

A Launch Vehicle Tracker Design Based on On-Line Linearization

A. Madadkar¹, A. Kalhor^{2*} and A.R. Kosari³

1, 3. Department of New Sciences and Technologies, Tehran University

2. School of Electrical and Computer Engineering, Tehran University

*Postal Code: 1439957131, Tehran, IRAN

akalhor@ut.ac.ir

In order to overcome the nonlinear terms in the flight equations of a launch vehicle, an appropriate control strategy has to be designed. In this paper, the fundamentals of designing a simple controller in order to control a typical launch vehicle for tracking the optimum launch vehicle path is presented. The principals of this strategy are based on on-line linearization of the nonlinear equations in each sampling interval during the flight and eventually representing system equations as extended Jacobean equations. It is important to note that equations linearization does not work in some areas and equilibrium points of the system but in each sampling interval is trying the system of nonlinear equations can be transformed into linear equations and then by using the pole placement theory, a good tracking controller proposed for the system. Design and simulation results show good accuracy and proper convergence of the reference signals (speed and pitch angle signals) and eventually, the success of the mission.

Keywords: Launch vehicle controller, On-line linearization, Extended jacobean, Pole placement theory, Pitch program

1. M.Sc.
2. Assistant Professor (Corresponding Author)
3. Assistant Professor

طراحی یک ردیاب برای یک ماهواره بر مبتنی بر خطی سازی بر خط

عبدالله مددکار^۱، احمد کلهر^{۲*} و امیررضا کوثری^۳

۱ و ۳- دانشکده مهندسی علوم و فنون نوین، دانشگاه تهران

۲- دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر، دانشگاه تهران

*تهران، کدپستی: ۱۴۳۹۹۵۷۱۳۱

akalhor@ut.ac.ir

به دلیل حضور برخی ترم‌های غیر خطی در معادلات پرواز یک ماهواره بر باید یک راهبرد مناسب و پایدار کنترلی برای غلبه بر این ترم‌ها و در نتیجه، فرایند ردیابی صحیح مسیر بهینه رسیدن ماهواره بر به مدار مورد نظر را طراحی کرد. در این مقاله، مبنای طراحی یک کنترل کننده برای سیستم غیر خطی نوین و ساده با هدف کنترل یک نوع ماهواره بر در جهت ردیابی مسیر بهینه آن توضیح داده می‌شود. مبنای اساسی این استراتژی، خطی سازی برخط معادلات غیر خطی طی پرواز و در نهایت، بازنمایی معادلات سیستم به صورت ژاکوبین توسعه یافته است. نکته مهم این است که سیستم تنها در برخی نقاط کاری و تعادل خطی سازی نمی‌شود و در هر بازه نمونه برداری، سعی شده است که سیستم معادلات غیر خطی به معادلات خطی تبدیل و سپس، با استفاده از تئوری جای‌دهی قطب‌ها، یک کنترل کننده ردیاب مناسب برای سیستم پیشنهاد شود. نتایج طراحی و شبیه سازی حاکی از دقت و همگرایی مناسب سیگنال‌های مرجع (سیگنال‌های شامل سرعت و زاویه پیچش) و در نتیجه، انجام موفقیت آمیز مأموریت است.

واژه‌های کلیدی: کنترل ماهواره بر، خطی سازی برخط، ژاکوبین توسعه یافته، تئوری جای‌دهی قطب‌ها، برنامه زاویه پیچش

علائم و اختصارات

m_k, n_k	مرتبه دینامیکی سیگنال‌های ورودی و خروجی		
q	فشار دینامیکی		
R_E	شعاع کره زمین	\bar{a}	بردار شتاب
\bar{T}	نیروی جلو برنده	C_D	ضریب نیروی پسا
u_k	سیگنال‌های ورودی	\bar{D}	نیروی پسا
\hat{u}_n	بردار یکه عمود بر سرعت ماهواره بر	\bar{F}_{net}	نیروهای وارد بر ماهواره بر
\hat{u}_t	بردار یکه مماس بر سرعت ماهواره بر	g	شتاب گرانش زمین
v	سرعت ماهواره بر	h	ارتفاع ماهواره بر
y_k	سیگنال‌های خروجی	k_1, k_2	ضرایب ثابت معادله دیفرانسیل خطا
δ_e	زاویه بالک کنترلی	N	تعداد رگر سور
$\delta u_k, \delta y_k$	متغیرهای دیفرانسیلی سیگنال‌های ورودی و خروجی		
γ	زاویه مسیر حرکت نسبت به افق محلی		
ρ	چگالی جو		

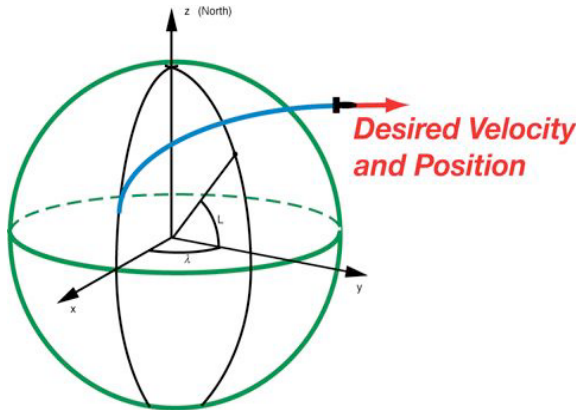
۱. کارشناس ارشد

۲. استادیار (نویسنده مخاطب)

۳. استادیار

مقدمه

بسته به اینکه ماهواره در چه مداری قرار گیرد، وزن محموله آن تغییر می‌کند. هرچه وزن محموله کمتر باشد، امکان انتقال ماهواره به مدارهای دورتر آسان‌تر است. علاوه بر جنبه‌های نظامی ماهواره‌برها، کاربردهای اقتصادی و تجاری آنها نیز، اهمیت زیادی دارد. بیشتر ماهواره‌برهای فضایی دو یا سه بخش دارد که هر یک از آنها مرحله نامیده می‌شود. به این نوع ماهواره‌برها، چندمرحله‌ای گفته می‌شود. پس از آنکه بیشتر سوخت مرحله اول مصرف شد، ماهواره بر این بخش را می‌اندازد و از مرحله دوم استفاده می‌کند. به این ترتیب، هر مرحله بعد از دیگری به کار می‌رود. ماهواره‌برهای چندمرحله‌ای در پروازهای طولانی‌مدت نزدیک زمین و پروازهای به سمت کاربرد دارد و سرعت آنها می‌تواند نسبت به ماهواره‌برهای یک‌مرحله‌ای، بیشتر باشد. یک ماهواره‌بر سه‌مرحله‌ای می‌تواند حدود سه برابر سریع‌تر از یک ماهواره‌بر یک‌مرحله‌ای حرکت کند که همان مقدار سوخت را حمل می‌کند. در ارزیابی قابلیت‌های مداری یک موشک حامل (ماهواره‌بر) از فرایند شبیه‌سازی پرواز موشک استفاده می‌شود. یکی از مهمترین بخش‌های این فرایند، برنامه زاویه پیچش^۵ است که روند تغییر زاویه راستای ماهواره‌بر را نسبت به افق پرتاب نشان می‌دهد و بر مبنای آن، مسیر پرواز ماهواره‌بر تعیین می‌شود (شکل (۱)). انتخاب مسیر حرکت و جهت‌دهی از نمونه مسائل با شرایط مرزی است. در این حالت باید مقادیر پارامترهای برنامه حرکت را تحت شرایط مربوط به انتهای مسیر حرکت انتخاب کرد. این پارامترها می‌تواند ارتفاع و بردار سرعت باشد. البته علاوه بر موارد یادشده، زمان نجومی نیز مشخص می‌شود که زمان رسیدن محموله به موقعیت فضایی مورد نظر را تعیین می‌کند [۱].

