JSST
Journal of Space Science & Technology

Vol. 6, No. 1, 2013

Developing Attitude Control for Suborbital Module Based on Cold Gas Thrusters and Using Quaternion Feedback

F. Moosavi[1*], J. Roshanian[2] and M. R. Emami[3]

1 ,2. Departmen of Aerospace Engineering, K.N.T University of Technology

3. Institute of Aerospace Studies, University of Toronto

*Vafadar Eastern, Tehran pars, Tehran, IRAN

f.moosavi@mail.kntu.ac.ir

This paper presents the control design for large angle and high rotation rates maneuvers using reaction cold gas thrusters. Navigation system provides suborbital attitude changes in terms of quaternion. Cold gas thrusters with pulse-width pulse-frequency modulation provide nearly proportional control torques. The use of quaternion as attitude errors for large angle feedback control in a suborbital capsule is investigated. Numerical simulations demonstrate the practical feasibility of a three-axis large angle maneuver.

Keywords: Quaternion, Attitude control, Suborbital Module, Reaction control system, Cold gas thruster, Simulation

1. Ph.D Student (Corresponding Author)
2. Professor
3. Ph.D, P. Eng.

Recived: 2012.05.28 , Accepted: 2012.11.20

JSST
فصلنامهٔ علمی - پژوهشی علوم و فناوری فضایی

جلد ۶ / شمارهٔ ۱ / بهار ۱۳۹۲
ص. ص ۱۰-۱

توسعهٔ کنترل وضعیت ماژول زیرمداری با عملگرهای پیشرانش گاز سرد و استفاده از پسخور کواترنین

فضل‌اله موسوی[۱*]، جعفر روشنی‌یان[۲] و رضا امامی[۳]

۱و ۲- دانشکدهٔ مهندسی هوافضا، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی

۳- مرکز تحقیقات مکاترونیک فضایی، دانشگاه تورنتو کانادا

*تهران، تهرانپارس، خیابان وفادارشرقی

f.moosavi@mail.kntu.ac.ir

در این تحقیق توسعهٔ روش کنترل وضعیت برای ماژول زیرمداری، با استفاده از پیشرانه‌های گاز سرد و کاربرد روش ماتریس خطایِ کواترنین برای مأموریت کوتاه مدتِ ماژول فضایی انجام گرفته است. فرمان‌های کنترل وضعیت از سیستم هدایت صادر شده و به کنترلر مبتنی بر کواترنین داده می‌شود تا میزان گشتاور لازم هر محور محاسبه شود. سیستم تحت کنترل دارای معادلات دینامیکِ حرکتِ وابسته و غیر خطی بوده و در ترکیب با پیشرانه‌های گاز سرد با عملکرد غیرخطی و ناپیوسته، دینامیک پیچیده‌ای حاصل می‌شود. قانونِ کنترلِ غیر خطی بر اساس تعریف ماتریسِ خطایِ کواترنین به همراه کاربرد مدولاتورِ سیگنالِ فرمان که زمان خاموش و روشن بودن پیشرانه‌ها را مدوله می‌کند، برای فرمان به پیشرانه‌ها طراحی شده است. از ویژگی‌های این طراحی اجتناب از تکینگی موجود در طراحی‌های مبتنی بر زوایای اویلر و عملکرد مطلوب برای زوایایِ فرمانِ بزرگ و با نرخ چرخش بالاست. در شبیه‌سازی، اثرات اغتشاشات خارجی و نامعینیِ مدلِ سیستم بررسی شده است که نشان از عملکرد مطلوب کنترل طراحی شده برای کاربرد در ماژول فضایی مورد نظر در مأموریت خواسته شده است.

واژه‌های کلیدی: کواترنین، کنترل وضعیت، ماژول زیرمداری، پیشرانه گاز سرد، شبیه‌سازی

فهرست علائم

ممان اینرسی محورهای اصلی ماژول	I_{xx}, I_{yy}, I_{zz}
بهرهٔ تلفیق‌گر	k_m
اصلهٔ پیشرانه‌ها از مرکز جرم	L_x, L_y, L_z
زمان خاموش- روشن‌بودن پیشرانه	T_{on}, T_{off}
فرمان گشتاور کنترل محورهای اصلی	T_{cx}, T_{cy}, T_{cz}
خروجی تلفیق‌گر	U_m
آستانهٔ خاموش- روشن بودن تلفیق‌گر	U_{on}, U_{off}
ثابت زمانی تلفیق‌گر	τ_m
تلاش کنترلی محورهای غلت- فراز و سمت	u_x, u_y, u_z
حداقل عرض پالس خروجی تلفیق‌گر	Δ
ماتریس اثرات ناهمراستایی و عدم دقت پیشرانه	∇
اغتشاش مؤثر بر سیستم	d
فرکانس کار پیشرانه	f
عرض هیسترسیس در سوئیچ تلفیق‌گر	h
ممنتوم زاویه‌ای ماژول	H
گشتاور اعمالی به ماژول	M
بردار کواترنین	q
زاویهٔ اویلر فراز	θ
زاویهٔ اویلر غلت	φ
زاویهٔ اویلر سمت	ψ
مؤلفه‌های سرعت زاویه‌ای دستگاه بدنی ماژول	$\omega_x, \omega_y, \omega_z$

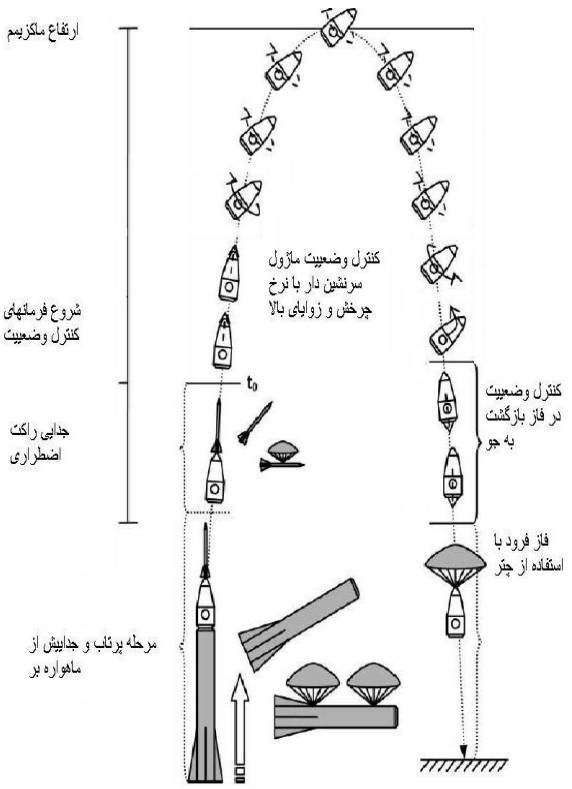
مقدمه

وسایل فضایی زیرمداری وسایلی هستند که معمولاً ناحیهٔ خارج از جو را تجربه می‌کنند ولی به ارتفاع و سرعت لازم برای قرار گرفتن

