JSST
Journal of Space Science & Technology

Vol. 9/ No. 2/ 2016

Determining orbital element on Earth Observation Repeat-Ground-Track orbit

P. Torabi [1*] and A. Naghash[2]

1, 2. Department of Aerospace Engineering, Amirkabir University of Technology

[*]Postal Code: 1591634311, Tehran, IRAN

peyman.torabi@aut.ac.ir

This paper presents a new methodology for a quick and efficient numerical determination of the condition for repeat ground tracks to be employed in an orbital optimization design methodology. This methodology employs the simplicity and reliability of the epicyclical motion condition for a repeat ground track to find a semimajor axis for a given repetition cycle and inclination. Then the semimajor axis is re fined for application to any elliptical motion. This methodology was discovered by comparing two recent methods in addition to a new proposed method offered in this paper investigating both nonlinear algebraic and polynomial formulations of the governing repeat-ground-track condition relationship. A lesser known simplified method is used for preliminary solution refinement. The advantages and disadvantages of each approach are weighed with each method 's reliability, performance, and computational ease based on a case study. From these criteria, one method is recommended for use in repeat-ground-track orbit design optimization methodology.

Keywords: Orbital mechanics-satellite orbit design, Repeating ground track

1. M. Sc. Student (Corresponding Author)
2. Associate Professor

Received: 2014.10.04 , Accepted: 2017.01.25

JSST
فصلنامهٔ علمی - پژوهشی علوم و فناوری فضایی

جلد ۹ / شمارهٔ ۲/ تابستان ۱۳۹۵
ص. ص. ۸۳- ۷۷

تعیین مشخصات مداری برای ماهواره‌هایی با رد زمینی تکراری

پیمان ترابی[۱*] و ابوالقاسم نقاش[۲]

۱و ۲- دانشکدهٔ مهندسی هوافضا- دانشگاه صنعتی امیرکبیر

* تهران، حافظ، کدپستی: ۱۵۹۱۶۳۴۳۱۱

peyman.torabi@aut.ac.ir

برای برخی ماهواره‌های رصدزمین، مدار ایده‌آل مداری است که رد زمینی تکرار شود تا این امکان را به وجود آورد که منطقه خاصی از زمین به‌طور دوره‌ای تحت نظر یا سنجش قرار گیرد. این مقاله، روشی سریع برای تعیین پارامترهای مداری ماهواره‌هایی با چنین مأموریتی است. این روش نیم قطر اصلی مدار را با توجه به زاویهٔ میل مدار و همچنین دورهٔ چرخش مدار به‌دست می‌آورد. سپس تغیرات نیم قطر اصلی را براساس خروج از مرکز مدار محاسبه می‌کند. همچنین روش دیگری نیز پیشنهاد می‌گردد که اصلاح شده و بهبود یافته روش پیشین به‌حساب می‌آید. از مزایای روش ارائه شده می‌توان به عملکرد سریع و سهولت در محاسبات اشاره کرد. در پایان نیز، به‌منظور تصدیق و اطمینان از نحوهٔ عملکرد برنامه از نرم‌افزار satellite tool kit کمک گرفته شده و نتایج مقایسه خواهد شد.

واژه‌های کلیدی: مکانیک مدار، طراحی مدار ماهواره، تکرار مسیر زمینی

علائم و اختصارات

دوره زمانی تکرار	T_r
نسبت به دوره گردش گره‌ای ماهواره	T_Ω
دوره زمانی گرینویچ	$T_{\Omega G}$
تعداد گردش ماهواره در مدار در یک دوره تکرار	$T_{\Omega G}$
تعداد روز نجومی است طی دوره زمانی تکرار	$T_{\Omega G}$
آرگومان حضیض	ω
حرکت متوسط	n
آنومالی متوسط	M
دوره گردش	T
طول گره صعودی	Ω
خروج از مرکز	e
نیم قطر اصلی	a
پارامتر گرانش زمین	μ
زاویه میل	i
ارتفاع	h
ضرائب اغتشاش غیرکروی بودن زمین	$J2,J4$

مقدمه

مدارهایی با قابلیت تکرار رد زمینی[۳] به مدارهایی اطلاق می‌گردد که رد زمینی آنها پس از مدت زمان مشخصی تکرار گردد.این گونه از مدار برای بسیاری از ماهواره‌های رصد زمین ، مداری ایده آل محسوب می شود تا این امکان را به وجود آورد که منطقه یا مناطقی خاص از زمین به طور دوره ای تحت نظر و یا سنجش قرار گیرد [۱]. هدف از این پژوهش، تعیین مشخصات مداری[۴] برای ماهواره‌هایی با چنین ماموریتی است. مدار ایده‌آل طراحی شده، مداری است که در حضور آشفتگی‌ها و اغتشاشات رد زمینی تکراری

---

۱. دانشجوی کارشناسی ارشد (نویسنده مخاطب)
۲. دانشیار

3. Repeating Ground Track
4. Orbital Elements

دریافت مقاله: ۹۳/۰۷/۱۲ ، تأیید مقاله ۹۵/۱۱/۰۶

داشته باشد تا در زمان‌های طولانی قادر به انجام مأموریت خود باشد. در این تحقیق برای پیدا کردن مشخصات مداری خروج از مرکز[۵] برای زاویه میل[۶] دلخواه ماهواره، تغییرات نیم قطر اصلی و دورهٔ تکرار برای مدارهای بیضی مورد مطالعه قرار گرفته است [۲].