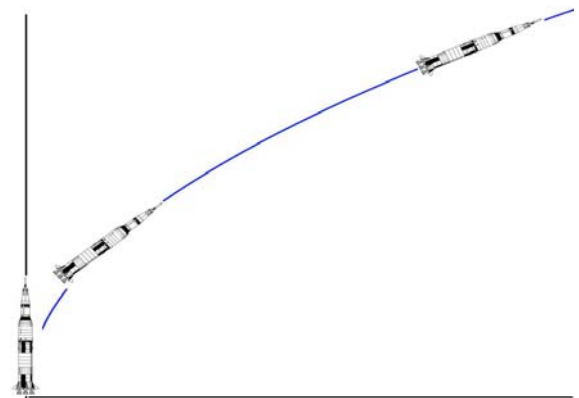


(ب)

شکل ۱- (الف و ب) روند تغییرات زاویه راستای موشک نسبت به افق پرتاب (مانور پیچش)

ظهور سیستم‌های جدید ناوبری، حساسه‌های اندازه‌گیری دقیق و رایانه‌های دیجیتال سریع، به‌کارگیری انواع استراتژی‌های کنترلی نوین را امکان‌پذیر کرده است. معمولاً کنترل‌کننده مسیر پرواز یک جسم پرنده با خطی‌سازی معادلات حرکت، نیروها و ممان‌های ایرودینامیکی و ... طراحی می‌شود که غیر خطی است. دینامیک ماهواره‌بر نیز، به علت ماهیت غیر خطی تداخل اینرسی، نیروهای جاذبه، اثرهای ایرودینامیکی، محدودیت عملگرهای کنترلی و غیره از جمله سیستم‌های غیر خطی است [۲]. برخی از استراتژی‌های رایج کنترل غیر خطی عبارتست از: خطی‌سازی فیدبک^۶، روش پسگام انتگرالی^۷، کنترل مد لغزشی^۸، روش‌های کنترل تطبیقی^۹، کنترل فازی^{۱۰}، روش‌های کنترل بهینه^{۱۱}، کنترل مقاوم^{۱۲} و انواع روش‌های هوش مصنوعی مانند شبکه عصبی^{۱۳} و ترکیب این روش‌ها. هدف ارائه هریک از این استراتژی‌ها رسیدن به ورودی مرجع یا پایدارسازی با حداقل هزینه، حداقل زمان و حداکثر کارایی است.

مسئولیت جهت‌دهی و مسیریابی صحیح ماهواره‌بر بر عهده سیستم هدایت و کنترل است. وضعیت ماهواره‌بر با استفاده از استراتژی کنترلی تطبیقی بر پایه مدل مرجع در منبع [۳] کنترل شده است. در این روش، طراحی اتوپایلوت تطبیقی براساس تئوری پایداری لیاپانوف و با در نظر داشتن ناپایداری‌های دینامیکی و شرایط محیطی بوده است. در مرجع [۴]، کنترل‌کننده بر مبنای



(الف)

6. Feedback Linearization
7. Back stepping
8. SlidingMode
9. AdaptiveControl
10. FuzzyControl
11. OptimalContro
12. RobustControl
13. NeuralNetwork

4. Launch Vehicle
5. Pitch Program

مطلوب خواهد بود. برای طراحی قانون کنترل فازی بهینه و همچنین، الگوریتم هدایتی، توزیع توابع فازی ورودی‌ها و خروجی‌ها با به‌کارگیری الگوریتم ژنتیک در مسئله بهینه‌سازی به دست می‌آید. در این مقاله نیز، مانند اکثر مطالعات از روش‌های بهینه‌سازی آفلاین برای تعیین مسیرنامی ماهواره بر بهره‌برداری شده است. همچنین، برای تعیین زاویه حمله بهینه از الگوریتم ژنتیک استفاده شده است. در سیستم بررسی‌شده از مدل جرم نقطه‌ای با نیروی پیشران ثابت و ضرایب ایرودینامیکی محاسبه‌شده از طریق داتکام^{۱۸} بهره‌برداری شده است. به‌کارگیری روش کنترلی مد لغزشی و تلفیق آن با مشاهده‌گر جی‌جی‌آی^{۱۹} همراه تحلیل پایداری و همگرایی مجانبی در مرجع [۱۰] ارائه شده است. استفاده از کنترل‌کننده تلفیقی ارائه‌شده سبب حذف چترینگ و معایب ناشی از آن می‌شود. امکان از بین بردن اغتشاش در روش ارائه‌شده سبب ردیابی سریع مسیر نامی می‌شود. از رویکردهای کنترلی مشابه روش توصیف‌شده در این مقاله، روش دینامیک معکوس^{۲۰} است [۱۱]. البته باید خاطرنشان کرد که این روش بر مبنای آفلاین^{۲۱} بودن سیستم ارائه می‌شود و بنابراین، کنترل‌کننده کمکی با تغییر متغیر مناسب می‌تواند بدون در نظرگیری دینامیک سیستم و به‌سادگی، در یک معادله خطای پایدار صدق کند. در مقاله حاضر، آفلاین بودن سیستم غیر خطی الزامی نیست و بنابراین، بازنمایی سیستم غیر خطی به شکل خطی متغیر با زمان (که شکل آفلاین دارد)، محاسبه می‌شود و امکان اعمال سیگنال کنترل به روش دینامیک معکوس را فراهم می‌کند. در مجموع، تفاوت روش ارائه‌شده در این مقاله با دیگر مراجع ذکر شده در امکان به‌کارگیری این روش در سیستم‌های به‌طور ذاتی غیر خطی (که طراحی کنترلی غیر خطی همانند روش پسگام انتگرالی، مد لغزشی و غیره، چالش است) و همچنین، کارایی آن در نقاط کاری مختلف مدل است.