۱- دانشجوی دکتری (نویسنده مخاطب)
۲- استاد
۳- دکتری

دریافت مقاله: ۹۱/۰۳/۰۸ ، تأیید مقاله: ۹۱/۰۸/۳۰

در مدار نمی‌رسند، بنابراین دوباره به جو باز می‌گردند. کاوشگرها، کپسول‌های سرنشین‌دار و موشک‌های بالستیک در این گروه قرار دارند. در دههٔ حاضر برنامه‌های فراوانی برای توسعهٔ صنعت گردشگری فضایی با استفاده از کپسول‌های سرنشین‌دار فضایی در حال توسعه و سرمایه‌گذاری است. هرچند تحقیقات فراوانی برای حل مسائل فضاپیماهای مداری و فوق مداری انجام گرفته اما تحقیق و توسعه در حوزهٔ فضاپیماهای زیر مداری توجه ویژه و جداگانه‌ای، منحصر به خود می‌طلبد. در تحقیق حاضر ماژول[۴] موردنظر با وزن ۱۰۰۰ کیلوگرم به حداکثر ارتفاع ۱۲۰ کیلومتر صعود می‌کند. طول زمان سیر در فاز میانی در حدود ۴۰۰ ثانیه پیش‌بینی شده است و در طی این مدت لازم است تعدادی مانور وضعیت انجام گیرد که به این منظور سیستم کنترل وضعیت فعال طراحی خواهد شد. پس از جدایی ماژول از ماهواره‌بر در مقاطع مختلف زمانی فرمان‌های هدایت مبتنی بر کنترل زوایای وضعیت در دستگاه اینرسی زمین مرکز به سیستم کنترل ارسال می‌شود. این فرمان‌ها می‌تواند مقادیر بزرگ با نرخ تغییرات زاویه‌ای بالا داشته باشد. در شکل (۱) شماتیک مراحل مختلف مأموریت یک ماژول زیرمداری نشان داده شده است.



شکل ۱- مسیر پرواز و کنترل وضعیت فعال در طول مأموریت ماژول سرنشین‌دار

4. Module

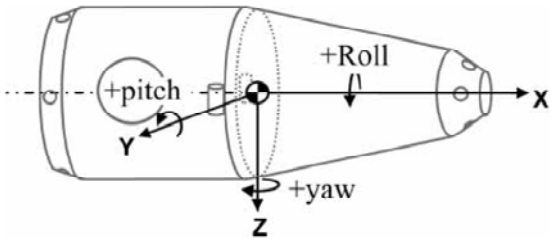
در یک ماژول زیرمداری، زیر سیستم هدایت، ناوبری و کنترل[۵] برای اجرا در پیشرانه‌ها فرامینی از نوع پیوسته صادر می‌کند درحالی‌که پیشرانه‌ها از نوع خاموش- روشن هستند و نمی‌توانند این فرامین را اجرا کنند. برای حل این مسئله سه دسته راه حل پیش‌رو خواهد بود. دستهٔ اول استفاده از الگوریتم‌هایی که فرمان‌های متناسب با این اجزا و از نوع گسسته و قابل اجرا توسط پیشرانه‌ها تولید کند که تمام این روش‌ها مستلزم تحلیل و طراحی در حوزهٔ کنترل غیرخطی با المان‌های خاموش- روشن است که می‌توان به روش‌های زیر اشاره کرد: طراحی کنترل بهینهٔ تغییر وضعیت یک ماژول صلب با مدل دینامیک چرخشی اویلر بر اساس اصل حداقل پونتریاگن[۶] برای مانور تک محورهٔ می‌نیمم زمان و می‌نیمم انرژی که به ترتیب کنترل خاموش- روشن[۷] و کنترل روشن- خاموش- روشن[۸] حاصل می‌شود و برای اجرا در پیشرانه مناسب است [۱]. روش دیگر استفاده از برنامه‌ریزی غیرخطی است که در مرجع [۲] برای مانورهای با زاویهٔ بزرگ فضاپیمای صلب انجام شده است و فرمان‌های خاموش-روشن برای فرمان به پیشرانه‌ها ارسال می‌کند. در مرجع [۳] برای فضاپیمای صلب طراحی کنترل با پیشرانه تحقیق شده است و حل بسته‌ای برای مانور بهینهٔ چندمحوره با زوایای بزرگ به‌دست آورده‌اند. طراحی کنترل با روش کنترل مد لغزشی نیز به کنترل سوئیچینگ منجر می‌شود که برای فرمان به پیشرانه‌ها مناسب است. مرجع [۴] کنترل مانور حداقل زمان با زاویهٔ بزرگ برای یک فضاپیما را به این روش انجام داده است. دستهٔ دوم استفاده از تلفیق‌گرهایی است که سیگنال پیوستهٔ فرمان کنترل را به فرمان گسسته برای اجرا در پیشرانه تبدیل و تفسیر کند. ساده‌ترین تلفیق‌گر یک رلهٔ ایده‌آل است که مبین کنترل بنگ- بنگ است. در مرجع [۵] مقایسهٔ عملکرد سیستم کنترل با کنترل بنگ- بنگ و تلفیق‌گر عرض پالس- فرکانس پالس صورت گرفته است و نتایج آن منتشر شده است. دستهٔ سوم استفاده از روش‌های محاسبات نرم و روش‌های کنترل فازی و شبکهٔ عصبی است که در مرجع [۶] دنبال شده است. بررسی مراجع مذکور نشان می‌دهد هرکدام با دیدگاه منحصر به فرد خود به موضوع کنترل وضعیت یک وسیلهٔ فضایی پرداخته است از جمله اینکه عملگر مورد استفاده معمولاً از نوع پیوسته و وسایل تبادل ممنتوم بوده است [۴-۱]، و نوآوری این مقاله در کنترل وضعیت یک ماژول زیرمداری با عملگرهای پیشرانهٔ گاز سرد و استفاده از پسخور کواترنین، بدون فرض خطی‌سازی و

5. Guidance-Navigation-Control(GNC)
6 . Pontriagen
7. Bang-Bang
8. Bang-Off-Bang

جداسازی محورها و اعمال فرمان‌های کنترل وضعیت با زاویه و نرخ چرخش بالا بوده است که در مقالات گذشته چنین رویکرد ویژه‌ای مدنظر نبوده است.

ویژگی‌های هندسی ماژول

کنترل وضعیت ماژول با ۱۲ عدد پیشرانهٔ گاز سرد که به صورت زوج‌های دوتایی برای چرخش در هر جهت روی محورهای اصلی ماژول نصب شده‌اند انجام می‌گیرد. در شکل (۲) محورهای مختصات بدنی ماژول نشان داده شده است.



شکل ۲- دستگاه مختصات بدنی ماژول سرنشین‌دار

در جدول (۱) مقادیر هندسی و وزنی ماژول نشان داده شده است. این مقاله با بخش‌های زیر ادامه می‌یابد: در بخش ۲ فرمول‌بندی دینامیک حرکت مسئله صورت می‌گیرد، در بخش ۳ طراحی الگوریتم کنترل شامل قانون کنترل و تلفیق‌گرها انجام می‌شود، در بخش ۴ شبیه‌سازی عددی و نتایج نیز در بخش ۵ ارائه شده است.

