

# Numerical Investigation of Laminar Premixed Conical Flame Response to Acoustic Excitation

M. Behzadi<sup>1\*</sup> and M. Farshchi<sup>2</sup>

1,2. Aerospace Engineering Department, Sharif University of Technology

\*Postal Code: 11155/1639, Tehran, IRAN

**behzadi\_milad@iran.ir**

*Dynamics of laminar premixed conical flame in acoustic-velocity field was studied via numerical simulation. Methane/air combustion was modeled using a single-step, irreversible reaction and diffusion phenomena with a simple but efficient method. First, the steady flame was obtained and its corresponding parameters were verified. Then this steady state solution was excited by modulation of the inlet velocity. After the initial transients, heat release rate of the flame kept fluctuating with the forced frequency. The response function for various modulation intensities and frequencies agrees satisfactorily with experiments. Also, like the experimental observations the flame wrinkles and the convex sections which convert to sharp edges travel from the base to the tip of the cone at the speed of the flow.*

**Keywords:** Combustion instability, Laminar flame, Acoustic oscillations, Methane flame

---

1. M. Sc. (Corresponding Author)

2. Professor

# بررسی عددی پاسخ شعله آرام پیش مخلوط مخروطی شکل به نوسان‌های صوتی

میلاذ بهزادی<sup>۱\*</sup> و محمد فرشچی<sup>۲</sup>

۱ و ۲- دانشکده مهندسی هوافضا، دانشگاه صنعتی شریف

\*تهران، صندوق پستی: ۱۱۱۵۵ / ۱۶۳۹

behzadi\_milad@iran.ir

دینامیک شعله مخروطی پیش مخلوط آرام در میدان صوت به روش عددی بررسی شد. احتراق متان و هوا به وسیله یک واکنش یک مرحله‌ای و یک طرفه شبیه‌سازی و پدیده نفوذ با روشی ساده، اما کارآمد محاسبه شد. ابتدا، شعله به صورت پایا مدل‌سازی و از صحت پارامترهای مربوط به آن اطمینان حاصل شد. انگیزش صوتی با نوسان دادن سرعت ورودی حول مقدار متوسط آن به جواب حالت پایا اعمال گردید. پس از سپری شدن لحظات گذرای اولیه، میزان تولید حرارت شعله با همان بسامد اجباری به نوسان درآمد. تابع پاسخ در بسامدها و شدت انگیزش‌های مختلف، هم از نظر اندازه و هم فاز، با نتایج تجربی تطابق خوبی دارد. شعله با اعمال نوسان درست مانند آزمایش‌ها چروکیده شده و برآمدگی‌هایی که به لبه‌های تیز تبدیل می‌شوند با سرعت جریان از پایین شعله به سمت نوک مخروط حرکت می‌کنند.

واژه‌های کلیدی: ناپایداری احتراق، شعله آرام، نوسان صوتی، شعله متان

## علائم و اختصارات

$R_{it}$	ثابت جهانی گاز		
$S_L$	سرعت شعله آرام	$A$	ضریب سرعت واکنش
$t$	زمان	$a, b$	وابستگی توانی نرخ واکنش
$T$	دما	$C_p$	گرمای ویژه
$TF$	تابع پاسخ	$D$	ضریب نفوذ جرمی
$U$	سرعت	$e$	انرژی داخلی
$v$	حجم	$f$	بسامد
$Y$	نسبت جرمی	$h$	آنتالپی
$\alpha$	نفوذپذیری گرمایی	$I$	ماتریس واحد
$\lambda$	رسانایی گرمایی	$M$	جرم مولکولی
$\mu$	لزجت	$p$	فشار
$\varphi$	فاز نوسان	$Pr$	عدد پرانتل
$\rho$	چگالی	$Q$	گرمای واکنش
$\theta$	دوره تناوب	$q$	نرخ تولید گرما
$\delta$	دلتای کرونیگر	$R$	شعاع لوله
$\eta$	نرخ واکنش		

۱. کارشناس ارشد (نویسنده مخاطب)

۲. استاد

رابطه  $\omega$  بسامد نوسان‌ها،  $R$  شعاع دهانه مشعل،  $S_L$  سرعت شعله آرام و  $\beta$  نیم‌زاویه مخروط شعله است. تابع پاسخ، نسبت نوسان نرخ احتراق را به نوسان سرعت بالادست شعله مشخص می‌کند و به‌صورت زیر تعریف می‌شود:

$$TF(\omega, \varepsilon) = \frac{q'/\bar{q}}{u'/\bar{u}} \quad (1)$$

که در آن  $\varepsilon$  شدت نوسان سرعت است و  $u'$ ،  $\bar{u}$ ،  $q'$  و  $\bar{q}$  به ترتیب دامنه نوسان و مقدار متوسط سرعت، دامنه نوسان و مقدار متوسط تولید حرارت شعله را نشان می‌دهد.

شولر و همکاران [۶ و ۷] با انجام آزمایش‌هایی نشان دادند، چروکیدگی‌های سطح شعله با سرعتی معادل سرعت جریان جابه‌جا می‌شوند و مدل بهتری از سرعت گاز تازه بالادست ارائه دادند. او [۷] با به‌کارگیری همین مدل و با حل معادله  $G$  تابع پاسخ را به‌دست آورد که با آزمایش‌ها به‌خوبی مطابقت می‌کرد. در حالی که حل تحلیلی با فرض هم‌فاز بودن سرعت و خطی‌سازی معادله  $G$  از پس پیش‌بینی پاسخ به‌خصوص فاز آن بر نمی‌آمد. با توجه به نقش کلیدی سرعت جریان، با انجام آزمایش‌های دقیق‌تر مشاهده شد [۸] نحوه حرکت نوسان‌های سرعت در جریان تازه به عدد استروهال جریان که براساس قطر لوله و سرعت ورودی تعریف می‌شود بستگی دارد. به ازای اعداد استروهال کوچک، انتقال امواج به صورت جابه‌جایی انجام می‌گیرد، در حالی که به ازای اعداد استروهال بزرگ انتقال با سرعت صوت روی می‌دهد. برای اعداد استروهال متوسط هم، انتقال در قسمتی از جریان با سرعت صوت و در قسمتی با سرعت جریان اتفاق می‌افتد. مخروط گازهای تازه را می‌توان به دو قسمت تقسیم کرد: ناحیه نزدیک به شعله و شامل خود شعله که نوسان‌ها در آن با سرعت گاز جابه‌جا می‌شوند و کمی عقب‌تر، ناحیه‌ای که رفتار صوتی دارد. اندازه منطقه صوتی با افزایش عدد استروهال بزرگ‌تر می‌شود و پدید آمدن این رژیم‌ها نتیجه اثرگذاری صفحه شعله بر جریان بالادست است.

