

Reduce Position and Velocity RMS Error of Non-linear Filters in LEO Satellite Radar Tracking

J. Salem¹, H. Pilaram^{2*} and S. M. Alavi³

1 and 3. Department of Information Technology Engineering, Imam Hossein University

2. Department of Electrical Engineering, Sharif University of Technology

* Postal Code:14598-18444, Tehran, IRAN

h_pilaram@ee.sharif.edu

For the detection of and tracking the low earth orbit Satellites (LEO), there are different methods such as optic, laser and radar tracking, among which radar tracking is the best. Since the common linear tracking filters deployed in available radars are not able to estimate the position of the non-linear dynamic satellites, it is advisable to use non-linear filters. In this paper, firstly, the satellite motion path around the earth as well as radar observations are produced by the STK software. Accordingly, the samples are fed to non-linear Extended Kalman Filter (EKF) and Unscented Kalman Filter (UKF). Finally, the performance of the aforementioned filters is studied through evaluation of RMS position and estimation errors. Simulation results demonstrate that the Unscented Kalman filter has a better performance in terms of accuracy with respect to the Extended Kalman filter. In addition, using this method, the error of observations decreases 50% along the range and 70% along the azimuth and elevation.

Keywords: LEO satellites, Radar observation, Extended kalman Filter (EKF), Unscented kalman Filter (UKF), STK software

1.M. Sc.

2.PhD Student (Corresponding Author)

3.Associate Professor

بهبود خطای RMS موقعیت و سرعت فیلترهای غیرخطی در ردگیری راداری ماهواره‌های LEO

جواد سالم^۱، حسین پیلارام^{۲*} و سیدمحمد علوی^۳

۱ و ۳- دانشکده فناوری اطلاعات و ارتباطات، دانشگاه جامع امام حسین (ع)

۲- دانشکده مهندسی برق، دانشگاه صنعتی شریف

*تهران، کد پستی: ۱۴۵۹۸-۱۸۴۴۴

h_pilaram@ee.sharif.edu

از میان روش‌های مختلف شناسایی و ردگیری ماهواره‌های مدار پایین زمین (LEO)، روش ردگیری راداری مناسب‌تر است. از آنجاکه فیلترهای خطی مرسوم، قادر به تخمین موقعیت و ردگیری دقیق سیستم‌های با دینامیک غیرخطی مثل ماهواره‌ها نیستند، باید از فیلترهای غیرخطی استفاده کرد. در این مقاله، ابتدا مسیر حرکت ماهواره به دور زمین با استفاده از معادلات حرکتی ماهواره (معادلات کاول) و به تبع آن مشاهدات رادار شبیه‌سازی شده و جهت تخمین موقعیت و ردگیری به فیلترهای غیرخطی کالمن توسعه‌یافته (EKF) و کالمن نمونه‌بردار (UKF) اعمال می‌شوند. در مرحله بعد برای کاهش خطای تخمین، از دیتای تولیدی در نرم‌افزار STK استفاده کرده و در نهایت به بررسی خطای RMS موقعیت و سرعت و همچنین خطای تخمین هر یک از فیلترها در دو روش می‌پردازیم. نتایج شبیه‌سازی نشان می‌دهد که به دلیل دقت بیشتر مسیر حرکت تولیدی در STK فیلترها، در این روش تخمین بهتری زده و حداکثر خطای RMS موقعیت در حدود ۴۰ درصد کاهش می‌یابد.

واژه‌های کلیدی: ماهواره‌های LEO، فیلتر کالمن توسعه‌یافته (EKF)، فیلتر کالمن نمونه‌بردار (UKF)، معادلات کاول، نرم‌افزار STK

ریشه دوم میانگین مجذور خطاها
RMSE
انحراف معیارهای ماتریس کواریانس نوین اندازه‌گیری
 $\sigma_r, \sigma_\theta, \sigma_\phi$

مقدمه

امروزه، با توسعه روزافزون علوم و فناوری‌های فضایی، به‌خصوص رشد روزافزون تعداد ماهواره‌ها که نقش بسیار مهم و غیرقابل جایگزینی در زمینه‌های مختلف مانند ارتباطات و مخابرات، سیستم‌های ناوبری، سنسج از دور، جاسوسی نظامی و تجاری، هواشناسی و... ایفا می‌کنند، اهمیت کشف، شناسایی و ردگیری ماهواره‌ها برای ما دوچندان می‌شود. ابتدایی‌ترین تکنیک ردیابی در نظارت فضایی، روش ردیابی راداری است که از همان ابتدای عصر فضا برای تعیین مدار ماهواره‌ها به ویژه در مدارهای ارتفاع پایین به کار رفته است. در

