Vol. 8/ No. 1/ 2015

JSST

Optimal Control of a Flexible Spacecraft in a Proximity Operation Using State Dependent Riccati Equation Approach

M. R. Mortazavi[1*] and A. R. Alikhani[2]

1. Department of Aerospace Engineering, Amirkabir University of Technology

2. Aerospace Research Institute, Ministry of Science Research ana Technology

[*]Postal Code: 15875-4413, Tehran, IRAN

m_r_mortazavi@aut.ac.ir

This paper presents a suitable technique for nonlinear control of a flexible spacecraft in proximity operations. To do proximity operations well, the pursuer spacecraft must place itself in a pre specified location relative to target and align its docking port to target's docking port while keeping their attitude compatible. This procedure usually needs large, fast and accurate manoeuvres which can cause flexible structure vibrations. In addition, external disturbances, actuator saturation and model uncertainties increase difficulties of achieving such a goal. Consequently it is necessary to utilize an effective and nonlinear controller design approach to overcome these challenges. To perform considered scenario successfully, in this paper we use a method in nonlinear optimal control called State Dependent Riccati Equation (SDRE). Simple formulation and tuning as well as good performance and satisfactory robustness are some advantages of this approach in unified control of the spacecraft position, attitude and flexible motion during a proximity operation. 6DoF simulations show good performance of controller in presence of structure flexibility, parametric uncertainties, input uncertainty and saturation and external disturbance.

Keywords: Spacecraft, Flexible structure, Proximity operation, Nonlinear control, Optimal control, State dependent riccati equation, Uncertainty, Disturbance, Actuator saturation

1. PhD Student (Corresponding Author)
2. Assistant Professor

Recived: 2013.05.08 , Accepted: 2014.12.20

JSST
فصلنامهٔ علمی - پژوهشی علوم و فناوری فضایی

جلد ۸ / شمارهٔ ۱/ بهار ۱۳۹۴
ص. ص. ۴۱- ۲۷

کنترل بهینهٔ یک فضاپیمای الاستیک در انجام مأموریت مجاورتی با استفاده از روش معادلهٔ ریکاتی وابسته به حالت

محمدرضا مرتضوی[1*] و علی‌رضا علیخانی[2]

۱- دانشکدهٔ مهندسی هوافضا، دانشگاه صنعتی امیرکبیر

۲- پژوهشگاه هوافضا، وزارت علوم، تحقیقات و فناوری

* تهران، صندوق پستی ۴۴۱۳-۱۵۸۷۵

m_r_mortazavi@aut.ac.ir

این مقاله، به طراحی کنترلر مناسب برای فضاپیمایی با سازهٔ الاستیک، در انجام مأموریت‌های مجاورتی اختصاص دارد. هدف آن است که فضاپیمای تعقیب‌کننده، خود را به فاصلهٔ نسبی مشخصی از هدف برساند و سپس در شرایطی که وضعیت آنها با یکدیگر هماهنگ باشد، درگاه ارتباطی خود را بر درگاه ارتباطی هدف منطبق سازد. اجرای فرآیند ذکر شده اغلب مستلزم مانورهای بزرگ، سریع و دقیق موقعیت و وضعیت است که ارتعاشات بخش‌های انعطاف‌پذیر فضاپیما را نیز به‌همراه خواهد داشت. همچنین وجود عواملی چون اغتشاش خارجی، اشباع عملگر و عدم‌قطعیت در مدل استفاده شده بر چالش‌های پیش رو در راه تحقق این ایده می‌افزاید. در چنین شرایطی، بهره‌گیری از یک راهبرد کنترلی غیرخطی و کارا، برای انجام موفق سناریوی درنظر گرفته شده ضروری است. برای این منظور در این مقاله، از روشی در کنترل غیرخطی بهینه با عنوان معادلهٔ ریکاتی وابسته به حالت (SDRE) استفاده خواهد شد. فرمول‌بندی و تنظیم ساده در عین برخورداری از کارایی مناسب و مقاومت قابل‌قبول، از جمله مزایای این شیوه در کنترل همزمان موقعیت، وضعیت و حرکات الاستیک سازهٔ فضاپیما در انجام مأموریت‌های مجاورتی است. شبیه‌سازی‌های ۶ درجه آزادی انجام‌شده عملکرد مطلوب کنترلر را در حضور انعطاف‌پذیری سازه، عدم‌قطعیت‌های پارامتریک، نامعینی و اشباع ورودی کنترلی و اغتشاشات خارجی اثبات می‌کند.

واژه‌های کلیدی: فضاپیما، سازهٔ انعطاف‌پذیر، مأموریت مجاورتی، کنترل غیرخطی، کنترل بهینه، معادلهٔ ریکاتی وابسته به حالت، عدم‌قطعیت، اغتشاش، اشباع عملگر

فهرست علائم و اختصارات

شتاب کنترلی تعقیب‌کننده	a
ماتریس کنترل	B
دستگاه بدنی جسم O	$\{B_O\}$
ماتریس دمپینگ	C
کسینوس هادی محور اویلر مربوط به جسم O	c_O
هدف مجازی	D
اندیس خطا	E
رابطهٔ غیرخطی حالت	F
ضریب وابسته به حالت	f

۱. دانشجوی دکتری (نویسنده مخاطب)
۲ . استادیار

دریافت مقاله: ۹۲ /۰۲/۱۸، تأیید مقاله: ۹۳/۰۹/۲۵

دستگاه مختصات اینرسی	$\{I\}$
زاویهٔ شیب صفحهٔ مداری جسم O	i_O
تابع هزینه	J
ممان اینرسی جسم O	J_O
عدم قطعیت ممان اینرسی	ΔJ
ماتریس سختی	K
ماتریس بهرهٔ کنترل	k
دستگاه مختصات محلی	$\{L\}$
تعداد مدهای الاستیک	N
پاسخ معادلهٔ جبری ریکاتی	P
ماتریس وزنی حالت	Q
ماتریس ضریب خطا	Q_D
کواترنیون وضعیت جسم O	q_O
ماتریس وزنی کنترل	R
فاصلهٔ هدف تا مرکز زمین	$\bar{r}$
موقعیت فرمان داده شده	r_C
فاصلهٔ مطلوب بین تعقیب‌کننده و هدف	r_D
موقعیت هدف نسبت به تعقیب‌کننده	r_L
انتگرال موقعیت هدف نسبت به تعقیب‌کننده	r_{LI}
فضاپیمای تعقیب‌کننده	S
متغیر حالت جذب‌کنندهٔ بایاس	s_a
فضاپیمای هدف	T
ماتریس تبدیل از دستگاه O به دستگاه P	T_O^P
مدت زمان شبیه‌سازی	t_s
ورودی کنترلی	u
زاویهٔ شناسهٔ حضیض مدار جسم O	u_O
عدم قطعیت ورودی کنترلی	Δu
سرعت فرمان داده شده	v_C
سرعت هدف نسبت به تعقیب‌کننده	v_L
مقدار جابه‌جایی الاستیک	w
بردار حالت	X
بردار حالت مطلوب	X_r
دینامیک مطلوب	$\dot{X}_{des}$
گشتاور اغتشاشی	Γ_d
گشتاور کنترلی تعقیب‌کننده	Γ_S
ماتریس کوپلینگ	δ
عدم قطعیت کوپلینگ	$\Delta\delta$
ضریب دمپینگ	ζ
بردار تغییر شکل مودال	η
ثابت گرانشی	μ
زاویهٔ انحراف حقیقی هدف	ν
تابع شکل مد iام	ϕ_i
زاویهٔ چرخش حول محور اویلر	ϕ_{euler}
ضریب کواترنیون برای جسم O	$\Omega(\omega_O)$
طول جغرافیایی گرهٔ صعود مدار جسم O	Ω_O
فرکانس طبیعی	ω_n
ماتریس ضرب خارجی	$\tilde{\omega}$
سرعت زاویه‌ای جسم O در دستگاه P	ω_O^P

مقدمه

سرویس‌دهی مداری فضاپیماها فعالیت‌هایی نظیر مونتاژ و تعمیر سامانه‌های فضایی [۱]، سوخت‌گیری مجدد ماهواره‌ها [۲] و جمع‌آوری زباله‌های فضایی [۳] را در بر می‌گیرد که انجام آنها برای سیستم‌های حساس و پرهزینه‌ای چون ایستگاه فضایی بین‌المللی و تلسکوپ هابل ضروری است. درحال حاضر به‌کارگیری چنین سرویس‌هایی، تنها به‌صورت دستی و از طریق فضانورد امکان‌پذیر است که این مسئله، مستلزم صرف هزینهٔ بسیار و درنظر گرفتن ملاحظات ایمنی مختلف است.

امروزه، به‌عنوان یک روش جایگزین، سرویس‌دهی مداری خودکار توجه زیادی را به خود جلب کرده است، چراکه از راه حذف انسان، مزایایی چون کارایی بهتر، هزینهٔ کمتر و ایمنی بالاتر را فراهم می‌کند. بدیهی است برای عملی‌کردن این ایده، کنترل دقیق موقعیت و وضعیت فضاپیما اهمیت بسزایی دارد و برخی برنامه‌های

فضایی مثل جاکسا ای تی اس-۷[3] [۴، ۵]، دارپا اوربیتال اکسپرس[4] [۶، ۷] و دِئوس[5] [۸] براساس چنین دیدگاهی توسعه یافته‌اند.

تاکنون بسیاری از فنون غیرخطی در زمینهٔ کنترل فضاپیما در مأموریت‌های مختلف استفاده شده‌اند که از آن‌جمله می‌توان به روش‌هایی نظیر وارون دینامیک (DI) [۹]، کنترل گام رو به عقب [۱۰]، کنترلر عصبی [۱۱، ۱۲]، کنترل فازی [۱۳، ۱۴] و کنترل مد لغزشی (SM) [۱۵، ۱۶] اشاره کرد. سینگلا[6] و همکاران براساس خطی‌سازی فیدبک (وارون دینامیک) و تئوری پایداری لیاپانوف یک کنترلر تطبیق‌پذیر برای مأموریت‌های مجاورتی ماهواره ارائه کردند که در آن عدم قطعیت‌های پارامتریک، اغتشاشات کراندار و نویز اندازه‌گیری درنظر گرفته شده بود. با این روش می‌توان به محدود بودن نهایی خطاها دست یافت [۱۷].

گِنارو[7] نیز، برای فضاپیمای انعطاف‌پذیر یک کنترلر تعقیب‌گر وضعیت تطبیقی پیشنهاد کرده است که اغتشاشات گرادیان جاذبه، عدم قطعیت‌های موجود در پارامترها و الاستیسیته را شامل می‌شود [۱۸]. این شیوهٔ کنترلی به اندازه‌گیری متغیرهای مربوط به انعطاف‌پذیری نیازی ندارد و تحت شرایطی مشخص، تعقیب بدون خطا را امکان‌پذیر می‌سازد، هرچند که برای یک مسیر دلخواه، محدودبودن نهایی خطا با استفاده از آن همواره برقرار است. در مرجع [۱۹] گِنارو با تلفیق یک تخمین‌گر دینامیکی و کنترلر ایجاد شده براساس تئوری لیاپانوف، مانورهای فضاپیما را بدون نیاز به آگاهی از متغیرهای مودال و سرعت زاویه‌ای آن کنترل می‌کند. به‌عنوان توسعهٔ کارهای او، جین[8] و سان[9] یک قانون کنترل ساختار متغیر بر مبنای ساختار سادهٔ تناسبی- مشتقی تولید کردند که پایداری مجانبی سراسری را برای خطای تعقیب سرعت زاویه‌ای و وضعیت فراهم می‌سازد [۲۰]. برای عملکرد این کنترلر، تنها اندازه‌گیری سرعت زاویه‌ای و وضعیت ضروری است.

در هیچ یک از مراجع فوق، کنترل همزمان موقعیت، وضعیت و حرکات الاستیک یک فضاپیما، که از مشخصه‌های مهم یک مأموریت مجاورتی است، مدنظر قرار نگرفته است. با درنظر داشتن مأموریت‌های مداری سرویس‌دهی، این مقاله مسئلهٔ طراحی کنترل غیرخطی را برای عملیات‌های مجاورتی فضاپیما بررسی می‌کند. در سناریوی فرض شده دو فضاپیما وجود دارند که یکی مانند فضاپیمای سرویس‌دهنده و دیگری مانند هدف، نقش بازی می‌کنند. آنچه نیاز است، آن است که فضاپیمای سرویس‌دهنده به هدف

3. JAXA ETS-7
4. DARPA Orbital Express
5. DEOS
6. Singla
7. Gennaro
8. Jin
9. Sun

نزدیک شود و خود را در یک فاصلهٔ نسبی معین از آن جای دهد. در طول حرکت انتقالی، باید وضعیت دو فضاپیما نسبت بهم به گونه‌ای تنظیم شود که درگاه‌های ارتباطی آنها در یک راستا قرارگرفته و امکان انجام ایمن مأموریت سرویس‌دهی فراهم شود. چنین فرآیندی نیازمند اجرای مانورهای شدید موقعیت و وضعیت است که ممکن است ارتعاشات الاستیک سازه را موجب شود. به همین دلیل اثر حرکات الاستیک، به‌صورت صریح در فرمول‌بندی کنترل اعمال خواهد شد.

