

Active Control of a Smart Satellite under Thermal Loading

E. Azadi^{1*}, S. A. Fazelzadeh² and M. Azadi³

1, 2. School of Mechanical Engineering, Shiraz University

3. Department of Mechanic, Marvdasht Branch, Islamic Azad University

*Postal Cod: 71936-16548, Shiraz, IRAN

eazadi@shirazu.ac.ir

In this paper, vibration suppression and maneuver control of a smart flexible satellite moving in a circular orbit are studied. The satellite is considered as a rigid hub and two flexible appendages with piezoelectric layers attached on them as actuators. The satellite is moving in a circular orbit and has pitch angle rotation maneuver. The heat radiation effects on the appendages are considered. When the satellite is rotating around the Earth, the appendages experience periodic heating and cooling in the sunlight and shadow region of the Earth with the variation of the thermal environment. These nonlinear transient heat equations depend on the satellite maneuver angle and the panels vibrations, too. The thermally induced vibrations of the appendages and the heat transfer equation are coupled and should be solved simultaneously. An inverse dynamic controller is proposed to control the satellite maneuver and appendage vibrations. Finally, the whole system is simulated and the effects of the heat radiation and piezoelectric actuators on the response of the system are studied. Also, the effectiveness and the capability of the controller are analyzed.

Keywords: Flexible satellite, Thermal loading, Nonlinear nonhomogeneous partial differential equations, inverse dynamic control, Piezoelectric layers

1. PhD Student (Corresponding Author)
2. Professor
3. Assistance Professor

کنترل فعال ماهواره هوشمند تحت بارهای حرارتی

عماد آزادی^{۱*}، سید احمد فاضل زاده^۲ و محمد آزادی^۳

۱ و ۲- دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه شیراز

۳- گروه مکانیک، واحد مرودشت، دانشگاه آزاد اسلامی

*شیراز، کد پستی: ۷۱۹۳۶-۱۶۵۴۸

eazadi@shirazu.ac.ir

در این مقاله، ماهواره‌ای متشکل از یک هاب و دو پانل انعطاف‌پذیر، در حال چرخش در مداری به دور زمین، در نظر گرفته شده است. هر یک از پانل‌ها یک تیر اویلر برنولی فرض شده است که تحت بارهای حرارتی قرار دارند. ماهواره با سرعت زاویه‌ای ثابت به دور زمین می‌چرخد و همچنین مانوری نیز به دور خود دارد. بر اثر این چرخش و همچنین بارهای حرارتی، پانل ماهواره مرتعش می‌شود. لایه‌هایی از پیزوالکتریک بر روی پانل‌ها به عنوان عملگر فرض می‌شود تا اثر این ارتعاشات را تعدیل کند. تنش‌های حرارتی به وجود آمده در پانل بر اثر تابش خورشید به یک طرف پانل‌ها و دفع گرما از طریق تابش در طرف دیگر آن است که باعث می‌شود معادلات به صورت ناهمگن و غیرخطی شده و توزیع دما در پانل به صورت زمانمند به دست آید. از کنترل دینامیک معکوس استفاده شده است تا مانور ماهواره و ارتعاشات پانل‌های آن کنترل شود. در نهایت سیستم در نرم‌افزار مدل شده و نتایج مدل‌سازی ارائه شده است.

واژه‌های کلیدی: ماهواره انعطاف‌پذیر، بارهای حرارتی، معادله پاره‌ای غیرخطی و غیرهمگن، کنترل دینامیک معکوس، لایه‌های پیزوالکتریک

علائم و اختصارات

$w(x)$	خیز عرضی پانل		
v_B	سرعت المان پانل		
T	انرژی جنبشی	Ω	سرعت زاویه‌ای چرخش ماهواره در مدار
U_{app}	انرژی پتانسیل پانل	$\dot{\psi}$	سرعت زاویه‌ای دوران ماهواره
U_{PZT}	انرژی پتانسیل پیزوالکتریک	b	عرض پانل
M_h	جرم هاب	ρ	چگالی پانل
I_h	ممان اینرسی هاب	E	مدول الاستیک پانل
N_a	تعداد پیزوالکتریک‌ها	t_a	ضخامت پانل
$\Theta(z,t)$	دمای پانل	ρ_p	چگالی پیزوالکتریک
σ_o	ثابت بولتزمن	E_p	مدول الاستیک پیزوالکتریک
ϵ_o	ضریب صدور پانل	t_p	ضخامت پیزوالکتریک
α_o	ضریب جذب پانل	e_{31}	ثابت پیزوالکتریک
S_o	شدت تابش خورشید		
K_P و K_D	ماتریس‌های بهره کنترلر		

۱. دانشجوی دکتری (نویسنده مخاطب)

۲. استاد

۳. استادیار

مقدمه

ساده‌سازی کردند. ماگانتی و همکارش [۱۶] مدل ساده‌شده‌ای از کنترل تطبیقی را برای ماهواره‌ای در حال مانور در مدار پیشنهاد کردند. آنها ارتعاشات را، اغتشاش در سیستم کنترلی لحاظ کردند. پولیتس و همکارانش [۱۷] تحقیقاتی پیرامون کاهش ارتعاشات پانل‌های یک ماهواره انجام دادند که از سلول‌های خورشیدی پوشیده شده بود. آنها ماهواره را در مدار فرض کرده و محرک‌های گشتاوری و چرخ‌های کوچک را، عملگرهای سیستم در نظر گرفتند. آنها همچنین دینامیک سیستم را خطی‌سازی کرده و مانور ماهواره را کنترل کردند.

در تحقیقاتی دیگر، اثرات حرارتی ناشی از تابش خورشید در مدل‌های بسیار ساده‌تر بررسی شده است. چلو و لیبرسکیو [۱۸] استوانه جدار نازکی را به‌عنوان تیر در نظر گرفتند و اثرات تابشی خورشید را مطالعه کردند. نا و همکارانش [۱۹] اثرات حرارتی یک تیر مرکب مدور در حال دوران را که تحت تابش قرار دارد، بررسی کردند. ایکسیو و همکارانش [۲۰] با استفاده از یک روش المان محدود اثرات حرارتی یک تیر مدور را مورد بررسی قرار دادند. این تیر قسمتی از یک سازه فضایی است که تحت تابش خورشید قرار دارد. جینگتاو و همکارانش [۲۱] تنش‌های حرارتی را در یک تیر بررسی کردند. سانگ و یون [۲۲] اثرات تابش خورشید بر تیر استوانه‌ای جدار نازک ماهواره‌ای را مدل کردند. آنها معادلات دینامیکی را با استفاده از روش همیلتون استخراج کردند. لی و همکارانش [۲۳] آنالیز حرارتی را برای یک ماهواره که تحت تابش از خورشید و انعکاس از زمین بود، انجام دادند.

در هیچ یک از تحقیقاتی که تاکنون انجام شده است مسئله مانور ماهواره همراه با بار حرارتی بر روی پانل‌ها و همچنین کاهش ارتعاشات پانل‌ها با استفاده از لایه‌های پیزوالکتریک مشاهده نشده است. در این مقاله، ماهواره‌ای مدنظر است که در مداری به دور زمین در چرخش بوده و مانور آن برای قرار گرفتن در زاویه‌ای جدید کنترل می‌شود. فرض شده است پانل‌های ماهواره انعطاف‌پذیر بوده و تحت تابش خورشید قرار گیرد. این تابش، توزیع دمای زمان‌مندی را در پانل به‌وجود می‌آورد. بر اثر تنش‌های حرارتی و همچنین دوران ماهواره پانل‌ها به ارتعاش در می‌آیند. لایه‌هایی از پیزوالکتریک به عنوان عملگر بر روی پانل‌ها فرض شده‌است تا دامنه این ارتعاشات را کاهش دهد. در نهایت با استفاده از کنترل دینامیک معکوس، مانور ماهواره و ارتعاشات پانل‌ها کنترل می‌شود.