جدول ۱- پارامترهای هندسی و جرمی ماژول

پارامتر	مقدار
جرم ماژول	1000Kg
طول ماژول	2.2 m
شعاع بدنهٔ اصلی	R=0.5 m
مرکز ثقل ماژول از کف	Xc.g=1.0 m
ممان اینرسی محور x	Ixx=1000 Kg.m2
ممان اینرسی محور y	Iyy= 500 kg.m2
ممان اینرسی محور z	Izz=700 kg.m2
فاصلهٔ پیشرانش محور غلت از مرکز جرم	Lx=0.5 m
فاصلهٔ پیشرانش محور فراز/ سمت از مرکز جرم	Ly= Lz=1.0 m
نیروی جفت پیشرانش محورهای x,y,z	Tx=Ty=Tz=60 N
حداقل سرعت زاویه‌ای متوسط محورهای x,y,z	$\omega_{ave} = 10\ deg/s$

معادلات دینامیک حرکت ماژول

دینامیک حرکت جسم صلب با توسعهٔ معادلات عمومی حرکت در وضعیت توسط معادلات اویلر بیان می شود. عکس العمل در قبال گشتاور وارده به یک نقطه، معادل با نرخ تغییرات ممنتوم زاویه ای جسم حول آن نقطه خواهد بود. این نتیجه برای یک نقطه از یک جسم صلب که در فضا ثابت شده یا نقطهٔ مرکز جرم جسم صلب برقرار می باشد. بنابراین برای یک جسم صلب که تحت گشتاور قرار گرفته است می توان نوشت [۷]:

$$H = I \times \omega \quad (۱)$$

$$M = dH/dt \quad (۲)$$

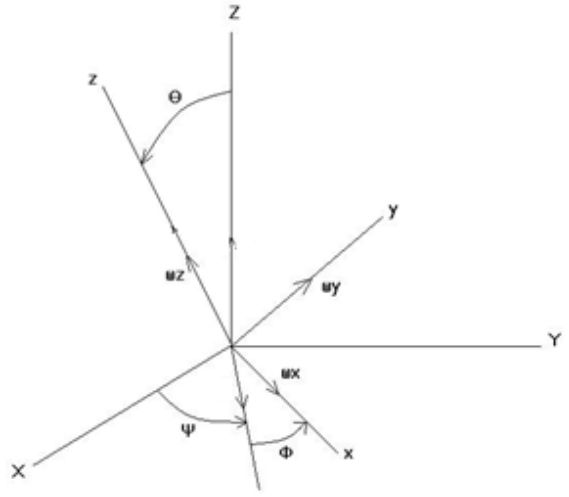
مقدار مطلق نرخ تغییرات ممنتوم زاویه ای H در دستگاه اینرسی حول مرکز جسم عبارتست از:

$$M = [dH/dt]_b + \omega \times H \quad (۳)$$

که ω ، سرعت زاویه ای ماژول نسبت به دستگاه مرجع مداری می باشد. با محاسبهٔ این رابطه در دستگاه مختصات کارتزین و فرض عدم وجود چرخ عکس العملی در ماژول بدست می آید:

$$\begin{aligned} M = &\left(\dot{H}_x + \omega_y H_z - \omega_z H_y\right)i \\ &+\left(\dot{H}_y + \omega_z H_x - \omega_x H_z\right)\mathrm{j} \\ &+\left(\dot{H}_z + \omega_x H_y - \omega_y H_x\right)k \end{aligned} \quad (۴)$$

این معادله در واقع شامل سه معادلهٔ دیفرانسیل می باشد که گشتاور اعمالی به هر محور را به تغییرات ممنتوم زاویه ای آن محور مربوط می کند. در ماژول مذکور ممان اینرسی هر سه محور متفاوت بوده $\left(I_{xx} \neq I_{yy} \neq I_{zz}\right)$ و ممان اینرسی های حاصل ضرب نزدیک به صفر فرض شده اند و این به معنای انتخاب محورهای اصلی ماژول به عنوان دستگاه بدنی نصب تراسترهای منطبق بر این محورها می باشد. ممان اینرسی های حاصل ضرب به عنوان نامعینی دینامیک مدل نشده در شبیه سازی های عملکرد لحاظ شده و پایداری و عملکرد مقاوم الگوریتم کنترل در حضور این نامعینی ها بررسی خواهد شد.



شکل ۳- دستگاه مرجع و زوایای اویلر ψ, θ, φ و سرعت زاویه‌ای ماژول $\omega z,\ \omega y, \omega x$

$$M_x = \dot{H}_x + \omega_y H_z - \omega_z H_y$$
$$M_y = \dot{H}_y + \omega_z H_x - \omega_x H_z \quad (۵)$$
$$M_z = \dot{H}_z + \omega_x H_y - \omega_y H_x$$

با جایگذاری معادلهٔ (۱) در معادلات (۵) با فرض ماتریس اینرسی قطری این معادلات تبدیل به معادلات درجه اول بر حسب ω می‌شوند:

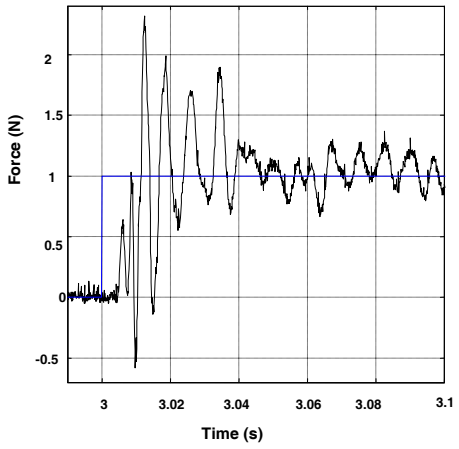
$$\dot{\omega}_x = [M_x - \omega_y \omega_z (I_z - I_y)]/I_{xx}$$
$$\dot{\omega}_y = [M_y - \omega_x \omega_z (I_x - I_z)]/I_{yy} \quad (۶)$$
$$\dot{\omega}_z = [M_z - \omega_x \omega_y (I_y - I_x)]/I_{zz}$$

مقادیر Mx ,My ,Mz، گشتاورهای اعمالی بر ماژول در دستگاه بدنی هستند که در حالت کنترل غیرفعال ناشی از گرادیان جاذبه یا اغتشاشات دیگر خواهد بود و در حالت کنترل فعال با پیشرانه، گشتاورهای اعمالی در طول مدت زمان روشن بودن پیشرانه خواهد بود و در این حالت به‌دلیل تفاوتِ مرتبهٔ گشتاورهایِ ناشی از گرادیان جاذبه، گشتاورهای مغناطیسی و خورشیدی با مرتبهٔ گشتاورهایِ تولیدی از پیشرانه، از آنها صرف‌نظر شده و در تحلیل به‌عنوان اغتشاش خارجیِ وارد شده بر سیستم درنظرگرفته می‌شوند که سیستم کنترل طراحی شده باید توانایی حذف اثر آنها را داشته باشد. با تعریف وضعیت ماژول نسبت به دستگاه مرجعِ اینرسیِ زمین مرکز [1] از چرخش‌های خالص و متوالی حول محورهای z,y,x که با φ, θ, ψ علامت‌گذاری شده استفاده می‌شود که به زوایای اویلر معروف است و با نام محورهای غلت، فراز و سمت شناخته می‌شوند و به تنهایی وضعیت ماژول را نسبت به دستگاه مرجع اینرسی زمین مرکز مشخص می‌کنند.

