

Effect of Time Separation between Observations on Angles-only Preliminary Orbit Determination

H. Tahmasbi^{1*}, M. Lashkanpour² and A. Maleki³

1. Department of Physics, Institute for Advanced Studies in Basic Sciences, Zanjan

2 and 3. Iran Electronics Industries (IEI)

*Postal Code: 45195-1159, Zanjan, IRAN

h.tahmasbi@iasbs.ac.ir

Preliminary orbit determination of unknown space object such as satellites that are launched by other countries, military satellites and uncatalogued Space debris is important in space activities. So by means of information of ground based electro-optics systems, orbital elements of satellite can be estimated accurately. In this paper we studied most famous three methods of classical orbit determination analytically which are based on angles-only observations of orbit. Then, by using observable data and simulations, results of computational codes of three methods are compared and the effect of time separation between observed points of satellite path is demonstrated and results are analyzed.

Keywords: Orbital element, Gauss method, Laplace method, Escobal method

1. M.Sc. (Corresponding Author)

2. PhD Student

3. M.Sc.

تأثیر فاصله زمانی بین نقاط مشاهده شده از مسیر ماهواره بر تعیین اولیه مدار آن

حسین طهماسبی^{۱*}، مجید لشکان پور^۲ و ابوالفضل ملکی^۳

۱- دانشگاه تحصیلات تکمیلی علوم پایه زنجان

۲ و ۳- شرکت صنایع الکترونیک ایران

*زنجان، کدپستی: ۴۵۱۳۷-۶۶۷۳۱

h.tahmasbi@iasbs.ac.ir

تعیین اولیه مدار اشیای فضایی ناشناس، مانند ماهواره‌های پرتاب شده به فضا توسط دیگر کشورها و ماهواره‌های نظامی یا زباله‌های فضایی کاتالوگ نشده از الزامات فعالیت‌های فضایی است. بنابراین، با استفاده از اطلاعات موقعیت زاویه‌ای و زمان از رد ماهواره یا شیء مشاهده شده، که با رصد الکترواپتیکی حاصل می‌شود، می‌توان برآوردی نسبتاً دقیق از مدار ماهواره داشت. این مقاله، ابتدا به ارائه تحلیلی الگوریتم‌های سه روش کلاسیکی تعیین مدار پرداخته است که مبتنی بر داده‌های زاویه‌ای از مدار هستند. سپس با استفاده از داده‌های واقعی و شبیه‌سازی نتایج کدهای محاسباتی سه روش را مقایسه کرده و تأثیر جدایی زاویه‌ای یا فاصله زمانی بین نقاط انتخاب شده از رد ماهواره را در تعیین اولیه مدار نشان داده است.

واژه‌های کلیدی: عناصر مداری ماهواره، روش گاوس، روش لاپلاس، روش اسکوبال

E	آنومالی مرکزی		علائم و اختصارات
M	حرکت متوسط	i	میل یا شیب مداری
m	جرم ماهواره	Ω	بعد گره صعود
M	جرم زمین	e	خروج از مرکز
G	ثابت جهانی گرانش	ω	آرگومان حضیض
		θ	آنومالی واقعی
		a	نیم محور اصلی مدار ماهواره
		\bar{R}	بردار مکان ایستگاه رصدی نسبت به مرکز زمین
		$\hat{\rho}$	بردار یکه مکان ماهواره نسبت به ایستگاه (ناظر مرکز)
		\bar{r}	بردار مکان ماهواره نسبت به مرکز زمین
		α	بعد
		δ	میل
		τ	فاصله زمانی بین مشاهدات

مقدمه

یکی از جنبه‌های مهم ردیابی ماهواره‌ها، فرایند تعیین و تخمین اولیه مدار یک ماهواره با کمک داده‌های حاصل از مشاهده و اندازه‌گیری است. سیستم‌های متعدد و متفاوتی برای ردیابی ماهواره‌ها وجود دارد که هر یک چند پارامتر هندسی یا دینامیکی خاص را با حد معینی از دقت اندازه‌گیری می‌کنند. این اندازه‌گیری‌ها نسبت به سیستم ردیاب انجام می‌شود که ممکن است در نقطه‌ای ثابت بر روی زمین (ردیابی زمین پایه) واقع شده باشد یا خود در مدار مشخص (ردیابی فضاپایه) به دور زمین بچرخد. نوع داده‌هایی که هر یک از این سیستم‌های

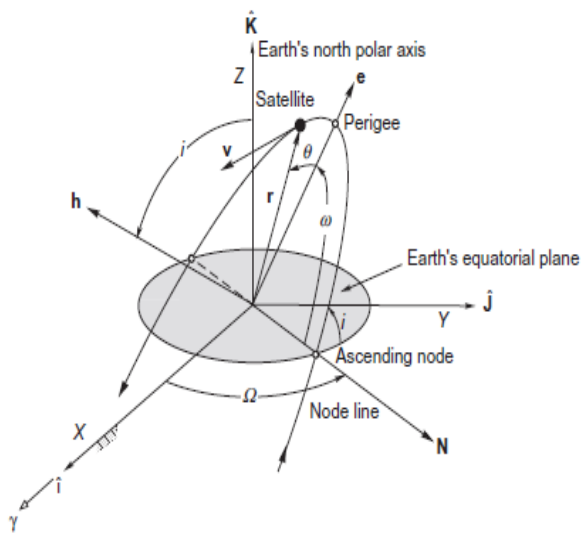
۱. کارشناس ارشد (نویسنده مخاطب)

۲. دانشجوی دکتری

۳. کارشناس ارشد

سیس عناصر مداری با استفاده از بردارهای مکان و سرعت ماهواره تعیین می‌شوند [۱].

در این مقاله، ما ابتدا به معرفی روش‌های لاپلاس، گاوس و اسکوبال می‌پردازیم. سپس نتایج عددی حاصل از تعیین مدار چند ماهواره با استفاده از سه روش فوق را برای بازه‌های زمانی مختلف با یکدیگر مقایسه می‌کنیم. از آنجا که پیش‌بینی گذرهای آتی ماهواره مستلزم تعیین هر چه دقیق‌تر بردار موقعیت و سرعت ماهواره و در نتیجه عناصر مداری آن در یک لحظه خاص است، بنابراین، هدف تعیین روش و بازه زمانی مناسب برای پیش‌بینی دقیق‌تر عناصر مداری است [۳].