دینامیک سیستم

در این تحقیق، ماهواره‌ای مانند شکل (۱) در نظر گرفته شده است. فرض شده است که ماهواره حول مداری دایره‌ای شکل با سرعت

در سال‌های اخیر، تحقیقات گوناگونی در زمینه کنترل مانور ماهواره‌ها انجام شده است و روش‌هایی نیز، برای کنترل ارتعاشات پانل‌های انعطاف‌پذیر ماهواره ارائه شده است. یکی از توانایی‌های اصلی ماهواره‌ها چرخش و مانور در زاویه‌های زیاد است. در نتیجه این مانور پانل‌های انعطاف‌پذیر دچار ارتعاش می‌شوند و دینامیک ماهواره با چرخش زاویه زیاد زمان‌مند و غیرخطی است. تاکاشیکیدا و همکارانش [۱] در سال ۱۹۸۶، ماهواره‌ای با پانل‌های انعطاف‌پذیر را بررسی کردند که حول یک محور دوران می‌کرد. آنها معادلات را به‌صورت خطی تقریب زدند. سپس این ماهواره را به کمک روش کنترل بهینه کنترل کردند. در دهه‌های اخیر، چندین تحقیق در رابطه با دینامیک و کنترل ماهواره‌ها صورت گرفته است [۲ و ۳]. کیو و همکارانش [۴] ماهواره‌ای با پانل انعطاف‌پذیر را که تنها حول یک محور چرخش داشت در نظر گرفته و با استفاده از مشاهده‌گر حالت و کنترل سازه متغیر، مانور با زاویه زیاد ماهواره را کنترل کردند. باینوم و همکارانش [۵] نیز، با استفاده از کنترل بهینه، مانور با زاویه زیاد یک ماهواره را کنترل کردند. آنها معادلات را با روش لاگرانژ استخراج و مسئله مقدار مرزی دو نقطه‌ای را با روش خطی‌سازی و روش جواب خصوصی حل کردند.

آزادی و همکارانش در تحقیقاتی، ارتعاشات پانل ماهواره را با استفاده از مواد پیزوالکتریک و کنترلر فعال کنترل کردند [۶-۹]. توکلی [۱۰] و همکارانش عملکرد و کارایی یک شبیه‌ساز سه درجه آزادی را بررسی کردند. بلندی [۱۱] و همکارانش روش آشکارسازی عیب مقاوم براساس تولید حدود آستانه تطبیقی برای یک ماهواره سه محوره را ارائه کردند. برای این منظور، ابتدا، سیستم کنترل وضعیت توسط یک مدل با تغییرات شبه پارامتری خطی (q-LPV) را توصیف کردند. صابری [۱۲] و همکارانش طراحی سیستم کنترل وضعیت یک ماهواره سنجش از دور با استفاده از ۴ چرخ عکس‌العملی با ساختار هرمی را مطرح کردند.

تعدادی از محققان ماهواره را در حال مانور در مدار بررسی کردند. شن و همکارانش [۱۳] ارتعاشات پانل انعطاف‌پذیر ماهواره‌ای را که در مدار چرخش حول یک محور دوران داشت، در نظر گرفتند و معادلات دینامیکی آن را استخراج کردند. آنها تلاشی برای کنترل سیستم موجود نکردند. سینک و همکارش [۱۴] از یک سیستم کنترل تطبیقی برای کنترل مانور دورانی یک ماهواره در مدار و تعدیل ارتعاشات پانل انعطاف‌پذیر آن استفاده کردند. آنها مانور ماهواره را تنها حول یک محور در نظر گرفتند و دینامیک سیستم را ساده‌سازی کردند. هیو و همکارش [۱۵] با استفاده از کنترل مود لغزشی حرکت یک ماهواره را در مدار کنترل و معادلات دینامیکی

که T_{app} انرژی جنبشی پانلهاست. T_H انرژی جنبشی هاب است که ناشی از حرکت ماهواره در مدار و دوران آن به حول خودش است.

$$T_H = \frac{1}{2} M_h R^2 \Omega^2 + \frac{1}{2} I_h \dot{\psi}^2 + \frac{1}{2} I_h \Omega^2 \sin^2 \psi \quad (۶)$$

و انرژی جنبشی پیزوالکتریکها عبارت است از:

$$\begin{aligned} T_{PZT} = & \frac{1}{2} \rho_p t_p b \sum_{a=1}^2 \sum_{n=1}^{N_a} \left\{ \sum_i \sum_j (\dot{q}_i^a \dot{q}_j^a \int_{PZT_n^a} \varphi_i^a \varphi_j^a dx) + \right. \\ & \dot{\psi} \int_{PZT_n^a} x^2 dx + \dot{\psi}^2 \sum_i \sum_j (q_i^a q_j^a \int_{PZT_n^a} \varphi_i^a \varphi_j^a dx) + \\ & 2\dot{\psi} \sum_i (\dot{q}_i^a \int_{PZT_n^a} \varphi_i^a x dx) + R^2 \Omega^2 \int_{PZT_n^a} dx + \\ & \Omega^2 \cos^2 \psi \sum_i \sum_j (q_i^a q_j^a \int_{PZT_n^a} \varphi_i^a \varphi_j^a dx) + \\ & \Omega^2 \sin^2 \psi \int_{PZT_n^a} x^2 dx + 2R\Omega^2 \cos \psi \sum_i q_i^a \int_{PZT_n^a} \varphi_i^a dx - \\ & \left. 2R\Omega^2 \sin \psi \int_{PZT_n^a} x dx - 2\Omega^2 \sin \psi \cos \psi \sum_i (q_i^a \int_{PZT_n^a} \varphi_i^a x dx) \right\} \end{aligned} \quad (۷)$$

آنالیز حرارتی

از یک سو انرژی خورشید بر یک وجه از پانلهای تابنده می‌شود و گرما از طریق تابش از وجه دیگر به فضای تاریک تابیده می‌شود. بنابراین، گرادیان گرمایی زمان‌مندی، در جهت ضخامت پانل به وجود می‌آید که باعث به وجود آمدن تنش حرارتی در پانلهای می‌شود. در این قسمت هدف، به دست آوردن معادله دما براساس تابعی از زمان و ضخامت پانل است. به منظور استخراج معادله انتقال حرارت فرضیات زیر را در نظر می‌گیریم:

۱. گرما تنها در راستای ضخامت منتقل می‌شود و از انتقال حرارت در راستای طول پانل صرف نظر شده است.

۲. از اتلاف حرارت در تکیه‌گاه ($x=0$) چشم پوشی شده است.

۳. میدان دما در راستای عرض یکنواخت فرض شده است. بنابراین، گرادیان دما در عرض پانل صفر فرض شده است.

۴. از انتقال حرارت جابه‌جایی در هر دو طرف پانل صرف نظر شده است.