محاسبهٔ نیروی پیشرانه‌های گاز سرد

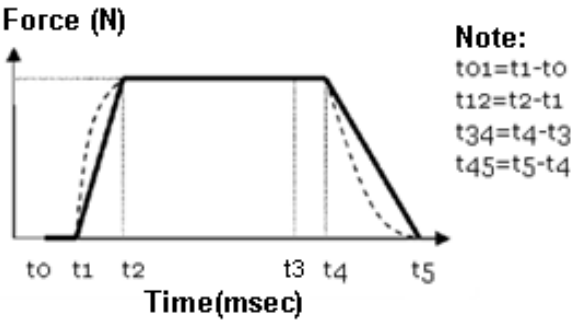
عملگرهای مورد استفاده برای اجرای قوانین کنترل فعال [2] در کاربردهای فضایی عموماً دستگاه‌های چرخ عکس‌العملی، چرخ ممنتوم و گشتاوردهنده‌های مغناطیسی و در کاربردهای بادبان‌های خورشیدی هستند. چنین گشتاوردهنده‌هایی در یک حالت خطی و پیوسته کار می‌کنند. گشتاوری که آنها می‌توانند فراهم کنند برای دستگاه‌های چرخ عکس‌العملی در محدودهٔ ۰/۰۰۲ تا ۱ نیوتن متر، برای گشتاوردهنده‌های مغناطیسی 10^{-2} تا 10^{-3} نیوتن متر، و برای گشتاوردهنده‌های خورشیدی 10^{-5} الی 10^{-6} نیوتن‌متر است. پایین بودن حداکثر گشتاور قابل تولید در این روش‌ها موجب می‌شود حداکثر سرعت انجام مانورِ تغییر وضعیت به وسیلهٔ آنها محدود باشد و برای انجام مأموریت‌های ماژول‌های زیر مداری ناکافی باشد. زیرا این وسائل در بازهٔ زمانی کوتاه که در محدودهٔ چند صد ثانیه است باید مانورهای سریع وضعیتی انجام دهند. حتی استفاده از چرخ عکس‌العملی پاسخگوی نیاز ماژول نیست. راه حل این موضوع استفاده از پیشرانه‌های عکس‌العملی با اندازهٔ پیشران طراحی شده است. در این پیشرانه‌ها خروج گاز (که اغلب از گاز سرد و خنثی همچون فرئون یا نیتروژن است) با سرعت زیاد از نازل، نیرو تولید می‌کند. این پیشرانه‌ها می‌توانند سطوح گشتاور عکس‌العملی بین ۰/۰۱ تا ۳۰ نیوتن متر را که در بیشتر کاربردهای فضایی معمول هستند تولید کنند و انجام مانورهای تغییر وضعیت با سرعت بالا را فراهم سازند. اما این پیشرانه‌ها فقط به‌صورت خاموش- روشن کار می‌کنند و عملکرد پیوسته و خطی ندارند. این موضوع تحلیل و طراحی سیستم کنترل وضعیت را دشوار می‌سازد زیرا مستلزم تحلیل و طراحی در محیط غیرخطی با المان‌های ناپیوسته است. تحقیقات نشان می‌دهد دو مسئلهٔ مهم که به سبب حالت پالسی پیشرانه ایجاد می‌شود عبارت است از: ۱- محدودیت در خطای وضعیت ۲- هزینه یا میزان مصرف انرژی که به واریانس نویز اندازه‌گیری ارتباط دارد. بنابراین کیفیت اینگونه سیستم‌ها شدیداً به خصوصیات پیشرانه وابسته است.

نمودار عملکرد پیشرانه شامل زمان خیز و زمان افت پیشرانه است که نمودار آن در شکل (۴) نشان داده شده است. این نمودار از اطلاعات آزمایش‌های تجربی بر روی پیشرانه‌های گاز سرد حاصل شده است. سیکل عملکرد یک نمونه پیشرانه گاز سرد بر اساس نتایج تجربی در شکل ۴- الف نشان داده شده است. پس از ساده‌سازی و فیلتر نوسانات حسگر و کاربرد تقریب خطی می‌توان از نمودار ۴- ب در شبیه‌سازی‌ها استفاده کرد. زمان خیز t12 شامل مجموع زمان خیز ناشی از کنترلر و زمان خیز ناشی از دینامیک گاز در عبور از مسیر لوله‌ها، شیر و نازل است. زمان‌های t01 و t34 براساس زمان سیستم پردازش محاسبه می‌شود که نسبت به زمان تأخیر دینامیک گاز کوچک او در شبیه‌سازی‌ها برابر ۵ میلی ثانیه درنظرگرفته شده است.



(الف)

1. Earth-Center-Inertial (ECI)
2. Active Control



(ب)

شکل ۴- الف نمودار تجربی پاسخ پیشرانه‌های گاز سرد، ب-نمودار تقریبی پاسخ پیشرانه، خط چین:مقدار تقریبی و خط پررنگ: مقدار تقریب زده شده خطی است.

زمان‌های خیز و افت t12 و t45 بر اساس نتایج تجربی به‌دست آمده از آزمایش‌های عملی با یک سیستم مرتبهٔ اول دارای ثابت زمانی ۵ میلی ثانیه تقریب زده شده است. حداکثر گشتاور تولیدی هر جفت پیشرانه بر اساس حداقل شتاب زاویه‌ای مورد نیاز در هر محور به اضافهٔ یک ضریب تصحیح γ_t محاسبه می‌شود.

$$T_{max} = I\, a_{min}\,(1+\gamma_t) \qquad (۷)$$

a_{min} حداقل شتاب زاویه‌ای لازم در هر محور است. γ_t در این طراحی بر اساس میزان توانایی کنترل در حذف اغتشاش برابر ۰/۲ درنظرگرفته شده است. بر این اساس، مقدار حداکثر نیروی هر پیشرانه در هر محور محاسبه شده و در شبیه‌سازی عددی تنظیم نهایی شده است. مقادیر به‌دست آمده برای پیشران ماکزیمم در هر محور در جدول (۱) نشان داده شده است.

طراحی الگوریتم کنترل

اگر وضیت ماژول به‌صورت عباراتی از ماتریس کسینوس هادی [AM] نسبت به دستگاه مرجع که مانور در آن انجام می‌شود بیان شود می‌توان وضعیت مطلوب را در همین دستگاه مرجع تعریف نمود [AT] . بردار فرضی a=[a1 a2 a3] را می‌توان در هر دو دستگاه به شکل زیر نشان داد [۷]:

$$\begin{aligned} a_S &= [A_M]a \\ a_T &= [A_T]a \end{aligned} \qquad (۸)$$

اکنون با ترکیب این دو رابطه خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} a_S &= [A_M][A_T]^{-1}a_T = [A_M][A_T]^T a_T \\ &= [A_E]a_T \end{aligned} \qquad (۹)$$

ماتریس [AE] ماتریس خطای کسینوس هادی بوده و اگر اجزای بردار فرضی a در هر دو دستگاه ماژول M و هدف T برابر باشد این ماتریس برابر واحد شده و به معنای انطباق دستگاه ماژول بر دستگاه هدف می‌باشد یعنی ماژول به وضعیت مطلوب رسیده است. با تعریف بردار کواترنین q4 اسکالر و q به عنوان بخش برداری، بردار کواترنین به‌صورت زیر است:

$$\begin{aligned} q &= (q_4, q) \\ &= i\,q_1 + jq_2 + kq_3 + q_4 \end{aligned} \qquad (۱۰)$$

به‌منظور به‌دست‌آوردن انتقال یا کنترل وضعیت بر مبنای کواترنین، یک ضرب کواترنین انجام می‌شود. روش کار بدین صورت است که وقتی با ماتریس کسینوس هادی محاسبات را انجام دهیم دو انتقال وضعیت متوالی با ضرب ماتریسی دو دوران مستقل به دست می‌آید (معادله ۹). این دو دوران را می‌توان در قالب کواترنین با [A(q)] برای دوران اول و [A(q′)] برای دوران دوم بیان کرد. انتقال کلی وضعیت در قالب ماتریس کسینوس هادی برحسب کواترنین به شکل زیر خواهد بود:

$$[A(q'')]=[A(q')][A(q)] \qquad (۱۱)$$

کواترنین به‌دست آمده q′′ را می‌توان از [A(q′′)] به‌دست آورد. با استفاده از تعریف ضرب کواترنین، q′′ عبارت خواهد بود:

$$\begin{aligned} q'' &= qq' \\ &= (-q_1q_1' - q_2q_2' - q_3q_3' + q_4q_4') \\ &+i(+q_1q_4' + q_2q_3' - q_3q_2' + q_4q_1') \\ &+j(-q_1q_3' + q_2q_4' + q_3q_1' + q_4q_2') \\ &+k(+q_1q_2' - q_2q_1' + q_3q_4' + q_4q_3') \end{aligned} \qquad (۱۲)$$