علائم و اختصارات

\ddot{r}	بردار مکان ماهواره
μ	ثابت گرانشی جسم مرکزی
a_p	شتاب اختلالی کل
R_e	شعاع متوسط زمین در استوا
J_2	ضریب پهن‌شدگی در قطبین زمین
w, v	فرآیندهای گوسی سفید با میانگین صفر
P_D	احتمال آشکارسازی هدف

۱. کارشناس ارشد
۲. دانشجوی دکتری (نویسنده مخاطب)
۳. دانشیار

نمونه بردار^۶ (UKF) از جمله فیلترهای غیرخطی با الگوریتم بازگشتی هستند که در این مقاله برای ردگیری ماهواره‌های LEO^۷ مورد استفاده قرار می‌گیرند [۳].

اگر چه در سال‌های اخیر در برخی مراجع از فیلترهای غیرخطی دیگر از خانواده کالمن مانند فیلتر کالمن توسعه یافته تکراری (IEKF)^۸، فیلتر کالمن توسعه یافته تکراری اصلاح شده (MIEKF)^۹، فیلتر کالمن توسعه یافته ذره‌ای (EKF)^{۱۰}، فیلتر کالمن توسعه یافته ذره‌ای تکراری (IEKPF)^{۱۱}، فیلتر کالمن با اندازه‌گیری‌های تبدیل شده بدون بایاس (UCMKF)^{۱۲}، فیلتر کالمن سه بعدی (CKF)^{۱۳} و ... برای ردگیری اهداف و تخمین موقعیت استفاده شده است، اما به دلیل اینکه فیلترهای کالمن توسعه یافته و کالمن نمونه بردار پایه فیلترهای غیرخطی دیگر است و همچنین استفاده فراوانی در ردگیری اهداف به خصوص اهداف فضایی دارد [۴، ۷، ۱۳، ۱۵ و ...]، در این مقاله از فیلترهای EKF و UKF برای تخمین موقعیت ماهواره استفاده می‌کنیم.

در این مقاله، ابتدا مسیر حرکتی ماهواره و به تبع آن مشاهدات و اندازه‌گیری‌های رادار با استفاده از معادلات حرکتی ماهواره (معادلات کاول^{۱۴} با در نظر گرفتن اثر اغتشاشی J_2) و سپس با استفاده از نرم افزار STK^{۱۵} (موقعیت و سرعت ماهواره و مشاهدات رادار از آنو با در نظر گرفتن اثر اغتشاشی J_2) مدل سازی شده و به عنوان مدار واقعی یا مسیر مرجع در نظر گرفته می‌شود. سپس با توجه به مشاهدات رادار و همچنین با استفاده از دو فیلتر غیرخطی کالمن توسعه یافته (EKF) و کالمن نمونه بردار (UKF) مسیر حرکت ماهواره تخمین زده می‌شود و در نهایت به مقایسه خطای RMSE^{۱۶} موقعیت و سرعت و همچنین خطای تخمین فیلترها در این دو روش می‌پردازیم.

پس از تخمین موقعیت ماهواره و ایجاد مسیر تخمین زده شده^{۱۷}، باید اختلاف مسیر تخمینی با مسیر واقعی در طول چند مشاهده به حداقل رسانده شود که این مسئله فرآیند تصحیح^{۱۸} نامیده می‌شود و در شکل (۱) قابل مشاهده است. مطابق شکل، اختلاف بین نقاط پیش‌بینی (\bar{X}_n, \bar{P}_n) ^{۱۹} و نقاط تخمینی (\hat{X}_n, \hat{P}_n) ^{۲۰} که $\delta \hat{x}_n$ است، باید در طی چند مرحله محدود حداقل شود [۴].