با توجه به فرضیات فوق، معادله انتقال حرارت به صورت رابطه زیر به دست می‌آید [۱۸]:

$$\frac{\partial \Theta}{\partial t} - \frac{k}{\rho c} \frac{\partial^2 \Theta}{\partial y^2} + \frac{\sigma_o \epsilon_o}{\rho c t_a} \Theta^4 = \frac{S_o \alpha_o}{\rho c t_a} \cos(\psi + w') \quad (۸)$$

در رابطه (۸)، $\Theta = \Theta(z, t)$ دمای پانل، t زمان، y راستای ضخامت پانل، σ_o ثابت بولتزمن، ϵ_o ضریب صدور، S_o قدرت تابش خورشید، α_o ضریب جذب، ρ چگالی پانل، c گرمای ویژه پانل، k ضریب رسانش حرارتی و $w' = w'(x)$ شیب پانل در نقطه x است. هر یک از پانلهای به عنوان تیر اویلر برنولی در نظر گرفته شده‌اند. بنابراین، میدان

زاویه‌ای ثابت Ω در چرخش است. همچنین ماهواره حول محور z با سرعت زاویه $\dot{\psi}$ می‌چرخد. هر کدام از پانلهای ماهواره یک تیر یکسر درگیر با عرض b ، ضخامت t_a ، طول $L-l$ ، چگالی ρ و مدول الاستیسیته E در نظر گرفته شده است. لایه‌های پیزوالکتریک با ضخامت t_p ، چگالی ρ_p ، مدول الاستیک E_p و ثابت پیزوالکتریک e_{31} فرض شده است. $w_i(x)$ میزان خیز محور خشی پانل i ام ماهواره است. سرعت یک المان از پانل به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$v_B = v_A + v_{rel} + \omega \times r_{B/A} \quad (۱)$$

که v_A سرعت هاب و v_{rel} سرعت نسبی المان نسبت به هاب است. ω سرعت زاویه‌ای هاب و $r_{B/A}$ بردار مکان المان نسبت به هاب است. v_A ، ω و $r_{B/A}$ به صورت رابطه (۲) محاسبه می‌شود:

$$v_A = -R\Omega \hat{K} \quad (۲)$$

$$v_{rel} = \dot{w} \hat{j}_2$$

$$\omega = \dot{\psi} \hat{k}_1 + \Omega \hat{I}$$

$$r_{B/A} = x \hat{i}_2 + w \hat{j}_2$$

با داشتن سرعت المان، انرژی جنبشی به صورت رابطه (۳)

محاسبه می‌شود:

$$\begin{aligned} T = & \frac{1}{2} \rho t_a b \sum_{a=1}^2 \int_{v_B^2} dx + \left(\frac{1}{2} M_h R^2 \Omega^2 + \frac{1}{2} I_h \dot{\psi}^2 \right. \\ & \left. + \frac{1}{2} I_h \Omega^2 \sin^2 \psi \right) + \frac{1}{2} \rho_p t_p b \sum_{a=1}^{N_a} \int_{v_k^2} dx \end{aligned} \quad (۳)$$

که M_h و I_h به ترتیب جرم و ممان اینرسی هاب هستند. N_a تعداد پیزوالکتریکها بر روی یک پانل است.

چنانچه خیز پانل را به صورت مجموعی از حاصل ضرب شکل مودها در مختصات تعمیم یافته که تابعی از زمان هستند تعریف کنیم، داریم:

$$\begin{aligned} w_j(x, t) = & \sum_i \varphi_i^j q_i^j = (\Phi^j)^T \mathbf{q}^j \quad j = 1, 2 \\ \mathbf{q} = & [(\mathbf{q}^1)^T \quad (\mathbf{q}^2)^T]^T \\ \Phi = & [(\Phi^1)^T \quad (\Phi^2)^T]^T \end{aligned} \quad (۴)$$

در رابطه فوق \mathbf{q}^j و Φ^j مختصات تعمیم یافته و شکل مود پانل زام هستند. اگر هر یک از ترم‌های رابطه (۳) را به ترتیب T_A ، T_{app} و T_{PZT} بنامیم، با جای‌دهی رابطه (۴) در رابطه (۳) داریم (رابطه ۵):

$$\begin{aligned} T_{app} = & \frac{1}{2} \rho t_a b \sum_{a=1}^2 \left\{ \sum_i \sum_j (\dot{q}_i^a \dot{q}_j^a \int_{app_a} \varphi_i^a \varphi_j^a dx) + \right. \\ & \dot{\psi} \int_{app_a} x^2 dx + \dot{\psi}^2 \sum_i \sum_j (q_i^a q_j^a \int_{app_a} \varphi_i^a \varphi_j^a dx) + \\ & 2\dot{\psi} \sum_i (\dot{q}_i^a \int_{app_a} \varphi_i^a x dx) + R^2 \Omega^2 \int_{app_a} dx + \\ & \Omega^2 \cos^2 \psi \sum_i \sum_j (q_i^a q_j^a \int_{app_a} \varphi_i^a \varphi_j^a dx) + \\ & \Omega^2 \sin^2 \psi \int_{app_a} x^2 dx + 2R\Omega^2 \cos \psi \sum_i q_i^a \int_{app_a} \varphi_i^a dx - \\ & \left. 2R\Omega^2 \sin \psi \int_{app_a} x dx - 2\Omega^2 \sin \psi \cos \psi \sum_i (q_i^a \int_{app_a} \varphi_i^a x dx) \right\} \end{aligned} \quad (۵)$$

$$M = \begin{bmatrix} M_{\psi\psi} & M_{\psi q} \\ M_{q\psi} & M_{qq} \end{bmatrix} \quad (۱۶)$$

که درایه‌های آن عبارتند از:

$$(M_{\psi\psi}) = \rho b t_a \sum_{a=1}^2 \left\{ \int x^2 dx + \sum_i \sum_j q_i^a q_j^a \int \varphi_i^a \varphi_j^a dx \right\} + \rho_p b t_p \sum_{a=1}^2 \sum_{n=1}^{N_a} \left\{ \int x^2 dx + \sum_i \sum_j q_i^a q_j^a \int \varphi_i^a \varphi_j^a dx \right\} + I_A \quad (۱۷)$$

$$(M_{\psi q})_{ij} = (M_{q\psi})_{ji} = \rho b t_a \sum_{a=1}^2 \int \varphi_i^a x dx + \rho_p b t_p \sum_{a=1}^2 \sum_{n=1}^{N_a} \int \varphi_i^a x dx \quad (۱۸)$$

$$(M_{qq})_{ij} = \rho b t_a \sum_{a=1}^2 \int \varphi_i^a \varphi_j^a dx + \rho_p b t_p \sum_{a=1}^2 \sum_{n=1}^{N_a} \int \varphi_i^a \varphi_j^a dx \quad (۱۹)$$

همچنین برای ماتریس C داریم:

$$C_{ij} = \sum_{k=1}^N c_{ijk} \zeta_k \quad (۲۰)$$

$$\zeta = [\psi \quad \mathbf{q}^T]^T$$

که

$$c_{ijk} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial [M]_{ij}}{\partial \zeta_k} + \frac{\partial [M]_{ik}}{\partial \zeta_j} - \frac{\partial [M]_{jk}}{\partial \zeta_i} \right) \quad (۲۱)$$

برای ماتریس K_H داریم:

$$K_H = \begin{Bmatrix} K_{H\psi} \\ K_{Hq} \end{Bmatrix} \quad (۲۲)$$

$$(K_{H\psi})_i = \rho b t_a \sum_{a=1}^2 \left\{ \Omega^2 \sin \psi \cos \psi \sum_i \sum_j (q_i^a q_j^a \int \varphi_i^a \varphi_j^a dx) - \Omega^2 \sin \psi \cos \psi \int x^2 dx + R \Omega^2 \sin \psi \sum_i (q_i^a \int \varphi_i^a dx) + R \Omega^2 \cos \psi \int x dx + \Omega^2 \cos(2\psi) \sum_i (q_i^a \int \varphi_i^a x dx) \right\} + \rho_p b t_p \sum_{a=1}^2 \sum_{n=1}^{N_a} \left\{ \Omega^2 \sin \psi \cos \psi \sum_i \sum_j (q_i^a q_j^a \int \varphi_i^a \varphi_j^a dx) - \Omega^2 \sin \psi \cos \psi \int x^2 dx + R \Omega^2 \sin \psi \sum_i (q_i^a \int \varphi_i^a dx) + R \Omega^2 \cos \psi \int x dx + \Omega^2 \cos(2\psi) \sum_i (q_i^a \int \varphi_i^a x dx) \right\} + I_n \Omega^2 \sin \psi \cos \psi \quad (۲۳)$$