اکنون qE,qT,qM ،که به ترتیب کواترنین وضعیت ماژول، هدف و خطا هستند، به شکل زیر تعریف می‌کنیم:

$$\begin{aligned} q_M &= q \\ q_T &= q' \\ q_E &= q'' \end{aligned} \qquad (۱۳)$$

از تعریف ماتریس کسینوس هادیِ خطا $[A_E]$ در معادلهٔ (۵) و بازنویسی آن برحسب کواترنین خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} [A(q_E)] &= [A(q_T)][A(q_M)]^{-1} = \\ &[A(q_T)][A(q_M{}^{-1})] \end{aligned} \qquad (۱۴)$$

با استفاده از رابطهٔ (۱۲) و نمایش ماتریسی، ماتریس خطای کواترنین به شکل زیر به‌دست می‌آید:

$$q_E = \begin{bmatrix} q_{T4} & q_{T3} & -q_{T2} & q_{T1} \\ -q_{T3} & q_{T4} & q_{T1} & q_{T2} \\ q_{T2} & -q_{T1} & q_{T4} & q_{T3} \\ -q_{T1} & -q_{T2} & -q_{T3} & q_{T4} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -q_{M1} \\ -q_{M2} \\ -q_{M3} \\ q_{M4} \end{bmatrix} \qquad (۱۵)$$

اکنون با کاربرد ماتریس خطای کواترنین و هم ارزی آن با ماتریس خطای کسینوس هادی می‌توان قانون کنترل زیر را با ترم‌های شامل میرایی نرخ زاویه‌ای برای اطمینان از پایداری، ارائه کرد:

$$\begin{aligned} T_{cx} &= 2K_x q_{1E} q_{4E} + K_{xd}\,\omega_x \\ T_{cy} &= 2K_y q_{2E} q_{4E} + K_{yd}\,\omega_y \\ T_{cz} &= 2K_z q_{3E} q_{4E} + K_{zd}\,\omega_z \end{aligned} \qquad (۱۶)$$

به‌منظور محاسبهٔ مقادیر ضرایب کنترلی در رابطهٔ (۱۶)، Kx,Kxd,... بر اساس توابع تبدیل حلقه باز سه محور برای داشتن فرکانس‌های طبیعی حلقه بسته $\omega_n = 1\ rad/s$ و ضرایب میرایی حلقه بسته $\zeta = 1$ طراحی شده‌اند.

برای محاسبهٔ مقادیر کواترنین، از معادلهٔ دیفرانسیل زیر استفاده شده است که اگر بردار سرعت زاویه‌ای ماژول نسبت به دستگاه مختصات مرجع مشخص باشد می‌توان از معادلهٔ دیفرانسیل زیر برای محاسبهٔ بردار کواترنین استفاده کرد [۸] :

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{dt}}\mathrm{q} = \frac{1}{2}[\Omega']\mathrm{q} \qquad (۱۷)$$

که q بردار کواترنین و Ω' تنسور سرعت زاویه‌ای ماژول به شکل زیر است:

$$[\Omega'] = \begin{bmatrix} 0 & \omega_z & -\omega_y & \omega_x \\ -\omega_z & 0 & \omega_x & \omega_y \\ \omega_y & -\omega_x & 0 & \omega_z \\ -\omega_x & -\omega_y & -\omega_z & 0 \end{bmatrix} \qquad (۱۸)$$

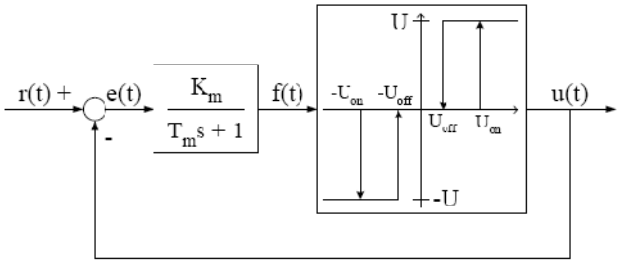
دستگاه زمین مرکز اینرسی (ECI_1) به عنوان دستگاه مرجع مختصات انتخاب شده و در شبیه‌سازی‌ها به‌کار رفته است. ترتیب زوایای اویلر برای انتقال از دستگاه اینرسی به بدنه به ترتیب زاویهٔ سمت (ψ) –فراز (θ) – و چرخ (φ) انتخاب شده است. به منظور تبدیل زوایای فرمان از زوایای اویلر به بردار کواترنین و تشکیل ماتریس خطای کواترنین از هم ارزی ماتریس کسینوس هادی برحسب زوایای اویلر و ماتریس کسینوس هادی برحسب عناصر کواترنین، روابط زیر حاصل شده است که حرف S مخفف تابع Sin و حرف C مخفف تابع Cos انتخاب شده است:

$$\begin{aligned} q_1 &= \mathrm{C}\psi\ \mathrm{C}\theta\ \mathrm{S}\varphi - \mathrm{S}\psi\ \mathrm{S}\theta\ \mathrm{C}\phi \\ q_2 &= \mathrm{C}\psi\ \mathrm{S}\theta\ \mathrm{C}\varphi + \mathrm{S}\psi\ \mathrm{C}\theta\ \mathrm{S}\phi \\ q_3 &= \mathrm{S}\psi\ \mathrm{C}\theta\ \mathrm{C}\varphi - \mathrm{C}\psi\ \mathrm{S}\theta\ \mathrm{S}\phi \\ q_4 &= \mathrm{C}\psi\ \mathrm{C}\theta\ \mathrm{C}\varphi + \mathrm{S}\psi\ \mathrm{S}\theta\ \mathrm{S}\phi \end{aligned} \qquad (۱۹)$$

بیان وضعیت جسم در دستگاه مرجع با ماتریس کسینوس هادی به محاسبهٔ ۹ عنصر aij که متشکل از توابع مثلثاتی نیز هست نیاز دارد؛ درحالی‌که اگر از کواترنین‌ها استفاده شود تنها به محاسبهٔ ۴ پارامتر qi نیاز خواهد بود (در واقع فقط ۶ پارامتر مستقل ماتریس کوسینوس هادی و سه پارامتر مستقل بردار کواترنین وجود دارد) و این به معنای کاهش زمان پردازش و محاسبات کامپیوتر پرواز است.

مدولاسیون سیگنال فرمان کنترل

در این تحقیق برای تفسیر فرمان‌های پیوستهٔ فرمان کنترل به پیشرانه‌ها از تلفیق‌گر عرض پالس- فرکانس پالس استفاده شده است که نتایج مرجع [۹] نشان می‌دهد برای استفاده در سیستم‌های فضایی مناسب هستند. تلفیق‌گر عرض پالس- فرکانس پالس (PWPF)، از یک محرک اشمیت، یک فیلتر مرتبهٔ اول و یک حلقه فیدبک تشکیل می‌شود که فیلتر قبل از محرک اشمیت مطابق شکل (۵) به کار گرفته شده است.



شکل ۵- تلفیق‌گر عرض پالس- فرکانس پالس PWPF

این تلفیق‌گر شامل یک رله با باند مرده و هیسترسیس است که موجب می‌شود از نوسان‌های اضافه عملگر و خاموش و روشن شدن بیهودهٔ پیشرانه‌ها جلوگیری به‌عمل آید و خروجی با یک تلرانس تعریف شده حول فرمان ورودی نوسان کند. با توجه به ویژگی عملگرها و عملکرد مطلوب سیستم، پارامترهای این تلفیق‌گر از روابط موجود در [۱۰] محاسبه می‌شود.