شکل ۱- عناصر مداری ماهواره [۱]

روش‌های تعیین مدار مبتنی بر داده‌های زاویه‌ای

با استفاده از شکل (۲) بردار موقعیت سه نقطه از رد ماهواره در زمان‌های مختلف را در چارچوب مختصات زمین مرکز به صورت رابطه (۱) نشان می‌دهیم:

$$\vec{r} = \rho \hat{\rho} + \vec{R} \quad (1)$$

که \vec{R} بردار مکان ایستگاه رصدی نسبت به مرکز زمین و $\hat{\rho}$ برداریکه مکان ماهواره نسبت به ایستگاه (دستگاه مختصات ناظر مرکز) است:

$$\hat{\rho} = \cos \delta \cos \alpha \hat{I} + \cos \delta \sin \alpha \hat{J} + \sin \delta \hat{K} \quad (2)$$

که در آن α بعد و δ میل است.

الف) روش لاپلاس: برای تعیین مدار به روش لاپلاس با

مشتق‌گیری از رابطه (۱) بردارهای سرعت و شتاب ماهواره را به دست می‌آوریم:

$$\dot{\vec{r}} = \dot{\rho} \hat{\rho} + \rho \dot{\hat{\rho}} + \dot{\vec{R}} \quad (3)$$

$$\ddot{\vec{r}} = \ddot{\rho} \hat{\rho} + 2\dot{\rho} \dot{\hat{\rho}} + \rho \ddot{\hat{\rho}} + \ddot{\vec{R}} \quad (4)$$

با جایگزینی بردار شتاب حرکت کپلری در رابطه (۳)

ردیابی اندازه‌گیری می‌کنند، به‌طور کلی شامل اندازه‌گیری‌های زاویه‌ای، برد و مشتق زمانی برد (آهنگ برد) است که هر یک از سیستم‌های ردیابی از یک یا ترکیبی از این اندازه‌گیری‌ها به همراه زمان مشاهدات برای انجام محاسبات استفاده می‌کنند. بر این اساس تعداد نسبتاً زیادی از روش‌های ریاضی برای استخراج پارامترهای مداری ماهواره از داده‌های اندازه‌گیری توسعه پیدا کرده‌اند. در تحقیق حاضر تمرکز روی روش‌های تعیین اولیه مدار با استفاده از سامانه‌های اپتیکی است که بر اساس ماهیت آنها از اندازه‌گیری‌های فقط زاویه‌ای استفاده می‌شود. تعیین مدار یک جسم سماوی از اندازه‌گیری‌های فقط زاویه‌ای، یکی از مسائل مهم تاریخی در مکانیک مداری است و بسیاری از ریاضیدانان بزرگ قرن هفدهم و هجدهم همچون نیوتن، اوپلر، لاگرانژ، لامبرت، لاپلاس و گاوس در این زمینه کارهایی انجام دادند [۱].

به‌منظور ردیابی ماهواره‌ها، باید شکل مدار ماهواره و موقعیت آن در هر زمان دلخواه مشخص شود. بنابراین، ابتدا باید مدار ماهواره تعیین شود، که تعیین اولیه مدار نامیده می‌شود. برای تعریف مدار کپلری یک ماهواره در صفحه مداری، به شش پارامتر میل یا شیب مداری (i)، بعد گره صعود (Ω)، خروج از مرکز (e)، آرگومان حضیض (ω)، آنومالی واقعی (θ) و نیم محور اصلی مدار ماهواره (a) که عناصر مداری ماهواره نامیده می‌شوند، نیازمندیم (شکل ۱). عناصر دو خطی^۵ (TLE)، که توسط نورد^۶ منتشر می‌شود، در خط دوم، این شش پارامتر را برای تمامی ماهواره‌های فاقد طبقه‌بندی تعیین می‌کند؛ برای تعیین مدار همه ماهواره‌ها روش‌های مختلفی وجود دارد که هر روش به حداقل اطلاعاتی از ماهواره نیازمند است. به عنوان مثال، روش گیبس با داشتن بردار موقعیت سه نقطه از مدار ماهواره در زمان‌های متفاوت عناصر مداری را تعیین می‌کند، اما، روشی که در این مقاله به آن پرداخته‌ایم بر اساس مشاهده ماهواره و تعیین موقعیت زاویه‌ای آن در دستگاه مختصات اینرسی زمین مرکز (ECI) یا ناظر مرکز^۷ است. روش‌هایی که فقط از داده‌های زاویه‌ای سمت^۸ و ارتفاع^۹ یا میل^{۱۰} و بعد^{۱۱} سه نقطه از رد ماهواره در زمان‌های مختلف استفاده می‌کنند عبارتند از لاپلاس، گاوس و اسکوبال [۲]. این روش‌ها زمانی که تعیین دقیق برد مایل^{۱۲} یا بردار موقعیت ماهواره امکان‌پذیر نباشد کاربرد دارند. در هر سه روش با داشتن اطلاعات زاویه‌ای سه نقطه از رد ماهواره و زمان (UTC) و همچنین، اطلاعات مربوط به سایت رصدی می‌توان بردارهای مکان و سرعت نقطه میانی را در دستگاه مختصات زمین مرکز محاسبه کرد.