ساده‌ترین شکل، از یک ایستگاه راداری، سیگنالی به سوی هدف ارسال می‌شود که این سیگنال توسط هدف منعکس شده یا توسط آن بازارسال می‌گردد و سپس سیگنال برگشتی توسط رادار دریافت می‌شود [۱]. اگر چه معمولاً از رادار این گونه برداشت می‌شود که سیگنالی به ماهواره بتاباند و انعکاس آن را آشکارسازی کند، ولی امروزه یک بازارسال کننده روی ماهواره نصب می‌شود که با یک فعالیت راداری خاص فعال می‌شود و با این کار ردیابی ماهواره‌های خودی را تسهیل کرده و دقت و فاصله ردیابی را افزایش می‌دهد. لکن باید توجه داشت که وقتی استفاده از رادار به منظور نظارت فضایی مطرح است، اصولاً باید توانایی ارسال سیگنال‌های بسیار قوی و آشکارسازی سیگنال انعکاسی را که عموماً بسیار ضعیف است، داشته باشد. در این مقاله، منظور از سیستم ردیابی راداری همین معنای اخیر است و رادارهایی را که لزوماً - همراه با یک بازارسال کننده^۲ نصب شده بر روی ماهواره به کار می‌روند، جزء سیستم‌های ردیابی رادویی طبقه بندی می‌شوند [۲].

در کنار سیستم‌های راداری، به دلیل مزایای فراوان سیستم‌های اپتیکی مانند توان آشکارسازی بالا، دقت بالای اندازه‌گیری‌ها، قدرت شناسایی مناسب، عدم نیاز به وجود دستگاه نصب شده روی هدف و نیز امکان استفاده کاملاً غیرفعال، از آن‌ها به عنوان مکمل سیستم‌های راداری استفاده می‌شود. اما برخی معایب سیستم‌های اپتیکی مانند نیاز اولیه آن‌ها به داشتن اطلاعات مداری ماهواره، عدم قابلیت رهگیری در شب و همچنین نیاز به مساعد بودن شرایط جوی (عدم وجود ابر، مه، غبار، دود و ...)، امکان استفاده مستقل از آن‌ها در امر ردیابی ماهواره‌ها را سلب می‌کند. از وظایف مهم واحد پردازش داده در رادار، تخمین پارامترهای حرکتی هدف نظیر موقعیت، سرعت و شتاب با استفاده از اندازه‌گیری‌های انجام شده مانند برد، زاویه سمت، زاویه ارتفاع و داپلر هدف است. یکی از روش‌هایی که برای تخمین مسیر حرکت هدف به کار می‌رود، استفاده از الگوریتم‌های بازگشتی است. این روش‌ها به دلیل داشتن قابلیت تخمین مسیر هدف پس از هر بار اندازه‌گیری جذابیت بسیار بالایی دارند.

از آنجا که فیلترهای ردگیری مرسوم که در حال حاضر در رادارهای بومی مورد استفاده قرار می‌گیرند جزء فیلترهای خطی هستند و این فیلترها برای ردگیری ماهواره‌ها که معادلات غیرخطی دارند، مناسب نیستند؛ بنابراین با خطای تخمین زیادی روبه‌رو شده پس اهمیت ردگیری ماهواره‌ها با فیلترهای غیرخطی بیشتر نمایان می‌شود. تخمین موقعیت ماهواره‌ها با استفاده از فیلترهای غیرخطی به دلایل کاربردی، توجه زیادی را در مقالات مختلف به خود جلب کرده است. فیلتر کالمن توسعه یافته^۵ (EKF) و فیلتر کالمن

6. Unscented Kalman Filter
7. Low Earth Orbit
8. Iterated Extended Kalman Filter
9. Modified Iterated Extended Kalman Filter
10. Extended Kalman Particle Filter
11. Iterated Extended Kalman Particle Filter
12. Unbiased Converted Measurements Kalman Filter
13. Cubature Kalman Filter
14. Cowell
15. Satellite tool kit
16. Root mean square error
17. Estimated Trajectory
18. Correction Process
19. Prediction
20. Estimation

4. Transponder
5. Extended Kalman Filter

می‌رود. تابع پتانسیل گرانشی با معادله زیر تقریب زده می‌شود [۵]:

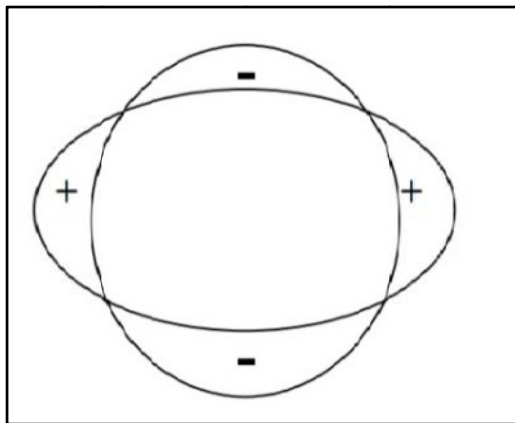
$$U = \frac{\mu}{r} \left[U_0 + U_{J_2} \right] = \frac{\mu}{r} \left[-1 + \left(\frac{R_e}{r} \right)^2 J_2 \frac{1}{2} \left[3 \sin^2(\phi) - 1 \right] \right] \quad (3)$$

که در آن ϕ عرض جغرافیایی، μ پارامتر جاذبه‌ای زمین، R_e شعاع متوسط زمین در استوا و U_{J_2} و U_0 مطابق رابطه (۴) هستند:

$$U_0 = -\mu / r, \quad U_{J_2} = (\mu / r) \left[\left(R_e / r \right)^2 J_2 \cdot 1/2 \left[3 \sin^2(\phi) - 1 \right] \right] \quad (4)$$

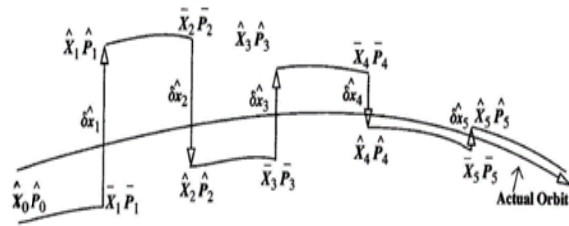
یکی از مهم‌ترین نیروهای اختلالی مؤثر در حرکت مداری، ضریب پهن‌شدگی در قطبین زمین J_2 است. J_2 هارمونیک مداری دوم مدار یک ماهواره است. از نظر پتانسیلی، زمین می‌تواند با هارمونیک J_2 به عنوان یک مدل چرخشی بیضوی به طور دقیق مدل شود. شکل (۲) اثر J_2 در صفحه هم پتانسیل زمین را برای جاذبه غیرمتعارف مثبت و منفی نشان می‌دهد. شعاع قطبی زمین بیضوی حدود ۲۰ کیلومتر کوچک‌تر از شعاع استوایی است. این اثر عمدتاً ناشی از جنبش مرکز جرم خط استوا به دلیل نیروی مایل به مرکز ناشی از چرخش زمین است [۱]. شایان ذکر است در این مقاله، مقدار J_2 برابر $1082.626925638815 \times 10^{-8}$ در نظر گرفته شده است.

+ نشان دادن جاذبه غیرمتعارف مثبت
 - نشان دادن جاذبه غیرمتعارف منفی



شکل ۲- نمایش اثر J_2 در صفحه هم پتانسیل زمین

در معادله (۳)، تابع پتانسیل اختلال فقط به ارتفاع ماهواره از صفحه استوایی زمین بستگی دارد. طبق سیستم مختصات اینرسی، ϕ از رابطه (۵) به دست می‌آید:



شکل ۱- نمایی از فرآیند تصحیح [۳]

ویژگی خاص این مقاله نسبت به مقاله مرجع [۳] که باعث کاهش چشمگیر خطاهای RMS و تخمین شده است، استفاده از مسیر حرکتی شبیه‌سازی شده با استفاده از نرم‌افزار STK است که به دلیلدقت بیشتر شبیه‌سازی مسیر حرکت ماهواره نسبت به مسیر تولیدی با معادلات کاول است و همین مسئله باعث می‌شود که فیلترها عملکرد بهتری از خود نشان داده‌و حداکثر خطای RMS موقعیت در این روش حدود ۴۰ درصد کاهش یابد.

همچنین به دلیل دقت بالاتر تولید مسیر STK و عملکرد بهتر فیلترهای ردگیر در این روش، اختلاف حداکثر خطای فیلتر UKF نسبت به فیلتر EKF بیشتر نمایان می‌شود، به طوری که در مسیر کاول، این اختلاف برابر ۱۰ متر و در مسیر STK برابر ۲۵۳ متر می‌شود.