دینامیک غیرخطی و کوپلهٔ مورد اشاره در بالا، در واقع یک مسئلهٔ چالش برانگیز کنترلی را ایجاد می‌کند که کنترلرهای خطی متداول، برای حل آن به میزان کافی دقیق نبوده و انجام موفقیت‌آمیز مأموریت با آنها میسر نیست. در این مقاله، مسئلهٔ کنترل فضاپیمای الاستیک در انجام مأموریت‌های مجاورتی، با دیدگاه کنترل بهینه مورد تحلیل قرار گرفته و از یک چهارچوب خاص با عنوان معادلهٔ ریکاتی وابسته به حالت[10] (SDRE)، برای فرمول‌بندی آن استفاده خواهد شد.

به‌طورکلی، پیرامون حل مسائل کنترل بهینهٔ غیرخطی دیدگاه‌های گوناگونی وجود دارد که از بین روش‌های مختلف پیشنهاد شده در سال‌های اخیر، فن معادلهٔ ریکاتی وابسته به حالت، محبوبیت فراوانی دارد [۲۱-۲۳]. در این شیوه معادلات دینامیکی غیرخطی، در یک ساختار شبه‌خطی بازنویسی می‌شود تا از این طریق، امکان استفاده از روش‌های کنترل خطی بهینه فراهم شود. تنها تفاوت موجود آن است که در این شرایط پس از حل معادلهٔ همیلتون-ژاکوبی- بلمان[11] (HJB) مربوطه، ماتریس حالت ظاهر شده در معادلهٔ ریکاتی دیگر ثابت نبوده و تابعی از متغیرهای حالت سیستم است. با حل این معادلهٔ جبری ریکاتی در هر لحظه، بهرهٔ پسخورد بهینه حاصل شده و از این راه پایداری و بهینگی پاسخ، توأم با هم قابل دست‌یابی خواهد بود. فرمول‌بندی و تنظیم ساده در عین برخورداری از کارایی مناسب و مقاومت قابل قبول، از جمله مزایای این شیوه است. نکتهٔ جالب در این زمینه، شباهت نحوهٔ عملکرد این فن با روش وارون دینامیک است، با این تفاوت که در SDRE تنظیم ماتریس بهرهٔ کنترل به‌صورت خودکار صورت می‌پذیرد. در واقع تحت شرایطی مشخص، دو کنترلر SDRE و DI تنها در یک ترم پیشخورد با هم اختلاف خواهند داشت.

بدین ترتیب، براساس آنچه گفته شد، مهم‌ترین ویژگی این مقاله، که آن را از سایر کارهای انجام شده متمایز می‌سازد، درنظر گرفتن همزمان حرکات انتقالی و چرخشی و نیز جابه‌جایی‌های ناشی از انعطاف‌پذیری سازه در یک ساختار واحد و بهینه است.

10. State Dependent Riccati Equation
11. Hamilton-Jacobi-Bellman

قسمت‌های باقیمانده از مقاله به نحوی که در ادامه آمده است تنظیم شده‌اند. فرمول‌بندی مسئله شامل: دستگاه‌های مختصات مورد نیاز و نیز روابط حاکم بر حرکت‌های انتقالی و چرخشی موجود در مسئله است. پس از آن، آشنایی با برخی از روش‌های طراحی کنترلر غیرخطی، روش معادلهٔ ریکاتی وابسته به حالت معرفی شده است و گام‌های لازم برای پیاده‌سازی آن توضیح داده خواهد شد. همچنین سهم کوچکی از این قسمت به آشنایی اجمالی با روش وارون دینامیک اختصاص دارد. بحث طراحی کنترلر برای مأموریت مجاورتی فضاپیما نیز مراحل طی‌شده به‌منظور اعمال فن پیشنهادی به مسئلهٔ کنترل فضاپیما را ارائه می‌دهد. بعد از اتمام روند ذکر شده، شبیه‌سازی مدل ایجاد شده و نمایش خروجی‌های به‌دست آمده اختصاص دارد. نهایتاً، در انتهای مقاله، نتایج حاصل از مقاله و نکات باقیمانده بیان خواهد شد.

فرمول‌بندی مسئله

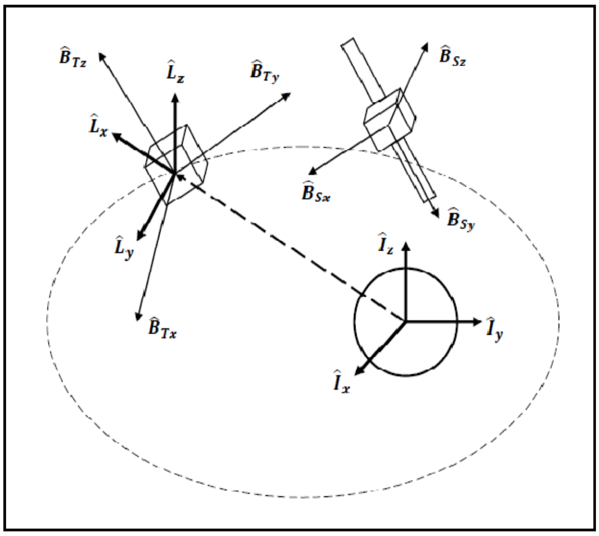
در این مقاله، کنترل مقاوم موقعیت، وضعیت و حرکات ناشی از انعطاف‌پذیری فضاپیما در مأموریت‌های مجاورتی، با حضور عدم‌قطعیت در پارامترها و ورودی سیستم و نیز اغتشاشات کراندار بررسی می‌شود. برای سناریوی درنظر گرفته شده، یک فضاپیمای سرویس‌دهنده، که آن را تعقیب‌کننده می‌نامیم و با S نمایش می‌دهیم، به یک جسم فضایی هدف با نماد T نزدیک می‌شود. هدف کنترل نمی‌شود، ولی، فرض بر این است که اطلاعات کامل متغیرهای حالت آن، با استفاده از حسگرهای هدف یا از طریق تخمین انجام شده توسط تعقیب‌کننده موجود باشد [۲۴].

آنچه از کنترلر انتظار داریم آن است که فضاپیمای تعقیب‌کننده را به یک فاصلهٔ ایمن و مشخص از هدف برساند؛ در شرایطی که درگاه ارتباطی آن به سمت درگاه ارتباطی هدف باشد. در طی این فرآیند وضعیت دو فضاپیما نسبت به هم، باید به‌گونه‌ای تنظیم شود که انجام بدون خطر مأموریت‌هایی نظیر برقراری ارتباط یا گرفتن هدف ممکن شود.

آشنایی با دستگاه‌های مختصات مورد استفاده

به‌طورکلی برای توصیف معادلات دینامیکی فضاپیما در سناریوی اشاره شده، چهار سیستم مختصات مورد نیاز است. اولین چهارچوب مورد استفاده، دستگاه زمین مرکز ثابت است که به‌صورت $\{I\} = \{\hat{I}_x, \hat{I}_y, \hat{I}_z\}$ نمایش داده می‌شود و ما آن را مختصات اینرسی درنظر می‌گیریم. همچنین دستگاه مختصات محلی با نماد $\{L\} = \{\hat{L}_x, \hat{L}_y, \hat{L}_z\}$ که مرکز آن روی جسم صلب قرار دارد، دومین چهارچوب به‌کار رفته در فرآیند حل است. محور $\hat{L}_x$ این دستگاه در راستای بردار شعاع هدف از مرکز زمین، $\hat{L}_z$ در جهت بردار نرمال مدار و $\hat{L}_y$ تکمیل‌کنندهٔ دستگاه راستگرد است.

دستگاه‌های مختصات بدنی تعقیب‌کننده و هدف نیز به‌صورت $\{B_T\} = \{\hat{B}_{Tx}, \hat{B}_{Ty}, \hat{B}_{Tz}\}$ و $\{B_S\} = \{\hat{B}_{Sx}, \hat{B}_{Sy}, \hat{B}_{Sz}\}$ تعریف می‌شوند. بدون ازدست رفتن بحث اصلی، فرض می‌کنیم محورهای $\hat{B}_{Sx}$ از تعقیب‌کننده و $\hat{B}_{Tx}$ از هدف، عمود بر درگاه ارتباطی آنها و به سمت خارج باشند. مطابق با آنچه گفته شد لازم است در طول انجام عملیات $\hat{B}_{Sx}$ در راستای $\hat{B}_{Tx}-$ قرار داشته باشد. شکل (۱) دستگاه‌های مختصات به‌کار رفته در فرمول‌بندی مسئلهٔ موردنظر را به تصویر می‌کشد.



شکل ۱- دستگاه‌های مختصات مورد استفاده

دینامیک انتقالی جسم صلب

دینامیک انتقالی براساس موقعیت نسبی هدف و تعقیب‌کننده، در دستگاه مختصات محلی ثابت شده روی هدف بررسی می‌شود. با تعریف r_L به‌عنوان بردار موقعیت هدف نسبت به تعقیب‌کننده و نیز v_L به عنوان سرعت نسبی خواهیم داشت:

$$r_L = x\hat{L}_x + y\hat{L}_y + z\hat{L}_z \qquad \text{(۱- الف)}$$

$$v_L = \dot{x}\hat{L}_x + \dot{y}\hat{L}_y + \dot{z}\hat{L}_z \qquad \text{(۱- ب)}$$

در جایی‌که $[x, y, z]^T$ مؤلفه‌های r_L در مختصات محلی هستند. روابط حاکم بر دینامیک انتقال نسبی به صورت زیر است [۲۵]:

$$\ddot{x} - 2\dot{\nu}\dot{y} - \ddot{\nu}y - \dot{\nu}^2 x = -\frac{\mu(\bar{r}+x)}{[(\bar{r}+x)^2+y^2+z^2]^{\frac{3}{2}}} + \frac{\mu}{\bar{r}^2} + a_x \qquad \text{(۲-الف)}$$

$$\ddot{y} + 2\dot{\nu}\dot{x} + \ddot{\nu}x - \dot{\nu}^2 y = -\frac{\mu y}{[(\bar{r}+x)^2+y^2+z^2]^{\frac{3}{2}}} + a_y \qquad \text{(۲- ب)}$$

$$\ddot{z} = -\frac{\mu z}{[(\bar{r}+x)^2+y^2+z^2]^{\frac{3}{2}}} + a_z \quad \text{(۲-ج)}$$

که در آن μ ثابت گرانشی، $a = [a_x, a_y, a_z]^T$ بردار شتاب کنترلی تعقیب‌کننده در دستگاه محلی، $\bar{r}$ فاصلهٔ مرکز جرم زمین تا هدف و ν زاویهٔ انحراف حقیقی[12] هستند. مقادیر $\bar{r}$ و ν در طول زمان بر حسب روابط (۳) و (۴) محاسبه می‌شوند:

$$\ddot{\bar{r}} = \bar{r}\dot{\nu}^2 - \frac{\mu}{\bar{r}^2} \quad (۳)$$

$$\ddot{\nu} = -2\dot{\bar{r}}\dot{\nu}/\bar{r} \quad (۴)$$

کوپلینگ بین دینامیک دورانی و سازهٔ انعطاف‌پذیر

دینامیک انعطافی و دورانی تعقیب‌کننده از طریق محاسبهٔ انرژی‌های پتانسیل و جنبشی و سپس به‌کارگیری معادلهٔ لاگرانژ به‌دست می‌آید. با فرض جابه‌جایی‌های الاستیک کوچک، روابط کوپلهٔ حاکم بر حرکت دورانی فضاپیما عبارتند از [۱۸-۲۰] و [۲۶]:

$$J_S\dot{\omega}_S + \delta^T\ddot{\eta} = -\widetilde{\omega}_S J_S \omega_S - \widetilde{\omega}_S\delta^T\dot{\eta} + \Gamma_S + \Gamma_d \quad (۵)$$

$$\ddot{\eta} + \delta\dot{\omega}_S + C\dot{\eta} + K\eta = 0 \quad (۶)$$

در اینجا $\omega_S = [\omega_{Sx}, \omega_{Sy}, \omega_{Sz}]^T$ بردار سرعت زاویه‌ای تعقیب‌کننده، J_S ماتریس ممان اینرسی آن و Γ_S و Γ_d به ترتیب گشتاورهای کنترلی و اغتشاشی هستند که همگی در دستگاه بدنی تعقیب‌کننده تعریف می‌شوند. $\widetilde{\omega}_S$ نیز ماتریس ضرب خارجی است که در ادامه آمده است:

$$\widetilde{\omega}_S = \begin{bmatrix} 0 & -\omega_{Sz} & \omega_{Sy} \\ \omega_{Sz} & 0 & -\omega_{Sx} \\ -\omega_{Sy} & \omega_{Sx} & 0 \end{bmatrix} \quad (۷)$$