4. Initial Orbit Determination
5. Two-Line Element
6. NORAD
7. Topocentric
8. Azimuth
9. Elevation
10. Declination
11. Right Ascension
12. Slant Range

که f_1, g_1, f_3, g_3 به ترتیب ضرایب لاگرانژ در زمان‌های t_1 و t_3 برای بسط بردار مکان هستند. با این فرض که زمان بین مشاهدات متوالی کوچک است و با تعریف پارامترهای

$$\begin{aligned} \tau_1 &= t_1 - t_2 \\ \tau_3 &= t_3 - t_2 \end{aligned} \quad (11)$$

این ضرایب به صورت زیر می‌شوند:

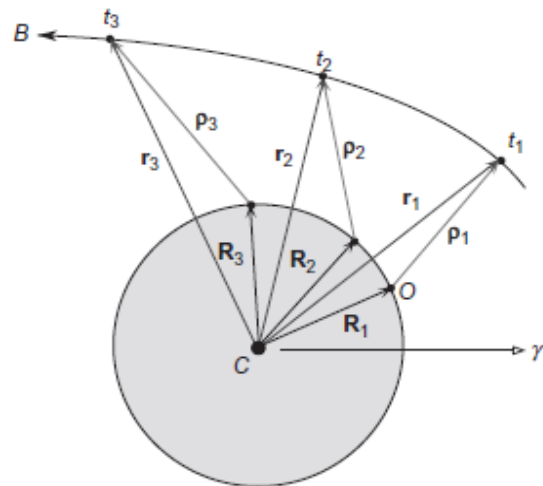
$$\begin{aligned} f_1 &\approx 1 - \frac{1}{2} \frac{\mu}{r_2^3} \tau_1^2, g_1 \approx \tau_1 - \frac{1}{6} \frac{\mu}{r_2^3} \tau_1^3 \\ f_3 &\approx 1 - \frac{1}{2} \frac{\mu}{r_2^3} \tau_3^2, g_3 \approx \tau_3 - \frac{1}{6} \frac{\mu}{r_2^3} \tau_3^3 \end{aligned} \quad (12)$$

با استفاده از این ضرایب و رابطه (۸)، ضرایب C_1 و C_3 به صورت زیر به دست می‌آیند:

$$\begin{aligned} c_1 &\approx \frac{\tau_3}{\tau} \left[1 + \frac{1}{6} \frac{\mu}{r_2^3} (\tau^2 - \tau_3^2) \right] \\ c_1 &\approx -\frac{\tau_1}{\tau} \left[1 + \frac{1}{6} \frac{\mu}{r_2^3} (\tau^2 - \tau_1^2) \right] \end{aligned} \quad (13)$$

در ادامه با انجام محاسبات مشابه با روش لاپلاس، به یک معادله درجه ۸ برای \vec{r}_2 خواهیم رسید. با حل این معادله، بردار مکان و سپس بردار سرعت ماهواره در زمان t_2 به دست می‌آید که به منزله تعیین اولیه کامل مدار است. شایان ذکر است که به منظور بهبود نتایج حاصل از این روش می‌توانیم تعداد جملات بیشتری از بسط زمانی توابع f و g را در نظر بگیریم و با در نظر گرفتن تقریب دقیق‌تری از ضرایب C_1 و C_3 محاسبات مربوط به بردارهای مکان \vec{r}_2 و سرعت \vec{v}_2 تا زمانی که تغییر در مقادیر برد از یک حد خیلی کوچک کمتر نشود تکرار کرد [۴].

(ج) روش اسکوبال: در سال ۱۹۶۴، اسکوبال روش معروف به تکرار دوگانه r را ابداع کرد. این روش ترکیبی از روش‌های تحلیلی و عددی را برای حل مسئله تخمین مدار به کار می‌برد. این روش برای نقاطی که جدایی زاویه‌ای زیادی از هم دارند مناسب و نیازمند تخمین اولیه برای اندازه بردار مکان ماهواره در زمان‌های t_1 و t_2 است. تخمین مقادیر اولیه برای r_1 و r_2 باید حداقل از مرتبه مقدار واقعی باشد، بنابراین، برای ماهواره MEO مقادیر $r_1 = 2R_{earth}$ و $r_2 = 2.01R_{earth}$ که شعاع زمین است، حد مناسبی است [۵]. با ضرب داخلی رابطه (۱) در خودش و استفاده از مقادیر تخمینی r_1 و r_2 ، مقدار ρ_1 و ρ_2 متناظر با این حدس اولیه به دست می‌آید. سپس به کمک رابطه (۱) بردارهای \vec{r}_1 و \vec{r}_2 تعیین می‌شوند. بردار یکه عمود بر صفحه شامل \vec{r}_1 و \vec{r}_2 که در جهت بردار اندازه حرکت زاویه‌ای است از رابطه زیر محاسبه می‌شود:



شکل ۲- بردار مکان زمین مرکز ماهواره و ایستگاه رصدی و بردار مکان ناظر مرکز ماهواره (p) در سه زمان متفاوت [۱]

$$\vec{r} = -\frac{\mu}{r^3} \vec{r} \quad (5)$$

که پارامتر گرانشی μ به صورت رابطه (۶) تعریف می‌شود:

$$\mu = G(M + m) \quad (6)$$

(m جرم ماهواره، M جرم زمین و G ثابت جهانی گرانش)

خواهیم داشت:

$$\dot{\rho}\hat{\rho} + 2\dot{\rho}\hat{\rho} + (\hat{\rho} + \frac{\mu}{r^3})\rho = -\vec{R} - \frac{\mu}{r^3}\vec{R} \quad (7)$$

به کمک فرمول درون‌یابی لاگرانژ

$$\bar{\rho}(t) = \sum_{i=1}^n \bar{\rho}_i \prod_{k \neq i} \frac{t - t_k}{t_i - t_k} \quad (8)$$

عبارت‌هایی برای $\hat{\rho}$ و $\dot{\hat{\rho}}$ به دست می‌آوریم. با جایگذاری در رابطه (۷)، و استفاده از قانون کرامرز در ماتریس‌ها، رابطه‌ای برای ρ به دست می‌آید که با قرار دادن آن در رابطه (۱) به معادله‌ای درجه ۸ برای r خواهیم رسید. با حل این معادله، بردارهای مکان و سرعت ماهواره در سه زمان مشاهده به دست می‌آید [۴].