با انتخاب بهرهٔ مستقیم مدولاتور $k_m = 1$ و خروجی اشمیت تریگر برابر حداکثر گشتاور در دسترس، $U_m = T_{max}$ معادلهٔ ویژگی‌های زمانی مدولاتور را می‌توان به شکل ساده شدهٔ زیر به‌دست آورد:

$$T_{\mathrm{on}} = -\tau_m ln\left(1 - \frac{h}{T_{\mathrm{max}} - \mathrm{T_d} + U_{on}}\right) \qquad (۲۰\text{-الف})$$

که:

$$h = U_{on} - U_{off}$$

$$T_{off} = -\tau_m ln\left(1 - \frac{h}{\mathrm{T_d} - U_{off}}\right) \qquad (۲۰\text{-ب})$$

$$f = \frac{1}{T_{on} + T_{off}} \qquad (۲۰\text{-ج})$$

$$\Delta = -\tau_m ln[1 - h/k_m U_m] \qquad (۲۰\text{-د})$$

در جدول (۲) مقادیر انتخاب شده برای متغیرهای تلفیق‌گر PWPF بر اساس ویژگی‌های عملکردی پیشرانه که قبلاً شرح داده شد بیان شده است. این مقادیر به انتخاب حداکثر میزان خطای پاسخ خروجی سیستم نیز وابسته است که به شدت بر روی میزان مصرف انرژی کنترل تأثیرگذار است. این میزان خطا در محور غلت حداکثر ۱ درجه و برای محورهای فراز و سمت حداکثر ۴ درجه درنظرگرفته شده است که انتخاب این میزان به انتظارات مأموریتی ماژول باز می‌شود.

جدول ۲- پارامترهای تلفیقگر PWPF

پارامتر	مقدار
U_{on}	2.0
U_{off}	1.0
U_m	60.0
k_m	1.0
τ_m	0.5

شبیه‌سازی

بلوک دیاگرام سیستم‌های هدایت-کنترل ماژول شبیه‌سازی شده در محیط سیمولینک در شکل (۶) نشان داده شده است. فرمان‌های هدایت بر اساس تعقیب زوایای وضعیت ماژول و سرعت‌های زاویه‌ای اولیه و نهایی صفر برنامه‌ریزی شده است. دینامیک پیشرانه‌ها نیز بر اساس حداقل زمان روشن‌بودن پیشرانه و زمان خیز و افت تقریب زده شده شبیه‌سازی شده است. اغتشاش وارد بر سیستم شامل مجموع اغتشاش‌های محیطی و اغتشاشات ناشی از ناهم‌راستایی پیشرانه‌هاست. برای بررسی ناهم‌راستایی پیشرانه‌ها با محورهای اصلی بدنه از ماتریس ∇ که معرف حداکثر میزان گشتاور نامعین ایجاد شده از دو کانال دیگر بر روی هر کانال است استفاده شده است.

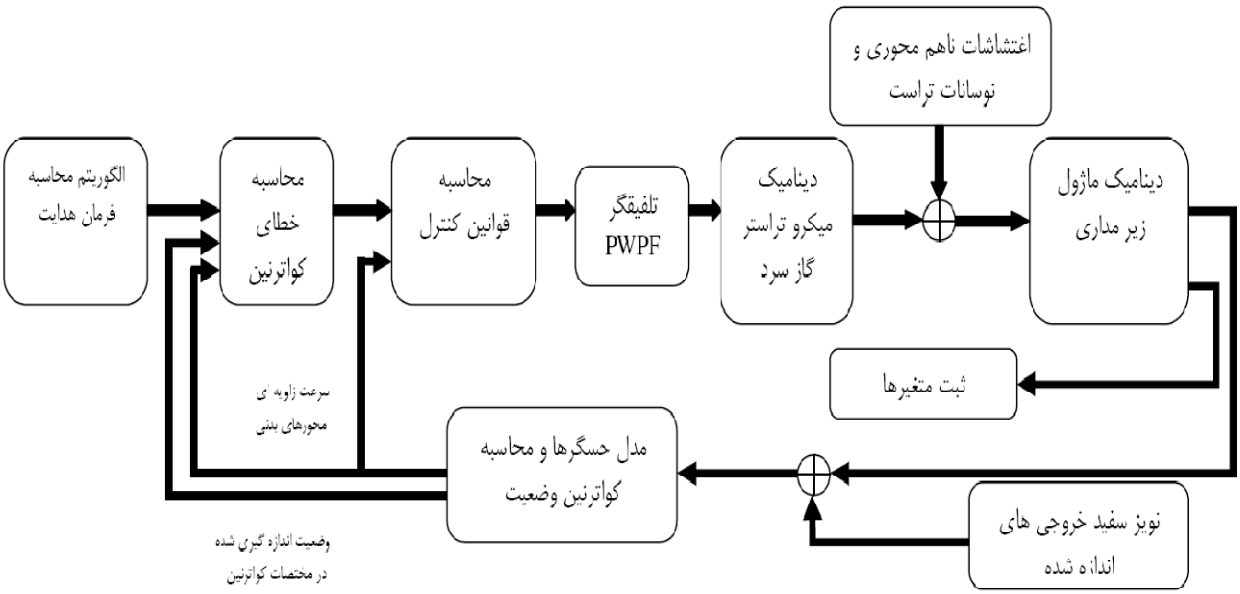
به‌منظور بررسی این موضوع ۱۰٪ گشتاور ناشی از ناهم‌راستایی هر کانال برای محور سوم درنظرگرفته می‌شود که ماتریس مذکور به شکل زیر به‌دست آمده است و d، اغتشاش اعمال شده به ماژول است.

$$\nabla = \begin{bmatrix} 0 & 0.1 & 0.1 \\ 0.1 & 0 & 0.1 \\ 0.1 & 0.1 & 0 \end{bmatrix} \qquad (۲۱)$$

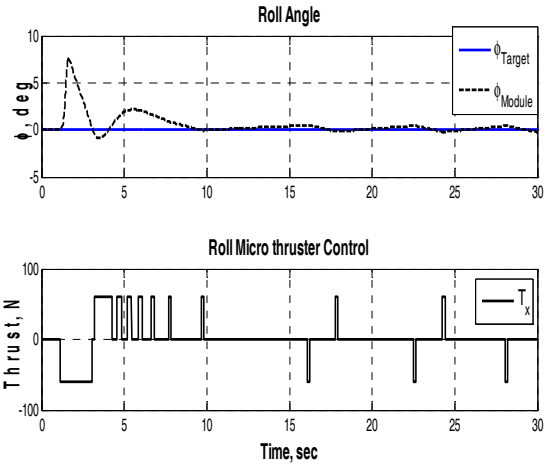
$$d = \nabla.\gamma \quad where: \ 0 < abs(\gamma) < 1$$

نتایج شبیه‌سازی در دو حالت مورد بررسی قرار گرفته است. در حالت اول هیچگونه نویز اندازه‌گیری و اغتشاش خارجی بر ماژول اعمال نشده است. دنبال‌سازی زوایای فرمان ورودی برای زوایای بزرگ برای سه محور در شکل‌های (۷) تا (۹) نشان می‌دهد دنبال‌سازی به نحو مطلوب و با پیشرانه‌های خاموش- روشن انجام گرفته است. شکل (۱۰) میرایی مقادیر خطای زوایای اویلر و نیز میرایی ماتریس خطای کواترنین را برای زوایای بزرگ ورودی نشان می‌دهند و نرخ زوایای اویلر در شکل (۱۱) نشان داده شده است.