$\eta(t) = [\eta_1(t)\ \eta_2(t) \dots\ \eta_N(t)]^T$ بردار تغییر شکل مودال، N تعداد مدهای با اهمیت، δ ماتریس کوپلینگ بین دینامیک‌های جسم صلب و انعطاف‌پذیر هستند. C و K نیز به ترتیب ماتریس‌های دمپینگ و سختی بوده که براساس ضریب دمپینگ ζ و فرکانس طبیعی ω_n همانند زیر هستند:

$$C = diag(2\xi_i\omega_{ni}, i = 1,2,\dots,N) \quad (۸)$$

$$K = diag(\omega_{ni}^2,, i = 1,2,\dots,N) \quad (۹)$$

مقدار جابه‌جایی $w(t)$ در انتهای تیر یکسر گیردار انعطاف‌پذیر، با استفاده از حاصل‌جمع وزن‌دار توابع شکل مد[13] ϕ_i قابل تقریب زدن است [۲۶]:

$$w(t) = \sum_{i=1}^{N}\eta_i(t)\phi_i \quad i = 1,\dots,N \quad (۱۰)$$

در جایی‌که ϕ_i با توجه به قیود حاکم بر سازه از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید:

$$\phi_i = 1 - \cos(i\pi) + \frac{1}{2}(-1)^{i+1}(i\pi)^2 \quad i = 1,\dots,N \quad (۱۱)$$

12. True anomaly
13. Mode shape function

سینماتیک دورانی

برای توصیف سینماتیک دورانی فضاپیما از کواترنیون استفاده می‌شود:

$$\dot{q_S} = \frac{1}{2}\Omega(\omega_S)q_S \quad (۱۲)$$

$q_S = [q_{S0}, q_{S1}, q_{S2}, q_{S3}]^T$ کواترنیون وضعیت فضاپیماست که براساس روابط $q_{S0} = cos\,(\phi_{euler}/2)$ و $q_{Si} = c_{S_i}\, sin(\phi_{euler}/2)\,, i =$ 1,2,3 محاسبه می‌شود. در این دو معادله ϕ_{euler} زاویهٔ چرخش حول محور اویلر و $(c_{S_1}, c_{S_2}, c_{S_3})$ کسینوس‌های هادی محور اویلر نسبت به مختصات مرجع هستند. $\Omega(\omega_S)$ نیز به این صورت تعریف می‌شود:

$$\Omega(\omega_S) = \begin{bmatrix} 0 & -\omega_{Sx} & -\omega_{Sy} & -\omega_{Sz} \\ \omega_{Sx} & 0 & \omega_{Sz} & -\omega_{Sy} \\ \omega_{Sy} & -\omega_{Sz} & 0 & \omega_{Sx} \\ \omega_{Sz} & \omega_{Sy} & -\omega_{Sx} & 0 \end{bmatrix} \quad (۱۳)$$

معادلات مربوط به فضاپیمای هدف

فضاپیمای هدف، شبیه یک جسم صلب آزاد درنظر گرفته می‌شود که در این صورت معادلات حاکم بر دینامیک وضعیت آن، شبیه به روابطی است که در بحث‌های قبل به آن پرداخته شد. تنها تفاوتی که در این حالت وجود دارد، آن است که برای فضاپیمای هدف، گشتاور خارجی و دینامیک انعطاف‌پذیری وجود نخواهد داشت:

$$\dot{q_T} = \frac{1}{2}\Omega(\omega_T)q_T \quad (۱۴)$$

$$J_T\dot{\omega}_T + \widetilde{\omega}_T J_T\omega_T = 0 \quad (۱۵)$$

در این روابط $\omega_T = [\omega_{Tx}, \omega_{Ty}, \omega_{Tz}]^T$ بردار سرعت زاویه‌ای هدف در دستگاه بدنی آن، $q_T = [q_{T0}, q_{T1}, q_{T2}, q_{T3}]^T$ کواترنیون هدف و J_T ماتریس ممان اینرسی آن است. کنترلر وضعیت به دنبال آن است تا سرعت زاویه‌ای دو فضاپیما را به گونه‌ای با هم تطبیق دهد که درگاه ارتباطی تعقیب‌کننده با درگاه ارتباطی هدف در یک راستا قرار گیرند. همان‌طورکه قبلاً ذکر شد فرض می‌کنیم $\hat{B}_{Sx}$ و $\hat{B}_{Tx}$ از دستگاه‌های بدنی تعقیب‌کننده و هدف، عمود بر درگاه‌های ارتباطی آنها و به سمت خارج باشند. بنابراین، بر طبق سناریوی تعریف شده، $\hat{B}_{Sx}$ باید درخلاف جهت $\hat{B}_{Tx}$ اشاره کند.

به‌منظور آسان‌ترشدن فرمول‌بندی مسئله، می‌توان از یک هدف مجازی به‌عنوان وضعیت مطلوب رهگیری، برای فضاپیمای تعقیب‌کننده استفاده کرد. این هدف مجازی با مختصات بدنهٔ $\{B_D\}$ که بر روی هدف ثابت است شناخته می‌شود و برای به‌دست آوردن آن، باید دستگاه بدنهٔ اصلی هدف را به اندازهٔ ۱۸۰ درجه حول محور $\hat{B}_{Tz}$ چرخاند. چنین تبدیلی را می‌توان با استفاده از ماتریس

کسینوس‌های هادی به سادگی انجام داد که ماتریس مربوط به آن در رابطهٔ (۱۶) آمده است:

$$T_T^D = \begin{bmatrix} cos180° & sin180° & 0 \\ -sin180° & cos180° & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (۱۶)$$

کواترنیونی که با این چرخش مطابقت دارد به‌صورت $q_{DT} = [0\ 0\ 0\ 1]^T$ است، بنابراین، سرعت زاویه‌ای هدف، بیان شده در مختصات بدنی هدف مجازی عبارت است از:

$$\omega_D^{B_D} = T_T^D \omega_T = \begin{bmatrix} -\omega_{Tx} & -\omega_{Ty} & \omega_{Tz} \end{bmatrix}^T \quad (۱۷)$$

کواترنیون مطلوبی که باید توسط فضاپیمای تعقیب‌کننده رهگیری شود نیز به صورت رابطهٔ (۱۸) است:

$$q_D = q_T . q_{DT} = [-q_{T3} \ \ q_{T2} \ \ -q_{T1} \ \ q_{T0}]^T \quad (۱۸)$$

بدین ترتیب، مسئلهٔ هماهنگ‌کردن وضعیت دو فضاپیما، معادل رهگیری وضعیت هدف مجازی q_D و سرعت زاویهٔ آن $\omega_D^{B_D}$ است. به‌منظور تسهیل در طراحی کنترل وضعیت، خطای رهگیری در دستگاه مختصات بدنهٔ تعقیب‌کننده تعریف می‌شود:

$$\omega_E = \omega_S - \omega_D^{Bs} = \omega_S - T_I^{Bs} T_{B_D}^I \omega_D^{B_D} \quad (۱۹)$$

$$q_E = q_D^{-1} q_S = Q_D^{-1} q_S \quad (۲۰)$$

$$\dot{q_E} = \frac{1}{2} \Omega\left(\omega_S - \omega_D^{Bs}\right) q_E \quad (۲۱)$$

درجایی که ω_D^{Bs} سرعت زاویه‌ای هدف مجازی در دستگاه مختصات بدنی تعقیب‌کننده، $T_{B_D}^I$ ماتریس تبدیل بدنهٔ هدف مجازی به اینرسی و T_I^{Bs} ماتریس تبدیل اینرسی به بدنهٔ تعقیب‌کننده است؛ این دو ماتریس به صورت زیر محاسبه می‌شوند:

$$T_{B_D}^I = \quad (۲۲–الف)$$
$$\begin{bmatrix} q_{D_0}^2 + q_{D_1}^2 - q_{D_2}^2 - q_{D_3}^2 & 2\left(q_{D_1} q_{D_2} - q_{D_0} q_{D_3}\right) & 2\left(q_{D_1} q_{D_3} + q_{D_0} q_{D_2}\right) \\ 2\left(q_{D_1} q_{D_2} + q_{D_0} q_{D_3}\right) & q_{D_0}^2 - q_{D_1}^2 + q_{D_2}^2 - q_{D_3}^2 & 2\left(q_{D_2} q_{D_3} - q_{D_0} q_{D_1}\right) \\ 2\left(q_{D_1} q_{D_3} - q_{D_0} q_{D_2}\right) & 2\left(q_{D_2} q_{D_3} + q_{D_0} q_{D_1}\right) & q_{D_0}^2 - q_{D_1}^2 - q_{D_2}^2 + q_{D_3}^2 \end{bmatrix}$$

$$T_I^{Bs} = \quad (۲۲–ب)$$
$$\begin{bmatrix} q_{S_0}^2 + q_{S_1}^2 - q_{S_2}^2 - q_{S_3}^2 & 2\left(q_{S_1} q_{S_2} + q_{S_0} q_{S_3}\right) & 2\left(q_{S_1} q_{S_3} - q_{S_0} q_{S_2}\right) \\ 2\left(q_{S_1} q_{S_2} - q_{S_0} q_{S_3}\right) & q_{S_0}^2 - q_{S_1}^2 + q_{S_2}^2 - q_{S_3}^2 & 2\left(q_{S_2} q_{S_3} + q_{S_0} q_{S_1}\right) \\ 2\left(q_{S_1} q_{S_3} + q_{S_0} q_{S_2}\right) & 2\left(q_{S_2} q_{S_3} - q_{S_0} q_{S_1}\right) & q_{S_0}^2 - q_{S_1}^2 - q_{S_2}^2 + q_{S_3}^2 \end{bmatrix}$$

در رابطهٔ (۲۰) ماتریس Q_D از تساوی، رابطهٔ (۲۳) به‌دست می‌آید:

$$\mathrm{Q_D} = \begin{bmatrix} q_{D_0} & -q_{D_1} & -q_{D_2} & -q_{D_3} \\ q_{D_1} & q_{D_0} & -q_{D_3} & q_{D_2} \\ q_{D_2} & q_{D_3} & q_{D_0} & -q_{D_1} \\ q_{D_3} & -q_{D_2} & q_{D_1} & q_{D_0} \end{bmatrix} \quad (۲۳)$$

آشنایی با برخی از روش‌های طراحی کنترلر غیرخطی

روش‌های طراحی کنترلر غیرخطی شامل تکنیک کنترل بهینهٔ معادلهٔ ریکاتی وابسته به حالت و تکنیک وارون دینامیک است که در ادامه دربارهٔ هر یک توضیحاتی بیان شده است.

تکنیک کنترل بهینهٔ معادلهٔ ریکاتی وابسته به حالت

یک کلاس از سیستم‌های غیرخطی نامتغیر با زمان را در فرم پایین درنظر می‌گیریم:

$$\dot{x} = F(X) + Bu \quad (۲۴)$$

هدف آن است که کنترل پایدارکنندهٔ u یافته شده و در ضمن فانکشنال هزینهٔ J می‌نیمم شود:

$$J = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} (X^T Q X + u^T R u) dt \quad (۲۵)$$

در جایی‌که $X \in \Omega \subset R^n$، $F \in R^n$، $B \in R^{n \times m}$، $u \in R^m$، $Q \in R^{n \times n}$ و $R \in R^{m \times m}$. فرض می‌شود Ω یک زیرمجموعهٔ بسته در R^n، Q یک ماتریس نیمه‌قطعی مثبت معین و R یک ماتریس ثابت و مثبت معین باشد. همچنین F مربوط به کلاس C^1 از x های داخل Ω بوده و داریم $F(0) = 0$. حل بهینهٔ این مسئله تنظیم‌کنندهٔ غیرخطی با زمان نهایی آزاد با استفاده از روش معادلهٔ ریکاتی وابسته به حالت، پس از طی این مراحل حاصل می‌شود [۲۷]:

۱. ابتدا باید دینامیک غیرخطی (۲۴)، در فرم ضریب وابسته به حالت[۱۴] (۲۶) بازنویسی شود:

$$\dot{X} = f(X)X + Bu \quad (۲۶)$$

که در آن:

$$F(X) = f(X)X \quad (۲۷)$$

پر واضح است که در حالت چندمتغیره، اگر $F(X)$ تابع مشتق‌پذیر پیوسته‌ای از X باشد، راه‌های متعددی برای فاکتورسازی آن به شکل $f(X)X$ وجود دارد. این مطلب اثبات شده است که تحت شرایطی مشخص، یک فاکتورسازی بهینه وجود دارد که تابع هزینه را به حداقل مقدار ممکن برای آن می‌رساند. اما متأسفانه شیوهٔ یافتن این فاکتور بهینه، همچنان نامعلوم است [۲۸].