استراتژی ارائه‌شده در این مقاله علاوه بر سادگی می‌تواند از استراتژی‌های کنترلی نوین فرایند ردیابی مسیر بهینه ماهواره بر برای انتقال به مدار تزریق باشد. ترکیب تئوری خطی‌سازی برخط به شکل ژاکوبین توسعه‌یافته و تلفیق آن با تئوری جای‌دهی قطب‌ها و همچنین، استفاده از شکل رگرسوری معادلات سیستم (برخلاف افزایش حجم محاسبات)، وجه تمایز این استراتژی با دیگر روش‌های ارائه‌شده در مراجع ذکر شده است. در بخش معرفی معادلات سیستم و کنترل حرکت ماهواره بر، معادلات سه‌درجه آزادی ماهواره بر معرفی و ورودی‌های کنترلی و متغیرهای حالت تعریف

روش مستقیم فازی _ منطقی و با هدف افزایش کارایی کنترل زاویه پیش‌طراحی شده است. برای تولید مسیر مرجع از یک مدل جرم نقطه‌ای بهره‌برداری شده است که در آن مسیر با در نظر داشتن تمامی قیدها و با استفاده از الگوریتم ژنتیک بهینه‌سازی شده است. در مرجع [۵] استراتژی طراحی اتوپایلویت ماهواره بر به روش جدول‌بندی بهره^{۱۴} توضیح داده شده است. نتایج شبیه‌سازی با در نظر گرفتن اغتشاشات باد مخالف و عدم قطعیت پارامترها حاکی از تضمین پایداری حلقه‌بسته سیستم مورد نظر است. در مرجع [۶] کنترل مد لغزشی و خطی‌سازی فیدبک ترکیب و طراحی سیستم کنترل به دو قسمت قانون کنترلی و تخصیص کنترلی تفکیک شده است. همچنین، روش کنترل مد لغزشی با هدف طراحی قانون کنترل و تابع بریجینگ^{۱۵} بر مبنای فشار دینامیکی برای تخصیص کنترل‌کننده استفاده شده است. در این مقاله، روش تخصیص کنترل بهینه‌ای بر مبنای برنامه‌ریزی خطی استاندارد برای توزیع فرمان کنترلی به سطوح کنترل نیز اجرا می‌شود. ترکیب روش مدل‌سازی دقیق فازی و کنترل بهینه یک ماهواره بر در فاز داخل جو در مرجع [۷] توصیف و در آن، مدل‌سازی غیر خطی سیستم (که یک جسم صلب در نظر گرفته شده است) برای طراحی و تحلیل دینامیک عملگر کنترلی و کنترل‌کننده مورد نظر ارائه شده است. روش نظام‌مند طراحی کنترل اتفاقی^{۱۶} براساس روش مجذور مستقیم ممان‌ها^{۱۷} در مرجع [۸] به کار برده شده است. محاسن به‌کارگیری روش ارائه‌شده در این مقاله در مقایسه با شیوه‌های کنترلی اتفاقی رایج عبارتست از: (۱) ردیابی پایدار حلقه‌بسته، پایداری مجانبی دارد. (۲) همه ممان‌های فضای حالت با مرتبه بالای متغیرهای ورودی/خروجی کنترل می‌شود. (۳) تا مراتب بالای ممان که در طراحی مورد نظر است، سیستم پایدار است. (۴) فرایند حالت می‌تواند نامعین باشد و در تابع گوسین مورد نظر نیاز نیست. (۵) در این طراحی به فرایند شبیه‌سازی مونت‌کارلو نیاز نیست. برای اعتبارسنجی روش ارائه‌شده در این مقاله با روش مونت‌کارلو از مدل سه درجه آزادی X-33 و شبیه‌سازی دو سناریو در فاز اوج‌گیری استفاده شده است. طراحی قانون کنترلی و هدایتی برای یک ماهواره بر چهارمرحله‌ای در مرجع [۹] مطالعه شده است. مبنای اساسی طراحی این مقاله، تئوری فازی است. استراتژی به کار رفته مقاوم بوده و مکانیزم کنترلی و هدایت طوری است که انرژی ماهواره بر مدیریت می‌شود. پروفیل مانور پیش‌طوری توسط قانون فازی مورد نظر دنبال می‌شود که در هر لحظه، ارتفاع ماهواره بر

18. DATCOM

19. GPI (Generalized Proportional-Integral)

20. Dynamic Inversion

21. Affine

14. Gain Scheduling

15. Bridging Function

16. Stochastic Control

17. Direct Quadrature Method of Moments

در شکل (۲)، ماهواره بر و مسیر حرکت نسبت به زمین نشان داده شده است. برای ساده‌تر شدن مسئله از چرخش زمین صرف‌نظر می‌شود و لذا معادلات براساس زمین غیر دوار ارائه خواهد شد. با در نظرگیری قانون دوم نیوتن ($\vec{F}_{net} = M\vec{a}$) رابطه (۲) برقرار است [۱۲]:

$$\begin{aligned} \dot{v} &= \frac{T}{M} \cdot \cos(\delta_e) - \frac{D}{M} - g \cdot \sin(\gamma) \\ \dot{\gamma} &= \left(-\frac{g}{v} + \frac{v}{R_E + h}\right) \cdot \cos(\gamma) - \frac{T}{M \cdot v} \cdot \sin(\delta_e) \end{aligned} \quad (2)$$

که در آن R_E شعاع کره زمین، γ زاویه مسیر حرکت نسبت به افق محلی و h معادل ارتفاع ماهواره بر است. δ_e زاویه بالک کنترلی واقع در موتور خروجی (تی‌وی‌سی) است. بنابراین، در این مسئله پارامترهای T و δ_e معادل ورودی‌های کنترلی (به ترتیب u_1 و u_2) سیستم مورد نظر و v و γ به ترتیب معادل متغیرهای حالت x_1 و x_2 است. به سبب تغییرات محسوس نیروی گرانش وارده به ماهواره بر نسبت به ارتفاع، اثر این نیرو به صورت معادله زیر محاسبه می‌شود:

$$g = g_0 \cdot \left(\frac{R_E}{R_E + h}\right)^2 \quad (3)$$

بازنمایی معادلات سیستم به روش خطی سازی برخط و نمایش ژاکوبین توسعه یافته

یک شکل عمومی برای بازنمایی معادلات یک سیستم دینامیکی، نمایش آنها در فضای ورودی و خروجی است. در این مقاله می‌توان فرم کلی معادلات یک سیستم متغیر با زمان دو ورودی - دو خروجی در فضای ورودی و خروجی را مطابق رابطه زیر مشخص کرد:

$$\begin{aligned} y_k^{[n_k]}(t) &= \\ F_k(y_k^{[n_k-1]}(t), \dots, \dot{y}_k(t), y_k(t), u_k^{[m_k]}(t), \dots, \dot{u}_k(t), u_k(t), t) \end{aligned} \quad (4)$$

$k = 1, 2$

که در آن F_k تابعی از زمان، سیگنال‌های ورودی و خروجی و مشتقات آنهاست. m_k و n_k به ترتیب مرتبه دینامیکی سیگنال‌های ورودی و خروجی است. $y_k^{[i]}(t), i = 0, 1, \dots, n$ معرف مشتق i ام $y_k(t)$ و $u_k^{[j]}(t), j = 0, 1, \dots, m$ معرف مشتق j ام $u_k(t)$ است.

فرض ۱: تابع F_k ، سیگنال‌های ورودی و خروجی و مشتقات آنها طی زمان به طور پیوسته دیفرانسیل پذیر است.