پارامترهای مداری تعیین شده توسط این پژوهش در الگوریتم‌های بزرگ‌تر به‌کار گرفته می‌شود، در نتیجه برای محاسبهٔ آنها نیاز به یک راه حل کارآمد و دقیق است [۳]. برای تعیین یک روش کارآمد و قابل اعتماد، دو روش برای پیدا کردن یک مسیر زمین تکرار مورد بررسی و مقایسه قرار گرفته است. روش دوم که در اینجا پیشنهاد می‌گردد اصلاح شده و بهبود یافته روش اول به حساب می‌آید.

روش اول برای تولید آهنگ زمین تکرار رد منظومه گل[۷] که توسط مورتاری و همکاران ارائه شده است [۲]. روش منظومه گل بر اساس عناصر مداری کپلر شامل نیم قطر اصلی، خروج از مرکز، زاویهٔ میل، طول جغرافیایی گره صعودی، آرگمان حضیض، و آنومالی متوسط بیان شده است.در این روش خروج از مرکز بیضی بر اساس ارتفاع حضیض مشخص شده است که مزیت اصلی آن محسوب می‌گردد. ضعف این روش این است که تنها مرتبه دوم اغتشاشات که شامل اثرات J2 می‌شود را درنظر می‌گیرد [۲].

روش دوم اصلاح‌شده و ارتقا یافتهٔ روش منظومهٔ گل است که علاوه بر اغتشاشات J2، اغتشاشات مرتبهٔ بالاتر یعنی J4 نیز، وارد معادلات شده که سبب افزایش دقت محاسبات شده است. اغتشاشات ذکر شده مربوط به عدم کرویت زمین است [۳]. در بخش‌های بعدی روابط ریاضی حاکم بر تکرار رد زمینی برای روش منظومهٔ گل و روش اصلاح‌شده ارائه خواهد شد و با ارائهٔ چندنمونه از نتایج استخراج شده و مقایسهٔ آنها و همچنین در انتها با شبیه‌سازی چند مورد از نتایج در نرم‌افزار stk روش اصلاح شده مورد تصدیق قرار می‌گیرد.

شرایط جهت تکرار مسیر زمینی

در مداری که تکرار رد زمینی دارد، دورهٔ زمانی تکرار (T_r)، نسبت به دورهٔ گردش گره‌ای ماهواره (T_Ω) و دورهٔ زمانی گرینویچ ($T_{\Omega G}$)، از رابطهٔ (۱) به‌دست می‌آید [۲]:

$$T_r = N_p\, T_\Omega = N_d\, T_{\Omega G} \qquad (۱)$$

که N_p تعداد گردش ماهواره در مدار در یک دوره تکرار و N_d تعداد روز نجومی است که طی دورهٔ زمانی تکرار کامل می‌شود. N_d و N_p اعداد صحیح هستند [۲].

5. Eccentricity
6. Inclination
7. Flower constellation

هندسهٔ این شرایط در شکل (۱) نشان داده شده است[۴]. دورهٔ زمانی گره‌ای T_Ω نسبت به دورهٔ زمانی آنومالی ماهواره T با توجه به رابطهٔ (۲) محاسبه می‌شود که $\dot{M}$ نرخ تغییرات آنومالی متوسط به دلیل حرکت اسمی و اغتشاشات و $\dot{\omega}$ نرخ تغییرات آرگومان حضیض است.

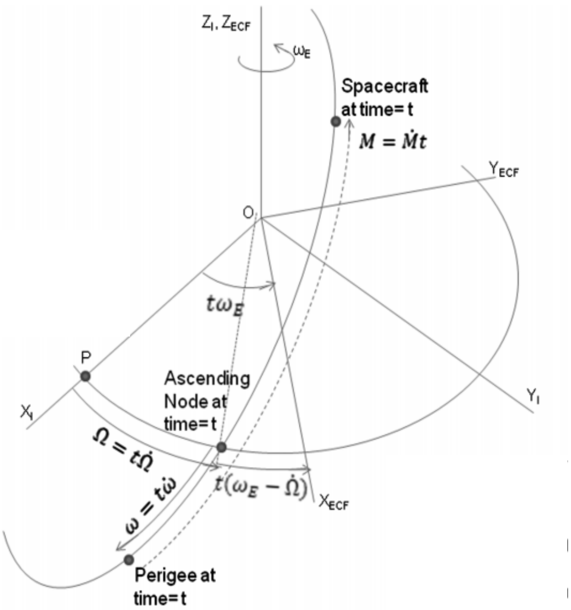
$$T_\Omega = \frac{2\pi}{\dot{M}+\dot{\omega}} \qquad (۲)$$