دوروکس [۹] با بررسی گستره وسیع‌تری از عدد استروهال مشاهده کرد، برخلاف اندازه پاسخ (که جز برای اعداد استروهال متوسط چندان به دامنه نوسان سرعت وابسته نیست) فاز پاسخ کاملاً به دامنه انگیزش بستگی دارد. هرچه شدت نوسان سرعت ورودی بیشتر باشد، فاز سریع‌تر به حالت اشباع می‌رسد و مستقل از بسامد می‌گردد. همچنین مقایسه با اشکال دیگر شعله نشان داد به این دلیل که نوک شعله مخروطی بخش کوچکی از آن را شامل می‌شود، پاسخ این نوع شعله نسبت به شعله  $V$  و  $M$  ضعیف‌تر است. جالب اینکه پاسخ مجموعه شعله‌های مخروطی کوچک با پاسخ تک شعله

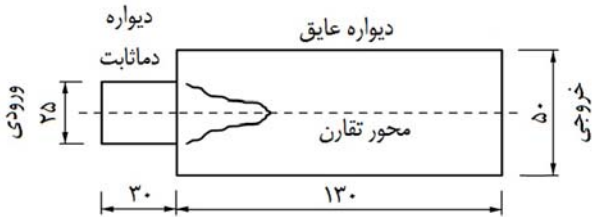
$\nu$	ضریب استوکیومتری
$\delta_L$	ضخامت شعله
$\beta$	نیم‌زاویه مخروط شعله
$\varepsilon$	دامنه نوسان سرعت
$\tau$	تنش
$\omega$	بسامد زاویه‌ای
$F$	سوخت
$k$	شماره گونه
$O$	اکسیدکننده

### مقدمه

ناپایداری گرمایی- صوتی یکی از عوامل عملکرد نامناسب محفظه‌های احتراق است که نوسان نیروی جلوبرنده، ارتعاش و افزایش انتقال حرارت به سطوح را ممکن است در پی داشته باشد. ناپایداری در نتیجه اندرکنش و هماهنگی مخرب شعله و میدان صوت پدید می‌آید. به این صورت که نوسان تولید انرژی شعله باعث تقویت میدان صوت شده و نوسان سرعت و فشار به نوبه خود نوسان شعله را موجب می‌گردد. رفتار شعله در میدان صوت و چگونگی پاسخ آن نقش تعیین‌کننده‌ای در وضعیت پایداری محفظه احتراق دارد. به‌منظور تحلیل پایداری می‌توان کل محفظه احتراق را به روش عددی حل کرد [۱]، پاسخ شعله را به‌عنوان یک جزء به‌دست آورد و به روشی تحلیلی مانند روش شبکه در مرجع [۲] پایداری را بررسی کرد یا اینکه اجزای تشکیل‌دهنده محفظه احتراق از جمله شعله را به‌صورت مجزا شناسایی کرد و بعد به هم ارتباط داد [۳]. به هر حال در تمام این روش‌ها رفتار شعله که منبع تأمین انرژی میدان صوت است باید مشخص گردد.

شعله مخروطی به این علت که در محل تشکیل به خوبی ثابت و پایدار می‌ماند گزینه مناسبی است؛ برای اینکه صحت عملکرد یک روش عددی در یافتن پاسخ شعله آزموده شود، شکل ظاهری شعله مخروطی تحت نوسان‌های سرعت بررسی و مشاهده شده بود [۴] که بسته به بسامد و شدت انگیزش شعله می‌تواند سه حالت مختلف داشته باشد. در بسامدهای پایین و انگیزش خفیف، حالت چروکیده ولی متقارن- محوری به خود می‌گیرد، اگر نوسان شدیدتر باشد و بسامد بالاتر، با بسامدی برابر نصف بسامد جریان نوسان می‌کند و اگر انگیزش همچنان قوی‌تر شود، شعله تقارن و پایداری خود را از دست می‌دهد و به‌صورت آشفته حرکت می‌کند. دو کریوکس [۵] بسامد بی‌بعد  $\omega^* = \omega R / S_L \cos \beta$  را معرفی کرد تا شامل همه متغیرهای تأثیرگذار بر پاسخ شعله باشد و با این تعریف پاسخ شعله تنها به یک پارامتر مستقل بستگی خواهد داشت. در این

مخروطی تفاوت دارد. هندسه میدان و شرایط مرزی و اولیه پرداخته خواهد شد و در نهایت نتایج حل و مقایسه آن با نتایج تجربی ارائه می شود.



شکل ۱- هندسه میدان جریان (ابعاد به میلی متر)

## روش حل

روش حل در این مقاله شامل حل معادلات جریان به اضافه معادلات مربوط به احتراق، الگوریتم حل معادلات و شرایط مرزی و اولیه است که در ادامه به تفصیل بیان شده است.

### معادلات حاکم

معادلات جریان به اضافه معادلات مربوط به احتراق باید حل شود. معادله پیوستگی به صورت رابطه (۲) است.

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \bar{u}) = 0 \quad (2)$$

معادله تکانه بدون در نظر گرفتن گرانش به شکل رابطه (۳) درمی آید:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \bar{u}) + \nabla \cdot (\rho \bar{u} \bar{u}) = -\nabla p + \nabla \cdot \bar{\tau} \quad (3)$$

که  $\bar{\tau}$  تانسور تنش برشی است و به صورت رابطه (۳) تعریف می شود:

$$\bar{\tau} = \mu \left[ \nabla \bar{u} + \nabla \bar{u}^T - \frac{2}{3} \nabla \cdot \bar{u} \delta_{ij} \right] \quad (4)$$

که  $\delta_{ij} = 1$  اگر  $i = j$  و  $\delta_{ij} = 0$  اگر  $i \neq j$ . برای گونه های شیمیایی باید معادله بقای جرم با صرف نظر از اثر سورت<sup>۴</sup> [۱۳] به صورت رابطه (۵) حل شود:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho Y_k) + \nabla \cdot (\rho \bar{u} Y_k) = \nabla \cdot (\rho D_k \nabla Y_k) + \dot{\eta}_k \quad (5)$$

$Y_k$  نسبت جرمی گونه  $k$  و  $D_k$  ضریب نفوذ آن در مخلوط است. سرعت نفوذ از رابطه فیک<sup>۵</sup> محاسبه شده است، که یک قانون تقریبی است [۲]. جمع تساوی های بقای جرم برای تمام گونه ها باید همان تساوی بقای جرم اصلی یعنی رابطه (۲) باشد. اگر برای تمام گونه ها از اعداد لوییس برابر استفاده شود،  $\nabla \cdot (\rho \sum D_k \nabla Y_k) = 0$ ، این تساوی برقرار می ماند؛ اما، هنگامی که برای هر گونه ضریب

کریمی [۱۰] با قراردادن یک محفظه دور شعله، دامنه نوسان سرعت را بدون خاموش شدن شعله تا ۹۰ درصد افزایش داد و به این نتیجه رسید که تبدیل جریان بالادست از رژیم جابه جایی به رژیم صوتی نه تنها در بسامدهای بالا بلکه در شدت نوسان زیاد نیز رخ می دهد که در این صورت تأخیر زمانی بین نوسان تولید حرارت و نوسان سرعت متناسب با عکس بسامد می شود ( $\theta \propto 1/f$ ) و فاز (که به صورت  $\varphi = 2\pi f \theta$  تعریف می شود) ثابت و مستقل از بسامد می شود. آن ها همچنین از تأثیر جزئی نسبت هم آرزوی بر پاسخ خبر دادند که نمی توان این تأثیرگذاری را صرفاً با تغییر سرعت شعله توجیه کرد. تصویربرداری ها نشان می داد، چروکیدگی های سطح شعله حین حرکت به سمت پایین دست شدت می گیرند؛ اما در حالت غیرخطی قبل از رسیدن به نوک به بیشترین حد خود می رسند. محل این پیشینه تعیین کننده فاز پاسخ است.