باید توجه کرد شرط به‌دست‌آوردن یک جواب معتبر برای معادلهٔ ریکاتی وابسته به حالت حاصلهٔ آن است که زوج $\{f(X), B\}$، برای تمامی Xهای موجود در ناحیهٔ موردنظر به‌صورت نقطه‌ای پایدارپذیر[۱۵] باشد که این الزام، باید در فرآیند فاکتورسازی صورت گرفته لحاظ شود.

14. State dependent coefficient
15. Pointwise stabilizable

۲. در گام بعدی معادلهٔ ریکاتی وابسته به حالت زیر، برای به‌دست آوردن $P(X) \geq 0$ حل می‌شود:

$$f^T P + Pf - PBR^{-1}B^T P + Q = 0 \quad (۲۸)$$

شایان ذکر است برای حل این معادله به‌صورت برخط[۱۶] الگوریتم‌های مختلفی وجود دارد که فنونی چون بردار شور[۱۷] [۲۹]، شبکهٔ عصبی بازگشتی [۳۰] و روش شبه نیوتن [۳۱] از آن جمله‌اند. با به‌کارگیری یکی از این روش‌ها، انجام محاسبات حلقهٔ کنترلی با فرکانس قابل قبول (نظیر ۱۰ هرتز برای مسئلهٔ فضاپیما)، میسر خواهد بود.

۳. در نهایت کنترل پسخورد غیرخطی از طریق رابطهٔ (۲۹) محاسبه می‌شود:

$$u = -k_{SDRE} X \quad (۲۹)$$

در جایی‌که:

$$k_{SDRE} = R^{-1}B^T P(X) \quad (۳۰)$$

نکتهٔ ۱: چنانچه هدف دست‌یابی به بردار حالت مطلوب X_r باشد، قانون کنترلی به صورت زیر اصلاح می‌شود [۲۷–۲۸]:

$$u = -k_{SDRE}(X - X_r) \quad (۳۱)$$

نکتهٔ ۲: ماتریس حالت حلقه بستهٔ سیستم در حضور کنترلر SDRE از این قرار است:

$$f_{cl_{SDRE}} = f - Bk_{SDRE} \quad (۳۲)$$

این ماتریس در ادامه، به هنگام مقایسهٔ SDRE با DI سودمند خواهد بود.

نکتهٔ ۳: تنظیم‌کنندهٔ خطی مبتنی بر تابع هزینهٔ مربعی، دارای حداقل حد بهره و حد فازی برابر $۶\ dB$ و $۶۰\ deg$ خواهد بود که اثبات‌کنندهٔ مقاومت مناسب آن است [۳۲]. بنابراین، دربارهٔ روش SDRE نیز که بر این مبنا ایجاد شده، میزان قابل‌قبولی از مقاومت انتظار می‌رود. البته باید توجه کرد که در حالت کلی، SDRE در زمرهٔ روش‌های مقاوم به‌حساب نمی‌آید و زمانی‌که با یک سیستم با عدم‌قطعیت خیلی زیاد مواجه هستیم، به‌کارگیری فنون غیرخطی مقاوم نظیر کنترل مد لغزشی ضرورت پیدا می‌کند.

فن وارون دینامیک

ایدهٔ کنترلر وارون دینامیک، با به‌دست آوردن u از مدل (۲۴) برحسب رفتار دینامیکی مطلوب $\dot{X}_{des}$ محقق می‌شود [۳۳]:

$$u = (B^T B)^{-1} B^T [\dot{X}_{des} - F(x)] \quad (۳۳)$$

که در آن از ایدهٔ ماتریس شبه‌معکوس[۱۸] بهره‌گیری شده است. اگر u را در رابطهٔ (۲۴) قرار دهیم، خواهیم داشت:

$$\dot{X} = \dot{X}_{des} \quad (۳۴)$$

با توجه به نتیجهٔ به‌دست آمده، چنانچه فرض کنیم:

$$\dot{X}_{des} = -k_{DI}(X - X_r) \quad (۳۵)$$

آنگاه با انتخاب مناسب k_{DI} می‌توان به یک سیستم با پایداری مطلوب دست یافت.

این شکل از انتخاب u و $\dot{X}_{des}$ موجب می‌شود که در نهایت، با یک دینامیک خطی سر و کار داشته باشیم و از این‌رو به این روش خطی‌سازی فیدبک نیز می‌گویند. همان‌طور که مشخص است چالش اصلی در این ساختار، تعیین k_{DI} است به نحوی‌که سیستم حلقه بستهٔ حاصل، رفتار مورد انتظار را داشته باشد. متأسفانه در مورد سیستم‌های پیچیده نظیر مسئلهٔ درنظر گرفته شده در این مقاله، تنظیم ماتریس بهره‌ای که ما را به رفتار قابل قبول برساند، چندان هم ساده نیست.

یک انتخاب ممکن برای k_{DI} آن است که آن را برابر $-f_{cl_{SDRE}}$ در رابطهٔ (۳۲) قرار دهیم که در این‌صورت، k_{DI} با توجه به بردار حالت در هر لحظه تعیین می‌شود. با واردکردن این k_{DI} در رابطهٔ (۳۳)، عبارت به‌دست آمده برای u برابر است با:

$$u = -k_{SDRE}(X - X_r) - [(B^T B)^{-1} B^T f] X_r \quad (۳۶)$$

مقایسهٔ روابط (۳۱) و (۳۶)، از شباهت دو قاعدهٔ کنترلی با یکدیگر حکایت دارد و تنها مورد اختلاف، یک ترم پیشخورد اضافی است که در کنترلر وارون دینامیک وجود دارد. نکتهٔ حائز اهمیت آن که در روش SDRE، طراح برای دست‌یابی به خروجی مطلوب ماتریس‌های وزنی Q و R را در اختیار دارد که تنظیم آنها، خیلی ساده‌تر از تعیین مستقیم ماتریس بهرهٔ کنترل است. چنین قابلیتی فرآیند طراحی کنترلر را بسیار تسهیل می‌کند.

طراحی کنترلر برای مأموریت مجاورتی فضاپیما

در این بخش، کنترلر بهینهٔ مقاوم را برای مأموریت‌های مجاورتی فضاپیما، با استفاده از روش معادلهٔ ریکاتی وابسته به حالت طراحی می‌نماییم. به‌عنوان نخستین گام، نیاز است تا معادلات دینامیک انتقالی را در فرم فضای حالت بیان کنیم. شایان ذکر است، برای اینکه بتوان از روش پیشنهادی استفاده کرد، باید شرط $F(0) = 0$ ارضا شود. اما، در معادلات فوق ترم‌های مستقل از حالتی وجود دارد که باعث می‌شوند $F(0) \neq 0$ باشد. یک راه برای رفع این مشکل آن است که یک متغیر حالت پایدار را که رابطهٔ (۳۷) برای آن برقرار است در صورت و مخرج ترم‌های بایاس ضرب کنیم [۲۸]:

$$\dot{s_a} = -\lambda_a s_a \quad (۳۷)$$

16. On-line
17. Schur
18. Pseudo inverse

در این معادله λ_a یک عدد مثبت بسیار کوچک انتخاب می‌شود، چراکه کوچک‌بودن آن سبب می‌شود تا s_a چندان روی محاسبات ورودی کنترلی اثرگذار نباشد. با در اختیار داشتن متغیر حالت مصنوعی s_a، ترم‌های بایاس را می‌توان به این‌صورت فاکتورسازی کرد:

$$-\frac{\mu\bar{r}}{((\bar{r}+x)^2+y^2+z^2)^{\frac{3}{2}}}=\left[-\frac{\mu\bar{r}}{((\bar{r}+x)^2+y^2+z^2)^{\frac{3}{2}}s_a}\right]s_a \quad \text{(۳۸–الف)}$$

$$\frac{\mu}{\bar{r}^2}=\left[\frac{\mu}{\bar{r}^2 s_a}\right]s_a \quad \text{(۳۸–ب)}$$

براساس مدل ارائه شده در بخش (۲-۳) و با تعریف $s_1=\eta$ و $s_2=\dot{\eta}$، معادلات مربوط به کوپلینگ بین دینامیک وضعیت و حرکت انعطاف‌پذیر، به شکل روابط (۳۹) قابل نمایش است:

$$\dot{s}_1=s_2 \quad \text{(۳۹– الف)}$$

$$\begin{aligned}\dot{s}_2&=[-\delta M_0^{-1}(\delta^T C-\widetilde{\omega}_S\delta^T)-C]s_2\\&+(-\delta M_0^{-1}\delta^T K-K)s_1\\&+\delta M_0^{-1}\widetilde{\omega}_S J_S\omega_S-\delta M_0^{-1}\Gamma_S-\delta M_0^{-1}\Gamma_d\end{aligned} \quad \text{(۳۹– ب)}$$

که در آن $M_0=J_S-\delta^T\delta$. سینماتیک وضعیت نسبی را می‌توان با استفاده از معادلهٔ (۲۱) و چند عملیات جبری ساده، به‌صورت زیر درآورد:

$$\begin{aligned}\dot{q}_E&=\frac{1}{2}\begin{bmatrix}0 & \omega_{Dx}^{B_S} & \omega_{Dy}^{B_S} & \omega_{Dz}^{B_S}\\ -\omega_{Dx}^{B_S} & 0 & -\omega_{Dz}^{B_S} & \omega_{Dy}^{B_S}\\ -\omega_{Dy}^{B_S} & \omega_{Dz}^{B_S} & 0 & -\omega_{Dx}^{B_S}\\ -\omega_{Dz}^{B_S} & -\omega_{Dy}^{B_S} & \omega_{Dx}^{B_S} & 0\end{bmatrix}q_E\\&+\frac{1}{2}\begin{bmatrix}-q_{1E} & -q_{2E} & -q_{3E}\\ q_{0E} & -q_{3E} & q_{2E}\\ q_{3E} & q_{0E} & -q_{1E}\\ -q_{2E} & q_{1E} & q_{0E}\end{bmatrix}\omega_S\\&=\frac{1}{2}Q_1.q_E+\frac{1}{2}Q_2.\omega_S\end{aligned} \quad \text{(۴۰)}$$

باید توجه کرد که در نوشتن رابطهٔ فوق، برآورده شدن شرط ذکر شده در مرحلهٔ (۱) از بخش (۳) مدنظر بوده است. در آخر به‌منظور بهبود کارایی تعقیب در حرکت انتقالی، انتگرال بردار موقعیت نسبی r_L به فضای حالت مسئله اضافه می‌شود، یعنی:

$$\dot{r}_{LI}=r_L \quad \text{(۴۱)}$$

بدین ترتیب متغیرهای حالت برای سیستم کنترل ترکیبی به این قرارند:

$$X=[r_L;\ v_L;\ s_a;\ q_E;\ \omega_S;\ r_{LI};\ s_1;\ s_2] \quad \text{(۴۲)}$$

و نیز متغیرهای کنترلی به این صورت هستند:

$$u=[a_x;\ a_y;\ a_z;\ \Gamma_{Sx};\ \Gamma_{Sy};\ \Gamma_{Sz}] \quad \text{(۴۳)}$$

در این مقاله، تعداد مدهای الاستیک مؤثر ۴ عدد انتخاب می‌شود که براساس آن، هر کدام از متغیرهای s_1 و s_2 یک بردار ۱×۴ هستند و فضای حالت مربوط به مسئله ابعادی برابر ۲۵ خواهد داشت. اکنون با توجه به روند طی شده در بالا، می‌توان ماتریس‌های $f(X)$ و B را تشکیل داد:

$$f(X)=\begin{bmatrix}f_1 & 0_{7\times4} & 0_{7\times3} & 0_{7\times3} & 0_{7\times8}\\ 0_{4\times7} & \frac{1}{2}Q_1 & \frac{1}{2}Q_2 & 0_{4\times3} & 0_{4\times8}\\ 0_{3\times11} & -M_0^{-1}\widetilde{\omega}_S J_S & 0_{3\times3} & M_0^{-1}\delta^T K & M_0^{-1}(\delta^T C-\widetilde{\omega}_S\delta^T)\\ [I_{3\times3}\ \ 0_{3\times4}] & 0_{3\times4} & 0_{3\times3} & 0_{3\times3} & 0_{3\times8}\\ 0_{4\times7} & 0_{4\times7} & 0_{4\times3} & 0_{4\times4} & I_{4\times4}\\ 0_{4\times11} & \delta M_0^{-1}\widetilde{\omega}_S J_S & 0_{4\times3} & -\delta M_0^{-1}\delta^T K-K & -\delta M_0^{-1}(\delta^T C-\widetilde{\omega}_S\delta^T)-C\end{bmatrix} \quad \text{(۴۴)}$$