آنومالی متوسط با توجه به آنومالی ابتدایی M_0 و رابطهٔ (۳) محاسبه می‌شود [۱]:

$$M = M_0 + nt \qquad (۳)$$

که n حرکت متوسط ماهواره است. نرخ تغییرات آنومالی متوسط نسبت به آنومالی متوسط ابتدایی با توجه به رابطهٔ (۴) به‌دست می‌آید [۱]:

$$\dot{M} = \dot{M}_0 + n \qquad (۴)$$



شکل۱- پارامترهای اغتشاشی برای تکرار رد زمینی[۴]

دورهٔ گردش آنومالی با توجه به حرکت متوسط از رابطهٔ (۵) به‌دست می‌آید [۱]:

$$T = \frac{2\pi}{n} \qquad (۵)$$

با توجه به رابطهٔ (۲) ترم‌های دوره زمانی آنومالی به صورت رابطهٔ (۶) است:

$$T_\Omega = \frac{2\pi}{n+\dot{M}+\dot{\omega}} = T\left(1+\frac{\dot{M}+\dot{\omega}}{n}\right)^{-1} \qquad (۶)$$

دورهٔ زمانی گرینویچ از رابطهٔ (۷) محاسبه می‌شود:

$$T_{\Omega G} = \frac{2\pi}{\omega_E - \dot{\Omega}} \quad (۷)$$

که در رابطهٔ (۷) $\dot{\Omega}$ بازگشت گره‌ای صفحهٔ مداری است. با توجه به $\dot{\Omega}$ و دورهٔ زمانی گرینویچ و جایگذاری در رابطهٔ (۱) و همچنین درنظر گرفتن $\tau = \frac{N_d}{N_p}$ رابطهٔ (۸) استخراج می‌شود:

$$\tau = \frac{\omega_E - \dot{\Omega}}{n + \dot{M}_0 + \dot{\omega}} \quad (۸)$$

رابطهٔ (۸) از الزامات ضروری ابتدایی در زمینهٔ ردهای زمینی تکراری و طراحی هر مأموریت منظومهٔ گل و ردهای تکرار زمینی است.

روش منظومهٔ گل

طرح منظومه گل توسط مورتاریو همکارانش توسعه یافته است. [۲] منظومه‌ها و مدارها با توجه به سه مشخصه دسته‌بندی می‌شوند. اولین مشخصه، شکل مداری یکسان است. دوره زمانی آنومالی، آرگومان حضیض، ارتفاع حضیض از ویژگی‌های مدارهاست. دومین مشخصه، بازهٔ زمانی است. بازهٔ زمانی مداری با توجه به تکرار کامل مسیر بر روی زمین ارزیابی می‌شود. مشخصهٔ سوم و پایانی تغییر مکان یکسان گره‌هاست. مسیر هر ماهواره در صفحهٔ استوا در گره‌ها برای منظومهٔ گل، دارای تغییر مکان برابر هستند. در طرح متداول امکان توسعهٔ منظومهٔ جدید با این مشخصه‌ها وجود دارد. مشخصه‌های اول و سوم در این پژوهش بررسی نمی‌شوند. توسعهٔ طرح در این گزارش برای منظومهٔ ناکامل، زمانی که فقط یک ماهواره در یک مدار آدرس‌دهی شده است، انجام می‌شود و برای چند مدار و چند ماهواره صدق نمی‌کند. منظومهٔ گل بر اساس المان‌های کپلری مدار است: نیم قطر بزرگ مدار، خروج از مرکز، شیب، طول جغرافیایی گره صعودی، آرگومان حضیض و آنومالی. مزیت اصلی این روش، کاربرد عمومی برای هر خروج از مرکز است که ارتفاع حضیض خاصی را شامل می‌شود. متأسفانه در روش منظومهٔ گل فقط تأثیرات مرتبهٔ دوم اغتشاشات عدم کرویت زمین که تأثیرات J_2 است [۱]، درنظر گرفته شده است. طرح منظومهٔ گل تئوری اغتشاشات ژئوپتانسیل را به‌کار گرفته است؛ اما تأثیرات مرتبهٔ دوم اغتشاشات عدم کرویت زمین فقط آرگومان حضیض، طول گره صعودی و آنومالی متوسط را تغییر می‌دهد که در روابط (۹) تا (۱۱) نشان داده شده است [۲].

$$\dot{\omega} = \frac{3nR_E^2 J_2}{4p^2}\left(4 - 5\sin^2 i\right) \quad (۹)$$

$$\dot{\Omega} = -\frac{3nR_E^2 J_2}{2p^2}\cos^2 i \quad (۱۰)$$

$$\dot{M} = -\frac{3nR_E^2 J_2\sqrt{1-e^2}}{4p^2}\left(3\sin^2 i - 2\right) \quad (۱۱)$$

روابط (۹) تا (۱۱) با توجه به تغییرات استاندار پارامترهای مربوط به المان‌های مداری، استخراج شده‌اند. خروج از مرکزیت، سمی پارمتر[۸] و حرکت متوسط در ترم‌های نیم قطر بزرگ مدار و ارتفاع حضیض بالای سطح زمین در روابط (۱۲) تا (۱۴) نشان داده شده است [۱].