در سیستم معرفی شده در رابطه (۴)، سیکل نمونه برداری سیگنال‌ها T است. با در نظر گرفتن متغیرهای دیفرانسیلی $\delta y_k^{[i]}(t) = y_k^{[i]}(t) - y_k^{[i]}(t-T)$

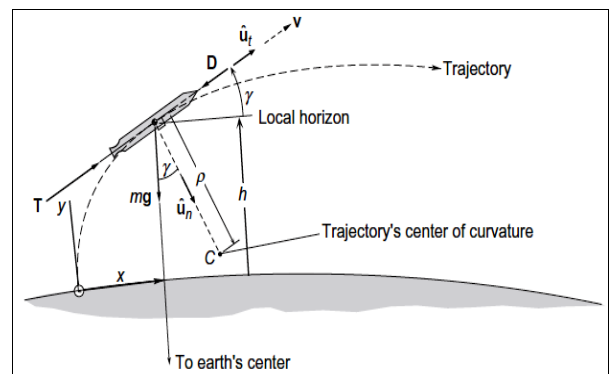
شده است. سپس، با بازنمایی معادلات پیوسته سیستم دو ورودی - دو خروجی به شکل خطی - رگرسوری، خطی سازی برخط انجام می‌شود. فرض‌های دیفرانسیل پذیری، کنترل پذیری و کمینه فاز بودن معادله سیستم نیز، در این بخش ارائه شده است. در بخش طراحی سیستم کنترل ردیاب برای ماهواره بر، با به کارگیری تئوری جای‌دهی قطب‌ها و نکات مربوط به آن سیستم کنترل ردیاب طراحی می‌شود. در نهایت، با ارائه پارامترهای اصلی سیستمی و محدودیت‌های کنترلی یک ماهواره بر سه مرحله‌ای، نتایج حاصل از شبیه سازی سیستم مورد نظر بررسی شده است.

معرفی معادلات سیستم و کنترل حرکت ماهواره بر

شکل (۲) مسیر حرکت یک ماهواره بر و نیروهای وارد بر آن را در طی فازهای پرتاب نشان می‌دهد. راکت‌ها نیروی پیشران \vec{T} را در راستای محور طولی و در جهت سرعت \vec{V} تولید می‌کند. نیروی پسای \vec{D} در جهت خلاف سرعت به ماهواره بر اعمال شده است. اندازه این نیرو برابر است با:

$$D = q \cdot A \cdot C_D \quad (1)$$

که در آن $q = \frac{1}{2} \rho v^2$ فشار دینامیکی، ρ چگالی اتمسفر و v معادل سرعت ماهواره بر (معادل اندازه \vec{V}) است. A سطح مقطع وسیله و C_D ضریب پساست. C_D به سرعت، شکل و وضعیت راکت بستگی دارد. نیروی گرانش وارده برابر $M \cdot \vec{g}$ است که در آن M جرم ماهواره بر و \vec{g} برابر شتاب گرانشی محلی وارد بر ماهواره بر و در راستای مرکز زمین است. در هر نقطه‌ای از مسیر، سرعت \vec{V} تعیین کننده جهت بردار مماسی یکه \hat{u}_n است. \hat{u}_n معادل بردار یکه عمود بر \vec{V} و در جهت مرکز انحنای C است. فاصله نقطه C از هر نقطه منحنی مسیر حرکت برابر ρ (متفاوت از چگالی هواست) است. یعنی ρ شعاع انحناست.



شکل ۲- مسیر حرکت و نیروهای وارد بر ماهواره بر

طراحی سیستم کنترل ردیاب برای ماهواره بر

با توجه به معادلات (۲) و (۸) می توان معادلات (۹) تا (۱۱) را استخراج کرد:

$$\dot{y}_1 = a_{11} \cdot y_1 + a_{12} \cdot y_2 + b_{11} \cdot u_1 + b_{12} \cdot u_2 + c_1 \quad (9)$$

$$\dot{y}_2 = a_{21} \cdot y_1 + a_{22} \cdot y_2 + b_{21} \cdot u_1 + b_{22} \cdot u_2 + c_2$$

که در آن:

$$a_{11} = 0$$

$$a_{12} = -g \cdot \cos(y_2)$$

$$a_{21} = \frac{u_1 \cdot \sin(u_2)}{M} \cdot \frac{1}{y_1^2} + \frac{g \cdot \cos(y_2)}{y_1^2} - \frac{y_1 \cdot \cos(y_2)}{(R_E + h)^2}$$

$$(y_1 \cdot \sin(y_2))$$

$$\left(\frac{u_1}{M} \cdot \cos(u_2) - \frac{D}{M} - g \cdot \sin(y_2) \right)^{-1}$$

$$a_{22} = \frac{g}{y_1} \cdot \sin(y_2) + \frac{-y_1 \cdot \cos(y_2)}{(R_E + h)^2} \cdot (y_1 \cdot \sin(y_2))$$

$$\left(\frac{-u_1}{M \cdot y_1} \cdot \sin(u_2) - \right. \quad (10)$$

$$\left. \frac{g}{y_1} \cdot \cos(y_2) + \frac{y_1}{R_E + h} \cdot \cos(y_2) \right)^{-1}$$

$$b_{11} = \frac{\cos(u_2)}{M}$$

$$b_{12} = \frac{-u_1 \cdot \sin(u_2)}{M}$$

$$b_{21} = \frac{-\sin(u_2)}{M \cdot y_1}$$

$$b_{22} = \frac{-u_1 \cdot \cos(u_2)}{M \cdot y_1}$$

$$c_1 = \dot{y}_1(t-T) - a_{12}(t) \cdot y_2(t-T) - b_{11}(t) \cdot u_1(t-T) - b_{12}(t) \cdot u_2(t-T) \quad (11)$$

$$c_2 = \dot{y}_2(t-T) - a_{21}(t) \cdot y_1(t-T) - a_{22}(t) \cdot y_2(t-T) - b_{21}(t) \cdot u_1(t-T) - b_{22}(t) \cdot u_2(t-T)$$

با در نظر گرفتن ساختار کنترلی زیر خواهیم داشت:

$$b_{11} \cdot u_1 + b_{12} \cdot u_2 = -a_{11} \cdot y_1 - a_{12} \cdot y_2 - c_1 + \dot{y}_1 - k_1 e_1 \quad (12)$$

$$b_{21} \cdot u_1 + b_{22} \cdot u_2 = -a_{21} \cdot y_1 - a_{22} \cdot y_2 - c_2 + \dot{y}_2 - k_2 e_2$$

که در آن $e_1 = y_1 - y_{r1}$ و $e_2 = y_2 - y_{r2}$ و k_1 و k_2 مقادیر ثابتی است. پارامترهای y_{r1} و y_{r2} به ترتیب سیگنال های مرجع سرعت (v) و زاویه مسیر حرکت ماهواره بر نسبت به افق (γ) است. معمولاً این سیگنال های مرجع قبل از پرتاب ماهواره بر (به صورت آفلاین) و با روش های محاسباتی بهینه استخراج می شود. سیگنال های مرجع سرعت و زاویه مسیر حرکت مورد نظر در این مقاله، به ترتیب در شکل های (۳) و (۴) نشان داده شده است. در نهایت، سیگنال های کنترلی u_1 و u_2 عبارت است از:

معادله دیفرانسیلی $\delta u_k^{[j]}(t) = u_k^{[j]}(t) - u_k^{[j]}(t-T)$ و $\delta t = T$ ، معادله دیفرانسیلی تابع دینامیکی غیرخطی (۴) به شکل معادله (۵) بازنویسی می شود:

$$\delta y_k^{[n_k]}(t) = \sum_{i=0}^{n_k-1} \left(\frac{\partial F_k}{\partial y_k^{[i]}(t)} \right) \cdot \delta y_k^{[i]}(t) + \sum_{j=0}^{m_k} \left(\frac{\partial F_k}{\partial u_k^{[j]}(t)} \right) \cdot \delta u_k^{[j]}(t) + \dot{F}_k \cdot \delta t + \gamma_k(t, T) \quad (5)$$

که در آن $\gamma_k(t, T)$ ، معرف اثر ترم های مرتبه بالا (بجای γ) است. با کوچک فرض کردن پیروی نمونه برداری T و همچنین مخالف صفر فرض کردن ضرایب حساسیت تابع نسبت به سیگنال ورودی یا مشتقات آن $\left(\frac{\partial F_k}{\partial u_k^{[j]}(t)} \right)$ ، می توان از مقدار $\gamma_k(t, T)$ صرف نظر کرد. بنابراین، مدل ارائه شده (۵) به صورت زیر نوشته می شود:

$$y_k^{[n_k]}(t) = \sum_{i=0}^{n_k-1} \left(\frac{\partial F_k}{\partial y_k^{[i]}(t)} \right) \cdot \delta y_k^{[i]}(t) + \sum_{j=0}^{m_k} \left(\frac{\partial F_k}{\partial u_k^{[j]}(t)} \right) \cdot \delta u_k^{[j]}(t) + \pi_k(t) \quad (6)$$

که در آن:

$$\pi_k(t) = \dot{F}_k T + y_k^{[n]}(t-T) - \sum_{i=0}^{n_k-1} \left(\frac{\partial F_k}{\partial y_k^{[i]}(t)} \right) \cdot y_k^{[i]}(t-T) - \sum_{j=0}^{m_k} \left(\frac{\partial F_k}{\partial u_k^{[j]}(t)} \right) \cdot u_k^{[j]}(t-T) \quad (7)$$

با در نظر گرفتن $a_{k_i}(t) = \left(\frac{\partial F_k}{\partial y_k^{[i]}(t)} \right)$ و $b_{k_j}(t) = \left(\frac{\partial F_k}{\partial u_k^{[j]}(t)} \right)$

می توان تابع غیرخطی (۴) را به صورت یک مدل خطی تطبیقی با $N = m + n + 2$ رگر سور به شکل رابطه (۸) نشان داد:

$$y_k^{[n_k]}(t) = \sum_{i=0}^{n_k-1} a_{k_i}(t) \cdot y_k^{[i]}(t) + \sum_{j=0}^{m_k} b_{k_j}(t) \cdot u_k^{[j]}(t) + c_k(t) \quad (8)$$

فرض ۲: فرم ژاکوبین به دست آمده (۸) که به صورت یک

مدل خطی متغیر با زمان برای سیستم (۴) بازنمایی شده است در همه زمان ها کنترل پذیر و کمینه فاز است.

شرط کنترل پذیری شرطی کافی برای خطی پذیری سیستم در حالت حلقه بسته است. اگر این شرط کافی نباشد و اگر ماتریس سیستم خطی شده پوچ باشد (حضور قطب های حلقه باز در مبدأ)، ممکن است حذف ترم های مرتبه بالاتر در خطی سازی نسبت به ترم خطی در راستای پوچی میسر نشود. همچنین، اگر سیستم مینیمم فاز نباشد، حل معادله دیفرانسیل براساس سیگنال کنترل پاسخ عمومی ناپایداری دارد و یک ناپایداری داخلی در سیستم را موجب می شود.

مطالعات موردی

سیستم بررسی شده در این مقاله، یک ماهواره بر سه مرحله ای حامل بار محموله ۷۵۰ کیلوگرمی به مدار بیضوی با ارتفاع حضيض ۲۵۰ کیلومتر و ارتفاع اوج ۳۵۰ کیلومتر و شیب مداری قطبی با عرض جغرافیایی نقطه پرتاب برابر ۲۷ درجه است. جزئیات داده های این ماهواره بر در جدول (۱) فهرست شده است.

جدول ۱- استخراج مشخصات جرمی در انرژی اولیه

مرحله سوم	مرحله دوم	مرحله اول	پارامترها
۳/۱۷۵۷	۱۵/۲۴۶	۱۰۶/۶۵۳	جرم اولیه (تن)
۱/۵۶	۱۰/۰۳۱	۶۰/۱۲۳	جرم سوخت (تن)
۲۸۰/۲۶	۲۵۹۰/۳۶۶۷	۲۴۸۰/۲	ایمپال (ثانیه)
۰	۳۰	۵۴	زاویه (درجه)
۵/۵۶۲۵	۲۲۰/۲۶۳۰	۱۲۶/۷۰۷۴	پیشرانس مراحل (تن)
۷۸/۶۳۱۶	۱۱۶/۸۶۹۱	۱۱۷/۸۰۹۵	زمان سوزش (ثانیه)
۱/۵۶۰۶	۱۰/۰۳۱۶	۶۰/۱۲۳۰	جرم محموله در هر مرحله (تن)
۱/۶۱۵۱	۴/۱۲۸۳	۳۰/۸۷۵۸	جرم سازه (تن)
۰/۰۰۵۴	۰/۰۸۵۸	۰/۵۱۰۳	نرخ کاهش جرم (تن بر ثانیه)
۰/۵۵۶۳	۴/۴۵۲۶	۵۰/۶۸۳۰	نیروی پسا (تن)

محدودیت حرکتی کنترل کننده زاویه پیشران^{۳۴} مطابق جدول (۲) است. محدودیت نیروی کنترلی پیشرانس طوری است که حداکثر ضربه ویژه یعنی شتاب وارده به ماهواره بر و محموله در فازهای مختلف نیز از بازه های ارائه شده در جدول (۲) تبعیت کند.