در $f(x)$، f_1 براساس دینامیک انتقالی مربوطه و متغیر حالت جذب‌کنندهٔ بایاس s_a مشخص می‌شود:

$$f_1=\begin{bmatrix}0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0\\ \dot{v}^2-coeff & \ddot{v} & 0 & 0 & 2\dot{v} & 0 & bias/\,s_a\\ -\ddot{v} & \dot{v}^2-coeff & 0 & -2\dot{v} & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & -coeff & 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\lambda_a\end{bmatrix} \quad \text{(۴۵)}$$

که در آن $coeff=\frac{\mu}{((\bar{r}+x)^2+y^2+z^2)^{\frac{3}{2}}}$ و $bias=-coeff+\frac{\mu}{\bar{r}^2}$. همچنین ماتریس ضرایب کنترلی B برابر است با:

$$B=\begin{bmatrix}B_1 & 0_{7\times3}\\ 0_{4\times3} & 0_{4\times3}\\ 0_{3\times3} & M_0^{-1}\\ 0_{3\times3} & 0_{3\times3}\\ 0_{4\times3} & 0_{4\times3}\\ 0_{4\times3} & -\delta M_0^{-1}\end{bmatrix} \quad \text{(۴۶)}$$

در این رابطه، B_1 ماتریس ضرایب کنترلی مربوط به دینامیک انتقالی است:

$$B_1=\begin{bmatrix}0_{3\times3}\\ I_{3\times3}\\ 0_{1\times3}\end{bmatrix} \quad \text{(۴۷)}$$

پس می‌توان نتیجه گرفت که B در مسئلهٔ کنترل فضاپیما، یک ماتریس ثابت است. از سوی دیگر، بردار حالت مطلوب X_r برای فضاپیما را می‌توان به صورت رابطهٔ (۴۸) ارائه داد:

$$X_r=\left[r_C;\ v_C;\ 0;\ q_E^D;\ \omega_D^{B_S};\ \textstyle\int r_C dt;\ 0_{N\times1};\ 0_{N\times1}\right] \quad \text{(۴۸)}$$

r_C موقعیت نسبی مطلوب است که در مختصات محلی بیان شده است. سناریو آن است که تعقیب‌کننده در یک فاصلهٔ ایمن r_D هم‌راستا با محور $\widehat{B}_{Tx}$ هدف قرار گیرد که این محور در جهت عمود بر درگاه ارتباطی آن و رو به خارج است. پس $[r_D\ 0\ 0]^T$ بردار موقعیت نسبی مطلوب در دستگاه بدنی هدف بوده و براساس رابطهٔ (۴۹) به مختصات محلی انتقال می‌یابد:

$$\begin{aligned}r_C&=T_{B_T}^L.r_D\widehat{B}_{Tx}=T_{B_T}^L.[r_D\ \ 0\ \ 0]^T\\&=T_I^L T_{B_T}^I.[r_D\ \ 0\ \ 0]^T\end{aligned} \quad \text{(۴۹)}$$

$T_{B_T}^L$، $T_{B_T}^I$ و T_I^L به ترتیب ماتریس‌های دوران از بدنهٔ هدف به مختصات محلی، از بدنهٔ هدف به مختصات اینرسی و نیز از دستگاه اینرسی به دستگاه محلی هستند. این امکان فراهم است تا

$T_{B_T}^I$ را با استفاده از کواترنیون هدف q_T و T_I^L از روی پارامترهای مداری هدف نظیر طول جغرافیایی گرهٔ صعود[19] Ω_T، زاویهٔ شیب صفحهٔ مداری[20] i_T و زاویهٔ شناسهٔ حضیض[21] u_T محاسبه کرد [۲۵]. سرعت نسبی مطلوب v_C نیز با مشتق‌گیری از r_C در دستگاه محلی و بیان آن در همین مختصات حاصل می‌شود:

$$v_C = \frac{dr_C}{dt} = T_{B_T}^L(\omega_{B_T/L}^{B_T} \times [r_D \quad 0 \quad 0]^T) \qquad (۵۰)$$

که در آن $\omega_{B_T/L}^{B_T}$ سرعت زاویه‌ای دستگاه بدنی هدف نسبت به چهارچوب محلی است. این سرعت زاویه‌ای در دستگاه مختصات بدنهٔ هدف نمایش داده شده است و از طریق رابطهٔ (۵۱) به‌دست می‌آید:

$$\omega_{B_T/L}^{B_T} = \omega_{B_T/I}^{B_T} - \omega_{L/I}^{B_T} = \omega_{B_T/I}^{B_T} - T_I^{B_T}.\omega_{L/I}^I \qquad (۵۱)$$

در جایی‌که $\omega_{B_T/I}^{B_T} = \omega_T$ سرعت زاویه‌ای هدف نسبت به اینرسی در دستگاه بدنهٔ هدف، $\omega_{L/I}^{B_T}$ سرعت زاویه‌ای مختصات محلی نسبت به اینرسی در دستگاه بدنهٔ هدف و $\omega_{L/I}^I$ سرعت زاویه‌ای دستگاه محلی نسبت به اینرسی در دستگاه اینرسی هستند. این مقادیر با استفاده از پارامترهای مداری قابل دستیابی خواهند بود. در نهایت خطای کواترنیون مطلوب q_E^D در رابطهٔ (۴۸) به‌صورت $[1\ 0\ 0\ 0]^T$ است که به معنای هماهنگ‌شدن وضعیت تعقیب‌کننده با وضعیت هدف است. ضمن آنکه $\omega_D^{B_S}$ نیز در رابطهٔ (۱۹) معرفی شده است.

باید توجه کرد که با طی روند بالا، کنترلر بهینه برای یک سیستم شدیداً غیرخطی با ۲۵ متغیر حالت ایجاد می‌شود. در واقع فن معادلهٔ ریکاتی وابسته به حالت، یک ابزار بسیار مفید برای حل مسائل کنترل غیرخطی مرتبهٔ بالاست، زیرا با استفاده از این روش، کنترل ترکیبی رابطهٔ (۳۱) در فرم بسته به‌دست می‌آید. بدین ترتیب هیچ‌گونه محاسبهٔ رفت و برگشتی و حجیم بر سیستم تحمیل نشده و این مسئله، کاربرد زمان حقیقی کنترلر را امکان‌پذیر می‌کند.

انجام شبیه‌سازی و تحلیل نتایج

در سناریوی تعریف شده برای شبیه‌سازی، فضاپیمای تعقیب‌کننده به‌گونه‌ای کنترل می‌شود که به یک هدف آزاد در فضا تقرب کند. فرض بر آن است که هدف در یک مدار ارتفاع پایین با نیم محور بزرگ ۷۰۰۰ کیلومتر، زاویهٔ شیب مدار ۵۰ درجه، خروج از مرکز ۰/۰۰۲، زوایای شناسهٔ حضیض ۳۰ درجه و طول جغرافیایی گرهٔ صعود ۱۰ درجه استقرار داشته باشد. همچنین زاویهٔ انحراف حقیقی اولیهٔ آن برابر ۱۱۰/۲۲ درجه قرار داده می‌شود [۳۴]. ضمناً در انجام محاسبات مربوطه، ماتریس ممان اینرسی هدف برابر $diag([400,200,300])\ \ kg.m^2$ است.

فرض می‌شود که در ابتدای کار، موقعیت نسبی دو جسم $r_L = [18,10,28]^T\ m$ و سرعت نسبی آنها $v_L = [2,-1.5,0.5]^T\ m/s$ باشد. سرعت زاویه‌ای اولیهٔ هدف، ارائه شده در دستگاه مختصات بدنهٔ آن برابر $\omega_T = [4\ 2\ 3]^T\ deg/s$ و سرعت زاویه‌ای اولیهٔ تعقیب‌کننده در دستگاه مختصات بدنهٔ آن برابر $\omega_S = [6\ -3\ 5]^T\ deg/s$ است. وضعیت‌های اولیهٔ هدف و تعقیب‌کننده با استفاده از زوایای اویلر ۳-۱-۳ یعنی $\Theta = [\psi_1(0)\ \phi(0)\ \psi_2(0)]^T$ به‌ترتیب $\Theta_T = [5\ 45\ 15]^T$ و $\Theta_S = [10\ 20\ 30]^T$ است. لازم به یادآوری است $q_T(0)$، $q_S(0)$ و همچنین کواترنیون اولیهٔ هدف مجازی یعنی $q_D(0)$ با استفاده از ارتباط بین ماتریس کسینوس‌های هادی و کواترنیون‌ها قابل استخراج هستند. شایان ذکر است که در تمامی شبیه‌سازی‌های اجرا شده، مقدار r_D مطلوب ۲ متر وارد شده است.

فرض می‌کنیم ماتریس تانسور اینرسی تعقیب‌کننده به‌صورت رابطهٔ زیر باشد [۱۸]:

$$J_S = \begin{bmatrix} 800 & 12 & 5 \\ 12 & 400 & 1.5 \\ 5 & 1.5 & 600 \end{bmatrix} kg.m^2$$

در مدل چهار مد الاستیک، محاسبات مربوط به حرکت انعطافی می‌شوند که ضریب دمپینگ و فرکانس‌های طبیعی آنها عبارتند از:

$$\omega_{n1} = 1.9\ rad/s, \omega_{n2} = 4.1\ rad/s,$$
$$\omega_{n3} = 5.8\ rad/s, \omega_{n4} = 6\ rad/s$$

$$\zeta_1 = 0.08, \zeta_2 = 0.3, \zeta_3 = 0.6, \zeta_4 = 0.75$$

ماتریس کوپلینگ در معادلات (۵) و (۶) برابر است با [۱۸]:

$$\delta = \begin{bmatrix} 10 & 0.5 & 0.2 \\ 0.5 & 2 & 0 \\ 0.1 & 10.9 & 0.8 \\ 1 & 0.5 & 0.5 \end{bmatrix}$$

در این مقاله، ورودی‌های کنترلی به‌صورت پیوسته و با درنظر گرفتن قید اشباع اعمال می‌شوند [۱۳] و [۳۵]. آستانهٔ اشباع برای هر یک از مؤلفه‌های بردار شتاب ۲/۵ متر بر مجذور ثانیه و برای هر کدام از عناصر بردار گشتاور ۱۰ نیوتن بر متر است [۱۳] و [۳۶]. سرانجام ماتریس‌های وزنی Q و R به‌عنوان عوامل اصلی شکل‌دهندهٔ کنترلر، همانند زیر انتخاب می‌شوند:

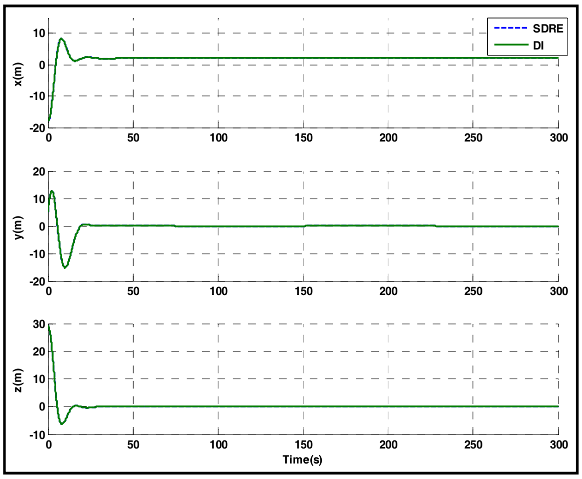
$$Q = diag([10^5, 10^5, 10^5, 10^4, 10^4, 10^4, 0, 10^4, 10^7, 10^7, 10^7, 10^8, 10^8, 10^8, 10^4, 10^4, 10^4, 10^8, 10^8, 10^8, 10^8, 10^8, 10^8, 10^8, 10^8])$$

$$R = diag([10^7, 10^7, 10^7, 10^4, 10^4, 10^4])$$

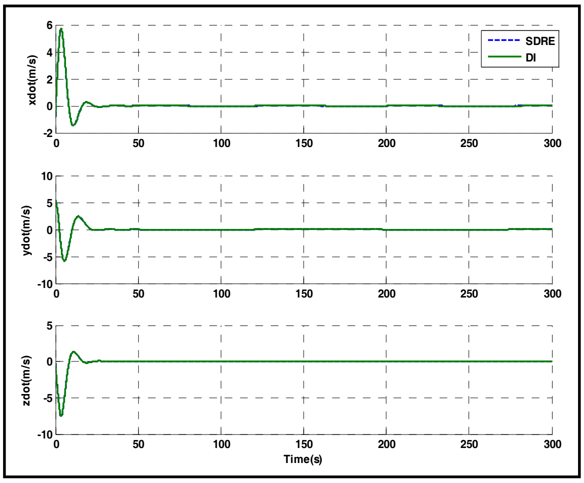
شبیه‌سازی در دو حالت و در هر حالت به ازای دو کنترلر SDRE و DI انجام می‌گیرد که در تمامی آنها، مدت زمان اجرا $t_s = 300\ s$ است. در مرحلهٔ اول وضعیتی را بررسی می‌کنیم که در آن، هیچ‌گونه عدم‌قطعیت و اغتشاش در سیستم موجود نباشد. این حالت در واقع معادل شرایط نامی