در این مقاله، تأثیر نوسان های سرعت ورودی بر شعله مخروطی آرام متان/ هوا با دینامیک سیالات محاسباتی بررسی می شود. از آنجاکه در گستره وسیعی از شدت و بسامد انگیزش شکل شعله متقارن- محوری است، می توان از حجم سنگین محاسبات سه بعدی پرهیز کرد. این که با معادله جی<sup>۳</sup>، پاسخ شعله به دست آمده ثابت می کند که شعله از طریق تغییرات مساحت به نوسان ها پاسخ می دهد. محاسبه مساحت شعله در گذر زمان نشان داده است تغییر تولید حرارت به تغییر مساحت شعله ارتباط دارد [۱۰]. هنگام حل احتراق با معادله جی، شعله تنها به صورت مرزی بین گازهای سوخته و نسوخته فرض می شود و هیچ ساختاری برای آن منظور نمی گردد و تحولاتی که در عرض شعله واقعی روی می دهد شبیه سازی نمی شود. موفقیت این شیوه نشان می دهد یک مدل احتراقی که تبدیل واکنش دهنده ها به فرآورده ها را شبیه سازی کند برای دست یابی به هدف این تحقیق کفایت می کند. حال آنکه مدل احتراقی مورد استفاده در این مقاله، شعله را با جزییات به مراتب بیشتری مدل می کند. در ضمن به دلیل بلندی طول موج صوتی، تمام نقاط در عرض شعله هم فاز هستند و امواج اگر تأثیری موضعی روی شعله داشته باشند این تأثیر از طریق تغییر کمیت های ترمودینامیک خواهد بود که این مسائل در مدل احتراقی حاضر پیش بینی شده است. علاوه بر حالت پایا، پدیده های گذرای مربوط به شعله آرام پیش مخلوط هم با واکنش تک مرحله ای شبیه سازی شده است [۱۱ و ۱۲] و این امیدواری را ایجاد می کند که احتراق را در مسئله حاضر بتوان با یک واکنش شبیه سازی کرد. ابتدا، معادلات حاکم بر جریان و نحوه حل احتراق توضیح داده می شود. سپس به

4. Soret  
5. Fick

3. G-equation

سادگی، نتایج مطلوبی دارد [۱۶]. ظرفیت حرارتی گاز مقدار متوسط جمله از صفر منحرف می‌شود. از این رو معادله بقای جرم یکی از گونه‌ها حل نمی‌شود و بقای جرم کل به اضافه بقای جرم  $N-1$  گونه حل می‌شود تا توازن بین معادلات و مجهولات محفوظ بماند. برای اینکه این خطای غلظت نسبت به مقدار متوسط آن به حداقل برسد، گونه‌ای به عنوان گونه  $N$  انتخاب شد که بیشترین غلظت را داشته باشد. غلظت گونه  $N$  ام، که نیتروژن است، از جمع جبری  $Y_N = 1 - \sum_{k=1}^{N-1} Y_k$  به دست می‌آید. نتایج نشان خواهد داد این خطا بسیار ناچیز بوده است (شکل ۲).

نرخ تولید یا مصرف مواد در نتیجه واکنش، به وسیله رابطه آرنیوس محاسبه می‌شود [۱۴]:

$$\dot{\eta}_k = \nu_k M_k A e^{T_a/T} \left( \frac{\rho Y_F}{M_F} \right)^a \left( \frac{\rho Y_O}{M_O} \right)^b \quad (6)$$

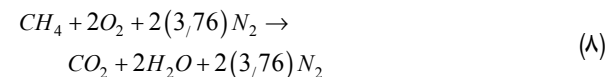
در این رابطه،  $M_k$  جرم مولکولی و  $\nu_k$  ضریب استوکیومتری گونه  $k$  در واکنش است که برای محصولات مثبت و برای واکنش‌دهنده‌ها منفی منظور می‌شود. زیرنویس  $O$  و  $F$  به ترتیب یعنی سوخت و اکسنده و باید توجه داشت، اکسنده اکسیژن است نه هوا.  $T_a = E_a/R_u$  دمای فعال‌سازی نام دارد و  $E_a$  انرژی فعال‌سازی و  $R_u$  ثابت جهانی گاز است.  $A$ ،  $a$  و  $b$  پارامترهای مدل احتراقی هستند.

معادله انرژی به صورت زیر بیان می‌شود:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho e_t) + \nabla \cdot (\rho \bar{u} e_t) = \nabla \cdot (\lambda \nabla T) + \nabla \cdot \left( \left( \bar{\tau} - pI \right) \bar{u} \right) + q''' \quad (7)$$

در این معادله،  $I$  ماتریس واحد و  $e_t = e + \bar{u} \cdot \bar{u} / 2$  انرژی داخلی است که آنتالپی تشکیل را شامل نمی‌شود. همچنین آنتالپی تشکیل گونه‌هاست. چون ظرفیت حرارتی مخلوط تابع ترکیب آن منظور نخواهد شد انتقال حرارت به دلیل نفوذ جرم از معادله انرژی حذف شده است.

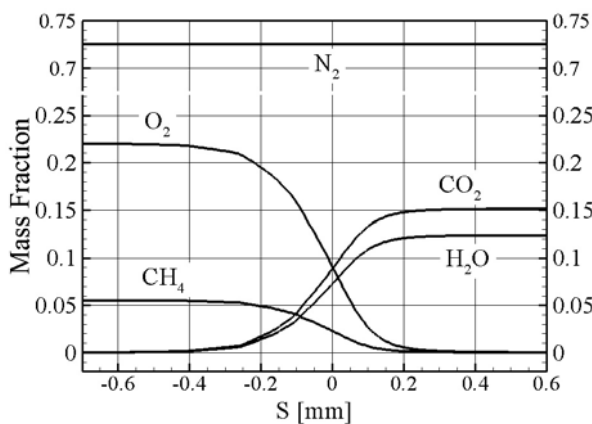
احتراق متان با هوا با واکنش یک مرحله‌ای یک‌طرفه زیر مدل‌سازی می‌شود.



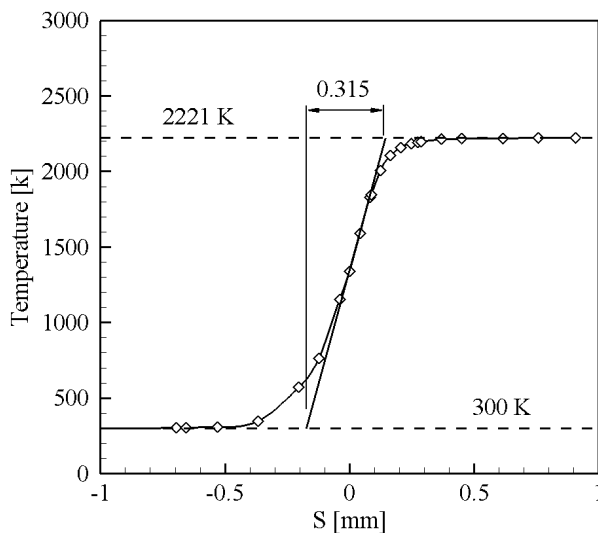
برای لزجت جریان احتراقی متان و هوا رابطه  $\mu = \mu_c (T/T_c)^{0.7}$  پیشنهاد شده است [۱۵] با  $\mu_c = 1,7 \times 10^{-5} N.s/m^2$  و  $T_c = 300 K$ . عدد پرانتل  $Pr = 0.7$  منظور و فرض شد هر گونه شیمیایی عدد لوییس مخصوص به خود دارد که ثابت است و به ترکیب مخلوط وابسته نیست (جدول ۱). محاسبه ضریب نفوذ به این روش، در عین

جدول ۱- اعداد لوییس مواد

گونه شیمیایی	$CH_4$	$O_2$	$N_2$	$CO_2$	$H_2O$
عدد لوییس	۰,۹۷	۱,۱۱	۱,۰۰	۱,۳۹	۰,۸۳



شکل ۲- روند تغییر غلظت گونه‌ها در عرض شعله



شکل ۳- دما در عرض شعله و ضخامت حرارتی

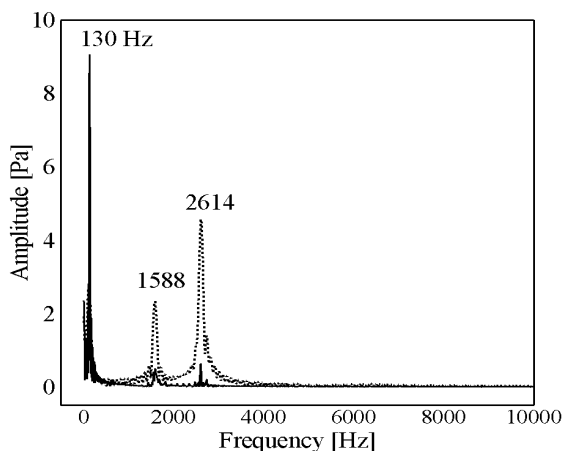
### الگوریتم حل معادلات

روش عددی باید هم شعله و هم امواج صوتی را در اعداد ماخ بسیار کم به درستی شبیه‌سازی کند. از این رو الگوریتم عددی فشار مبنای

درصد اکسیژن و بقیه نیتروژن منظور شد. دیواره لوله دمای ثابت ۳۰۰ کیلوگرم دارد. چون همیشه جریان سرد از این لوله عبور می‌کند در عمل دمای لوله به همین اندازه پایین است.