(ب) روش گاوسی: این روش بر این فرض استوار است که بردار موقعیت سه نقطه مورد نظر هم صفحه‌اند، بنابراین می‌توان بردار \vec{r}_2 را به صورت ترکیب خطی از دو بردار دیگر نوشت:

$$\vec{r}_2 = C_1 \vec{r}_1 + C_3 \vec{r}_3 \quad (9)$$

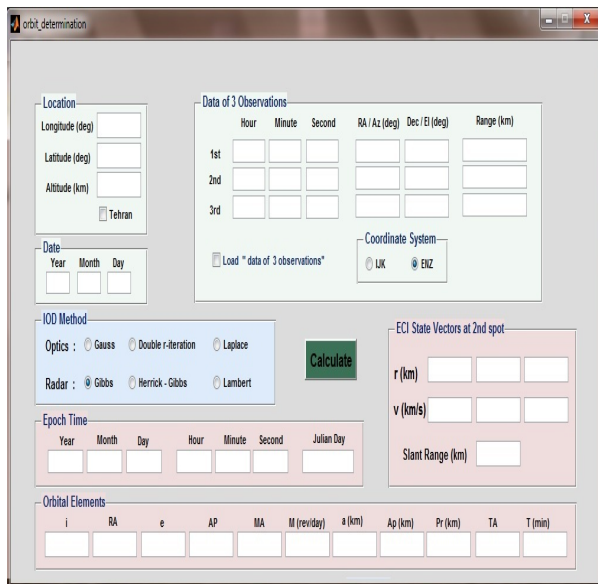
با بسط تیلور بردارهای مکان \vec{r}_1 و \vec{r}_3 حول $t = t_2$ به روابط زیر خواهیم رسید:

$$\begin{aligned} \vec{r}_1 &= f_1 \vec{r}_2 + g_1 \vec{v}_2 \\ \vec{r}_3 &= f_3 \vec{r}_2 + g_3 \vec{v}_2 \end{aligned} \quad (10)$$

در سه نقطه مورد نظر، در نهایت بازه‌های زمانی متناظر با تخمین‌های اولیه به دست می‌آیند. تفاوت بین مقدار این بازه‌های زمانی و بازه‌های زمانی واقعی، دقت مدار را مشخص می‌کند. اگر مدار با دقت کافی تعیین نشده باشد از تصحیح دیفرانسیلی متوالی برای رسیدن به دقت لازم استفاده می‌شود [۵].

شبیه‌سازی روش‌های تعیین مدار در غالب یک نرم‌افزار به صورت رابط گرافیکی

برای انجام شبیه‌سازی‌ها و تخمین اولیه مدار به وسیله ۳ نقطه از مسیر ماهواره مشاهده شده، روابط محاسباتی روش‌های مذکور در قسمت قبل در نرم‌افزار متلب پیاده‌سازی شد و یک کد نرم‌افزاری در قالب رابط گرافیکی (GUI) مطابق شکل (۳) از آن تهیه شد. قسمت‌های location و date و data of 3 observations به عنوان ورودی‌های برنامه هستند. در قسمت location طول و عرض جغرافیایی و ارتفاع سایت رصدی و در قسمت date، تاریخ انجام روز رصد وارد می‌شود.



شکل ۳- رابط گرافیکی نرم‌افزار تعیین مدار

در قسمت data of 3 observations مشخصات مربوط به هر مشاهده اعم از زمان دقیق، زوایای سمت و فراز (و یا زوایای مربوط به میل و بعد) وارد می‌شود. با انتخاب یکی از روش‌های تعیین اولیه مدار، پارامترهای مداری محاسبه می‌شوند. برای انجام شبیه‌سازی مثال‌ها از نرم‌افزار STK برای به دست آوردن اطلاعات مربوط به ۳ نقطه از رد ماهواره استفاده می‌کنیم. این نرم‌افزار از مدل SGP برای انتشار مسیر ماهواره در زمان‌های آتی استفاده می‌کند

$$\hat{W} = \frac{\vec{r}_1 \times \vec{r}_2}{r_1 r_2} \quad (14)$$

این بردار بر \vec{r}_3 نیز عمود است. بنابراین با استفاده از رابطه (۱) داریم:

$$\rho_3 = \frac{\vec{R}_3 \cdot \hat{W}}{\hat{\rho}_3 \cdot \hat{W}} \quad (15)$$

که بردار \vec{r}_3 نیز به دست می‌آید. با استفاده از این سه بردار تخمینی، مدار کپلری غیرواقعی تعیین می‌شود. در چنین مداری اگر فرض کنیم که ماهواره در زمان t_2 در نقطه میانی باشد، زمان‌های متناظر با \vec{r}_1 و \vec{r}_3 با زمان واقعی یکسان نیستند. پس ابتدا بازه‌های زمانی رابطه (۱۱) را محاسبه و سپس بردارها را به گونه‌ای تصحیح می‌کنیم که زمان‌ها بر زمان واقعی منطبق شوند.

با استفاده از آنومالی واقعی برای سه نقطه، روابط زیر را داریم:

$$\cos(\Delta v_{jk}) = \frac{\vec{r}_j \cdot \vec{r}_k}{r_j r_k} \quad (16)$$

$$\sin(\Delta v_{jk}) = \frac{|\vec{r}_j \times \vec{r}_k|}{r_j r_k} \quad (17)$$

با استفاده از رابطه (۹) رابطه‌ای برای پارامتر مدار (p) تخمینی به دست می‌آید:

$$p = \frac{c_1 r_1 + c_3 r_3 - r_2}{c_1 + c_3 - 1} \quad (18)$$

که

$$c_1 = \frac{r_2 \sin(\Delta v_{32})}{r_1 \sin(\Delta v_{31})} \quad (19)$$

$$c_3 = \frac{r_2 \sin(\Delta v_{21})}{r_3 \sin(\Delta v_{31})}$$

سپس با استفاده از رابطه

$$e \cos(v_i) = \frac{p}{r_i} - 1, \quad i = 1, 2, 3 \quad (20)$$

و

$$e \sin(v_2) = \frac{-\cos(\Delta v_{21}) \cos(v_2) + e \cos(v_1)}{\sin(\Delta v_{21})} \quad (21)$$

$$= \frac{\cos(\Delta v_{32}) e \cos(v_2) - e \cos(v_3)}{\sin(\Delta v_{31})}$$

خروج از مرکز، نیم محور اصلی و حرکت متوسط مدار تخمینی به دست می‌آید. با استفاده از رابطه بین آنومالی واقعی و آنومالی مرکزی و همچنین معادله کپلر

$$M = E - e \sin(E) \quad (22)$$

از این بین، ماهواره‌های اکسپلورر ۳۸ و اینتلست ۶۰۵ و اس‌جی-۴ انتخاب شدند که مشخصات مداری آن در جدول (۱) در غالب عناصر دو خطی درج شده است. نتایج تعیین پارامترهای مداری این ماهواره‌ها توسط روش‌های گاوس، لاپلاس و اسکوبال برای بازه‌های زمانی مختلف در شکل‌های (۴-۶) نشان داده شده است.