و

$$(K_{Hq})_i = \rho b t_a \sum_{a=1}^2 \left\{ -\Omega^2 \cos^2 \psi \sum_j (q_j^a \int \varphi_j^a \varphi_i^a dx) - R \Omega^2 \cos \psi \int \varphi_i^a dx + \Omega^2 \sin \psi \cos \psi \int \varphi_i^a x dx \right\} + \rho_p b t_p \sum_{a=1}^2 \sum_{n=1}^{N_a} \left\{ -\Omega^2 \cos^2 \psi \sum_j (q_j^a \int \varphi_j^a \varphi_i^a dx) - R \Omega^2 \cos \psi \int \varphi_i^a dx + \Omega^2 \sin \psi \cos \psi \int \varphi_i^a x dx \right\} \quad (۲۴)$$

ماتریس سختی به صورت رابطه (۲۵) تعریف می‌شود:

$$K = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & K_{qq} \end{bmatrix} \quad (۲۵)$$

جابه‌جایی تیر اینگونه محاسبه می‌شود:

$$u_{a,x}(x,t) = -y \frac{\partial w_a(x,t)}{\partial x} \quad a=1,2 \quad (۹)$$

که $w_a(x,t)$ و $u_{a,x}(x,t)$ به ترتیب مقدار جابه‌جایی در جهت طولی و عرضی پانل i ام است. کرنش ε_x و تنش σ_x نیز با رابطه (۱۰) محاسبه می‌شود:

$$\varepsilon_x = -y \frac{\partial^2 w_a(x,t)}{\partial x^2}, \quad a=1,2$$

$$\sigma_{x,app}(y) = -\alpha E \Theta(y) + \frac{1}{t_a} \int_{-t_a/2}^{t_a/2} \alpha E \Theta(y) dy \quad (۱۰)$$

$$+ \frac{12y}{t_a^3} \int_{-t_a/2}^{t_a/2} \alpha E \Theta(y) y dy - E y \frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial x^2}$$

تنش در پیژوالکتریک‌ها نیز با این رابطه به دست می‌آید:

$$\sigma_{x,p_n} = -E_{p_n} y \frac{\partial^2 w_{p_n}}{\partial x^2} - e_{31n} E_{z_n} \quad n=1 \dots N \quad (۱۱)$$

در نهایت انرژی پتانسیل به کمک رابطه زیر به دست می‌آید.

$$U = \int \sigma_x \varepsilon \quad (۱۲)$$

در رابطه فوق، انرژی پتانسیل شامل دو بخش است. یکی انرژی پتانسیل پانل و دیگری انرژی پتانسیل پیژوالکتریک‌ها که عبارتند از:

$$U_{app} = \frac{1}{2} \sum_{a=1}^2 \int E y^2 \left(\frac{\partial^2 w_a}{\partial x^2} \right)^2 dv + \frac{1}{2} \sum_{a=1}^2 \int E \alpha^2 \Theta(y)^2 dv - \frac{1}{2t_a} \sum_{a=1}^2 \int E \left(\int_{-t_a/2}^{t_a/2} \alpha \Theta(y) dy \right)^2 dv - \frac{1}{2t_a^3} \sum_{a=1}^2 \int E (12y \int_{-t_a/2}^{t_a/2} \alpha \Theta(y) y dy) dv$$

$$U_{PZT} = \frac{1}{2} \sum_{n=1}^N \int E_{p_n} y^2 \left(\frac{\partial^2 w_{p_n}}{\partial x^2} \right)^2 dv + \sum_{n=1}^N \int y e_{31n} E_{z_n} \frac{\partial^2 w_{p_n}}{\partial x^2} dv + \frac{1}{2} \sum_{n=1}^N \int E_{z_n} d_n dv \quad (۱۳)$$

پس از محاسبه انرژی جنبشی و پتانسیل سیستم با استفاده از رابطه زیر که معادله لاگرانژ است، معادله حاکم بر سیستم استخراج می‌شود:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{\zeta}} \right) - \frac{\partial T}{\partial \zeta} + \frac{\partial U}{\partial \zeta} = Q \quad (۱۴)$$

در این رابطه، Q بردار نیروهای تعمیم‌یافته و $\dot{\zeta}$ نیز بردار مختصات تعمیم یافته است. همچنین، U انرژی پتانسیل و T انرژی جنبشی کل سیستم است. با جایگذاری روابط (۵) تا (۱۳) در معادله (۱۴) و همچنین استفاده از روش ریلی ریتز، معادله حاکم بر سیستم به صورت رابطه (۱۵) به دست می‌آید:

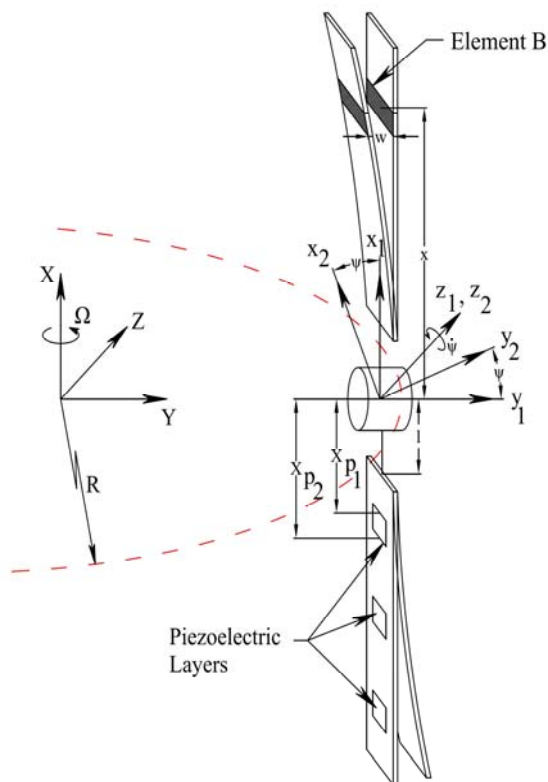
$$M \dot{q} + C \dot{q} + K q + K_H = \tau \quad (۱۵)$$

که M ماتریس جرم، C ماتریس کریولیس، K ماتریس سختی، K_H ماتریس اثرات چرخش و جانب مرکز و τ بردار نیروهای تعمیم یافته است. ماتریس جرم به صورت رابطه (۱۶) تعریف می‌شود:

پانل‌ها قرار داده شده‌اند. طول هر لایه پیزوالکتریک پنجاه سانتی‌متر و عرض آن برابر با عرض تیر است. با توجه به اینکه پاسخ سیستم باید مستقل از تعداد توابع شکل باشد، با بررسی پاسخ سیستم به ازای تعداد توابع شکل مختلف به این نتیجه رسیدیم که با در نظر گرفتن حداقل سه تابع شکل میزان خطا پذیرفتنی است. بنابراین، در این مقاله به منظور شبیه‌سازی ارتعاشات سیستم سه تابع شکل در نظر گرفته شده است.