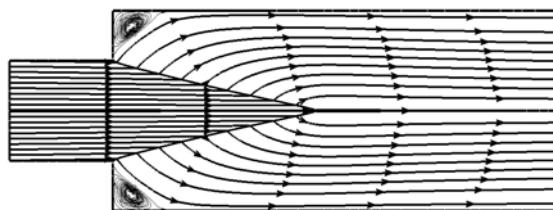
در خروجی فشار ثابت اتمسفری اعمال شد. محفظه آدیاباتیک است. با این شرایط امواج صوتی در برخورد به مرزها بازتاب می‌کنند؛ اما، طول موج صوت در بالاترین بسامد مورد نظر در گازهای سرد و گرم به ترتیب ۲ و ۴/۵ متر و همچنان بسیار بلندتر از میدان حل به طول ۰/۱۶ متر است. بسامدهای طبیعی محفظه (چنانچه از مقایسه طول موج صوت با طول محفظه پیداست) بسیار بالاتر از بسامدهای انگیزش هستند. نرخ میرایی نوسان‌ها با بسامد آن‌ها متناسب است و نوسان‌های طبیعی محفظه حتی اگر از انگیزش اجباری ورودی انرژی جذب کنند، با توان بالایی انرژی از دست می‌دهند. این اولین باری نیست که پاسخ شعله درون یک محفظه بررسی می‌شود. در واقع هندسه این مقاله همان هندسه آزمایش‌های کریمی [۱۰] است که در آن تحقیق اثری از بسامدهای تشدید دیده نشده است. در ضمن سیگنال فشار برای مشاهده نوسان احتمالی با بسامد بالاتر مدام در طول حل بررسی می‌شود. تبدیل فوریه فشار در شکل (۵) نشان می‌دهد، بسامدهای بالاتری در ابتدای حل وجود دارد که به مرور زمان از بین می‌رود.

با شرایط مرزی یادشده لزومی ندارد که شعله‌ای تشکیل شود؛ به همین دلیل باید با شرایط اولیه مناسب شعله را به وجود آورد. شرایط اولیه غیر از این اهمیت دیگری ندارد. در آغاز در حالی که فشار در تمام میدان اتمسفری و سرعت صفر است، دما درون لوله ورودی ۳۰۰ کیلوگرم و ترکیب آن استوکيومتری منظور شد؛ اما دمای محفظه احتراق معادل دمای شعله متان ۲۲۲۶ کیلوگرم و ترکیب گازها مطابق محصولات احتراق که شامل ۱۵ درصد دی‌اکسید کربن و ۱۲ درصد بخار آب است قرار داده شد.



شکل ۵- بسامدهای فشار ورودی در ابتدای اعمال نوسان سرعت (....) و بعد از رسیدن به حالت شبه پایدار (—)

همزمان به صورت تراکم‌پذیر به کار رفت که معادلات پیوستگی و تکانه را در کنار هم حل می‌کند تا از میرایی غیرواقعی امواج صوتی جلوگیری شود. حل گذرا با زمان و به کمک نرم‌افزار فلونتت انجام می‌گیرد. مرتبه گسسته‌سازی‌ها در مکان و زمان ۲ است و معیار همگرایی افت پنج مرتبه‌ای خطا برای تمام معادلات است. شبکه در ناحیه‌ای که احتراق صورت می‌گیرد باید بسیار ریز باشد، ولی، در بقیه مناطق تغییرات مکانی به این اندازه شدید نیست. به همین دلیل شبکه‌بندی از نوع تطبیقی است که اندازه سلول‌های آن با توجه به محل شعله تنظیم می‌شود و معیار ریز شدن شبکه گرادیان نرخ واکنش است. برای این که اندازه شبکه در محل شعله مناسب باشد باید ضخامت شعله تخمین زده شود. ضخامت حرارتی که شیب منحنی دما را می‌سجد به صورت  $\delta_L = (T_2 - T_1) / \max(|\partial T / \partial x|)$  تعریف می‌شود که  $T_1$  و  $T_2$  به ترتیب دمای گاز تازه و دمای گاز سوخته است. این ضخامت را قبل از حل می‌توان با رابطه بلینت [۲] یعنی  $\alpha_1 / S_L = 2(T_2 / T_1)^{0.7} \delta_L$  محاسبه کرد. نفوذپذیری حرارتی جریان سرد  $\alpha_1$  را با روش و فرضیاتی که در بخش معادلات حاکم بیان شد می‌توان محاسبه کرد و در نهایت با سرعت شعله متان که  $S_L = 40 \text{ cm/s}$  است [۱۴]،  $\delta_L = 0.309 \text{ mm}$  به دست می‌آید. شبکه پایه، یک شبکه منظم با سلول‌های مربعی به اندازه ۱/۲۵ میلی‌متر است که تا ۵ مرحله اجازه تقسیم شدن دارد. طوری که اندازه سلول‌ها در محل شعله به ۰/۰۳۹ میلی‌متر می‌رسد. به این ترتیب در عرض شعله نزدیک به ۸ سلول جا می‌گیرد (شکل ۴).



شکل ۴- انحراف مسیر خطوط جریان در گذر از شعله

### شرایط مرزی و اولیه

هندسه میدان حل مانند شکل (۱)، شامل یک لوله و یک استوانه است که گازهای تازه از لوله وارد شده، شعله در دهانه آن و درون محفظه احتراق استوانه‌ای تشکیل می‌شود و گازهای سوخته از سر دیگر محفظه خارج می‌شود. در ورودی سرعت و دمای گاز به ترتیب ۱/۸ متر بر ثانیه و ۳۰۰ کیلوگرم تعیین شد. ترکیب گازهای ورودی نیز مطابق نسبت استوکيومتری است، یعنی ۵۵ درصد متان، ۲۲

## نتایج

در این بخش حالت پایا و اعمال نوسان سرعت به منظور حصول نتایج شرح داده می‌شود.

### حالت پایا

ابتدا حل پایای شعله مخروطی با اعمال سرعت ثابت در ورودی به دست آمد. دمای گاز هنگام خروج از محفظه احتراق ۲۲۲۱ کیلوگرم و ترکیب آن ۱۵/۱ درصد دی‌اکسید کربن، ۱۲/۴ درصد آب و ۷۲/۵ درصد نیتروژن است. این ارقام با احتراق استوکیومتری متان / هوا مطابقت کامل دارد و نسبت جرمی نیتروژن هم نسبت به ورودی تغییری نکرده است. شکل (۲) چگونگی تغییر نسبت جرمی گونه‌ها را در عرض شعله نشان می‌دهد. به جز قسمت نوک، بقیه نقاط شعله انحنا چندان ندارد و سرعت شعله همه جا تقریباً برابر سرعت شعله تخت خواهد بود. به همین دلیل برای یافتن سرعت شعله به روش آزمایشگاهی از شعله مخروطی می‌توان استفاده کرد [۱۹]. پس از محاسبه مساحت شعله  $A_F$ ، سرعت شعله به دست می‌آید:

$$S_L = U_{in} \frac{A_{in}}{A_F} = 38 \frac{cm}{s} \quad (9)$$

در رابطه  $U_{in}$  سرعت و  $A_{in}$  جریان ورودی مساحت است. این سرعت مقدار مطلوبی است و با سرعت شعله متان / هوا تنها تفاوت جزئی دارد. در واقع مقدار مطلق سرعت اهمیت چندانی ندارد زیرا هدف نهایی به دست آوردن پاسخ شعله بر حسب بسامد بی بعد  $\omega$  است که سرعت در بی بعد شدن آن نقش خود را ایفا خواهد کرد.