19. Right ascention of ascending node
20. Inclination
21. Argument of perigee

است که کنترلر بر مبنای آن طراحی شده است. شکل‌های (۲) و (۳) موقعیت و سرعت نسبی را در دستگاه مختصات بدنی هدف نشان می‌دهند. براساس آنچه قبلاً مشخص شد، فاصلهٔ نسبی اولیه بین تعقیب‌کننده و هدف حدود ۳۵ متر است و مقصود آن است که تعقیب‌کننده به موقعیت نسبی $[2,0,0]^T\ m$ در دستگاه بدنی هدف برسد. همان‌طورکه ملاحظه می‌شود بعد از گذشت حدود ۲۵ ثانیه، فاصلهٔ نسبی به مقدار مطلوب آن رسیده و سرعت نسبی نیز صفر می‌شود که این بدان معناست هیچ‌گونه حرکت انتقالی نسبی بین هدف و تعقیب‌کننده وجود ندارد.



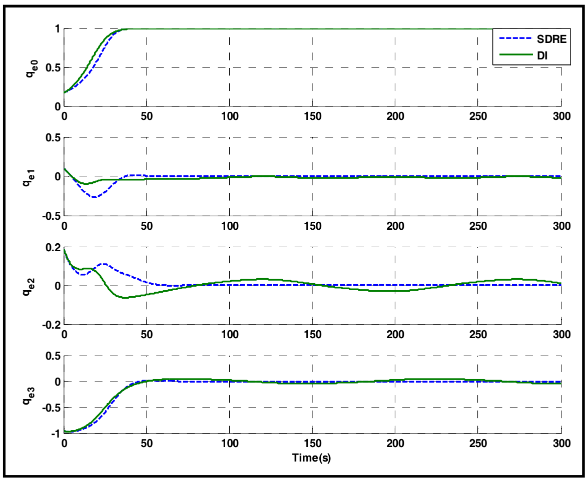
شکل ۲- موقعیت نسبی تعقیب‌کننده و هدف در شرایط نامی



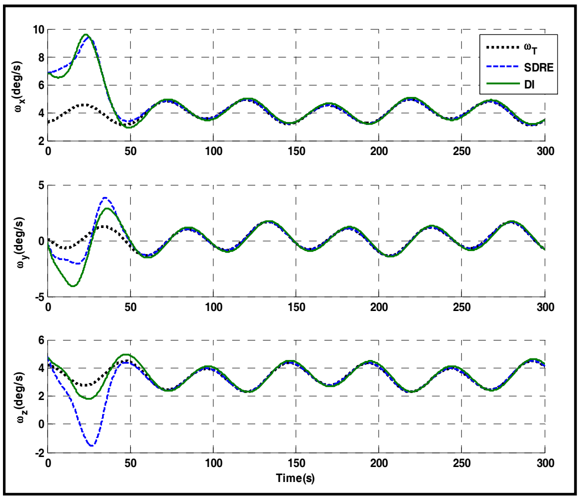
شکل ۳- سرعت نسبی تعقیب‌کننده و هدف در شرایط نامی

شکل‌های (۴) و (۵) به ترتیب رهگیری وضعیت برحسب خطای کواترنیون و نیز رهگیری سرعت زاویه‌ای در دستگاه مختصات اینرسی را نمایش می‌دهند. این دو شکل بیانگر آن هستند که وضعیت تعقیب‌کننده با کارایی خوبی بر وضعیت هدف مجازی تطابق پیدا می‌کند. لازم به یادآوری است که فرض شد وضعیت مطلوب، وضعیت یک هدف مجازی باشد که از راه چرخش ۱۸۰ درجه‌ای هدف حول محور $\hat{b}_{tz}$ آن حاصل شده است.

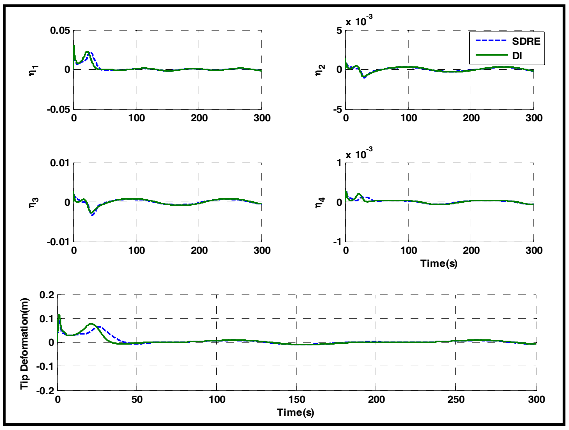
آنچه در شکل‌های (۲) تا (۵) آشکار است مانورهای زاویه‌ای و انتقالی سریع و شدید فضاپیمای تعقیب‌کننده است. به همین دلیل چنانچه یک راهبرد کنترلی مؤثر در حل مسئله استفاده نشود، این امکان وجود دارد تا چنین مانورهایی به ارتعاشات سازهٔ منعطف منجر شده و از کارایی رهگیری وضعیت بکاهد. شکل (۶) نمودار ارتعاشات الاستیک و میزان جابه‌جایی در نوک سازهٔ انعطاف‌پذیر را در طول زمان به تصویر می‌کشد. واضح است که در بین چهار مد ارتعاشی، اولین مد اهمیت بیشتری دارد و استفاده از چهار مد در بررسی حرکت انعطافی سازه کافی به‌نظر می‌رسد. بیشترین میزان جابه‌جایی الاستیک در حدود ۱۰ سانتی‌متر است که عدد مناسبی به‌حساب می‌آید. به‌علاوه همان‌طورکه ملاحظه می‌شود، ارتعاشات پس از تقریباً ۵۰ ثانیه به سطح ناچیزی می‌رسد.



شکل ۴- خطای کواترنیون در شرایط نامی

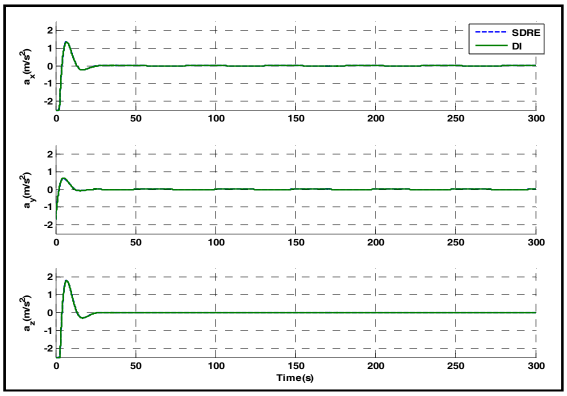


شکل ۵- رهگیری سرعت زاویه‌ای در شرایط نامی

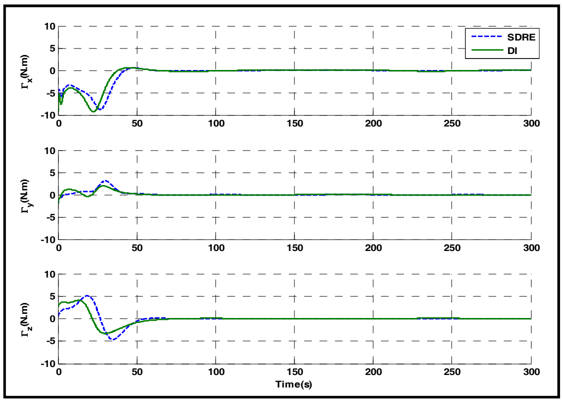


شکل ۶– مدهای درنظرگرفته شده برای حرکت الاستیک در شرایط نامی

شکل‌های (۷) و (۸) شتاب‌ها و گشتاورهای کنترلی وارد بر فضاپیما را در طول زمان نمایش می‌دهند. به‌منظور هرچه زودتر رساندن فضاپیما به موقعیت و وضعیت مطلوب، تلاش کنترلی اولیه تقریباً زیاد است. اما، پس از دست‌یابی به آن، ورودی‌های کنترلی خیلی زود کاهش می‌یابند. البته از آنجاکه تعقیب یک هدف آزاد در فضا و نیز حذف ارتعاشات سازه تلاش کنترلی مداومی را می‌طلبد، گشتاورها و شتاب‌های نوسانی با دامنهٔ کوچک، همواره وجود خواهند داشت.

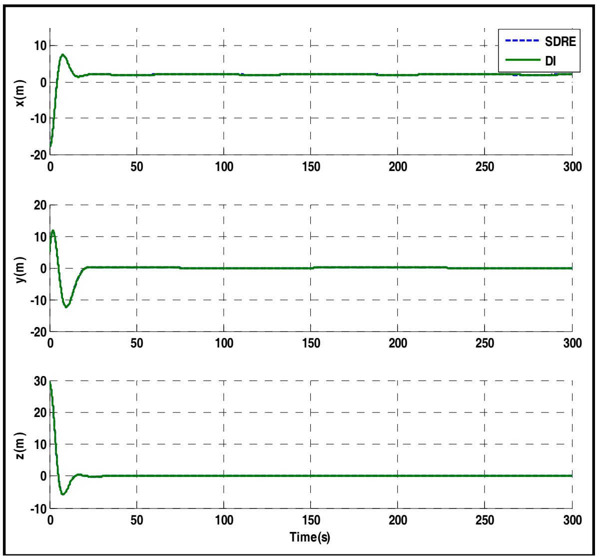


شکل ۷– شتاب‌های کنترلی در شرایط نامی

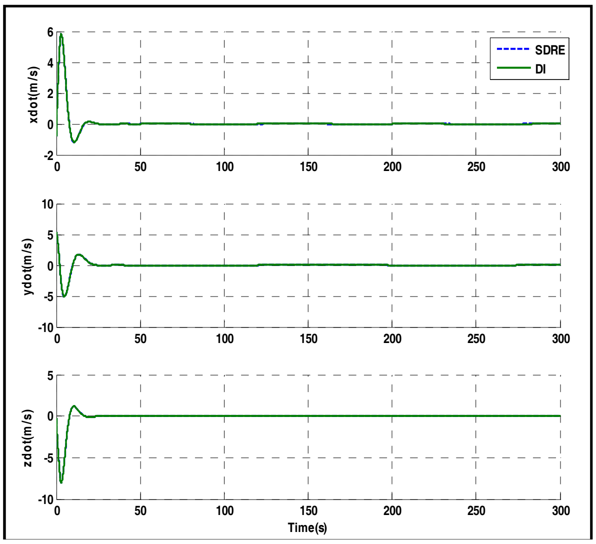


شکل ۸– گشتاورهای کنترلی در شرایط نامی

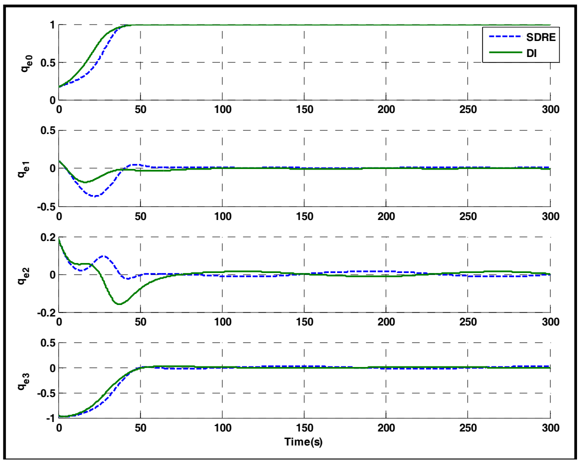
حال در مرحلهٔ دوم شبیه‌سازی اثر وجود عدم‌قطعیت مدل و اغتشاشات خارجی روی عملکرد کنترلر مورد سنجش قرار می‌گیرد. بدین منظور عدم‌قطعیت روی ماتریس ممان اینرسی ΔJ به مقدار ۱۰۰ درصد مقدار نامی آن، عدم‌قطعیت ماتریس کوپلینگ $\Delta\delta$ مساوی ۵۰ درصد مقدار نامی آن و عدم‌قطعیت ورودی کنترلی Δu نیز ۲۵ درصد مقدار محاسبه شده فرض می‌شود. همچنین بردار گشتاور اغتشاشی در فرم متغیر با زمان $\Gamma_d = 0.2\,[\sin(t)\,,\cos(t)\,,\sin(2t)]\ (N.m)$ به سیستم اعمال می‌شود که کنترلر باید توانایی حذف آن را داشته باشد [۱۳]. منحنی‌های به‌دست آمده، در شکل‌های (۹) تا (۱۵) به تصویر کشیده شده است.