مقایسه نتایج به دست آمده

در بخش قبلی، با انتخاب ۳ مشاهده در گذرهای مورد نظر برای بازه‌های زمانی مختلف از ۱ تا ۳۰ دقیقه با اجرای برنامه‌ها، نتایج حاصل از هر روش به طور جداگانه به دست آمد. بدین ترتیب به تخمین پارامترهای مداری ۳ نوع ماهواره^{۱۹}، MEO^{۲۰}، GEO^{۲۱} و مولنیا^{۲۱} پرداخته شد. از میان پارامترهای مداری، نتایج حاصل از تخمین شیب مداری (i)، خروج از مرکز (e) و حرکت متوسط (MM) برای بازه‌های زمانی مختلف روی نمودار رسم شدند. در جدول‌های (۲-۴) درصد خطای تخمین این ۳ پارامتر توسط روش‌های گاوس، لاپلاس و اسکوبال به ترتیب برای ماهواره‌های اکسپلورر ۳۸ و اینتلست ۶۰۵ و اس‌جی-۴ نشان داده شده است. در ماهواره‌های اکسپلورر ۳۸ و اس‌جی-۴ تا بازه زمانی حدوداً ۵ دقیقه هر ۳ روش جواب‌های نزدیک به هم داشته و پس از آن روش اسکوبال جواب‌های بهتری دارد. برای ماهواره اینتلست ۶۰۵ که یک ماهواره GEO زمین‌آهنگ بوده و در فواصل زمانی بسیار زیادی در معرض دید ناظر است، قدری متفاوت است. در بازه‌های زمانی زیر ۵ دقیقه، هر ۳ روش تخمین خوبی ندارند و درصد خطا برای پارامترهای مداری بالاست ولی پس از آن تا حد قابل قبولی جواب‌های مناسبی دارند.

ماهواره‌های LEO^{۲۲} در گذر از آسمان محلی، ناظر سرعت‌های زاویه‌ای بالایی دارند. به طوری که گذر ماهواره‌های LEO ای که از سرسو عبور کند، از لحظه طلوع تا غروب حداکثر ۷ دقیقه طول می‌کشد. این زمان برای ماهواره‌های MEO بیشتر طول می‌کشد و برای ماهواره‌های GEO (ماهواره‌های زمین‌آهنگ) تا ساعت‌ها به طول می‌انجامد. با توجه به این توضیحات، برای بررسی اثر میزان فاصله زمانی^{۲۳} مربوط به ۳ مشاهده در تخمین پارامترهای مداری به وسیله روش‌های مختلف، انتخاب ماهواره MEO مناسب‌تر است.

که از نظر دخیل بودن اختلالات مداری، کامل‌ترین و دقیق‌ترین مدل است [۶]. بدین منظور، پس از تعیین دقیق ایستگاه مورد نظر، TLE ماهواره معلوم به نرم‌افزار STK داده شده و گذرهای آن برای مدت زمان بعدی انتشار داده می‌شود [۷ و ۸]. سپس اطلاعات مربوط به ۳ نقطه مشاهداتی از میان این گذرها با بازه‌های زمانی مختلف انتخاب شده و به عنوان ورودی به نرم‌افزار طراحی شده داده می‌شود. برای هر روش ابتدا باید زمان^{۱۴} (UTC) سه صد متوالی را به زمان نجومی محلی^{۱۵} تبدیل کنیم. سپس اگر زاویه‌های موقعیت ماهواره سمت و ارتفاع (دستگاه مختصات افقی ناظر مرکز^{۱۶} (ENZ) باشند با تبدیل مختصات به چارچوب ناظر مرکز استوایی^{۱۷} (IJK)، زوایای بعد و میل هر سه نقطه را محاسبه و به کمک رابطه^{۱۸} (۲) بردارهای مکان ماهواره نسبت به ایستگاه به دست می‌آیند. با داشتن مشخصات جغرافیایی ایستگاه، بردار موقعیت آن نسبت به مرکز زمین نیز به دست می‌آید. پس از انجام محاسبات، بردارهای حالت (r و v) حاصل شده و از روی آنها عناصر مداری به دست می‌آیند.

محاسبات و تعیین مدار ماهواره MEO در بازه‌های زمانی مختلف

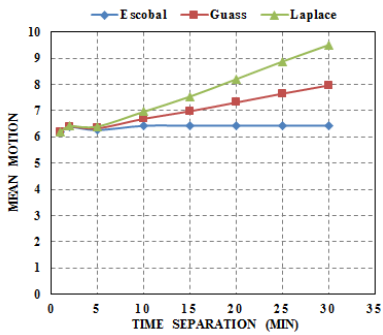
برای بررسی اثر بازه‌های زمانی مختلف در تعیین پارامترهای مداری لازم است که دیتاهای زاویه‌ای سمت و سو با فواصل زمانی متفاوت انتخاب کرده و به نرم‌افزار بدهیم. بدین منظور لازم است ماهواره‌هایی انتخاب شوند که در هر گذر از بالای سر ایستگاه دارای طول زمان طلوع و غروب طولانی باشند. ماهواره‌های مدار LEO به دلیل سرعت زاویه‌ای بالا نسبت به ایستگاه زمینی، حتی در یک گذر مناسب نیز دارای زمان کوتاهی برای رصد زمینی هستند و بدین ترتیب برای سناریوی مورد نظر ما مناسب نیستند. درحالی‌که ماهواره‌های مدار MEO از زمان طلوع تا غروب نسبت به ایستگاه محلی دارای زمان طولانی‌تری هستند؛ به طوری که می‌توان بازه زمانی بین نقاط مشاهداتی را تا ۳۰ دقیقه در نظر گرفت. بدین ترتیب با توضیح شرایط مذکور، چند ماهواره انتخاب شده و اثر زمان جدایش^{۱۸} سه مشاهده بر دقت روش‌های تعیین مدار برای آنها بررسی شد.