جدول ۱- مقادیر پارامترهای پانل و پیزوالکتریک‌ها

پارامتر	مقادیر	پارامتر	مقادیر
مدول الاستیک پیزوالکتریک	$E_p = 2 \times 10^9 \text{ N/m}^2$	قدرت تابش خورشید	$S_0 = 1.35 \times 10^3 \text{ W/m}^2$
ثابت پیزوالکتریک	$d_p = 22 \times 10^{-12} \text{ m}^2/\text{V}$	گرمای ویژه پانل	$c = 1044 \text{ J/kgK}$
ضخامت پیزوالکتریک	$t_p = 1 \text{ mm}$	عرض پانل	$b = 0.5 \text{ m}$
عرض پیزوالکتریک	$b = 0.5 \text{ m}$	مدول الاستیک پانل	$E = 76 \times 10^9 \text{ N/m}^2$
چگالی پیزوالکتریک	$\rho_p = 1800 \text{ kg/m}^3$	طول پانل	$L = 5 \text{ m}$
ضریب صدور پانل	0.92	ضخامت پانل	$t_a = 8 \text{ mm}$
ضریب جذب پانل	0.92	چگالی پانل	$\rho = 2840 \text{ kg/m}^3$



شکل ۱- نمایی شماتیک از ماهواره

که عبارت است از:

$$K_{qq} = \frac{1}{2} \sum_{a=1}^2 \int_{app_a} EI \left(\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} \right)^2 dx + \frac{1}{2} \sum_{a=1}^2 \int EI \alpha^2 \Theta(y)^2 dx \quad (26)$$

$$+ \frac{1}{2} \sum_{a=1}^2 \int_{PZT_a} E_p I_p \left(\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} \right)^2 dx - \frac{1}{2t_a} \sum_{a=1}^2 \int_{-t_a/2}^{t_a/2} E \left(\int \alpha \Theta(y) dy \right)^2 dv$$

طراحی سیستم کنترل

کنترل دینامیک معکوس که تحت نام کنترل گشتاور محاسبه شده نیز شناخته می‌شود که ضمن خطی‌سازی و جداسازی، دینامیک سیستم آن را کنترل می‌کند. برای این منظور رابطه

$$\tau_i = M(q)u_{o_i} + C(q, \dot{q})\dot{q} + K(q)q + K_H \quad (27)$$

به معادله حاکمه اعمال می‌شود. ماتریس $M(q)$ ماتریس متقارن و مثبت معین است و رابطه (۲۸) را ارضا می‌کند:

$$\lambda_m I \leq M(q) \leq \lambda_M I \quad (28)$$

در رابطه فوق λ_m کوچک‌ترین و λ_M بزرگ‌ترین مقدار ویژه از مقادیر ویژه ماتریس $M(q)$ به ازای هر بردار q است. یک دسته n تایی سیستم غیروابسته است.

$$\ddot{q}_i = u_{o_i} \quad (29)$$

که u_{o_i} ورودی سیستم کنترلی است. مثالی برای u_{o_i} عبارت است از:

$$u_o = \ddot{q}_d + K_D(\dot{q}_d - \dot{q}) + K_P(q_d - q) \quad (30)$$

در رابطه بالا اندیس d نمایانگر پارامتر مطلوب است. معادله خطا به صورت رابطه (۳۱) به دست می‌آید:

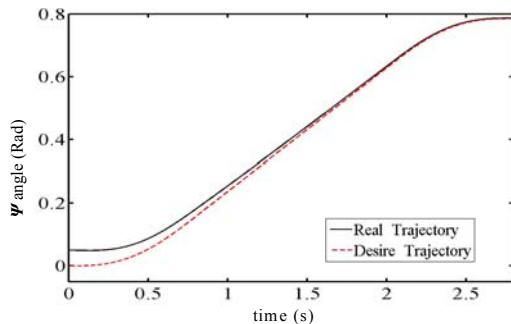
$$\ddot{\tilde{q}} + K_D \dot{\tilde{q}} + K_P \tilde{q} = 0 \quad \tilde{q} = q - q_d \quad (31)$$

این خطا با انتخاب مناسب ماتریس‌های بهره K_D و K_P به صورت نمایی پایدار است. به راحتی می‌توان نشان داد که اگر این ماتریس‌ها انتخاب‌های مناسبی باشند ماتریس A پایدار است. سپس می‌توان برای بعضی از ماتریس‌های متقارن $Q > 0$ ، یک ماتریس متقارن مثبت معین P پیدا کرد که معادله لیاپانوف را ارضا کند.

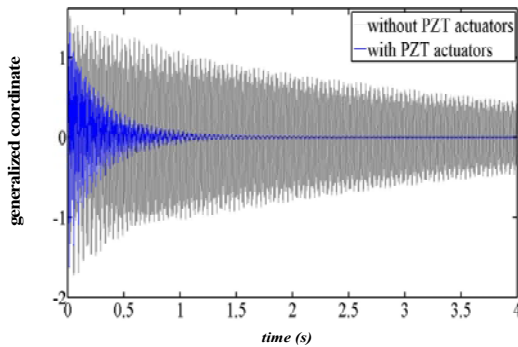
نتایج شبیه‌سازی

مقادیر پارامترهای فرض شده برای ماهواره و پانل‌های آن در جدول (۱) آورده شده است. مانور مطلوب برای ماهواره به صورت چرخش از زاویه صفر درجه تا ۴۵ درجه در نظر گرفته شده است که حول محور Z_1 صورت می‌گیرد (شکل ۱). به منظور بررسی قابلیت‌های کنترلر، شرایط اولیه‌ای مخالف صفر برای ارتعاشات پانل‌ها در نظر گرفته شده است که ارتعاشات پانل‌ها را تشدید می‌کند. تعداد سه جفت لایه پیزوالکتریک به عنوان عملگر برای کاهش ارتعاشات بر روی هر پانل نصب شده است که در فاصله‌های مساوی از ابتدای

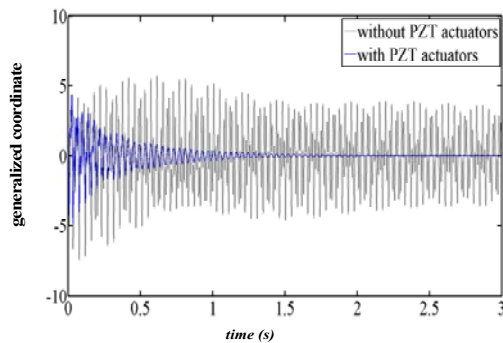
از مزایای این دستور کنترل ساده بودن آن است که استفاده عملی از آن را ممکن می‌سازد.