$$e = 1 - \frac{R_E + h_p}{a} \quad (۱۲)$$

$$p = a(1-e^2) \quad (۱۳)$$

$$n = \sqrt{\frac{\mu}{a^3}} \quad (۱۴)$$

که در آن: $\mu = 3.986004415 \times 10^5 \frac{Km^3}{s^2}$ برای میدان جاذبهٔ زمین است. با توجه به روابط (۹) تا (۱۴) رابطهٔ (۱۵) به صورت رابطهٔ (۱۵) به‌دست می‌آید [۳]:

$$\tau = \frac{\omega_E - 2A(a)\cos i}{\sqrt{\frac{\mu}{a^3}} + A(a)\left[\sqrt{1-\left(1-\frac{R_E+h_p}{a}\right)^2}\left(2-3\sin^2 i\right)+\left(4-5\sin^2 i\right)\right]} \quad (۱۵)$$

که در آن:

$$A(a) = \frac{3\sqrt{\frac{\mu}{a^3}}R_E^2 J_2}{4\left(2\left(R_E+h_p\right)-\frac{\left(R_E+h_p\right)^2}{a}\right)^2}$$

رابطهٔ (۱۵) برای محاسبهٔ نیم قطر بزرگ برای شیب و ارتفاع حضیض خاص به‌کار می‌رود. همچنین در موارد محاسباتی رابطهٔ (۱۵) به رابطهٔ (۱۶) که معادله‌ای چند جمله‌ای است، تبدیل می‌شود [۴ و ۵].

(۱۶)

$$4\mu\phi a^2 y(a)^2 x(a) - \left(\omega_E^2 a^3 x(a)^4 - \phi a^2 x(a) - \mu y(a)^2\right)^2 = 0$$

که در آن:

$$x(a) = ap \quad y(a) = \tau\left[x(a)^2 + \delta\gamma a^2\right] - 2\delta a^2 \cos i$$

$$\beta = -\left(3\sin^2 i - 2\right), \quad \phi = \mu\tau^2\delta^2\beta^2$$

$$\delta = \frac{3R_E^2 J_2}{4}, \gamma = 4 - 5\sin^2 i$$

روش اصلاح شده

روش اصلاح شده همانند نگرش منظومه گل ابتدایی توسعه یافته است. تنها تفاوت این است که در روش اصلاح شده، شامل ترم‌های اضافی اغتشاشات عدم کرویت زمین در تغییرات

8. Semiparameter

آرگومان حضیض، طول گره صعودی و آنومالی متوسط نیز وجود دارد. با اضافه شدن ترم‌های J_2^2 و J_4 روابط به شکل رابطهٔ (۱۷) تا (۱۹) خواهد بود [۱].

$$\dot{\omega}=\frac{3nR_E^2J_2}{4p^2}\left(4-5\sin^2 i\right)+\frac{9nR_E^4J_2^2}{384p^4}\left\{\begin{matrix}56e^2\\+\left(760-36e^2\right)\sin^2 i\\-\left(890+45e^2\right)\sin^4 i\end{matrix}\right\}-\frac{15nR_E^4J_4}{128p^4}\left\{\begin{matrix}64+72e^2\\-\left(248+252e^2\right)\sin^2 i\\+\left(196+189e^2\right)\sin^4 i\end{matrix}\right\} \quad (۱۷)$$

$$\dot{\Omega}=-\frac{15nR_E^2J_2\cos i}{2p^2}+\frac{3nR_E^4J_2^2\cos i}{32p^4}\left\{\begin{matrix}12-4e^2\\-\left(80-5e^2\right)\sin^2 i\end{matrix}\right\}+\frac{15nR_E^4J_4\cos i}{32p^4}\left\{\begin{matrix}8+12e^2\\-\left(14+21e^2\right)\sin^2 i\end{matrix}\right\} \quad (۱۸)$$

$$\dot{M}=-\frac{3nR_E^2J_2\sqrt{1-e^2}}{4p^2}\left(3\sin^2 i-2\right)+\frac{3nR_E^4J_2^2}{512p^4\sqrt{1-e^2}}\left\{\begin{matrix}320e^2-280e^4\\+\left(1600-1568e^2+328e^4\right)\sin^2 i\\-\left(2096-1072e^2+79e^4\right)\sin^4 i\end{matrix}\right\}+\frac{45nR_E^4J_4\sqrt{1-e^2}}{128p^4}\left\{-8+40\sin i-35\sin^2 i\right\} \quad (۱۹)$$

شرایط روش اصلاح شده در رابطهٔ (۲۰) ارائه شده است:

$$\tau=\left\{\omega_E-\sqrt{\frac{\mu}{a^3}}\left(\begin{matrix}2\delta\frac{a}{x(a)^2}\cos i\\-\varepsilon\frac{a^3}{x(a)^4}\\+\zeta\frac{a}{x(a)^3}\end{matrix}\right)\right\}\Big/\left\{\sqrt{\frac{\mu}{a^3}}+\left[\begin{matrix}\frac{1}{a}+h\delta\frac{\sqrt{x(a)}}{x(a)^2}+s\gamma\frac{\sqrt{x(a)}}{x(a)^3}\left(\frac{a^2}{x(a)}-1\right)\\+j\delta\frac{a}{x(a)^2}+\eta\frac{a^3}{x(a)^4}-\varphi\frac{a}{x(a)^3}+\lambda\frac{a^4}{x(a)^4\sqrt{x(a)}}\\-\upsilon\frac{a^2}{x(a)^3\sqrt{x(a)}}+q\beta\frac{1}{x(a)^2\sqrt{x(a)}}\end{matrix}\right]\right\} \quad ۲۰$$