19. Medium Earth Orbit (MEO)
20. Geostationary Earth Orbit (GEO)
21. Molniya
22. Low Earth Orbit (LEO)
23. Time Separation

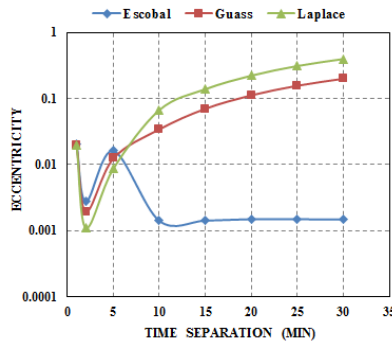
14. Universal Time Coordinate
15. Localsidereal Time
16. Topocentric Horizon Coordinate System
17. Geocentric Equatorial Frame
18. Time Separation

جدول ۱- مشخصات مداری ماهواره اکسپلورر ۳۸ و اینتلست ۶۰۵ و اس جی-۴ در غالب عناصر دو خطی مداری (TLE)

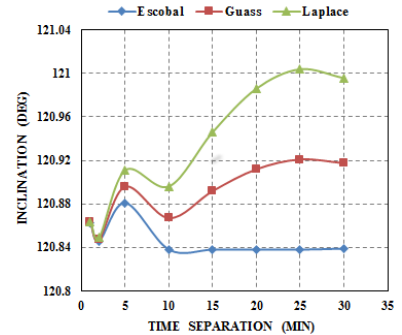
EXPLORER 38 (RAE-A)							
1	03307U	68055A	14320.36318351	-.00000010	00000-0	00000+0	0 8223
2	03307	120.8452	103.1308	0010834	006.0443	354.0289	06.42422915 87704
INTELSAT 605							
1	21653U	91055A	14320.81317635	-.00000270	00000-0	00000+0	0 6841
2	21653	008.7083	049.9842	0003960	148.1175	272.6224	00.99325920 84956
SJ-4							
1	22996U	94010A	14320.49457904	.00013226	00000-0	47200-3	0 3066
2	22996	028.7109	029.6448	5735985	357.5616	021.4719	04.52188552252110



(ج)

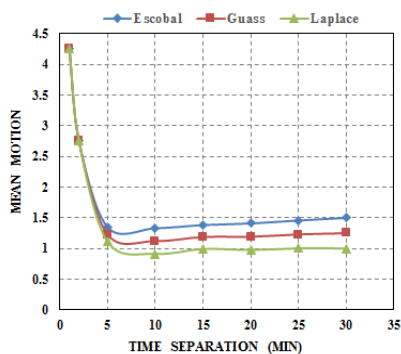


(ب)

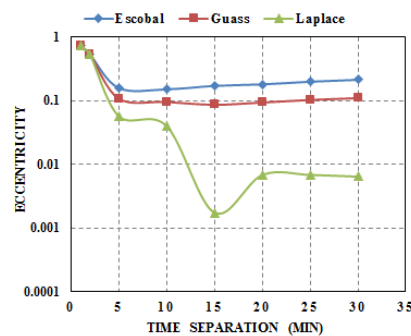


(الف)

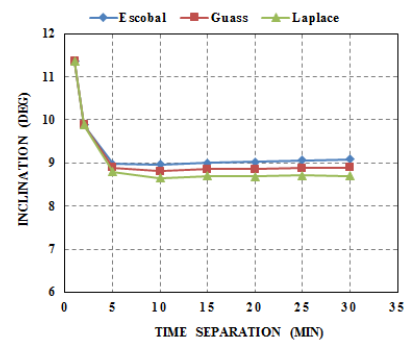
شکل ۴- برآورد عناصر مداری (الف) شیب مدار (ب) خروج از مرکز (ج) حرکت متوسط ماهواره اکسپلورر ۳۸ به ازای فواصل زمانی مختلف توسط روش‌های گاوس، لاپلاس و اسکوبال



(ج)

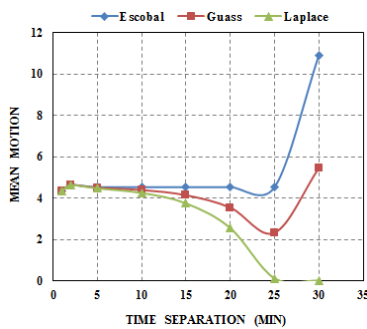


(ب)

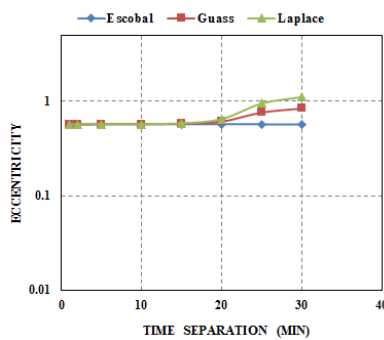


(الف)

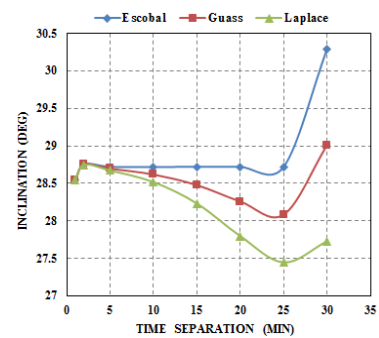
شکل ۵- برآورد عناصر مداری (الف) شیب مدار (ب) خروج از مرکز (ج) حرکت متوسط ماهواره اینتلست ست ۶۰۵ به ازای فواصل زمانی مختلف توسط روش‌های گاوس، لاپلاس و اسکوبال



(ج)



(ب)



(الف)

شکل ۶- برآورد عناصر مداری (الف) شیب مدار (ب) خروج از مرکز (ج) حرکت متوسط ماهواره اس-جی-۴ به ازای فواصل زمانی مختلف توسط روش‌های گاوس، لاپلاس و اسکوبال

جدول ۲- درصد خطای تخمین عناصر مداری ماهواره اکسپلورر ۳۸ به ازای فواصل زمانی مختلف توسط روش‌های گاوس، لاپلاس و اسکوبال

