (M. Sc. Thesis), Norwegian University of Science and Technology 2004.
- [10] Sunde, B. O., Sensor Modeling and Determination for Microsatellite, (M. Sc. Thesis), Norwegian University of Science and Technology, 2005.
- [11] Ho, Y. C. and Lee, R. C. K., "A Bayesian Approach to Problems in Stochastic Estimation and Control," *IEEE Trans. Automat. Control.*, Vol. AC-9, Issue: 4, 1964, pp. 333-339.
- [6] Wan, E. and Van Der Merwe, R., *The Unscented Kalman Filter, Kalman Filtering and Neural Networks*, Edited by S. Haykin, Chap. 7, John Wiley & Sons, New York, 2001.
- [7] Shuster, M. D., and Oh, S. D., "Three-Axis Attitude Determination from Vector Observations," *Journal of Guidance and Control*, Vol. 4, No. 1, 1981, pp. 70-77.
- [8] Krogh, K. and Schreder, E., "Attitude Determination for AAU Cubesat," *Department of Control Engineering*, Aalborg University, 2002