که در آن:

$$\beta=\frac{3R_E^4J_2^2}{1536},\delta=\frac{3R_E^2J_2}{4},x(a)=ap$$

$$\varepsilon=(b+d)\beta+(f+g)\gamma,\gamma=\frac{15R_E^4J_4}{128}$$

$$\eta=(v+w)\beta+(t+u)\gamma,\zeta=d\beta+g\gamma$$

$$\upsilon=(2q+m)\beta,\ \lambda=(q+k+m)\beta,\ \varphi=w\beta+u\gamma$$

$$d=48\cos i(-4-5\sin^2 i),\ b=48\cos i(12-80\sin^2 i)$$

$$g=4\cos i(12-2\sin^2 i),\ f=4\cos i(8-14\sin^2 i)$$

$$j=4-5\sin^2 i,\ h=2-3\sin^2 i$$

$$k=3(1600\sin^2 i-2096\sin^4 i)$$

$$m=3(320-1568\sin^2 i+1072\sin^4 i)$$

$$q=3(-280+328\sin^2 i+79\sin^4 i)$$

$$s=3(8-40\sin i+35\sin^2 i)$$

$$t=(-64+248\sin^2 i-196\sin^4 i)$$

$$u=(-72+252\sin^2 i+196\sin^4 i)$$

$$v=12(760\sin^2 i-890\sin^4 i)$$

$$w=12(56-36\sin^2 i-45\sin^4 i)$$

و با حل معادلات اصلاح شده به‌صورت چندجمله‌ای مورد استفاده قرار دادن روشی بهبود یافته جهت طراحی مدار با رد زمینی تکراری به‌دست خواهد آمد.

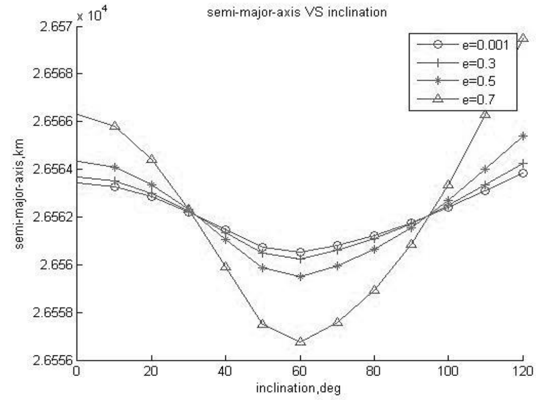
بررسی چند نمونه و ارزیابی نتایج

در این بخش چند نمونه از نتایج استخراج شده آورده شده است که در شکل‌های (۲) تا (۷) می‌توان دید. نمونه‌های مورد مطالعه با تمرکز بر ارزیابی کارایی دو روش منظومه گل و روش اصلاح شده ارائه شده است. محاسبات به‌منظور به‌دست آوردن نیم قطر اصلی برای زاویهٔ میل و خروج از مرکز است. در شکل‌های (۲) تا (۴) نتایج مربوط به روش منظومه گل و شکل‌های (۵) تا (۷) مربوط به روش اصلاح شده است.

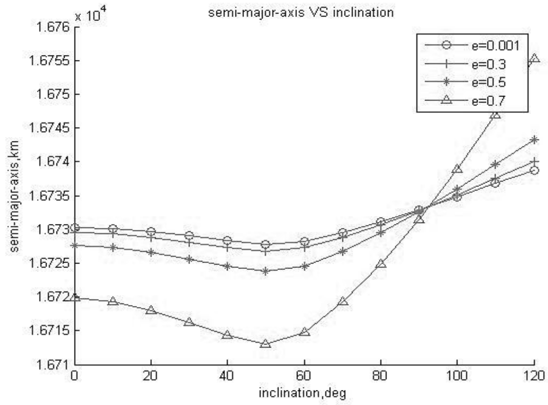
در شکل (۲) تغییرات نیم قطر اصلی بر حسب زاویه میل در τ=1/2 یعنی دوره گردش ۱۲ ساعته در خروج از مرکزهای ۰/۰۰۱ ، ۰/۳، ۰/۵، و ۰/۷ دیده می‌شود. می‌توان مشاهده کرد که نیم قطر اصلی برای خروج از مرکزهای مختلف در زاویه میل۹۰ درجه یکی می شود. این رفتار به احتمال زیاد مرتبط با cos i در صورت معادلهٔ ۱۵ است. که زاویهٔ میل ۹۰ درجه را به زاویهٔ میل بحرانی تبدیل می‌کند که در مدارهایی با رد زمینی تکراری زاویه‌ای با اهمیت است. البته در زاویهٔ ۳۰ درجه نیز این مشکل دیده می‌شود که اهمیت کمتری در مدارهای با رد زمینی تکراری دارد. در شکل (۳) تغییرات نیم قطر اصلی بر حسب زاویهٔ میل در τ=1/4 یعنی دورهٔ گردش ۶ ساعته در خروج از مرکزهای ۰/۰۰۱ ، ۰/۳، ۰/۵، و ۰/۷ قابل مشاهده است. همانند شکل (۲) اینجا نیز نیم قطر اصلی برای خروج از مرکزهای مختلف در زاویه میل۹۰ درجه یکی می شود و همان‌طورکه بیان شد به دلیل اهمیت زاویهٔ ۹۰ درجه مشکل‌ساز خواهد بود. در شکل (۴) تغییرات نیم‌قطر اصلی بر حسب زاویه میل در τ=1/16 یعنی دورهٔ گردش ۹۰ دقیقه در خروج از مرکزهای ذکر شده دیده می‌شود. در این شکل نیز زاویهٔ ۹۰ درجه بحرانی است.