حرکت متوسط			خروج از مرکز			شیب مداری			فاصله زمانی (min)
لاپلاس	گاوس	اسکوبال	لاپلاس	گاوس	اسکوبال	لاپلاس	گاوس	اسکوبال	
۳/۶۸۸۰۶	۳/۷۳۳۹۸	۳/۷۷۹۹۰	۴۲/۳۴۷۴۴	۴۲/۶۱۸۷۸	۴۲/۸۸۵۱۸	۰/۰۱۵۵۶	۰/۰۱۵۱۴	۰/۰۱۴۷۳	۱
۰/۲۶۸۱۹	۰/۴۴۷۲۰	۰/۶۲۶۲۱	۰/۲۸۹۱۳	۸/۴۴۹۴۳	۱۳/۶۵۸۹۷	۰/۰۰۳۱۴	۰/۰۰۱۹۰	۰/۰۰۰۶۶	۲
۰/۴۲۰۴۷	۱/۴۵۵۱۰	۲/۴۸۹۴۷	۳۰/۵۹۳۷۶	۳۵/۸۰۱۳۴	۳۹/۶۳۵۰۲	۰/۰۵۴۴۵	۰/۰۴۲۰۴	۰/۰۲۹۶۲	۵
۸/۳۶۳۲۰	۴/۱۸۶۰۴	۰/۰۰۸۸۹	۶۰/۴۹۹۴۲	۵۰/۶۵۰۷۷	۳/۸۶۹۴۸	۰/۰۴۲۰۴	۰/۰۱۸۰۴	۰/۰۰۵۹۶	۱۰
۱۷/۳۱۸۳۶	۸/۶۷۴۵۲	۰/۰۳۰۶۸	۷۱/۱۳۰۲۶	۶۱/۱۲۷۰۵	۳/۹۹۳۵۱	۰/۰۸۳۴۱	۰/۰۲۸۷۳	۰/۰۰۵۹۶	۱۵
۲۷/۶۶۵۱۲	۱۳/۸۴۹۴۶	۰/۰۳۳۷۹	۷۸/۰۸۷۵۰	۶۸/۰۳۲۹۹	۳/۷۳۶۰۲	۰/۱۱۶۵۱	۰/۰۵۵۲۸	۰/۰۰۵۹۶	۲۰
۳۸/۱۵۵۱۰	۱۹/۰۹۵۲۲	۰/۰۳۵۳۵	۸۲/۹۷۸۱۷	۷۲/۸۹۵۸۵	۴/۶۹۶۸۳	۰/۱۳۱۴۱	۰/۰۶۲۷۲	۰/۰۰۵۹۶	۲۵
۴۷/۹۴۶۱۵	۲۳/۹۸۹۱۹	۰/۰۳۲۲۳	۸۶/۵۷۶۰۵	۷۶/۴۷۸۱۳	۴/۵۷۸۶۴	۰/۱۲۴۷۹	۰/۰۵۹۸۳	۰/۰۰۵۱۳	۳۰

جدول ۳- درصد خطای تخمین عناصر مداری ماهواره انیتل ست ۶۰۵ به ازای فواصل زمانی مختلف توسط روش‌های گاوس، لاپلاس و اسکوبال

حرکت متوسط			خروج از مرکز			شیب مداری			فاصله زمانی (min)
لاپلاس	گاوس	اسکوبال	لاپلاس	گاوس	اسکوبال	لاپلاس	گاوس	اسکوبال	
۵۱/۰۹۷۱۱	۵۱/۰۹۷۳۴	۵۱/۰۹۷۵۷	۹۱/۵۷۲۸۴	۹۱/۵۷۲۸۴	۹۱/۵۷۲۸۴	۳۰/۳۶۱۸۴	۳۰/۳۶۱۲	۳۰/۳۶۰۶۹	۱
۶۸/۳۳۲۵۱	۶۸/۳۳۲۸۵	۶۸/۳۳۳۲۰	۹۳/۱۹۲۷۷	۹۳/۱۹۲۷۸	۹۳/۱۹۲۷۹	۱۳/۵۳۶۷۴	۱۳/۵۳۶۲	۱۳/۵۳۵۷۱	۲
۸۷/۲۱۸۸۶	۸۵/۸۵۰۱۷	۸۴/۴۸۱۴۷	۹۹/۳۳۵۷۴	۹۸/۵۷۱۶۹	۹۸/۱۶۷۶۴	۱/۰۳۸۲۰	۲/۰۷۰۱۵	۳/۱۰۲۱۰	۵
۸۹/۴۷۹۸۳	۸۷/۰۹۲۱۵	۸۴/۷۰۴۴۸	۹۹/۵۳۶۹۷	۹۸/۸۹۳۲۶	۹۸/۲۴۸۵۶	۰/۶۱۵۰۵	۱/۲۰۰۶۹	۳/۰۱۶۴۳	۱۰
۸۸/۵۶۰۷۹	۸۶/۳۲۶۲۶	۸۴/۰۹۱۷۳	۹۹/۹۷۹۸۳	۹۸/۹۹۸۰۰	۹۸/۰۱۶۱۸	۰/۰۵۷۱۹	۱/۶۴۱۷۱	۳/۳۴۰۶۱	۱۵
۸۸/۷۵۸۹۲	۸۶/۲۸۱۹۶	۸۳/۸۰۴۹۹	۹۹/۹۲۱۰۰	۹۸/۹۱۳۲۲	۹۷/۹۰۵۴۴	۰/۱۸۴۸۸	۱/۷۰۷۵۱	۳/۵۹۹۹۰	۲۰
۸۸/۴۵۶۶۴	۸۵/۸۴۴۹۴	۸۳/۲۳۳۳۴	۹۹/۹۲۰۸۹	۹۸/۸۰۷۷۸	۹۷/۶۹۴۶۸	۰/۰۰۹۷۶	۱/۹۹۳۲۷	۳/۹۹۶۳۰	۲۵
۸۸/۴۷۶۲۸	۸۵/۶۲۱۹۹	۸۲/۷۶۷۰۰	۹۹/۹۲۵۷۰	۹۸/۷۲۶۱۸	۹۷/۵۲۶۶۷	۰/۰۴۹۶۱	۲/۱۵۱۰۵	۴/۳۵۱۷۱	۳۰