معادلات حرکت ماهواره

بر طبق قاعده اصلی قانون حرکات نجومی کپلر، اگر جرم ماهواره در مقابل جرم زمین ناچیز باشد و زمین کروی فرض شود، آنگاه طبق قانون جاذبه نیوتن، شتاب ماهواره (\ddot{r}) از رابطه زیر محاسبه می‌شود:

$$\ddot{r} = -\left(\mu/r^3\right)r + a_p \quad (1)$$

این معادله (معادله کاول) ساده‌ترین و طبیعی‌ترین انتشارگر مداری عددی برای حرکت یک ماهواره است. که در آن بردار مکان ماهواره r اندازه آن است. μ ثابت گرانشی جسم مرکزی و a_p شتاب اختلالی کل است که برابر است با [۵]:

$$a_p = \nabla R(r, t) + F(r, \dot{r}, t) \quad (2)$$

که در آن $R(r, t)$ پتانسیل اسکالری است که گرادین آن با شتاب ناشی از نیروهای اختلالی پایا^{۲۱} (همان نیروهای گرانشی در حوزه مکانیک سماوی) برابر است و $F(r, \dot{r}, t)$ نیز شتاب ناشی از نیروهای غیرپایا (نیروهای غیرگرانشی) را نمایش می‌دهد. معادله حرکت کاول شامل سه معادله اسکالر مرتبه دوم است که مستقیماً و با انتگرال‌گیری عددی برای محاسبه بردارهای r و \dot{r} به کار

که در آن، $\mathbf{x}(k) = [x \ y \ z \ v_x \ v_y \ v_z]^T$ و بردار خطای اندازه‌گیری است. ماتریس ژاکوبین معادله اندازه‌گیری نیز بدین صورت است [۷]:

$$\mathbf{H}(k) = \frac{\partial h(k)}{\partial \mathbf{x}(k)} = \begin{bmatrix} H_{11} & H_{12} & H_{13} & 0 & 0 & 0 \\ H_{21} & H_{22} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ H_{31} & H_{32} & H_{33} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (۱۲)$$

که در آن:

$$\begin{aligned} r_x(k) &= x(k) - x_i(k), \\ r_y(k) &= y(k) - y_i(k), \\ r_z(k) &= z(k) - z_i(k), \\ r^2(k) &= r_x^2(k) + r_y^2(k) + r_z^2(k), \\ H_{11} &= r_x(k) / r(k), \\ H_{12} &= r_y(k) / r(k), \\ H_{13} &= r_z(k) / r(k), \\ H_{21} &= -r_y(k) / (r_x^2(k) + r_y^2(k)), \\ H_{22} &= -r_x(k) / (r_x^2(k) + r_y^2(k)), \\ H_{31} &= -r_z(k) r_x(k) / ((r_x^2(k) + r_y^2(k))^{1/2} r^2), \\ H_{32} &= -r_z(k) r_y(k) / ((r_x^2(k) + r_y^2(k))^{1/2} r^2), \\ H_{33} &= (r_x^2(k) + r_y^2(k))^{1/2} / r^2 \end{aligned} \quad (۱۳)$$

فیلتر کالمن توسعه یافته (EKF)

در توسعه فیلتر کالمن استاندارد برای حل معادلات غیرخطی می‌توان از روش EKF استفاده نمود که بر اساس بسط تیلور معادلات غیرخطی عمل می‌کند. از آنجا که اغلب در عمل رابطه بین داده‌ها و پارامترهای دینامیکی ماهواره‌ها غیرخطی است، به‌رغم پیچیدگی زیاد محاسباتی و پیدا نشدن جواب‌های صریح برای معادلات، برای عملکرد بهتر، از فیلتر کردن غیرخطی استفاده می‌شود.