همچنین با مقایسهٔ هر سه شکل به روشنی واضح است با کاهش

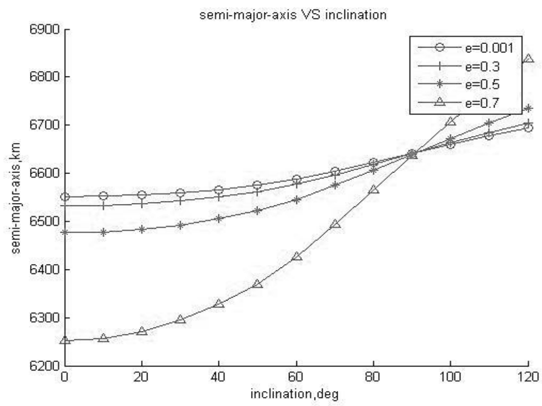
دوره گردش ماهواره ارتفاع کاهش می‌یابد. به طور کلی و با توجه به نتایج به‌دست آمده می‌توان گفت در روش منظومه گل زاویه ۹۰ درجه را که یک نقطهٔ بحرانی است و در طراحی مشکل ایجاد می‌کنند.



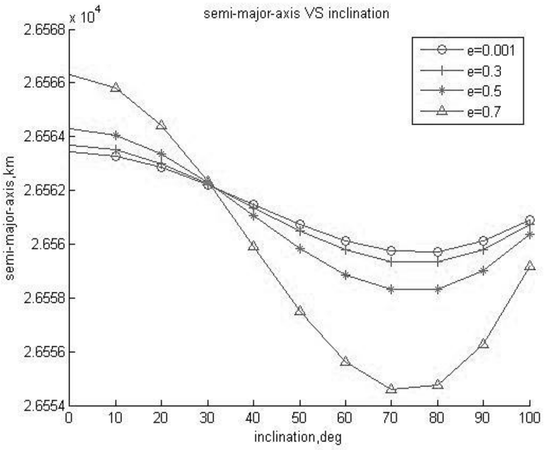
شکل ۲- تغییرات نیم قطر اصلی بر حسب زاویه میل در $\tau=1/2$ در روش منظومه گل



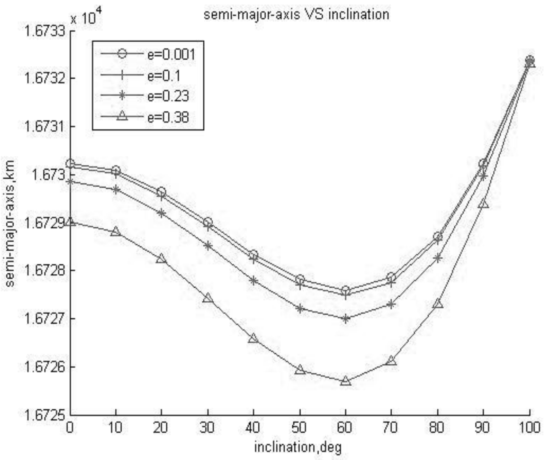
شکل ۳- تغییرات نیم قطر اصلی بر حسب زاویه میل در $\tau=1/4$ در روش منظومه گل



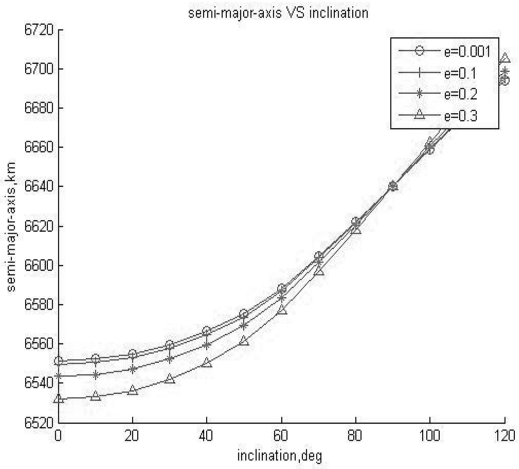
شکل ۴- تغییرات نیم قطر اصلی بر حسب زاویه میل در $\tau=1/16$ در روش منظومه گل