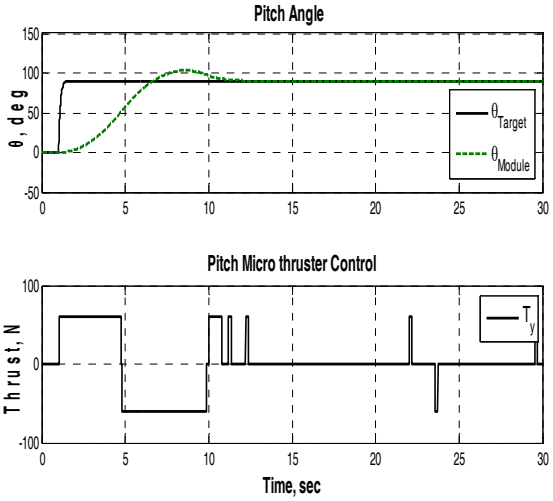
در حالت دوم ناهم‌راستایی پیشرانه‌ها و اعمال نویز سفید با میانگین صفر و واریانس $\sigma^2 = (0.1)^2$ مدل‌سازی و بررسی شده است. نتایج به‌دست آمده در شکل‌های (۱۲) تا (۱۷) نشان می‌دهد دنبال‌سازی فرمان ورودی به نحو مطلوب انجام گرفته و اثرات اغتشاش خارجی نیز کاملاً جبران شده است.



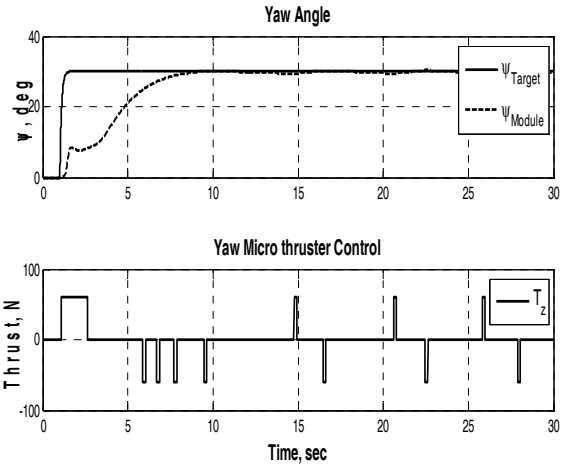
شکل ۶- بلوک دیاگرام شبیه‌سازی کنترل وضعیت ماژول زیرمداری



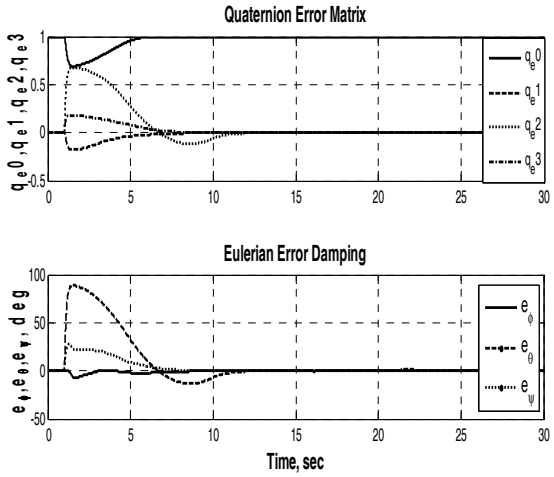
شکل ۷- تعقیب فرمان ورودی هدایت و فرمان کنترل پیشرانه‌ها در کانال غلت



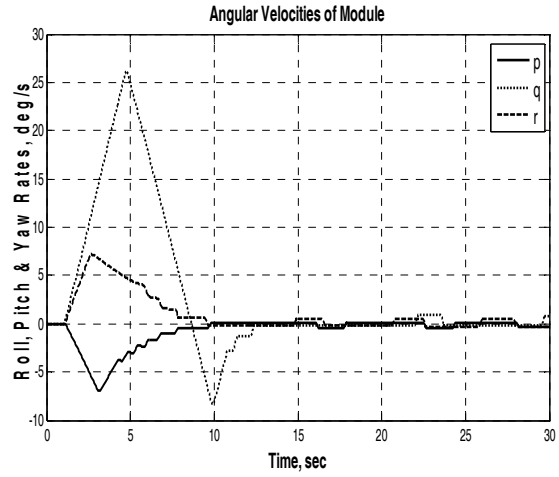
شکل ۸- تعقیب فرمان ورودی هدایت و فرمان کنترل پیشرانه‌ها در کانال فراز



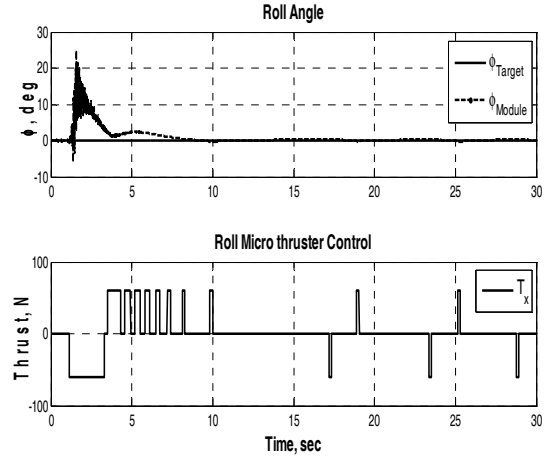
شکل ۹- تعقیب فرمان ورودی هدایت و فرمان کنترل پیشرانه‌ها در کانال سمت



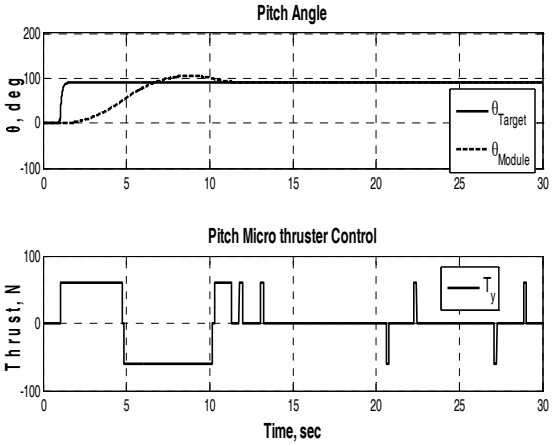
شکل ۱۰- الف- همگرایی ماتریس خطای کواترنین ب- همگرایی نمایی خطای زوایای اویلر



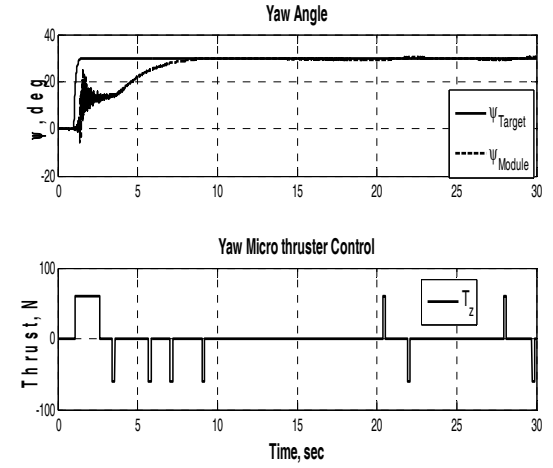
شکل ۱۱- نرخ زوایای اویلر



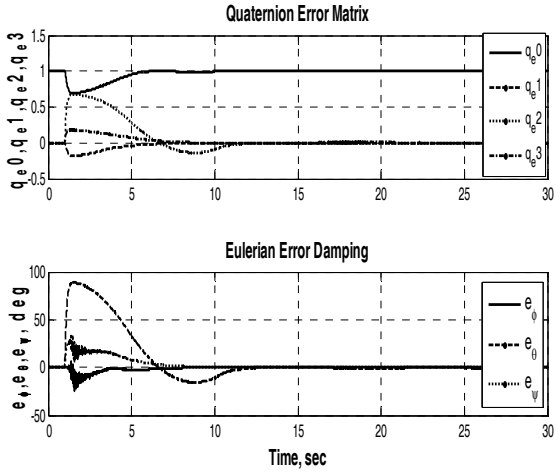
شکل ۱۲- الف- تعقیب فرمان هدایت ب- فرمان کنترل پیشرانه در کانال Roll با مدل‌سازی نویز اندازه‌گیری و ناهم‌راستایی پیشرانه‌ها