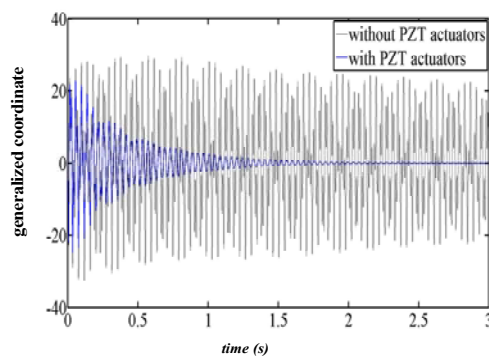
شکل ۲- مسیر حرکت ماهواره در مقایسه با مسیر مطلوب در دما ۳۰-



شکل ۳- رفتار مختصه تعمیم یافته اول نسبت به زمان در دما ۳۰-

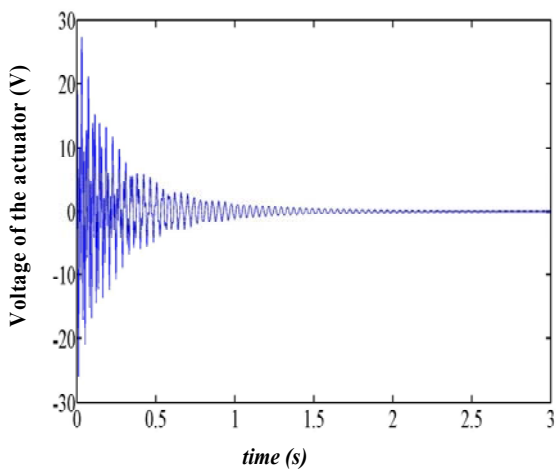


شکل ۴- رفتار مختصه تعمیم یافته دوم نسبت به زمان در دما ۳۰-

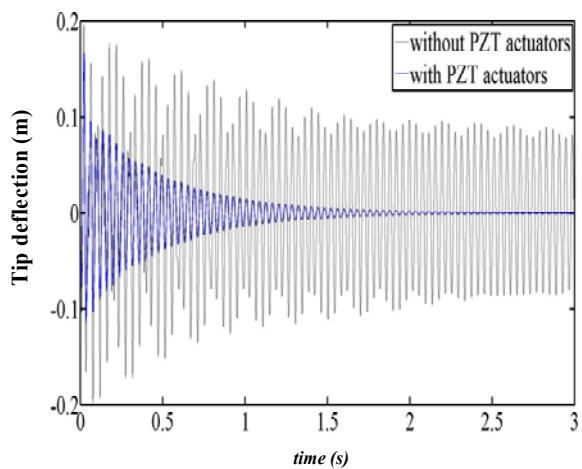


شکل ۵- رفتار مختصه تعمیم یافته سوم نسبت به زمان در دما ۳۰-

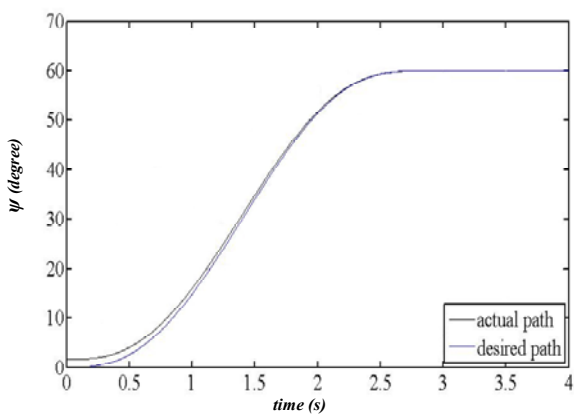
در ادامه، نتایج شبیه‌سازی برای دو حالت کلی آورده شده است. در حالت اول، دمای پانل‌ها ۵۰- درجه سلیسیوس [۱۸] فرض شده است و در حالت دیگر دما به ۳۰ درجه سلیسیوس رسیده است. بر اثر این اختلاف دمای ۸۰ درجه‌ای نتایج دو حالت با یکدیگر تفاوت دارد که در ادامه این نتایج با یکدیگر مقایسه شده‌اند. شکل (۲) مسیر چرخش ماهواره در حال تعقیب مسیر مطلوب را در حالت اول نشان می‌دهد. همانگونه که از این شکل مشخص است به منظور لحاظ کردن خطاهای موجود در سیستم اندازه‌گیری زاویه ابتدایی ماهواره با مقدار مطلوب آن تفاوت دارد که این مسئله می‌تواند به‌عنوان یک عامل اغتشاش، فرایند کنترل مانور ماهواره را مشکل‌تر کند که با مقایسه دو حالت ارائه شده در این شکل به خوبی مشخص است که ماهواره مسیر مطلوب طراحی شده را به خوبی تعقیب کرده و در بازه زمانی اندکی در جهت‌گیری جدید قرار گرفته است. شکل (۱۰) مسیر چرخش ماهواره را در حالت دوم نمایش داده است. در شکل‌های (۳) تا (۵) رفتار مختصات‌های تعمیم یافته در حالت اول در شرایط وجود پیزوالکتریک و عدم وجود پیزوالکتریک با یکدیگر مقایسه شده‌اند. از آنجاکه هر دو پانل رفتار یکسانی دارند، نتایج تنها، برای پانل یک ارائه شده است. مختصات‌های تعمیم یافته به نحوی بیانگر ارتعاشات پانل‌ها بوده و با کاهش آنها در نهایت ارتعاشات پانل‌ها کاهش می‌یابد. با ملاحظه این شکل‌ها انتظار می‌رود که ارتعاشات این پانل در بازه زمانی کوتاهی تعدیل شود. شکل‌های (۱۱) تا (۱۳) این نتایج را برای حالت دوم نمایش می‌دهند. شکل (۶) نشان‌دهنده ارتعاشات نوک پانل در حالت اول است. همانگونه که از این شکل مشخص است پس از گذشت زمان ۲/۵ ثانیه، که مانور ماهواره تمام می‌شود، دامنه این ارتعاشات در غیاب لایه‌های پیزوالکتریک نیز کاهش می‌یابد که این به علت از بین رفتن اثرات مانور ماهواره است. ولی، با توجه به این شکل در این حالت نیز دامنه این ارتعاشات در حدود ۱۰ سانتی‌متر است که می‌تواند بسیار مخرب باشد. در حالتی که از لایه‌های پیزوالکتریک به‌عنوان عملگر استفاده شده است، ارتعاشات پانل در کمتر از یک ثانیه به صفر رسیده است که بیانگر قابلیت‌های بالای کنترلر است. در شکل (۱۴) رفتار ارتعاشی نوک تیر در حالت دوم آورده شده است. شکل‌های (۷) تا (۹) ولتاژ اعمالی به پیزوالکتریک‌ها را در حالت اول نمایش می‌دهند. از آنجا که در عمل برای اعمال ولتاژ به لایه‌های پیزوالکتریک محدودیت وجود دارد، بررسی این شکل‌ها اهمیت بالایی دارد. با توجه به این شکل، ولتاژ اعمالی به عملگرهای پیزوالکتریک در محدوده قابل‌قبولی کمتر از ۱۴۰۰ ولت [۱۵] است. در شکل‌های (۱۵) تا (۱۷) این ولتاژها برای حالت دوم آورده شده است. در نهایت با توجه به کلیه نتایج شبیه‌سازی شده مشخص است که به‌رغم وجود معادلات حرکتی پیچیده و غیرخطی، دستور کنترلی به‌خوبی توانسته است مانور ماهواره و ارتعاشات پانل‌ها را کنترل کند. یکی دیگر



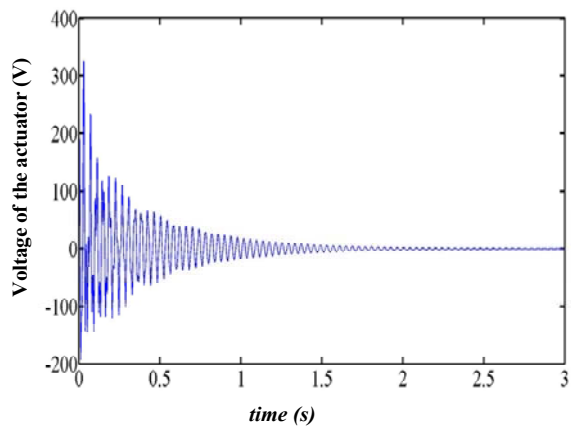
شکل ۹- ولتاژ سومین عملگر پیزوالکتریک در دما ۳۰-