در عمل به لحاظ مقدر نبودن استفاده از روابط فیلتر غیرخطی بهینه از فیلترهای غیرخطی شبه‌بهینه استفاده می‌شود. به طور کلی معادلات دینامیکی (حالت) و معادلات اندازه‌گیری (خروجی) در یک سیستم غیرخطی و در فرم گسسته به صورت روابط (۱۴) و (۱۵) است [۷].

$$\mathbf{x}(k+1) = \mathbf{f}(\mathbf{x}(k)) + \mathbf{w}_k \quad (۱۴)$$

$$\mathbf{y}(k) = \mathbf{h}(\mathbf{x}(k)) + \mathbf{v}_k \quad (۱۵)$$

که در آن \mathbf{w} و \mathbf{v} فرآیندهای گوسی سفید با میانگین صفر فرض شده است، که \mathbf{w} نویز فرایند با کواریانس \mathbf{Q} و \mathbf{v} نویز اندازه‌گیری با کواریانس \mathbf{R} ، مطابق رابطه (۱۶) هستند:

$$\sin(\phi) = \frac{z}{r} = \frac{z}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}} \quad (۵)$$

در رابطه فوق x ، y و z مؤلفه‌های بردار موقعیت ماهواره در دستگاه اینرسی هستند. با در نظر گرفتن تابع $\sin(\phi)$ در تابع پتانسیل گرانش زمین، میزان شتاب‌های اعمالی در راستاهای x ، y و z مطابق معادلات زیر خواهد شد.

$$\begin{aligned} F_x &= -\frac{\partial U}{\partial x} = \mu \left[-\frac{x}{r^3} + A_{J_2} \left(15 \frac{xz^2}{r^7} - 3 \frac{x}{r^5} \right) \right] \\ F_y &= -\frac{\partial U}{\partial y} = \mu \left[-\frac{y}{r^3} + A_{J_2} \left(15 \frac{yz^2}{r^7} - 3 \frac{y}{r^5} \right) \right] \\ F_z &= -\frac{\partial U}{\partial z} = \mu \left[-\frac{z}{r^3} + A_{J_2} \left(15 \frac{z^3}{r^7} - 9 \frac{z}{r^5} \right) \right] \end{aligned} \quad (۶)$$

که در آن $A_{J_2} = 1/2 J_2 R_e^2$ است. بر این اساس معادلات حرکت مداری ماهواره به صورت رابطه (۷) به دست می‌آید [۷]:

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ v_x \\ v_y \\ v_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_x \\ v_y \\ v_z \\ a_x \\ a_y \\ a_z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ w_x \\ w_y \\ w_z \end{bmatrix} \quad (۷)$$

در رابطه فوق v_x ، v_y ، v_z مؤلفه‌های بردار سرعت ماهواره در دستگاه اینرسی و w_x ، w_y ، w_z نیز مؤلفه‌های شتاب اعمالی به ماهواره ناشی از سایر عوامل هستند.

معادلات اندازه‌گیری رادار

روابط مربوط به برد r ، زاویه سمت θ و زاویه ارتفاع ϕ به صورت روابط (۸) تا (۱۰) خواهد بود [۷]:

$$r(k) = \sqrt{(x - x_i)^2 + (y - y_i)^2 + (z - z_i)^2} \quad (۸)$$

$$\theta(k) = \tan^{-1} \left(\frac{y - y_i}{x - x_i} \right) \quad (۹)$$

$$\phi(k) = \tan^{-1} \left(\frac{z - z_i}{\sqrt{(x - x_i)^2 + (y - y_i)^2}} \right) \quad (۱۰)$$

که در آن x_i ، y_i ، z_i مختصات رادار مورد نظر و k اندیس زمان است. معادله اندازه‌گیری نیز به شکل رابطه (۱۱) بیان می‌گردد:

$$\mathbf{y}(k) = \begin{bmatrix} r(k) \\ \theta(k) \\ \phi(k) \end{bmatrix} = \mathbf{h}(\mathbf{x}(k)) + \mathbf{v}(k) \quad (۱۱)$$

اندازه‌گیری را کاهش می‌دهند [۹].

فیلتر کالمن نمونه بردار، توسط جولیر^{۲۵}، اهلمن^{۲۶} و دورانت وایت^{۲۷} بین سال‌های ۲۰۰۰ تا ۲۰۰۴ پیشنهاد و توسعه داده شد [۱۰]، که دارای تخمین بهتری نسبت به EKF است. UKF یک بسط سستی فیلتر کالمن برای تخمین سیستم‌های غیرخطی است که تبدیل نمونه بردار (UT)^{۲۸} را پیاده‌سازی می‌کند. تبدیل نمونه‌بردار از مجموعه‌ای از نمونه‌ها یا بردارهای سیگما که از یک متوسط و کواریانس پیشین حالت، تعیین شده است استفاده می‌کند. این روش مشخصات همگرایی بهتری داشته و دقت بیشتری از EKF برای سیستم‌های غیرخطی می‌دهد. برای آشنایی بیشتر با تبدیل نمونه‌بردار به مراجع [۹، ۱] مراجعه شود.