یکی از ویژگی‌های شعله که صحت آن قبل از به دست آوردن پاسخ باید بررسی شود، ضخامت شعله است. شعله پیش مخلوط ذاتاً انواعی از ناپایداری دارد که به طبیعت داخلی آن برمی‌گردد. برای شعله متان که عدد لوییس آن نزدیک به واحد است مکانیزم نفوذی- حرارتی اثر پایدارکنندگی دارد و از سوی دیگر مکانیزم هیدرودینامیکی مانند هر شعله دیگری اثر ناپایدارکنندگی. اینکه کدام مکانیزم بر دیگری غلبه می‌کند و صفحه شعله به چه شکل درمی‌آید به نسبت ضخامت شعله به طول موج سطح آن وابسته است [۲۰]. از این رو لازم است ضخامت شعله به درستی شبیه‌سازی شده باشد. بیشترین شیب نمودار دما بر حسب مکان در گذر از شعله (عمود بر صفحه شعله) به دست آمد تا ضخامت حرارتی شعله محاسبه شود. این ضخامت همان‌طور که شکل (۳) نشان می‌دهد برابر ۰/۳۱۵ میلی‌متر است که به مقدار محاسبه شده مرجع [۱۷] یعنی ۰/۳۲۸ میلی‌متر بسیار نزدیک است. در ضمن روند افزایش دما در تمام نقاط شعله به جز نوک مخروط مشابه بود.

همان‌طور که شکل (۴) نشان می‌دهد، مسئله انحراف خطوط جریان با عبور از شعله نیز به درستی شبیه‌سازی شده است. این موضوع نشان می‌دهد تغییر چگالی در نتیجه احتراق پیش‌بینی شده است.

### اعمال نوسان سرعت

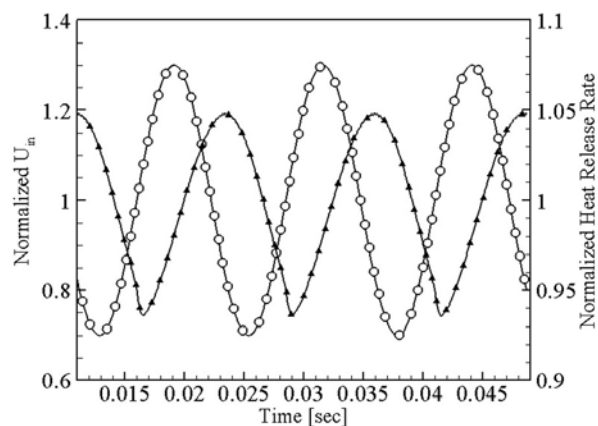
انگیزش صوتی با قراردادن سرعت ورودی به صورت  $u_{in} = \bar{u} + u' \sin(2\pi f t)$  اعمال شد که سرعت متوسط  $\bar{u}$  همان سرعت ورودی حالت پایاست. نوسان سرعت ( $u' = \varepsilon \bar{u}$ ) با دامنه  $\varepsilon = 15\%$  و  $\varepsilon = 30\%$  و بسامد  $f = 10 - 170 \text{ Hz}$  آزموده شد. با اعمال شرایط مرزی جدید، ابتدا تغییرات نامنظمی در کمیت‌ها دیده می‌شود؛ اما، بعد از گذشت حداکثر سه الی چهار دوره زمانی پدیده‌های گذرای ابتدایی سپری می‌شود و تنها نوسان‌هایی که بسامد اجباری  $f$  دارند مشاهده می‌شود.

در لحظات اولیه که سرعت ورودی به طور ناگهانی تغییر می‌کند، امواج فشاری نسبتاً قوی پدید می‌آید که میراشدن آن‌ها مدتی طول می‌کشد. در این حین سیگنال فشار (که در محل ورودی ثبت می‌شد) دارای دو تناوب با بسامدهای تقریباً ۱۶۰۰ و ۲۶۰۰ هرتز است که ابتدا قوی‌تر از نوسان اجباری هستند که به مرور زمان تضعیف می‌شوند و شدت آن‌ها از شدت نوسان اجباری کم‌تر می‌شود (شکل ۵). این دو بسامد که در تمام حالت‌های بررسی شده دقیقاً تکرار می‌شوند، احتمالاً بسامدهای طبیعی محفظه هستند. محاسبه بسامدها و شکل موج‌های طبیعی که برای محاسبات پایداری ضروری است با حل معادله موج در هندسه محفظه امکان‌پذیر نیست؛ چون اگرچه در دو طرف شعله فشار صوتی تغییری ندارد، سرعت صوتی متناسب با میزان تولید حرارت شعله جهش می‌کند و از این رو در محاسبات باید لحاظ شود.

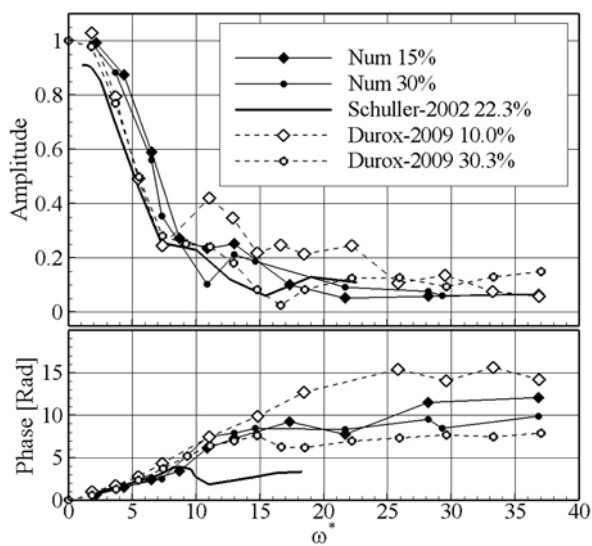
برای اندازه‌گیری میزان تولید حرارت شعله به صورت آزمایشگاهی راه مستقیمی وجود ندارد و میزان تابش کلی شعله یا مساحت شعله با تصویربرداری اندازه‌گیری می‌شود. اعتقاد بر این است که تناسب خوبی بین تولید حرارت و این دو کمیت وجود دارد، هر چند در استفاده از این روش‌ها در شرایط مختلف شعله باید دقت کرد [۲۱] و مشاهده شده که این دو ۱۴ درصد می‌توانند اختلاف داشته باشند [۱۰]؛ اما، در روش عددی چون نرخ واکنش در هر نقطه محاسبه می‌شود می‌توان مستقیماً نرخ تولید حرارت و نوسان آن را برای به دست آوردن پاسخ شعله محاسبه کرد. نرخ تولید حرارت  $q$  متناسب با نرخ انجام واکنش  $\dot{\omega} = \dot{\omega}_k / \nu_k M_k$  در نظر گرفته شد. چرا که با توجه به معادله (۶) و (۷):

$$q = \int_V q''' dv = - \int_V \sum_k \Delta h_{f,k} \dot{\eta}_k = - \int_V \sum_k (\nu_k M_k \Delta h_{f,k}^{\circ}) \dot{\eta}_k = Q \int_V \dot{\eta} dv \quad (10)$$

کنند. اختلاف گاهی به ۱۰۰ درصد هم می‌رسد و حتی در یک نقطه اندازه تابع پاسخ در یکی از آزمایش‌ها چندین برابر تحقیق مینا بوده است. جالب اینکه نتایج [۶] و [۹] مربوط به یک گروه از محققان است که با چند سال اختلاف اندازه‌گیری شده است. در کنار نتایج تجربی، نتایج عددی مقاله حاضر نیز ترسیم شده است. با توجه به پراکندگی نتایج تجربی می‌توان گفت حل عددی خطای زیادی ندارد.