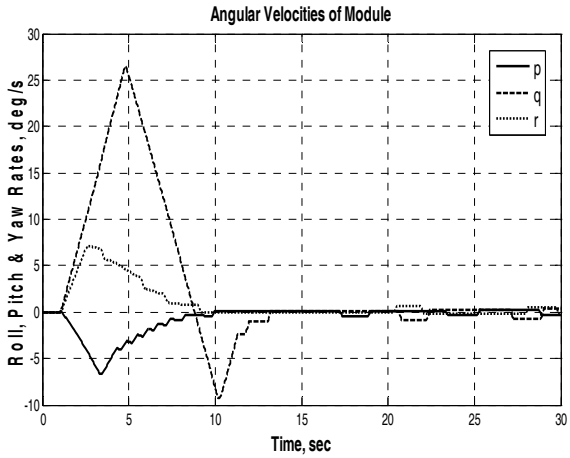
شکل ۱۳- الف- تعقیب فرمان هدایت ب- فرمان کنترل پیشرانه در کانال Pitch با مدلسازی نویز اندازه‌گیری و ناهم‌راستایی پیشرانه‌ها



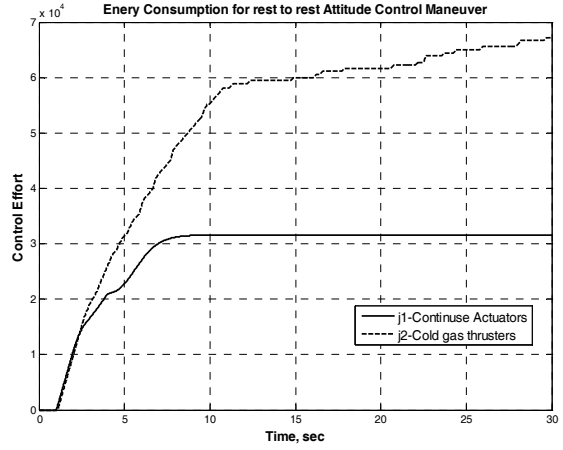
شکل ۱۴- الف- تعقیب فرمان هدایت ب- فرمان کنترل پیشرانه در کانال Yaw با مدلسازی نویز اندازه گیری و ناهم‌راستایی پیشرانه‌ها



شکل ۱۵- الف-همگرایی ماتریس خطای کواترنین ب- همگرایی نمایی خطای زوایای اویلر با مدل‌سازی نویز اندازه گیری و ناهم‌راستایی پیشرانه‌ها



شکل ۱۶- نرخ زوایای اویلر با مدل‌سازی نویز اندازه‌گیری و ناهم‌راستایی پیشرانه‌ها



شکل ۱۷- مقایسهٔ انرژی مورد نیاز مانور $\int(u_x{}^2+u_y{}^2+u_z{}^2)dt$ در شرایط ایده‌آل و حالت وجود نویز اندازه‌گیری و ناهم‌راستایی پیشرانه‌ها

نتیجه‌گیری

نتایج شبیه‌سازی نشان می‌دهد الگوریتم کنترل طراحی شده با وجود وابستگی شدید محورهای کنترل و اثرات غیر خطی ناشی از معادلات غیرخطی و نیز کاربرد عملگرهای گاز سرد با اعمال زوایای فرمان بزرگ به سیستم کنترل وضعیت ماژول زیرمداری، دنبال‌سازی مطلوبی را فراهم کرده است و نرخ تغییر زوایا و زمان نشست در حد مطلوب قرارگرفته است. همچنین شبیه‌سازی‌ها نشان می‌دهد خروجی سیستم کنترل به شدت به پارامترهای عملکردی پیشرانه‌ها، شامل زمان خیز، زمان افت و حداقل زمان روشن بودن پیشرانه‌ها وابسته بوده و استفاده از پیشرانه‌های گاز سرد به صورت خاموش- روشن باعث افزایش تلاش کنترلی در مقایسه با عملگرهای پیوسته خواهد شد.

مراجع

[1] Herman, A. L. and Conway, B. A., "Optimal Spacecraft Attitude Control Using Collocation and Nonlinear Programming," *Journal of Guidance, Control, and Dynamics (ISSN 0731-5090)*, Vol. 15, No. 5, 1992, pp. 1287-1289.

[2] Yang, C. C and Wu, C. J., "Optimal Large-Angle Attitude Control of Rigid Spacecraft by Momentum Transfer," *IET Control Theory Appl*., Vol. 1, No. 3, 2007. pp. 657-664.

[3] Junkins, J. L. and Turner, J. D., "Optimal Continuous Torque Attitude Maneuvers," *Journal of Guidance and Control Dynamic*, Vol. 3, No. 3, 1990, pp. 210-217.

[4] Jan, Y. W. and Chiou, J. C. "Minimum-Time Spacecraft Maneuver Using Sliding-Mode Control," *Acta Astronautica,* Vol. 54, Issue 1, 2004, pp. 69-75.

[5] Gangbing, S. and Agrawal, B. N., "Vibration Suppression of Flexible Spacecraft During Attitude Control," *Acta Astronautica,* Vol. 49, No. 2, 2001, pp. 73-83,

[6] Bertrand, P., *Attitude Control of Small Satellites Using Fuzzy Logic*, Department of Mechanical Engineering McGill University, Montreal, 1997.

[7] Sidi, M. J., *Spacecraft Dynamics and Control-A Practical Engineering Approach*, Cambridge Aerospace Series, Cambridge University Press, 1997.

[8] Wertz, J. R., *Spacecraft Orbit and Attitude Systems Mission Geometry*, Orbit and Constellation Design and Management, 2001.

[9] Arantes, G. and Martins-Filho, L. S., *Optimal on-off Attitude Control for the Brazilian Multi-Mission Platform Satellite*, Center of Applied Space Technology and Microgravity, Report, D28359-Bermen, Germany, 2009.

[10] Makovec, K. L., A Nonlinear Magnetic Controller for Three-Axis Stability of Nanosatellites, (Thesis M. Sc.) Submitted to the Faculty of the Virginia Polytechnic Institute and State University, 2001.

[11] Anthony, T. C., Wie, B. and Caroll, S., "Pulse Modulated Control Synthesis for a Flexible Spacecraft," *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, Vol. 13, No. 6, 1990, pp. 1014–1022.

[12] Bernelli-Zazzera, F., Mantegazza, P. & Nurzia, V. "Multi Pulse-Width Modulated Control of Linear Systems," *Journal of Guidance, Control and Dynamics,* Vol. 21, No.1, 1998, pp. 64–70.

[13] Buck, N. Minimum Vibration Maneuvers Using Input Shaping and Pulse-Width–Pulse-Frequency Modulated Thruster Control, (Thesis M. Sc.), Naval Postgraduate School, California, USA, 2008.

[14] McClelland, R. S., Spacecraft Attitude Control System Performance Using Pulse-Width–Pulse-Frequency Modulated Thrusters, (Thesis M. Sc.), Naval Postgraduate School, California, USA, 1994.