شکل ۵- تغییرات نیم قطر اصلی بر حسب زاویه میل در $\tau=1/2$ در روش اصلاح شده



شکل ۶- تغییرات نیم قطر اصلی بر حسب زاویه میل در $\tau=1/4$ در روش اصلاح شده



شکل ۷- تغییرات نیم قطر اصلی بر حسب زاویه میل در $\tau=1/16$ در روش اصلاح شده

در شکل (۵) تغییرات نیم قطر اصلی بر حسب زاویه میل در $\tau=1/2$ یعنی دوره گردش ۱۲ ساعته در خروج از مرکزهای ۰/۰۰۱ ، ۰/۳، ۰/۵ و ۰/۷ دیده می‌شود. می‌توان دید که مشکل موجود در روش منظومهٔ گل در روش اصلاح شده دیده نمی‌شود. در شکل (۶) تغییرات نیم قطر اصلی بر حسب زاویهٔ میل در $\tau=1/4$ یعنی دوره گردش ۶ ساعته در خروج از مرکزهای ۰/۰۰۱، ۰/۱، ۰/۲۳ و ۰/۳۸ قابل مشاهده است. در شکل (۷) تغییرات نیم قطر اصلی بر حسب زاویهٔ میل در $\tau=1/16$ یعنی دوره گردش ۹۰ دقیقه در خروج از مرکزهای ۰/۰۰۱، ۰/۱، ۰/۲، و ۰/۳ دیده می‌شود. در اینجا نیز مشاهده می‌شود که زاویهٔ ۹۰ درجه از حالت بحرانی خارج گردیده است.

یکی دیگر از روش‌ها برای ارزیابی، استفاده از تابع تکرار رد زمینی است، f ، که در معادله (۲۱) آورده شده و به مقدار تابع خطا معروف است [۵].

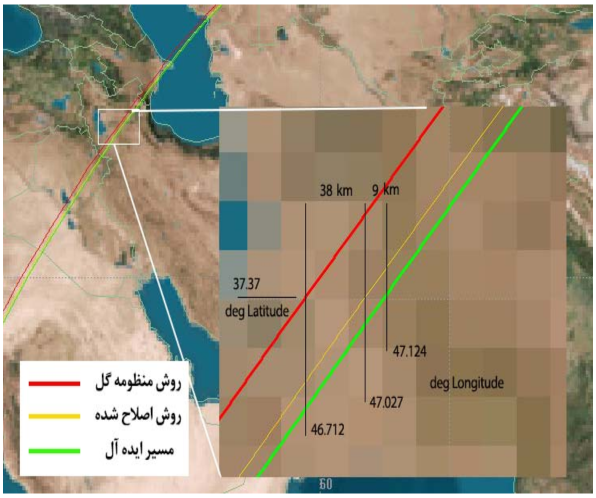
$$f = \tau - \frac{\omega_E - \dot{\Omega}}{n + \dot{M}_0 + \dot{\omega}} \qquad (۲۱)$$

برای حالت ایده‌آل، f صفر است. در جدول (۱) مقدار تابع خطا محاسبه شده برای هر دو روش و مقدارهای متفاوت τ آورده شده است بنابراین می‌توان ملاحظه کرد در روش اصلاح شده میزان تابع خطا به میزان چشمگیری کاهش یافته است. در روش اصلاح شده مقدار خطا 10^{-7} و 10^{-8} است، در صورتی که در روش منظومه گل خطا 10^{-3} است. این تفاوت مربوط به تفاوت در دامنه متفاوت تابع به علت وجود اغتشاشات J_4 و J_2^2 موجود در روش اصلاح شده و عدم وجود آنها در روش منظومه گل است.