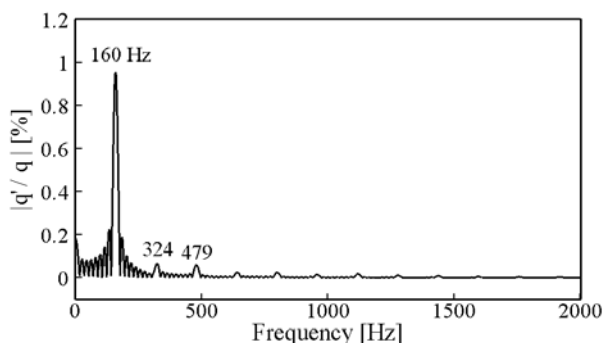
شکل ۷- تغییرات سرعت (○) و نرخ تولید حرارت (▲) برای بسامد ۸۰ و شدت ۳۰ درصد



شکل ۸- اندازه و فاز تابع پاسخ حاصل از حل عددی (● و ◆) در مقایسه با نتایج تجربی (○ و ◇) و تئوری (—)

اندازه پاسخ برای بسامد بسیار کم در  $\omega^* = 2$  همان‌طور که انتظار می‌رود به واحد نزدیک است و این یعنی تولید حرارت در هر لحظه تقریباً با میزان تأمین سوخت ورودی متناسب است و این دو اختلاف فازی ندارند. در محدوده  $\omega^* = 4$  تا  $\omega^* = 7$  پاسخ عددی بزرگ‌تر از نتایج تجربی و تحلیلی است. آزمایش‌ها نشان داده بود به ازای  $\omega^* = 7$  تا  $\omega^* = 11$  اندازه پاسخ به شدت انگیزش بستگی دارد.

ضریب تناسب گرمای واکنش  $Q$  است که به مقدار آن نیازی نیست زیرا مقدار نسبی تغییرات مورد توجه قرار می‌گیرد. پس در هر گام زمانی انتگرال حجمی نرخ واکنش روی تمام میدان محاسبه و ثبت شد. هرچند با توجه به اینکه نرخ واکنش همه جا به جز روی جبهه شعله عملاً صفر بود، اگر این محاسبه صرفاً به شعله محدود می‌شد هم نتیجه تفاوتی نداشت. تبدیل فوریه FFT روی سیگنال تولید حرارت صورت گرفت که نتیجه آن برای بسامد ۱۶۰ هرتز در شکل (۶) نشان داده شده است. نوسان اصلی با بلندترین قله مربوط به خود بسامد ۱۶۰ هرتز است و چند قله بسیار ضعیف‌تر هم در ۳۲۴، ۴۷۹ هرتز و غیره دیده می‌شود که به هارمونیک‌های بالاتر مربوط هستند.



شکل ۶- تبدیل فوریه سیگنال تولید حرارت برای بسامد ۱۶۰ هرتز و شدت ۳۰ درصد

نرخ تولید حرارت با اینکه تناوبی است، برخلاف سرعت ورودی در بیشتر موارد به صورت کاملاً سینوسی تغییر نمی‌کند. مقدار متوسط نوسان تولید حرارت با میانگین‌گیری به دست می‌آید. این مقدار در تمام بسامدها و شدت انگیزش‌ها با تولید حرارت شعله پایا برابر بود. چون شعله همان مقدار سوختی را که از ورودی تأمین می‌شود به مصرف می‌رساند، که مقدار متوسط زمانی آن با حالت پایا یکسان است. دامنه نوسان هم نصف اختلاف بیشینه و کمینه منظور شد. شکل (۷) سرعت و تولید حرارت را بر حسب زمان برای بسامد ۸۰ هرتز نشان می‌دهد که مقادیر این نمودار با مقدار متوسط بی‌بعد شده‌اند. با تقسیم دامنه‌های نوسان، مقدار تابع تبدیل به دست می‌آید. اختلاف فاز بین تولید حرارت و سرعت از فاصله زمانی  $\theta$  بین عبور این دو کمیت از مقدار متوسط به دست آمد که فاز تابع تبدیل را نتیجه می‌دهد  $\varphi = 2\pi f\theta$ .

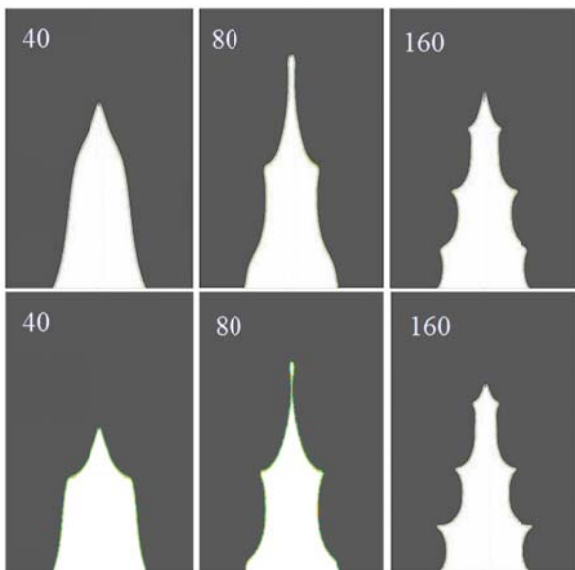
اندازه و فاز پاسخ در شکل (۸) بر حسب بسامد بی‌بعد در کنار نتایج تجربی [۹] و تحلیلی [۶] نشان داده شده است. شکل (۹) نیز اختلاف نسبی اندازه‌گیری‌های تجربی را برای شدت انگیزش ۳۰ درصد نشان می‌دهد. این اختلاف‌ها نسبت به اندازه‌گیری دوروس در مرجع [۹] سنجیده شده است. به‌طور کلی، نتایج تجربی منابع مختلف انطباق کامل ندارند و تنها می‌توانند روند تغییرات را بیان



شدن ناحیه‌ای با نرخ احتراق بالا میزان تولید حرارت شعله را بالا برده و سیگنال مربوطه کمی از حالت سینوسی خارج می‌شود. همان‌طور که در نتایج [۹] اشاره شده است، دینامیک نوک شعله تأثیر چندانی بر پاسخ شعله مخروطی ندارد؛ اما، شعله‌هایی که مساحت آن‌ها در قسمت دور از پایه شعله قرار دارد، بخش عمده‌ای از مساحت کلی شعله را تشکیل می‌دهد. باید انتظار داشت جدا شدن بسته‌های گازهای تازه و اغتشاش‌های آن ناحیه تولید حرارت را به شدت نوسان دهد.

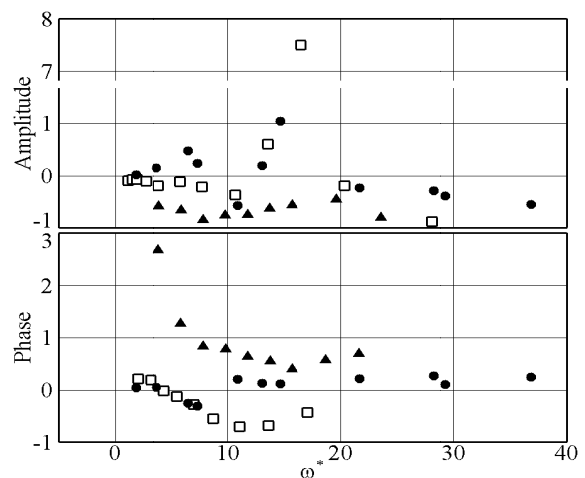
### بحث

انحنایی که در سطح شعله پدید می‌آید به لبه‌هایی تیز به سمت گازهای سوخته تبدیل می‌شوند که علت آن ناپایداری ذاتی هیدرودینامیکی و نفوذی- حرارتی شعله پیش مخلوط است [۲۲]. بررسی فاصله بین این لبه‌ها ثابت می‌کند حرکت روی سطح از نوع جابه‌جایی است و صوتی نیست. برای مثال در مورد شعله مربوط به بسامد ۱۳۰ هرتر طول موج سطح در میانه شعله  $\lambda_r = 15.5 \text{ mm}$  است. مخروط شعله با جریان زاویه ۱۱/۹ درجه می‌سازد و تصویر سرعت در این امتداد ۱/۷۶ متر بر ثانیه می‌شود و طول موج جابه‌جایی  $\lambda_{conv} = 13.5 \text{ mm}$  را موجب می‌شود که به  $\lambda_r$  بسیار نزدیک است. بررسی سرعت گاز درون مخروط نشان داد هر چه گاز به سمت پایین‌دست و نوک مخروط می‌رود، سرعت محوری (که تابع مکان محوری هم هست و به شعاع بستگی ندارد) بیشتر می‌شود. پس طول موج جابه‌جایی کوتاه‌تر از واقعیت محاسبه شد و اختلاف آن با طول موج سطح شعله از این هم کمتر است. در شکل (۱۰) هم می‌توان دید که فاصله بین لبه‌ها در قسمت بالای شعله بیشتر از قسمت پایینی است.