جدول ۲- محدودیت حرکتی زاویه پیشران و بازه انتخاب ضربه ویژه در مراحل مختلف

مرحله سوم	مرحله دوم	مرحله اول	پارامتر
۴۵	۳۰	۰	زاویه پیشران (درجه)
۳۱۰-۳۲۶	۳۰۵-۳۲۲	۲۹۰-۳۱۰	ضربه ویژه (ثانیه)

زمان شبیه سازی برنامه برابر ۷۲۵ ثانیه و معادل زمان تزریق محموله ۷۵۰ کیلوگرمی ماهواره بر در مدار مورد نظر و در ارتفاع ۲۵۰ کیلومتر (ارتفاع حضيض) است. شکل (۵)، مسیر حرکت ماهواره بر را طی سه فاز و در صفحه قائم نشان می دهد که در آن

(۱۳)

$$\begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{bmatrix}^{-1} \times \begin{bmatrix} -a_{11}y_1 - a_{12}y_2 - c_1 + \dot{y}_{r1} - k_1e_1 \\ -a_{21}y_1 - a_{22}y_2 - c_2 + \dot{y}_{r2} - k_2e_2 \end{bmatrix}$$

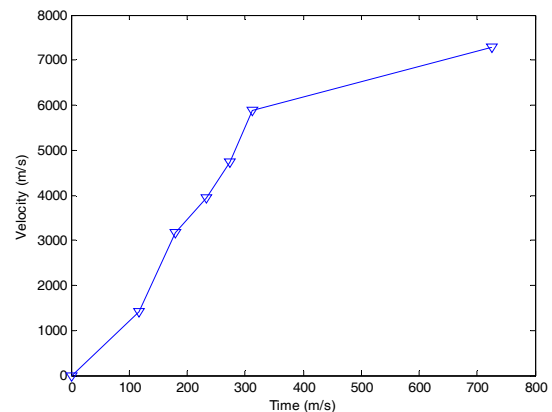
حال با جای گذاری رابطه (۱۳) در معادلات رابطه (۹) می توان همگرایی سیگنال های خروجی به سیگنال های مرجع را نیز اثبات کرد:

$$\begin{cases} \dot{e}_1 + k_1e_1 = 0 \\ \dot{e}_2 + k_2e_2 = 0 \end{cases} \quad (14)$$

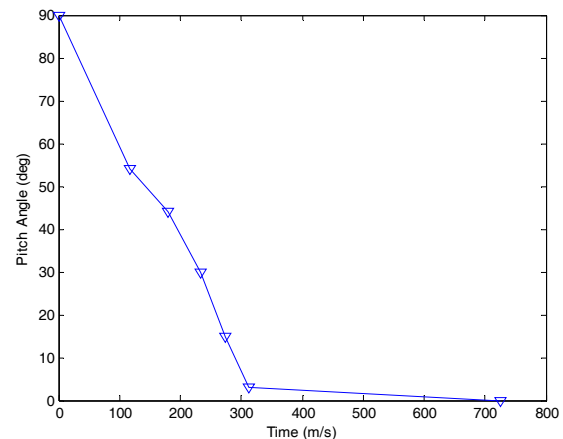
با توجه به معادله دیفرانسیل (۱۴) می توان نتیجه گرفت که اگر $k_1, k_2 > 0$ ، معادلات دینامیک خطا پایدار خواهد شد:

$$\begin{cases} e_1 \rightarrow 0 \Rightarrow y_1 \rightarrow y_{r1} \\ e_2 \rightarrow 0 \Rightarrow y_2 \rightarrow y_{r2} \end{cases} \quad (15)$$

البته باید به این نکته توجه کرد که انتخاب مقادیر k_1 و k_2 ، تأثیر زیادی بر سرعت همگرایی و ردیابی سیگنال های مرجع و همچنین، اندازه تلاش های کنترلی دارد.



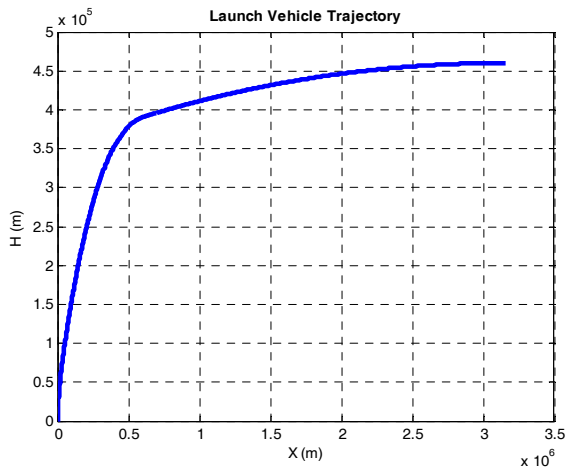
شکل ۳- سیگنال مرجع سرعت ماهواره بر



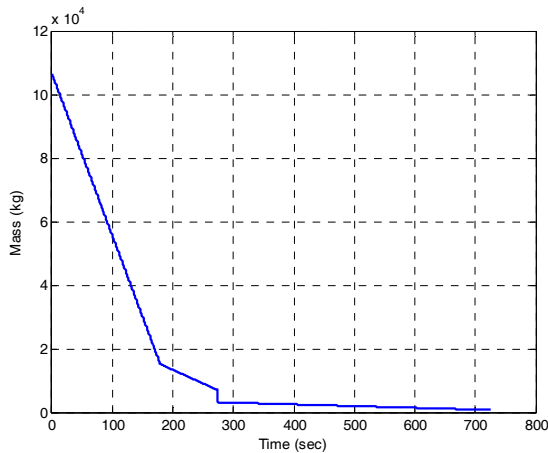
شکل ۴- سیگنال مرجع زاویه مسیر حرکت با افق محلی ماهواره بر (زاویه پیچ)

ماهواره‌بر نسبت به افق (γ) (شکل (۳) و (۴)) را دنبال و ماهواره‌بر را در مسیر بهینه هدایت کند.

برای ارزیابی دقیق‌تر انحراف ماهواره‌بر از مسیر بهینه طراحی شده می‌توان علاوه بر مقایسه سیگنال‌های مرجع از پیش تعیین شده (شکل ۳ و ۴) با مقادیر به دست آمده از شبیه‌سازی برخط (شکل ۹ و ۱۰)، تفاضل سیگنال‌های مرجع و تولید شده توسط ماهواره‌بر را ارزیابی کرد (شکل ۱۱ و ۱۲). با توجه به این شکل‌ها نیز، می‌توان نتیجه گرفت که برخلاف غیر خطی بودن سیستم در کل زمان‌های پرواز و به خصوص در لحظاتی که تغییر فاز پرواز رخ می‌دهد، حداکثر خطای انحراف از مسیر بهینه (سیگنال‌های مرجع) به ترتیب کمتر از ۱ و ۰/۱ درصد است. بنابراین، می‌توان از استراتژی خطی‌سازی برخط ارائه شده در این مقاله در قالب یکی از استراتژی‌های کنترلی در دینامیک‌های غیرخطی بهره برد.