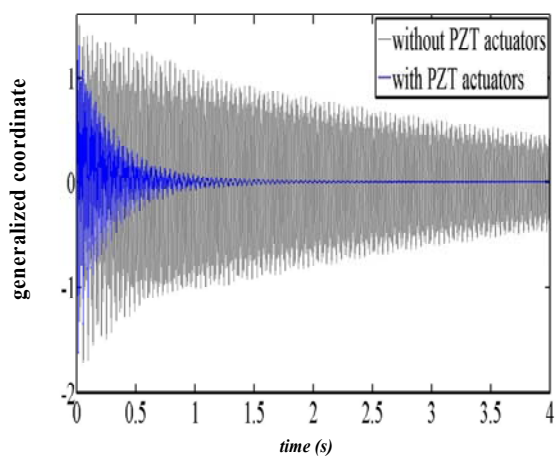
شکل ۶- رفتار ارتعاشی نوک پانل در دما ۳۰-



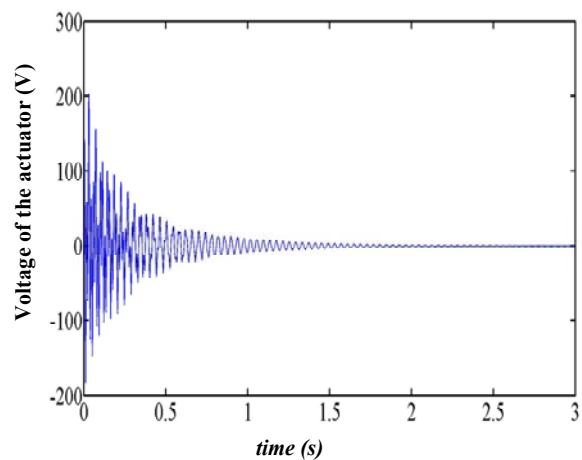
شکل ۱۰- مسیر حرکت ماهواره در مقایسه با مسیر مطلوب در دما ۵۰



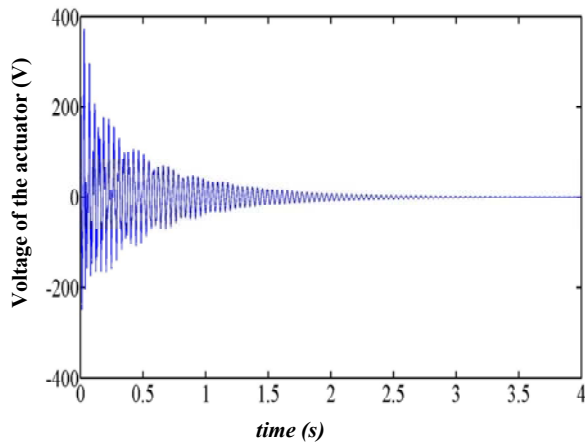
شکل ۷- ولتاژ اولین عملگر پیزوالکتریک در دما ۳۰-



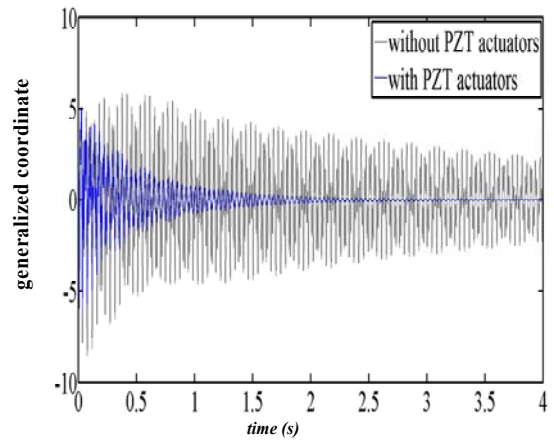
شکل ۱۱- رفتار مختصه تعمیم یافته اول نسبت به زمان در دما ۵۰



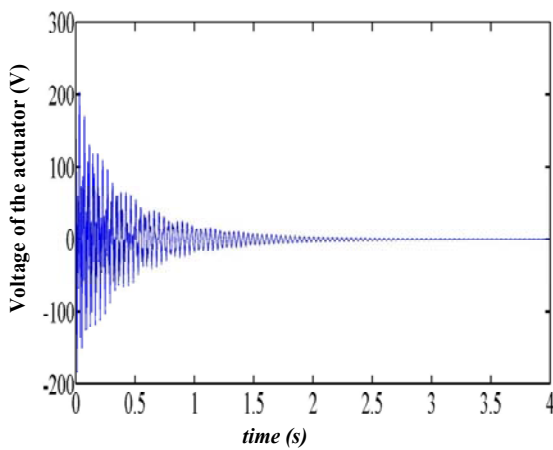
شکل ۸- ولتاژ دومین عملگر پیزوالکتریک در دما ۳۰-



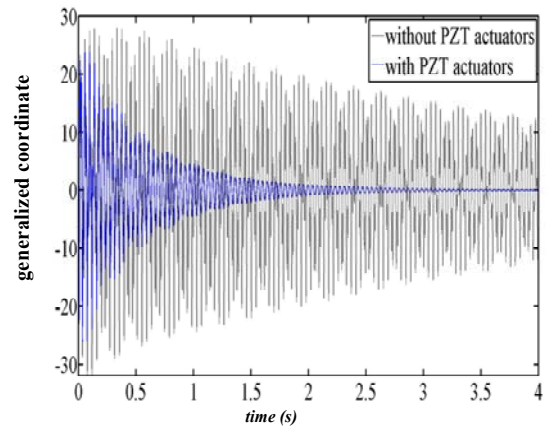
شکل ۱۵- ولتاژ اولین عملگر پیزوالکتریک در دما ۵۰



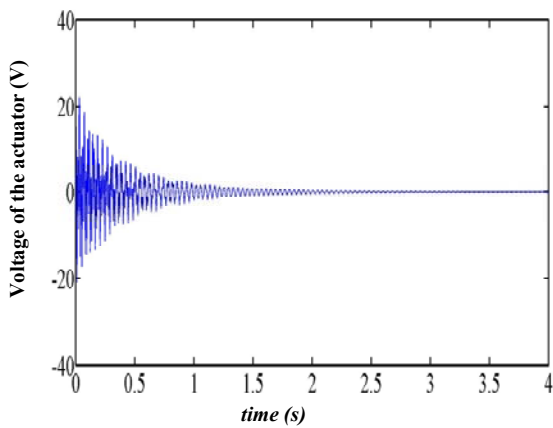
شکل ۱۲- رفتار مختصه تعمیم یافته دوم نسبت به زمان در دما ۵۰



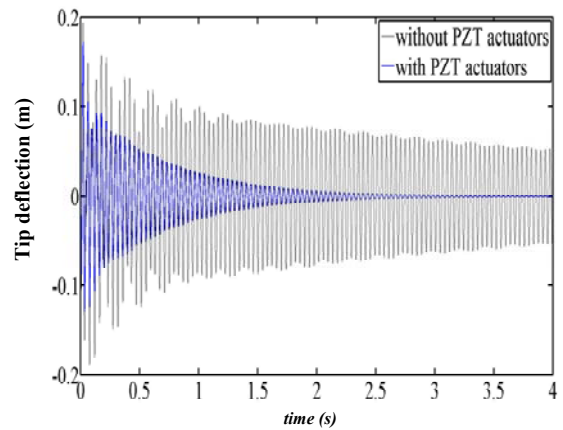
شکل ۱۶- ولتاژ دومین عملگر پیزوالکتریک در دما ۵۰



شکل ۱۳- رفتار مختصه تعمیم یافته سوم نسبت به زمان در دما ۵۰



شکل ۱۷- ولتاژ سومین عملگر پیزوالکتریک در دما ۵۰



شکل ۱۴- رفتار ارتعاشی نوک پانل در دما ۵۰

نتیجه گیری

در این مقاله، از کنترل دینامیک معکوس به منظور کنترل مانور ماهواره با پانل‌های انعطاف‌پذیر و همچنین کاهش دامنه ارتعاشات القایی پانل‌ها استفاده و اثرات تابشی خورشید در معادلات لحاظ شد، که این مسئله باعث القای ارتعاشات در پانل‌ها بود.