جدول ۴- درصد خطای تخمین عناصر مداری ماهواره SJ-4 به ازای فواصل زمانی مختلف توسط روش های گاوس، لاپلاس و اسکوبال

فاصله زمانی (min)	شیب مداری			خروج از مرکز			حرکت متوسط		
	اسکوبال	گاوس	لاپلاس	اسکوبال	گاوس	لاپلاس	اسکوبال	گاوس	لاپلاس
۱	۰/۵۷۰۸۶	۰/۵۷۴۰۰	۰/۵۷۷۱۳	۰/۵۱۱۲۰	۰/۵۰۹۴۷	۰/۵۰۷۷۴	۳/۸۸۰۱۴	۳/۹۰۶۶۸	۳/۹۳۳۲۲
۲	۰/۱۵۸۸۷	۰/۱۴۶۴۶	۰/۱۳۳۰۵	۰/۵۹۵۲۰	۰/۵۹۵۹۹	۰/۵۹۶۷۸	۲/۴۷۶۰۶	۲/۳۶۹۰۲	۲/۲۶۱۹۹
۵	۰/۰۳۵۵۳	۰/۰۴۸۴۱	۰/۱۳۲۳۵	۰/۰۱۱۴۵	۰/۰۱۲۲۳	۰/۰۳۵۹۱	۰/۲۸۴۰۵	۰/۴۰۹۲۴	۱/۱۰۲۵۴
۱۰	۰/۰۲۹۲۶	۰/۳۲۲۳۵	۰/۶۷۳۹۶	۰/۰۲۴۹۴	۰/۲۹۹۲۹	۰/۶۲۲۹۴	۰/۲۶۰۱۷	۲/۸۵۷۰۱	۵/۹۷۴۱۸
۱۵	۰/۰۳۵۱۸	۰/۸۱۵۲۰	۱/۶۶۵۵۷	۰/۰۵۴۴۳	۰/۰۸۶۶۸	۴/۲۰۲۶۱	۰/۳۴۵۳۱	۸/۳۶۷۴۳	۱۷/۰۸۰۱۷
۲۰	۰/۰۳۲۰۴	۱/۵۷۴۴۹	۳/۱۸۱۰۲	۰/۰۴۶۵۸	۱۱/۴۹۸۵۱	۲۲/۳۴۷۲۲	۰/۳۰۲۵۱	۲۱/۶۳۳۰۲	۴۲/۵۶۹۵۶
۲۵	۰/۰۳۱۷۰	۲/۱۸۵۲۳	۴/۴۰۲۱۶	۰/۰۶۳۸۴	۵۱/۱۱۳۴۳	۹۰/۹۱۰۶۵	۰/۳۲۳۸۶	۴۸/۴۹۳۵۳	۹۷/۳۱۰۹۷
۳۰	۵/۵۰۲۰۹	۱/۰۴۰۵۵	۳/۴۲۱۰۰	۰/۹۰۶۰۸	۶۸/۸۴۲۱۶	۱۱۸/۹۷۸۱۷	۱۴۱/۲۴۶۷۱	۲۰/۶۲۳۳۵	۱۰۰/۰۰۰۰

نتیجه گیری

هدف از این مقاله، ارائه بهترین روش برای تعیین اولیه مدار یک ماهواره فقط با استفاده از اطلاعات زاویه ای سه نقطه از رد ماهواره است که دارای جدایی زاویه ای یا زمانی نسبت به هم هستند. نتایج حاصل از این پژوهش در نمودارهای شکل های (۴-۶) آمده است. ملاحظه می شود که در ماهواره MEO نقاطی که دارای فاصله زمانی ۱۰ دقیقه و بیشتر نسبت به هم هستند، روش گاوس دیگر روش خوبی برای تخمین اولیه مدار نیست زیرا بسط زمانی توابع f و g فقط برای فاصله زاویه ای نسبتاً کم، همگرایی خوبی دارند. بنابراین، در این بازه و حتی بیشتر باید از روش اسکوبال استفاده کرد. روش لاپلاس هم که فقط برای بازه های زمانی ۵ دقیقه و کمتر دارای جواب های نسبتاً خوبی است و با افزایش فاصله زاویه ای نقاط از یکدیگر این روش به خصوص در تعیین خروج از مرکز، آرگومان حضیض و حرکت متوسط خطای قابل ملاحظه ای دارد، پس نتایج این روش، پیش بینی گذرهای آتی ماهواره را با مشکل مواجه می سازد. شایان ذکر است که برای اطمینان از نتایج شبیه سازی فوق، برای بیش از ده ماهواره MEO دیگر محاسبات در بازه های زمانی مختلف انجام گرفته است. با توجه به نمودارهای به دست آمده می توان با قطعیت نتایج فوق را برای همه ماهواره های این محدوده ارتفاع تعمیم داد.

مراجع

- [1] Boulet, D., *Methods of Orbit Determination for Micro Computer*, WB, Virginia, 1991.
- [2] Bate, R. and Muller, D., *Fundamental of Astrodynamics*, Dover, New York, 1971.
- [3] Escobal, P., *Methods of Orbital Determination*, John Wiley and Sons, New York, 1965.
- [4] Curtis, H. D., *Orbital Mechanics for Engineering Students*, 2nd Edition, Elsevier Aerospace Engineering Series, 2010.
- [5] Vallado, D. A., *Fundamentals of Astrodynamics and Applications*, 2nd Edition, Microcosm Press and Springer, 2007.
- [6] Mohseni Zonouzi, S.Y. and et al, "Study of Determination of Satellite Time Pass by Means of TLE," 8th International Congress of Civil Engineering, Shiraz University, 2009 (In Persian)
- [7] Nasirian, M., Saleh, R., Shojaei, R., "Simulation of Tracking Process and Telecommunication with Satellite," *Journal of Space Science and Technology (JSST)*, Vol. 2, No. 5, Fall and Winter 2009, pp. 51-56 (In Persian).
- [8] Daneshnia, E., Nasirian, M. Dehghan, S. M. M., "Satellite Passes Simulation and Calculating the Satellite Rise and Set Times for the Site," *Journal of Space Science and Technology (JSST)*, Vol. 5, No. 4, Winter 2013, pp. 29-38 (In Persian).