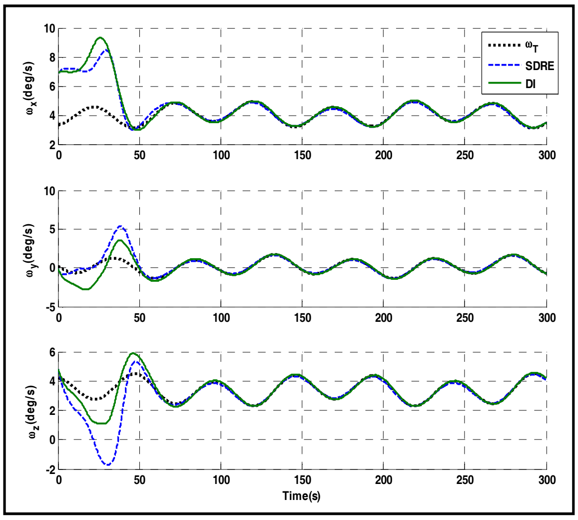
شکل ۹– موقعیت نسبی تعقیب‌کننده و هدف در شرایط غیرنامی



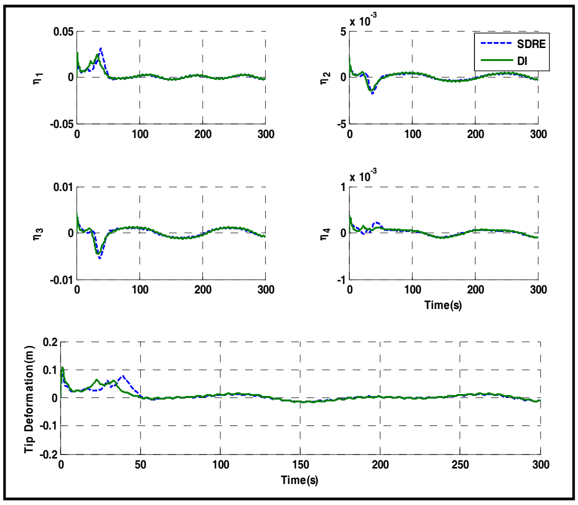
شکل ۱۰– سرعت نسبی تعقیب‌کننده و هدف در شرایط غیرنامی



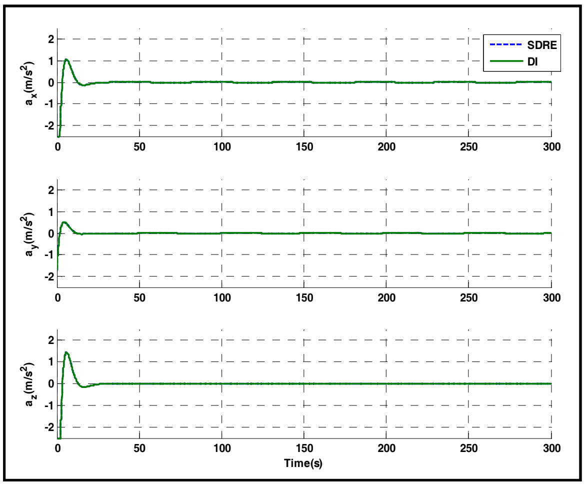
شکل ۱۱- خطای کواترنیون در شرایط غیرنامی



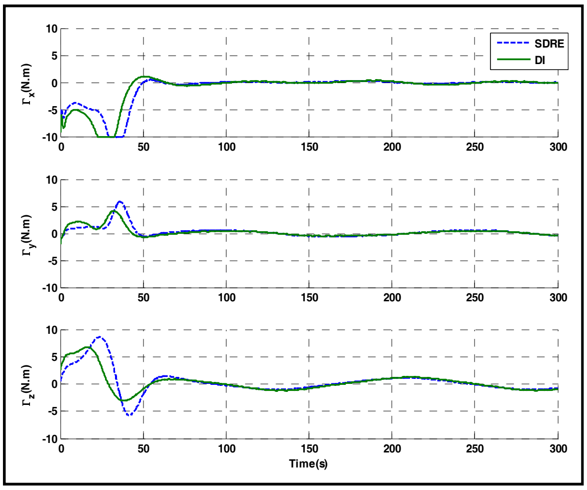
شکل ۱۲- رهگیری سرعت زاویه‌ای در شرایط غیرنامی



شکل ۱۳- مدهای درنظرگرفته شده برای حرکت الاستیک در شرایط غیرنامی



شکل ۱۴- شتاب‌های کنترلی در شرایط غیرنامی



شکل ۱۵- گشتاورهای کنترلی در شرایط غیرنامی

مقایسهٔ بین شکل‌های مربوط به شرایط نامی و غیرنامی بیانگر آن است که کنترلر طراحی‌شده، علاوه بر داشتن کارایی مناسب، مقاومت خوبی در مقابل عدم‌قطعیت‌ها و اغتشاشات برخوردار است. این ویژگی، در واقع به فاکتورسازی وابسته به حالت انجام شده و به نحوهٔ تنظیم گین‌های کنترلی سیستم باز می‌گردد. از آنجا که معادلات دینامیکی غیرخطی در یک ساختار شبه‌خطی بازنویسی شد و ماتریس $f(x)$ در روند طراحی کنترل به‌کار رفت، این مسئله امکان تطابق کنترلر بر تغییرات دینامیکی ناشی از عدم‌قطعیت را فراهم می‌سازد.

جدول (۱) خطای حالت ماندگار مربوط به بردارهای موقعیت و سرعت نسبی، کواترنیون، سرعت زاویه‌ای و همین‌طور جابه‌جایی انتهای سازهٔ انعطاف‌پذیر را به ازای دو حالت نامی و غیرنامی و برای دو کنترلر SDRE و DI در خود دارد. همچنین تلاش کنترلی معادل

با هر کدام از این حالت‌ها برحسب انتگرال ورودی کنترلی اعمالی در طول زمان، در جدول (۲) آورده شده است.

جدول ۱- خطای حالت ماندگار

	شرایط نامی		شرایط غیرنامی	
	SDRE	DI	SDRE	DI
$r_L\ (m)$	۰/۰۶۲۰	۰/۰۶۱۵	۰/۰۴۹۰	۰/۰۴۸۵
$v_L\ (m/s)$	۰/۰۰۲۸	۰/۰۰۲۸	۰/۰۰۲۲	۰/۰۰۲۲
q_E	۰/۰۰۲۵	۰/۰۵۲۶	۰/۰۲۷۵	۰/۰۱۷۱
$\omega_E\ (°/s)$	۰/۰۲۳۵	۰/۱۶۹۲	۰/۰۷۱۳	۰/۰۹۲۸
$w\ (m)$	۰/۰۰۸۱	۰/۰۰۷۸	۰/۰۱۰۷	۰/۰۱۰۹

جدول ۲- انتگرال شتاب کنترلی و گشتاور کنترلی در طول زمان

	شرایط نامی		شرایط غیرنامی	
	SDRE	**DI**	**SDRE**	**DI**
$\int_0^{t_s} \lvert a \rvert dt \quad (\frac{m}{s})$	۳۱/۹۰	۳۱/۹۰	۲۴/۶۲	۲۴/۶۲
$\int_0^{t_s} \lvert \Gamma_s \rvert dt \quad (N.m.s)$	۲۹۵/۲۴	۳۰۳/۳۹	۶۲۵/۵۱	۶۰۵/۶۵

آنچه درخصوص اعداد موجود در جدول‌های (۱) و (۲) جلب توجه می‌کند، عملکرد یکسان دو کنترلر در مورد کمیت‌های مربوط به حرکت انتقالی و نیز تغییر مکان سازهٔ منعطف است. در زمینهٔ حرکت دورانی، نتایج تا حدودی متفاوت بوده و هر یک از روش‌ها در یکی از حالت‌ها، بهتر از دیگری عمل کرده است. همان‌طورکه در بخش فن وارون دینامیک اشاره شد، با فرض استفاده از گین به‌دست آمده از حل معادلهٔ ریکاتی، قوانین کنترلی به‌کار رفته در روش‌های SDRE و DI در یک عبارت پیشخورد با هم اختلاف دارند که این ترم، اثر خود را در این تفاوت ظاهر کرده است. از سوی دیگر همان‌طور که انتظار داشتیم، انتگرال زمانی مربوط به اندازهٔ بردارهای کنترلی در شرایط غیرنامی، نسبت به شرایط نامی افزایش چشمگیری را از خود نشان می‌دهد. این اتفاق حاکی از این واقعیت است که مقابله با عدم‌قطعیت و حذف اغتشاش، بدون صرف هزینهٔ متناسب با آن امکان‌پذیر نیست.

مطلبی که در مورد روش SDRE باید در نظر داشت آن است که در فرمول‌بندی این فن، مدل دینامیکی سیستم بدون کم و کاست فقط در یک فرم شبه‌خطی بازنویسی می‌شود. این فرآیند با خطی‌سازی متداول که در آن معادلات دینامیکی سیستم با حذف ترم‌های مرتبهٔ بالا حول یک نقطهٔ تعادل خطی می‌شود، کاملاً متفاوت است. در حقیقت فرآیند ذکر شده، معادل با ابتکاراتی است که در روش‌های غیرخطی دیگر نیز به‌کار می‌رود و از این نظر هیچ تفاوتی وجود ندارد. به عنوان مثال DI، فیدبک را به نحوی اعمال می‌کند که بخش باقیمانده دارای رفتار خطی باشد و از این‌رو هم هست که به آن خطی‌سازی فیدبک می‌گویند؛ یا روش SM، سیستم را به سمت یک سطح لغزش خطی هدایت می‌کند تا پس از رسیدن به آن، با یک الگوی خطی مشخص به خروجی مطلوب میل کند.

مسئله‌ای که در این میان وجود دارد آن است که DI یا SM، به خودی خود در مورد تنظیم رفتار سیستم پس از ایجاد فرم خطی، راهکاری ندارند. در این شرایط ممکن است طراح، ضرایب کنترلی را به‌گونه‌ای انتخاب کند که سیستم را به چیزی فراتر از ظرفیت‌های آن وادار کند. این در حالی است که فن SDRE با فراهم‌کردن ماتریس‌های وزنی Q و R، اجرای فرآیند مذکور را در قالب یک روند سیستماتیک تسهیل کرده است. در واقع با استفاده از این دو ماتریس، می‌توان به سادگی نوعی تعادل بین خطای متغیرهای حالت و میزان تلاش کنترلی به‌کار رفته به‌وجود آورد و از این طریق، سیگنال کنترلی را در حد مجاز تنظیم کرد.

در مورد حجم محاسبات مربوط به حل معادلهٔ ریکاتی، همان‌طور که در بخش (۳-۱) بیان شد، راهکارهایی وجود دارد که سرعت تولید پاسخ را به میزان زیادی افزایش می‌دهد و با استفاده از آنها، تولید فرمان‌های کنترلی در زمان قابل قبول میسر می‌شود. مزیت این کار در آن است که گین‌های کنترلی ثابت نیستند بلکه در طول زمان و با مبنا قراردادن دینامیک سیستم و تغییرات آن تنظیم می‌شوند. چنین خاصیتی به کنترلر اجازه می‌دهد که در هر لحظه، خود را با شرایط حاکم بر سیستم وفق دهد.