شکل ۱۰- تصویر شعله در بسامدهای مختلف (اعداد درون تصاویر) و شدت انگیزش ۱۵ درصد (بالا) و ۳۰ درصد (پایین)

درحالی‌که برای شدت کم روند افزایشی طی می‌کند و برای شدت بالا کاهش می‌یابد. همین تفاوت رفتار در نتایج عددی هم دیده می‌شود. در بسامدهای بالا پاسخ حل عددی کوچک‌تر از مشاهدات تجربی است. فاز پاسخ تا  $\omega^* = 15$  تطابق خوبی با نتایج آزمایشگاهی دارد و نرخ صعودی ثابتی به خود می‌گیرد. این درحالی‌است که نتایج تئوری پس از  $\omega^* = 8$  منحرف می‌شود. بعد از  $\omega^* = 15$  اختلاف‌هایی بین حل عددی و آزمایش بروز می‌کند. با این وجود مانند آزمایش فاز در بسامدهای بالا تغییر چندانی ندارد. نمودارهای مربوط به شدت کمتر به اختلاف فازهای بیشتر می‌رسند. فاز مربوط به شدت ۱۵ درصد است، به همین دلیل بین شدت‌های ۱۰ درصد و ۳۰ درصد قرار می‌گیرد.



شکل ۹- اختلاف نسبی نتایج شولر [۶] (□)، کریمی [۱۰] (▲) و عددی (●) با دوروکس [۹]

شکل (۱۰) شعله‌های مخروطی را که تحت انگیزش قرار گرفته‌اند در بسامدها و شدت نوسان‌های مختلف نشان می‌دهد. این تصاویر که بیانگر غلظت متان هستند، به یک لحظه و یک فاز از نوسان مربوط می‌شود. با گذشت زمان اعوجاج‌های سطح شعله به سمت نوک شعله حرکت می‌کنند. هر چه بسامد بیشتر باشد، تعداد چروکیدگی‌ها و لبه‌های تیز افزایش می‌یابد.

در شدت انگیزش بالاتر، هنگامی که یکی از بخش‌های مقعر شعله به نوک مخروط نزدیک می‌شود، حلقه فرورفتگی‌ها تنگ‌تر و تنگ‌تر می‌شود تا جایی که بخشی از گازهای تازه نوک مخروط از آن جدا شده و به‌صورت جابجایی مجزا در محاصره گازهای گرم سوخته قرار می‌گیرد. از این جا به بعد انتقال حرارت به این حباب تازه نسوخته به دلیل افزایش مساحت تماس با گازهای گرم به شدت ارتقا می‌یابد و نرخ احتراق را افزایش می‌دهد. سوختن انفجارگونه این ناحیه سریع‌تر از معمول است و اگر گام زمانی به اندازه کافی کوچک نباشد حل با واگرایی مواجه خواهد شد. البته گام زمانی به اندازه‌ای انتخاب شد که برای حل این پدیده به علاوه درک بسامدهای بالا مناسب باشد. اضافه

عمق نفوذ نوسان این کمیت های ترمودینامیک در میدان جریان بسته به بسامد و شدت انگیزش (طبق توضیحات قبل) متفاوت است. با این حال چون در میدان صوتی نسبت سرعت نوسانی به سرعت صوت (و نه سرعت متوسط) با نسبت فشار نوسانی به فشار متوسط متناسب است، این نوسان سرعت است که به طور عمده در جریان مشاهده می شود. در این تحقیق هم، درحالی که سرعت نسبت به مقدار متوسط خود با دامنه ۳۰ درصد نوسان دارد، فشار نسبت به مقدار متوسط خود حداکثر ۰/۰۲ درصد نوسان می کند. بنابراین، تغییرات شعله عمدتاً ناشی از نوسان سرعت است و پاسخ براساس نوسان سرعت صوت ارائه می شود.

### نتیجه گیری

چگونگی تأثیرپذیری شعله مخروطی پیش مخلوط آرام از نوسان های سرعت با روش عددی بررسی شد. اندازه و فاز تابع پاسخ به دست آمد و با نتایج تجربی مقایسه شد که به طور کلی تطابق دارد. در بسامدهای پایین، اندازه کمی قوی تر از آزمایش و در بسامدهای بالا کمی ضعیف تر بود. فاز تابع پاسخ تا  $\omega^* = 15$  کاملاً بر نتایج تجربی منطبق و پس از آن اختلاف جزئی پیدا می کند، درحالی که همچنان روندی مشابه با آزمایش را طی می کند. اشباع فاز در بسامدهای بالا رخ داد که نشان می دهد تغییر الگوی جریان به رژیم صوتی به خوبی شبیه سازی شده است. تعداد چروکیدگی های سطح شعله متناسب با بسامد و عمق آن ها متناسب با شدت انگیزش است. تشکیل لبه های تیز که نتیجه ناپایداری ذاتی است مشاهده و مشخص شد اعوجاج های سطح با سرعت گاز تازه حرکت می کنند.

بنابراین، تا وقتی که طول موج صوتی بسیار بزرگ تر از ضخامت شعله است و نوسان های صوتی از طریق ایجاد مناطق کم سرعت و پرسرعت و به نوسان در آوردن مساحت شعله بر آن اثر می گذارند، به وسیله یک مدل احتراقی ساده یک مرحله ای که سرعت و ضخامت شعله و تغییر چگالی گاز در گذر از آن را شبیه سازی کند می توان پاسخ شعله را به دست آورد. همچنین نیازی به مدل سازی جداگانه صوت نیست چرا که در این تحقیق صرفاً همان معادلات حاکم بر جریان دخیل بوده اند. البته تأثیر مکانیزم های احتراقی با دقت بیشتر می تواند موضوع تحقیقات آینده باشد.

در ادامه لازم است پاسخ شعله هایی با قطر کوچک تر نیز به دست آید و با هم مقایسه شود تا مشخص شود ناپایداری های ذاتی شعله تا چه حد بر پاسخ آن به انگیزش های صوتی تأثیرگذار هستند، یا به عنوان راه حل جایگزین می توان به روش عددی پاسخ شعله هایی با اعداد لوییس مختلف به دست آید و به این طریق سهم مکانیزم نفوذی - حرارتی تحلیل شود.

با توجه به نحوه تأثیرگذاری نوسان سرعت ورودی بر شعله می توان دریافت؛ چرا واکنش ساده یک مرحله ای برای شبیه سازی دینامیک شعله کافی است؟ نوسان های سرعت به صورت امواج جابه جایی به سطح شعله می رسند و آن را با غیریکنواختی سرعت مواجه می کنند. شعله در نواحی سرعت کم به سمت داخل و در نواحی سرعت بالا به سمت خارج خم می شود. ضخامت شعله در برابر طول موج جابه جایی بسیار کم است. ضخامت شعله متان در شرایط این مسئله حدود ۰/۳ میلی متر است، درحالی که کوتاه ترین طول موج جابه جایی با بیشترین بسامد به ۱۰ میلی متر می رسد. پس امواج وارد ساختار شعله نمی شوند. کریمی و همکاران [۱۰] با اندازه گیری شدت تابش و مساحت شعله به صورت جداگانه و مقایسه این دو به این نکته اشاره کرده بودند که تولید حرارت شعله با مساحت نسبت نزدیک دارد؛ بنابراین، جای تعجب نیست که واکنش یک مرحله ای توانست دینامیک شعله را پیش بینی کند. کافی است مدل احتراقی، سرعت شعله و تغییر چگالی گاز در گذر از شعله را به درستی شبیه سازی کند تا تغییر مساحت موضعی شعله و ایجاد لبه ها اتفاق بیفتد.