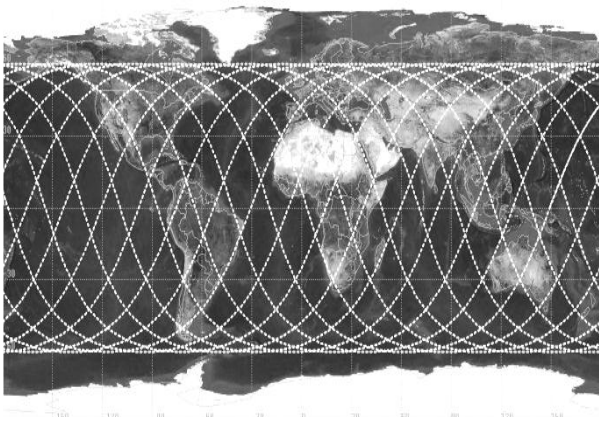
جدول ۱– مقدار تابع خطا محاسبات

روش منظومه گل	10^{-3} 10^{-3}	10^{-3}
روش اصلاح شده	10^{-8} 10^{-8}	10^{-7}

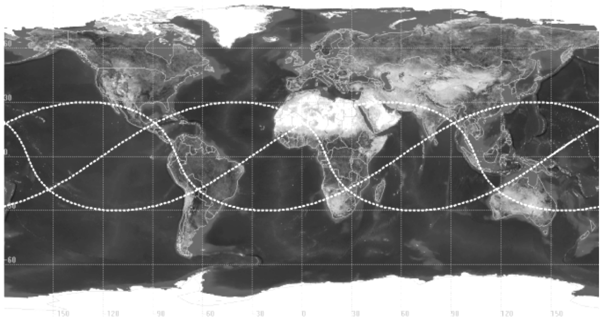
جهت تصدیق و اطمینان از نحوهٔ عملکرد برنامه طراحی مداری از نرم‌افزار satellite tool kit کمک گرفته و نتایج به‌دست آمده تأئیدی بر صحت روش اصلاحی است. شایان ذکر است، شبیه‌سازی در stk برای مدت زمان دو سال انجام شد و می‌توان نتایج این شبیه‌سازی‌ها را در شکل‌های (۸) تا (۱۰) مشاهده کرد. شکل (۸) دقت مسیر زمینی برای دو روش منظومه گل و روش اصلاح شده در مقایسه با حالت ایده‌آل را نشان می‌دهد. هر سه روش در زاویهٔ میل ۶۰ درجه با خروج از مرکز ۰/۳ و نیم قطر اصلی ۶۵۷۶/۹۷ کیلومتر برای یک دوره تکرار شبیه‌سازی شده است. حالت ایده‌آل با اغتشاشات HPOP در نرم‌افزار stk درنظر گرفته شده است که در شکل (۸) با رنگ سبز نشان داده شده است. روش منظومه گل با رنگ قرمز نشان داده شده که فاصلهٔ آن با روش ایده‌آل حدود ۳۸ کیلومتر است در حالی که روش اصلاح شده که با رنگ زرد دیده می‌شود، اختلافی ۹ کیلومتری با حالت ایده‌آل دارد. در شکل (۹) مشخصات مدار برای i=60º,e=.3, a= 6576.97km که مداری با دوره گردش ۹۰ دقیقه ($\tau = 1/16$) و در شکل (۱۰) برای i=30º,e=.5,a= 16726.6km مداری با دوره گردش ۶ ساعت ($\tau = 1/4$) شبیه‌سازی شده است. در این دو حالت که برای مدت دو سال با داده‌های روش اصلاح شده شبیه‌سازی شده و نتایج خروجی آن در شکل‌های (۹) و (۱۰) دیده می‌شود صحت روش اصلاح شده تأیید می‌شود.



شکل ۸– شبیه‌سازی در نرم‌افزار stk برای سه حالت مسیر ایده‌آل، روش منظومه گل و روش اصلاح شده



شکل ۹– شبیه‌سازی در نرم‌افزار stk برای i=60º,e=.3,a=6576.97km



شکل ۱۰- شبیه‌سازی در نرم‌افزار stk برای $i=30^{\circ},e=.5,a=16726.6km$

نتیجه‌گیری

این تحقیق چگونگی تعیین مشخصه‌های شکل مدار جهت تکرار رد زمینی در شیب، ارتفاع اوج و دورهٔ زمانی تکرار در یک روش ارتقاء یافته را نشان داده است. ابتدا، معادلهٔ چندجمله‌ای روش منظومه گل بر اساس تکرار زمانی و شیب جهت‌یافتن نیم قطر اصلی استفاده می‌شود. معادلهٔ چند جمله‌ای دارای یک ریشه است که نسبت به یک حلگر عددی سریع‌تر محاسبه می‌شود. سپس حل در روش اصلاح شده مجدداً برای زاویهٔ میل و نیم قطر اصلی با دقت بالا محاسبه می‌شود. این روش، یک الگوریتم ارتقاء یافته برای تعیین پارامترهای مداری در مدارهای با رد زمینی تکراری ارائه می‌کند. با مقایسهٔ دو روش منظومهٔ گل و روش اصلاح شده و شبیه‌سازی دو روش و مقایسهٔ آن با حالت ایده‌آل می‌توان گفت روش اصلاح شده علاوه بر مزایای گفته شده دقت بالاتری نسبت به روش منظومهٔ گل دارد. روش ارائه شده سبب می‌شود تا روند و مراحل طراحی مدار ماهواره‌ها با مأموریت‌هایی که الزام به تکرار مسیر زمینی دارند روشمند شود.

مراجع

[1]Vallado, D., *Fundamentals of Astrodynamics and Applications,* 2nd Edition, McGraw – Hill, New York, 2001, pp. 623, 646– 649.

[2]Mortari, D., Wilkins, M. and Bruccoleri, C., "The Flower Constellations," *Journal of the Astronautical Sciences*, Vol. 52. No. 1 and 2, 2004, pp. 107 – 127

[3]Aorpimai, M. and Palmer, P., "Repeat-Groundtrack Orbit Acquisition and Maintenance for Earth-Observation Satellites," *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, Vol. 30, No. 3, 2007, pp. 654 –659.

[4]Vtipil, S. and Newman, B., "Determining an Efficient Repeat Ground Track Method for Earth Observation Satellites: For Use in Optimization Algorithms," *AIAA Paper 2010-8266*, Aug. 2010.

[5]Collins, S.K., Computationally Efficient Modelling for Long Term Prediction of Global Positioning System Orbits, (M Sc Thesis), Department of Aeronautics and Astronautics, Massachusetts Institute of Technology, Cambridge, MA, 1977.