البته واضح است که هر فن طراحی، دارای مزایا و معایب خاص خود است و طراح باید بسته به شرایط حاکم بر مسئله، نسبت به انتخاب روش مناسب تصمیم‌گیری کند. به عنوان مثال چنانچه میزان عدم‌قطعیت موجود در سیستم در حد معقول باشد، معمولاً روش‌هایی چون SDRE یا DI گزینه‌های ایده‌آلی هستند. از سوی دیگر اگر عدم‌قطعیت مدل بالا باشد، بهره‌گیری از روش‌های مقاوم‌تر چون کنترل مد لغزشی ارجحیت دارد. ساختار کنترل مد لغزشی بسیار شبیه به کنترل وارون دینامیک است، با این تفاوت که این کنترلر با اضافه کردن یک ترم سوییچینگ، سعی در مقابله با عدم‌قطعیت‌های کراندار موجود در مدل و بازگرداندن سیستم به یک سطح لغزش خطی را دارد. در واقع این روند با صرف هزینه‌ای انجام می‌شود که اثر آن با افزایش تلاش کنترلی و افت کارایی ظاهر می‌شود و در صورتی توصیه می‌شود که با عدم‌قطعیت‌های بزرگ سر و کار داشته باشیم. خوشبختانه در بخش دوم از شبیه‌سازی

انجام شده، کنترلر SDRE در مقابله با عدم‌قطعیت‌ها و اغتشاشات مورد انتظار در سیستم موفق عمل کرده است.

در نهایت توجه به این نکته ضروری است که به‌کارگیری روش‌هایی نظیر SDRE، DI یا SM در صورتی عملی است که یک مدل فیزیکی از سیستم در فرم رابطهٔ (۲۴) موجود باشد. چنانچه ایجاد چنین مدلی از سیستم امکان‌پذیر نباشد یا با دشواری همراه باشد، بهره‌گیری از کنترلرهای مبتنی بر فنون هوشمند نظیر شبکهٔ عصبی یا موتور فازی راه‌حل جذابی است. در یک شبکهٔ عصبی با تلفیق تعدادی از واحدهای پردازندهٔ ساده به‌صورت موازی، قابلیت یادگیری ارتباط بین ورودی و خروجی یک سیستم از طریق داده‌های ثبت شده از آن ایجاد می‌شود. همچنین منطق فازی نیز یک چارچوب مدون، جهت تبدیل دانش کیفی به یک مدل ریاضی کمّی را در اختیار طراح قرار می‌دهد. به طورکلی، فرآیند تعلیم این نوع از کنترلرها زمانبر بوده و به میزان زیادی به داده‌های آموزشی به‌کار رفته وابسته است. به عبارت دیگر ساختارهایی نظیر شبکهٔ عصبی یا مدل فازی در صورت تعلیم صحیح، درون‌یاب‌های مناسبی خواهند بود ولی قطعاً در برون‌یابی خیلی قوی نیستند. بدین ترتیب در مواجهه با شرایط جدید نمی‌توان خیلی به آنها اعتماد کرد.

نتیجه‌گیری

در این مقاله، کنترل غیرخطی موقعیت و وضعیت یک فضاپیمای نزدیک‌شونده به هدفی متحرک، با استفاده از روش معادلهٔ ریکاتی وابسته به حالت، ارزیابی شد. برای این منظور دینامیک ۶ درجه آزادی جسم صلب در ترکیب با حرکات ناشی از انعطاف‌پذیری سازه و در قالب یک چهارچوب مشترک بهینه درنظر گرفته شد. فن معادلهٔ ریکاتی وابسته به حالت، یک حل بسته برای مسئلهٔ کنترل بهینهٔ غیرخطی به‌وجود آمده تولید می‌کند و از این طریق پیاده‌سازی آن را تسهیل می‌کند. با هدف بررسی عملکرد کنترلر، یک شبیه‌سازی ۶ درجه آزادی در حضور عدم‌قطعیت‌های پارامتریک، عدم قطعیت و اشباع ورودی کنترلی و اغتشاش صورت پذیرفت که نتایج آن، قابلیت بالای شیوهٔ طراحی را در مسئلهٔ تعقیب غیرخطی نشان می‌دهد. این کنترلر قادر است تا فضاپیما را به فاصلهٔ نزدیکی از هدف متحرک هدایت کند، به‌گونه‌ای که انجام مأموریت تعریف شده برای آن ممکن شود. همچنین شیوهٔ معادلهٔ ریکاتی وابسته به حالت نسبت به عدم قطعیت در پارامترهای سیستم، عدم قطعیت در ورودی کنترلی و همچنین اغتشاش، مقاومت قابل قبولی از خود نشان می‌دهد.

مراجع

[1] Tsuda, Y. and Nakasuka, S., "New Attitude Motion Following Control Algorithm for Capturing Tumbling Object in Space," *Acta Astronautica,* Vol. 53, No. 11 2003, pp. 847–861.

[2] Dutta, A. and Tsiotras, P., "Egalitarian Peer-to-Peer Satellite Refueling Strategy," *Journal of Spacecraft and Rockets,* Vol. 45, No. 3, 2008, pp. 608–618.

[3] Matsumoto, S. and et al., "Satellite Capturing Strategy Using Agile Orbital Servicing Vehicle, Hyper-OSV," *Proceedings of the 2002 IEEE International Conference on Robotics & Automation,* Washington DC, USA, 2002, pp. 2309–2314.

[4] Oda, M., Kawano, S., Kibe, K. and Yamagata, F., "ETS-7, A Rendezvous Docking and Space Robot Technology Experiment Satellite Result of the Engineering Model Development Work," *Proceedings of the 34th SICE Annual Conference,* Hokkaido, Japan, 1995, pp. 1627–1632.

[5] Kasai, T., Oda, M. and Suzuki, T., "Results of the ETS-7 Mission-Rendezvous Docking and Space Robotics Experiment," *Proceedings of the 5th International Symposium on Artificial Intelligence, Robotics and Automation in Space, ESTEC/ESA,* Nordwijk, Netherlands, 1999, pp. 299–306.

[6] Whelan, D. A., Adler, E. A., Wilson, S. B. and Roesler, G. M., "DARPA Orbital Express Program: Effecting a Revolution in Space-Based Systems," *Proceedings of the SPIE,* San Diego, CA, USA, 2000, pp. 48–56.

[7] Seth, D. P., "Orbital Express: Leading the Way to a New Space Architecture," *Space Core Technology Conference,* Colorado Springs, 2002.

[8] Rupp, T., Boge, T., Kiehling, R. and Sellmaier, F., "Flight Dynamics Challenges of the German on Orbit Servicing Mission DEOS," *Proceedings of the 21st International Symposium on Space Flight Dynamics,* Toulouse, France, 2009.

[9] Bajodah A. H., "Inertia-Independent Generalized Dynamic Inversion Feedback Control of Spacecraft Attitude Maneuvers," *Acta Astronautica,* Vol. 68, No. 11-12, 2011, pp. 1742–1751.

[10] Kim, K. S. and Kim, Y., "Robust Backstepping Control for Slew Maneuver Using Nonlinear Tracking Function," *IEEE Transactions on Control System Technology,* Vol. 11, No. 6, 2003, pp. 822-829.

[11] Leeghim, H., Choi, Y. and Bang, H., "Adaptive Attitude Control of Spacecraft Using Neural Networks," *Acta Astronautica,* Vol. 64, No. 7-8, 2009, pp. 778–786.

[12] Krishnakumar, K., Rickard, S. and Bartholomew, S., "Adaptive Neuro-Control for Spacecraft Attitude Control," *Neurocomputing,* Vol. 9, No. 2, 1995, pp. 131-148.

[13] Zou, A. M. and Kumar, K. D. "Adaptive Fuzzy Fault-Tolerant Attitude Control of Spacecraft," *Control Engineering Practice,* Vol. 19, No. 1, 2011, pp. 10–21.

[14] Ortega, G. and Giron-Sierra, J.M., "Geno-Fuzzy Control in Autonomous Servicing of a Space Station," *Engineering Applications of Artificial Intelligence,* Vol. 11, No. 3, 1998, pp. 383-400

[15] Lu, K., Xia, Y., Zhu, Z. and Basin, M. V., "Sliding Mode Attitude Tracking of Rigid Spacecraft with Disturbances," *Journal of the Franklin Institute,* Vol. 349, No. 2, 2012, pp. 413–440.

[16] Lo, S. C. and Chen, Y. P., "Smooth Sliding Mode Control for Spacecraft Attitude Tracking Maneuvers," *Journal of Guidance, Control and Dynamics,* Vol. 18, No. 6, 1995, pp. 1345-1349.

[17] Singla, P., Subbarao, K. and Junkins, J., "Adaptive Output Feedback Control for Spacecraft Rendezvous and Docking Under Measurement Uncertainty," *Journal of Guidance, Control and Dynamic,* Vol. 29, No. 4, 2006, pp. 892-902

[18] Gennaro, S. D., "Adaptive Robust Tracking for Flexible Spacecraft in Presence of Disturbances," *Journal of Optimization Theory and Applications,* Vol. 98, No. 3, 1998, pp 545-568.

[19] Gennaro, S. D., "Active Vibration Suppression in Flexible Spacecraft Attitude Tracking," *Journal of Guidance, Control, and Dynamics,* Vol. 21, No. 3, 1998, pp. 400-408.

[20] Erdong, J. and Zhaowei, S., "Robust Attitude Tracking Control of Flexible Spacecraft for Achieving Globally Asymptotic Stability," *International Journal of Robust and Nonlinear Control,* Vol. 19, No. 11, 2009, pp. 1201-1223.

[21]Cloutier, J. R., D'Souza, C. N. and Mracek, C. P., "Nonlinear Regulation and Nonlinear H_∞ Control via the State-Dependent Riccati Equation Technique," *Proceedings of the 1st International Conference on Nonlinear Problems in Aviation and Aerospace,* AIAA, Reston, VA, USA, 1996, pp. 117–123.

[22] Stansbery, D. T. and Cloutier, J. R., "Position and Attitude Control of a Spacecraft Using the State Dependent Riccati Equation Technique," *Proceedings of the American Control Conference,* Chicago, IL, 2000.

[23] Xin, M., Balakrishnan, S. N., "Robust State Dependent Riccati Equation Based Spacecraft Attitude Control," *40th AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit,* Reno, NV, 2002.

[24] Lither, M. D. and Dubowsky, S., "State, Shape and Parameter Estimation of Space Objects from Range Images," *Proceedings of the 2004 IEEE International Conference on Robotics and Automation*, Piscataway, NJ, 2004, pp. 2974-2979.

[25] Schaub, H. and Junkins, J. L, *Analytical Mechanics of Space Systems*, 2nd Edition, AIAA Education Series, Reston, VA, 2009.

[26] Turner, J. D. and Chun, H. M., "Optimal Distributed Control of a Flexible Spacecraft During a Large-Angle Maneuver," *Journal of Guidance, Control, and Dynamics,* Vol. 7, No. 3, 1984, pp. 257-264.

[27] Cloutier, J. R., Stansbery, D. T., "Nonlinear, Hybrid Bank-to-Turn/Skid-to-Turn Missile Autopilot Design," *AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference and Exhibit,* Montreal, Canada, 2001

[28] Cimen T., "State-Dependent Riccati Equation (SDRE) Control: A Survey," *Proceedings of the 17th IFAC World Congress,* Seoul, Korea, 2008, pp. 3761–3775.

[29] Laub, A. J., "A Schur Method for Solving Algebraic Riccati Equations," *IEEE Transaction on Automatic Control,* Vol. AC-24, No. 6, 1979, pp. 913–921.

[30] Fonseca Neto, J. V., Abreu, I.S. and Silva, F.N., "Neural–Genetic Synthesis for State-Space Controllers Based on Linear Quadratic Regulator Design for Eigenstructure Assignment," *IEEE Transaction on Systems, Man, and Cybernetics—Part B: Cybernetics,* Vol. 40, No. 2, 2010, pp. 266-285.

[31] Imae, J., Sagami, H., Kobayashi, T. and Zhai, G., "Nonlinear Control Design Method Based on State-Dependent Riccati Equation (SDRE) via Quasi-Newton Method," *43rd IEEE Conference on Decision and Control,* Bahamas, 2004, pp. 2740-2741

[32] Anderson, B. D. O. and Moore, J. B., *Optimal Control: Linear Quadratic Methods*, Prentice Hall, Englewood Cliffs, New Jersey, 1990.

[33] Slotine, J. E. and Weiping, L., *Applied Nonlinear Control*, Prentice Hall, Englewood Cliffs, New Jersey, 1991.

[34] Chen, T. and Xu, S., "Double Line-of-Sight Measuring Relative Navigation for Spacecraft Autonomous Rendezvous," *Acta Astronautica,* Vol. 67, No. 1-2, 2010, pp. 122–134.

[35] Park, C., Guibout, V. and Scheeres, D. J., "Solving Optimal Continuous Thrust Rendezvous Problems with Generating Functions," *Journal of Guidance, Control, and Dynamics,* Vol. 29, No. 2, 2006, pp. 321-331.

[36] Yang, X., Yu, J. and Gao, H., "An Impulse Control Approach to Spacecraft Autonomous Rendezvous Based on Genetic Algorithms," *Neurocomputing,* Vol. 77, No. 1, 2012, pp. 189–196.