مانور ماهواره، حول یک محور با زاویه بزرگ در نظر گرفته شده بود که با استفاده از مواد پیزوالکتریک به عنوان عملگر و نیز، در نظر گرفتن اثرات تابش باعث غیرخطی و پیچیده شدن معادلات حاکم بر سیستم شد. معادلات حاکم کاملاً غیرخطی و پیچیده بودند که به منظور شبیه‌سازی هیچگونه ساده‌سازی در آنها صورت نگرفت و نتایج برای دو حالت مختلف دمایی آورده شد. با توجه به نتایج مشخص می‌شود وقتی که دما به ۸۰ درجه سانتی‌گراد افزایش می‌یابد به علت کاهش سختی، دامنه ارتعاشات نیز افزایش می‌یابد. بنابراین، کنترل ارتعاشات پانل‌ها را نسبت به حالت اول در زمان طولانی‌تری تعدیل می‌کند. در نهایت نتایج، شبیه‌سازی قابلیت‌های مطلوب کنترل را نشان دادند.

مراجع

- Orbiting Smart Flexible Satellite,” *Iranian Journal of Science & Technology, Transactions of Mechanical Engineering*, Vol. 38, No. M1, 2014, pp. 119-133.
- [10] Tavakkoli, A. H., Kalhor, A. and Dehghan, S. M. M., “Estimation of Operation of Satellite Three DOF Simulation with Applying Three Axes Controllers,” *Jouranal of Space Science and Technology*, Vol. 5 No. 2, Summer 1391, pp. 59-68 (In Persian).
- [11] Bolandi, H., Abedi, M. and Haghparast, M., “Algorithm Design Fault Detection and Isolation of the Proposed Thresholds for Control Subsystem of a Satellite Triaxial,” *Jouranal of Space Science and Technology*, Vol. 6, No. 1, Spring 1392, pp. 31- 46 (In Persian).
- [12] Fani Saberi, F. and Mehrjardi, A., “The Design of the Control System and Power Management for Satellite Remote Sensing with Regard to the Saturation Effect Wheels,” *Jouranal of Space Science and Technology*, Vol. 5, No. 4, Spring 1391, pp. 39-45 (In Persian).
- [13] Shen, Q., Soudack, A. C. and Modi, V. J., “Analytical Solution of Attitude Motion for Spacecraft with a Slewing Appendage,” *Nonlinear Dynamics*, Vol. 6, No.2, 1994, pp.193-241.
- [14] Singh, S. N. and Zhang, R., “Adaptive Output Feedback Control of Spacecraft with Flexible Appendages by Modeling Error Compensation,” *Acta Astronautica*, Vol. 54, No. 4, 2004, pp. 229-243.
- [15] Hui, L., Junfeng, L. and Baoyin, H., “Sliding Mode Control for Low-Thrust Earth-Orbiting Spacecraft Formation Maneuvering,” *Aerospace Science and Technology*, Vol. 10, No. 7, 2006, pp. 636-643.
- [16] Maganti, G. B. and Singh, S. N., “Simplified Adaptive Control of an Orbiting Flexible Spacecraft,” *Acta Astronautica*, Vol. 61, No.7, 2007, pp. 575-589.
- [17] Polites, M., Kalmanson, J. and Mangus, D., “Solar Sail Attitude Control using Small Reaction wheels and Magnetic Torquers,” *IMechE Aerospace Engineering Journal*, Vol. 222, No. 1, 2008, pp.53-62.
- [18] “Wavelet Technique Applied to Dynamic Response of Thin-Walled Composite Booms Exposed to Solar Radiation,” *5th International Congress on Thermal Stresses and Related Topics*, 2003.
- [19] Na, S. and et al., “Dynamic Response Control of Rotating Composite Booms under Solar Radiation,” *Journal of Thermal Stresses*, Vol. 32, No. 1, 2009, pp. 21-40.
- [20] De Xue, M., Duan, J. and Hai Xiang, Z., “Thermally-Induced Bending-Torsion Coupling Vibration of Large Scale Space Structures,” *Comput Mech*, Vol. 40, No. 4, 2007, pp. 707-723.
- [21] Jingtao, W., Shougen, Zh., Kang, Li. and Yiwu, L., “Thermally Induced Vibration Analysis of Thin-Walled Beam Considering the Material’s Temperature Effect,” *International Conference on Experimental Mechanics*, Vol. 7375, 2009.
- [22] Song, O., Yoon, I. and Librescu, L., “Thermally Induced Bending Vibration of Composite Spacecraft Booms Subjected to Solar Heating,” *Journal of Thermal Tresses*, Vol. 26, No.8, 2003, pp. 829-843.
- [23] Li, J., Yan, Sh. and Cai, R., “Thermal Analysis of Composite Solar Array Subjected to Space Heat Flux,” *Aerospace Science and Technology*, Vol. 27, No. 1. 2013, pp. 84-94.
- [1] Kida, T. and et al., “An Optimal Slewing Maneuver Approach for a Class of Spacecraft with Flexible Appendages,” *Journal of Acta Astronautica*, Vol. 13, No.6, 1986, pp.311-318.
- [2] Liu, X. and Onoda, J., “Controller Design for Vibration Suppression of Slewing Flexible Structures,” *Journal of Computers & Structures*, Vol. 70, No.1, 1999, pp. 119-128.
- [3] Singh, A., “Flexible Spacecraft Maneuver: Inverse Attitude Control and Modal Stabilization,” *Journal of ACTA Astronautica*, Vol.17, No. 1, 1986, pp. 1-9.
- [4] Qu, Z. Q. and Gao, W. B., “State Observation and Variable Structure Control of Rotational Maneuvers of a Flexible Spacecraft,” *Acta Astronautica*, Vol. 19, No. 8, 1989, pp.657-667.
- [5] Bainum, P. M. and Li, Z., “Optimal Large Angle Maneuvers of a Flexible Spacecraft,” *Acta Astronautica*, Vol. 25, No. 3, 1991, pp.141-148.
- [6] Azadi, E., Eghtesa, M., Fazlzadeh, S.A. and Azadi, M., “Vibration Suppression of Smart Nonlinear Flexible Appendages of a Rotating Satellite by Using Hybrid Adaptive Sliding Mode /Lyapunov Control,” *Journal of Vibration and Control*, Vol. 19, No. 7, 2013, pp.975-991.
- [7] Azadi, M., Fazlzadeh, S.A., Eghtesad, M. and Azadi, E., “Vibration Suppression and Adaptive-Robust Control of a Smart Flexible Satellite with Three Axes Maneuvering,” *Acta Astronautica*, Vol. 69, No.5, 2011, pp. 307-322.
- [8] Azadi, V., Azadi, M., Fazlzadeh, S. A. and Azadi, E., “Active Control of a FGM Beam under Follower Force with Piezoelectric Sensors/Actuators,” *International Journal of Structural Stability and Dynamics*, Vol. 14, No. 3, 2014, pp. 1350063-1-19.
- [9] Azadi, E., Eghtesad, M., Fazlzadeh, S. A. and Azadi, M., “Active Vibration Suppression and Maneuver Control of an