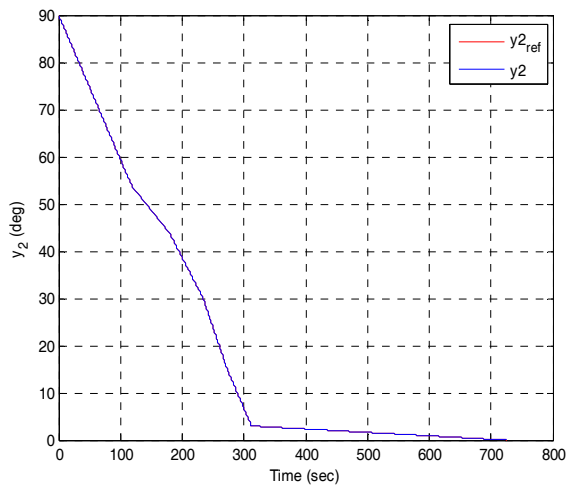


شکل ۵- مسیر حرکت ماهواره‌بر در صفحه قائم

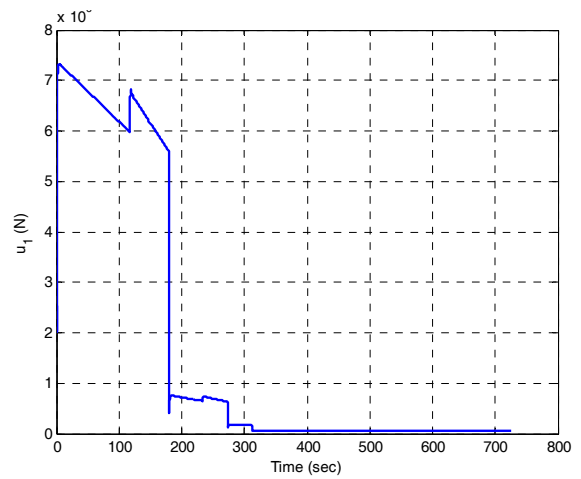


شکل ۶- نمودار تغییرات جرم ماهواره‌بر

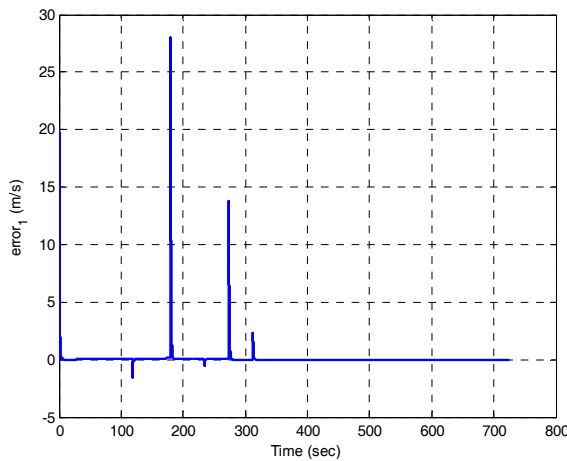
ارتفاع ماهواره‌بر در لحظه نهایی تقریباً برابر ۲۵۰ کیلومتر (معادل با ارتفاع حضيض) است. در لحظه تزریق، زاویه پیمایش برابر صفر و سرعت ماهواره‌بر تقریباً ۷۲۹۰ متر بر ثانیه است که این پارامترها از نمودارهای شکل‌های (۳) و (۴) در لحظه نهایی تبعیت می‌کند. نمودار تغییرات جرم ماهواره‌بر در شکل (۶) نمایش داده شده است که با توجه به آن می‌توان نتیجه گرفت پس از طی سه فاز اصلی، جرم مخصوص ماهواره‌بر برای قرار گرفتن در مدار، برابر ۷۵۰ کیلوگرم و منطبق با طراحی‌های اولیه است. نمودار سیگنال‌های کنترلی (u_1 و u_2) نسبت به زمان در شکل‌های (۷) و (۸) نشان داده شده است. شایان ذکر است، با هدف جلوگیری از اثرات نامطلوب هارمونیک‌های بالا در سیگنال‌های کنترلی و امکان اعمال یک سیگنال روان به محرک‌ها، از یک فیلتر پایین‌گذر مرتبه اول $G_F(S) = \frac{1}{0.1S+1}$ استفاده شده است. برای این هدف، بازه وسیعی از فرکانس‌های قطع فیلتر بررسی و با فرض مصالحه بین حفظ پایداری و کاهش اثرات هارمونیک‌های بالا در سیگنال کنترلی، این فیلتر انتخاب شد. با توجه به لزوم دقت انتگرال‌گیری موقعیت و وضعیت ماهواره‌بر در طول پرواز، حفظ پایداری کنترل و قدرت پردازشگر، شبیه‌سازی به روش حل رانگ‌کوتای مرتبه چهار با گام انتگرال‌گیری ۱۰ میلی‌ثانیه انجام شده است. اگرچه در بحث تئوری روش پیشنهادی مقاله، فرض شده سیگنال‌ها پیوسته و مشتق‌پذیر است، باید توجه کرد که در پیاده‌سازی عملی و نیز، در شبیه‌سازی کامپیوترهای دیجیتال عملاً پیوستگی سیگنال ورودی ارضا نمی‌شود که این محدودیت در پیاده‌سازی رخ داده و در طرح مبانی روش در این مقاله در نظر گرفته نشده است. همچنین، مقادیر پارامترهای k_1 و k_2 در رابطه (۱۴) باید بزرگ‌تر از صفر در نظر گرفته شود تا معادلات دینامیکی خطا پایدار شود. براساس مصالحه بین سرعت همگرایی خطا به سمت صفر و عدم افزایش ناگهانی اندازه سیگنال‌های کنترلی، مقادیر این پارامترها یکسان و برابر یک در نظر گرفته شد. دینامیک غیر خطی سیستم مورد نظر سبب شده است که سیگنال‌های کنترلی در فازهای مختلف پرواز پروفیل‌های متفاوتی داشته باشد، اما به دلیل دینامیک متغیر، در نهایت سیگنال‌های کنترلی محدودیت‌های مندرج در جدول (۲) را برآورده و مأموریت ماهواره‌بر را تکمیل می‌کند (که همان تزریق محموله ۷۵۰ کیلوگرمی در مدار از پیش تعیین شده است). همان‌طور که در این شکل‌ها مشهود است، برخلاف تغییرات غیر خطی زیاد سیستم در لحظه‌های تغییر فاز (زمان‌های ۱۷۹ و ۲۷۳ ثانیه) ناشی از دینامیک ماهواره‌بر، استراتژی کنترلی مورد نظر توانسته است با یک تلاش کنترلی مناسب و در بازه مجاز (جدول (۲))، سیگنال‌های مرجع سرعت (v) و زاویه مسیر حرکت



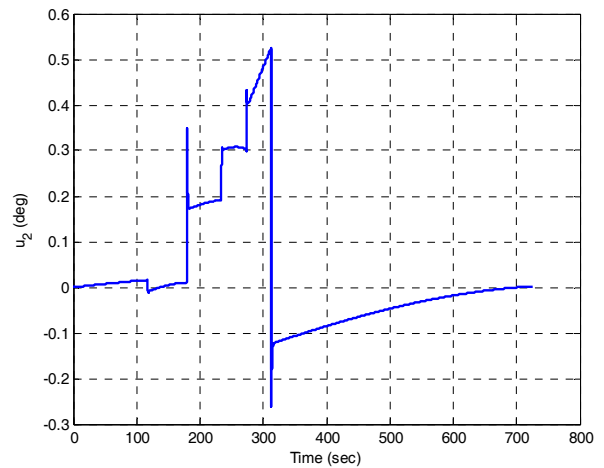
شکل ۱۰- سیگنال‌های مرجع برخط و آفلاین زاویه پیش