اشباع فاز پاسخ در بسامدهای بالا پیش بینی شد. قبلاً مشخص شده بود این اشباع به دلیل تبدیل تدریجی رژیم جریان از جابه جایی به صوتی روی می دهد [۸]؛ بنابراین، روش عددی توانسته است دینامیک شعله را حتی هنگامی که بخشی از جریان الگوی صوتی دارد به خوبی پیش بینی کند. با وجود اینکه مینا، الگوریتم حل فشار بود، بنابراین، انتقال امواج صوتی به بهترین نحو با الگوریتم چگالی مینا محقق می شود. تغییر بسامد، انگیزش تعداد چروکیدگی های سطح شعله و سرعت رسیدن امواج به آن را تغییر می دهد اما نوع رفتار شعله به بسامد بستگی ندارد. به همین دلیل اندازه پاسخ به بسامد وابسته نیست.

قطر پایه شعله در تحقیق حاضر و دیگر مراجعی که به آن اشاره شد، تقریباً با هم برابر است و بزرگ ترین مقداری است که می توان با آن شاهد جریان آرام بود. پس ضخامت شعله نسبت به ابعاد آن در تمام این بررسی ها یکسان (و تا حدودی قابل صرف نظر) بوده است. وقتی ضخامت شعله در برابر انحنای سطح قابل چشم پوشی نباشد مکانیزم نفوذی - حرارتی از قوت گرفتن انحناها جلوگیری می کند که این باعث کاهش مساحت شعله نسبت به حالتی می شود که انحناها بزرگ باشند. بنابراین، انتظار می رود که پاسخ شعله مخروطی با قطر پایه کوچک تر ضعیف تر باشد و لازم است پارامتر مستقل دیگری بر مبنای نسبت ضخامت به قطر شعله تعریف شود.

اعمال نوسان سرعت به دلیل تراکم پذیری سیال باعث ایجاد میدان صوت می شود و فشار، دما و چگالی نیز دچار افت و خیز خواهد شد. شکل (۵) هم این واقعیت را در مورد فشار نشان می دهد.

## مراجع

- Nonslip at the Walls”, *Combustion and Flame*, Vol. 145, No. 4, 2006, pp. 675 – 687.
- [12] Bychkov, V., Akkerman, V., Fru, G., Petchenko, A. and Eriksson, L. E., “Flame Acceleration in the Early Stages of Burning in Tubes,” *Combustion and Flame*, Vol. 150, No.4, 2007, pp. 263–276.
- [13] Kuo, K. K., *Principles of Combustion*, John Wiley & Sons, 2003.
- [14] Turns, S. R., *An Introduction to Combustion*, 2<sup>nd</sup> Edition, Mcgraw Hill, 2000.
- [15] Smooke, M. D., *Reduced Kinetic Mechanisms and Asymptotic Approximations for Methane-Air Flames*, Springer-Verlag, 1991.
- [16] Claramunt, K., Cònsul, R., Pérez-Segarra, C. D. and Oliva, A., “Multidimensional Mathematical Modeling and Numerical Investigation of Co-flow Partially Premixed Methane/air Laminar Flames,” *Combustion and Flame*, Vol. 137, No. 4, 2004, pp. 444–457.
- [17] Kim, N. I. and Maruta, K., “A Numerical Study on Propagation of Premixed Flames in Small Tubes,” *Combustion and Flame*, Vol. 146, No. 1-2, 2006, pp. 283–301.
- [18] Kim, N. I., “Effect of an Inlet Temperature Disturbance on the Propagation of Methane–air Premixed Flames in Small Tubes,” *Combustion and Flame*, Vol. 156, No. 7, 2009, pp. 1332-1338.
- [19] Mazas, A. N., Fiorina, B., Lacoste, D. A. and Schuller, T., “Effects of Water Vapor Addition on the Laminar Burning Velocity of Oxygen-Enriched Methane Flames,” *Combustion and Flame*, Vol. 158, No. 12, 2011, pp. 2428-2440.
- [20] Law, C. K., Jomaas, G. and Bechtold, J. K., “Cellular Instabilities of Expanding Hydrogen/Propane Spherical Flames at Elevated Pressures: Theory and Experiment,” *Proceedings of the Combustion Institute*, Vol. 30, 2005, pp. 159-167.
- [21] Docquier, N. and et al., “Experimental and Numerical Study of Chemiluminescence in Methane/Air High-pressure Flames for Active Control Applications,” *Proceedings of the Combustion Institute*, Vol. 28, Issue 2, 2000, pp. 1765-1774.
- [22] Bychkov, V. V. and Liberman, M. A., “Dynamics and Stability of Premixed Flames,” *Physics Reports*, Vol. 325, No. 4-5, 2000, pp. 115-237.
- [1] Chatterjee, P. and *et al.*, “On the Spectral Characteristics of a Self-Excited Rijke Tube Combustor-Numerical Simulation and Experimental Measurements,” *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 283, Issue 3-5, 2005, pp. 573-588.
- [2] Poinsot, T. and Veynante, D., *Theoretical and Numerical Combustion*, Edwards, 2001.
- [3] Kopitz, J. and Polifke, W., “CFD-Based Application of the Nyquist Criterion to Thermo-Acoustic Instabilities,” *Journal of Computational Physics*, Vol. 227, Issue 14, 2008, pp. 6754-6778.
- [4] Bourehla, A. and Baillot, F., “Appearance and Stability of a Laminar Conical Premixed Flame Subjected to an Acoustic Perturbation,” *Combustion and Flame*, Vol. 114, No. 3-4, 1998, pp. 303-318.
- [5] Ducruix, S., Durox, D. and Candel, S., “Theoretical and Experimental Determinations of the Transfer Function of a Laminar Premixed Flame,” *Proceedings of the Combustion Institute*, Vol. 28, Issue 1, 2000, pp. 765-773.
- [6] Schuller, T., Ducruix, S., Durox, D. and Candel, S., “Modeling Tools for the Prediction of Premixed Flame Transfer Functions,” *Proceedings of the Combustion Institute*, Vol. 29, Issue 1, 2002, pp. 107-113.
- [7] Schuller, T., Durox, D. and Candel, S., “A Unified Model for the Prediction of Laminar Flame Transfer Functions: Comparisons between Conical and V-flame Dynamics,” *Combustion and Flame*, Vol. 134, No. 1-2, 2003, pp. 21-34.
- [8] Birbaud, A. L., Durox, D. and Candel, S., “Upstream Flow Dynamics of a Laminar Premixed Conical Flame Submitted to Acoustic Modulations,” *Combustion and Flame*, Vol. 146, No. 3, 2006, pp. 541-552.
- [9] Durox, D., Schuller, T., Noiray, N. and Candel, S., “Experimental Analysis of Nonlinear Flame Transfer Functions for Different Flame Geometries,” *Proceedings of the Combustion Institute*, Vol. 32, Issue 1, 2009, pp. 1391-1398.
- [10] Karimi, N., Brear, M. J., Jin, S. H. and Monty, J.P., “Linear and Non-linear Forced Response of a Conical, Ducted, Laminar Premixed Flame,” *Combustion and Flame*, Vol. 156, Issue 11, 2009, pp. 2201-2212.
- [11] Akkerman, V., Bychkov, V., Petchenko, A. and Eriksson, L. E., “Flame Oscillations in Tubes with