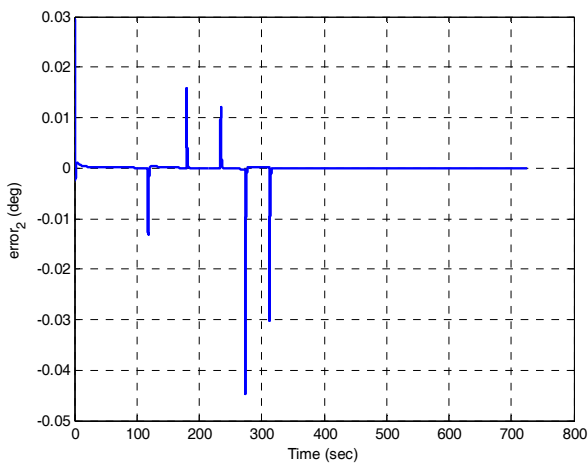
شکل ۷- سیگنال کنترلی u_1 نسبت به زمان



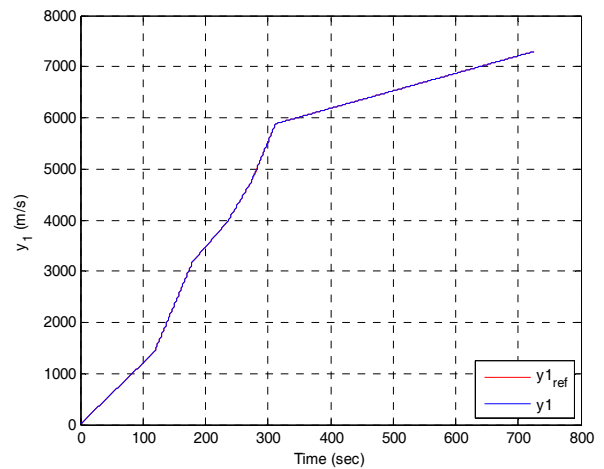
شکل ۱۱- تفاضل سیگنال‌های مرجع سرعت برخط و آفلاین



شکل ۸- سیگنال کنترلی u_2 نسبت به زمان



شکل ۱۲- تفاضل سیگنال‌های مرجع زاویه پیش برخط و آفلاین



شکل ۹- سیگنال‌های مرجع برخط و آفلاین سرعت

نتیجه گیری

در این مقاله، مبانی طراحی یک کنترل کننده برای سیستمی کاملاً غیر خطی و البته نوین و ساده با رویکرد خطی سازی برخط معادلات غیر خطی با هدف کنترل یک ماهواره بر سه مرحله ای و در جهت ردیابی مسیر بهینه ماهواره بر ارائه شد.

استفاده از تئوری جای دهی قطب ها و نمایش سیستم به فرم خطی رگرسوری موجب شده است که برخلاف دینامیک غیر خطی سیستم یادشده، استراتژی کنترلی مورد نظر با تلاش های کنترلی مناسب و در محدوده مجاز، سیگنال های مرجع (سرعت و زاویه مسیر حرکت ماهواره بر نسبت به افق) را با دقت مناسبی ردگیری و ماهواره بر را در مسیر بهینه هدایت کند و در نتیجه، تزریق به مدار از پیش تعیین شده به خوبی رخ دهد. در ادامه این تحقیق، پارامترهای فرم رگرسور خطی سیستم تخمین زده و شناسایی و کنترل تطبیقی برای این سیستم نیز میسر خواهد شد.

مراجع

- [5] Benoit Clement, Gilles Duc, and Sophie Mauffrey, "Aerospace Launch Vehicle Control: A Gain Scheduling Approach," *Control Engineering Practice* 13, 2005, pp.333-347.
- [6] Xiheng Zang, and Sh. Tang, "Combined Feedback Linearization and Sliding Mode Control for Reusable Launch Vehicle Reentry," *12th International Conference on Control, Automation, Robotics & Vision*, 5-7th Dec. 2012.
- [7] Mohanlal, P.P., Kaimal, M.R. and Dasgupta, S., "Exact Fuzzy Modeling and Optimal Control of a Launch Vehicle in the Atmospheric Phase," *7th International Conference on Control, Automation, Robotics & Vision*, Vol. 3, 2002, pp. 1275-1280.
- [8] Yunjun Xu, Ming Xin, "Nonlinear Stochastic Control for Space Launch Vehicles," *IEEE Transactions On Aerospace and Electronic Systems*, Vol. 47, No. 1, 2011.
- [9] Ansari, U., and Alam, S., "Hybrid Genetic Algorithm Fuzzy Rule Based Guidance and Control for Launch Vehicle," *IEEE Conference Publications*, 2011, pp. 178-185.
- [10] OuLiuli, Zhao Dangjun, W. Yongji, and L. Lei, "Launch Vehicle Pitch Control via GPI Observer-Based Sliding Mode Technique," *IEEE Conference Publications, Control Conference (CCC)*, 31st Chinese, 2012, pp. 3166-3170.
- [11] Calsson M., Control of Unmanned Aerial Vehicles Using Non-linear Dynamic Inversion, Master's Thesis, Linkoping University, 2002.
- [12] Curtis, H. D., *Orbital Mechanics for Engineering Students*, 3rd Ed., Elsevier Ltd, 2010.
- [13] Kalthor, A., "A Self Tuning Regulator for Nonlinear Time Varying Control Systems Based on Evolving Linear Models," *IEEE Evolving adaptive intelligent systems*, 2014, paper 09, 2014.
- [14] Kalthor, A., "Potential of Evolving AR and ARX Models in Signal Recovering," *Evolving Systems*, Vol. 7, 2016, pp. 61-72.
- [15] Bayani, H., Masouleh, M.T. and Kalthor, A., "An Experimental Study on the Vision-Based Control and Identification of Planar Cable-Driven Parallel Robots," *Robotics and Autonomous Systems*, 2016, pp. 187-202.
- [1] Siouris, G. M., *Missile Guidance and Control Systems*, 3rd Ed., Springer-Verlag New York, 2003.
- [2] Irani Rahaghi, M. and Roshanian, J. "Nonlinear Optimal Control Techniques Applied to a Launch Vehicle Autopilot," *Iranian Aerospace Society*, Vol. 3, No. 1, 2006, pp. 43-49.
- [3] Clinton E. Plaisted And Leonessa A., "Expanded Launch Vehicle Adaptive Autopilot Design," *AIAA Guidance, Navigation and Control Conference and Exhibit*, 2008, pp. 18-21.
- [4] Ansari, U., Alam, S. and Nabi Jafri, S. M., "Trajectory Optimization and Adaptive Fuzzy based Launch Vehicle Attitude Control," *20th Mediterranean Conference, on Control & Automation (MED)*, 2012.