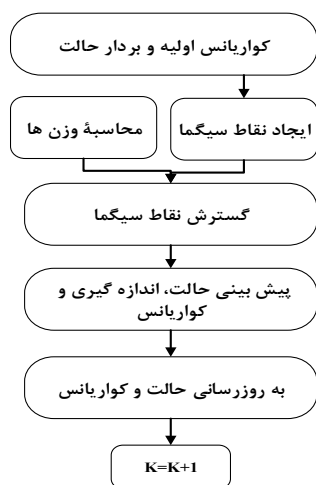
توانایی UKF در تخمین دقیق‌تر سیستم‌های غیرخطی، آن را برای پیاده‌سازی در فضاییما و ماهواره‌ها جذاب‌تر می‌سازد و آن به این دلیل است که مدل‌های حالت مشاهده برای ماهواره‌ها ذاتاً غیرخطی است. برای روشن شدن بحث، تبدیل نمونه بردار را توضیح می‌دهیم. اگر بخواهیم الگوریتم فیلتر کالمن نمونه‌بردار برای تخمین اهداف را بیان کنیم، فلوجارت شکل (۲) به خوبی بیانگر این مطلب است [۱۰].

معادلات فیلتر UKF

مقداردهی اولیه این فیلتر با متوسط و کواریانس حالت پیش‌بینی شده زیر صورت می‌گیرد [۱۲]:

$$\hat{x}_0 = E [x_0] \quad (19)$$

$$P_0 = E [(x_0 - \hat{x}_0)(x_0 - \hat{x}_0)^T]$$



شکل ۲- فلوجارت فرآیند UKF

نقاط سیگما از متوسط و کواریانس حالت پیشین طبق رابطه (۲۰) محاسبه می‌شوند:

$$Q = 2\sigma_m^2 \tau_m \begin{bmatrix} T^3/3 & T^2/2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ T^2/2 & T & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (16)$$

$$R = \begin{bmatrix} \sigma_r^2 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_\phi^2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_\theta^2 \end{bmatrix}$$

که در آن σ_m, τ_m ثابت زمانی مانور هدف با انحراف استاندارد هستند. همچنین روابط (۱۷) معادلات پیش‌بینی و روابط (۱۸) معادلات تخمین فیلتر غیرخطی EKF را نشان می‌دهد [۱].

$$\hat{x}(k|k-1) = f(\hat{x}(k-1|k-1))$$

$$P(k|k-1) = F_{k-1} P(k-1|k-1) F_{k-1}^T + Q_{k-1} \quad (17)$$

$$B_k = y(k) - h(\hat{x}(k|k-1))$$

$$S_k = H_k P(k|k-1) H_k^T + R$$

$$K(k) = P(k|k-1) H_k^T S_k^{-1} \quad (18)$$

$$\hat{x}(k|k) = \hat{x}(k|k-1) + K(k) B_k$$

$$P(k|k) = P(k|k-1) - K(k) S_k K^T(k)$$

که در دو رابطه فوق $\hat{x}(k|k-1)$ پیش‌بینی برای مرحله k -ام و $P(k|k-1)$ ماتریس کواریانس خطای پیش‌بینی، $K(k)$ بهره فیلتر در لحظه k -ام، $\hat{x}(k|k)$ تخمین در مرحله k -ام و $P(k|k)$ ماتریس کواریانس خطای تخمین است. H_K و F_K نیز به ترتیب ژاکوبین‌های $f(\cdot)$ و $h(\cdot)$ هستند که با استفاده از روابط زیر محاسبه شده‌اند. در این رابطه X_j مؤلفه j -ام بردار حالت x است.

$$[F_k]_{i,j} = \left. \frac{\partial f_i(x)}{\partial x_j} \right|_{x=\hat{x}(k|k)}$$

$$[H_k]_{i,j} = \left. \frac{\partial h_i(x)}{\partial x_j} \right|_{x=\hat{x}(k|k-1)}$$

فیلتر کالمن نمونه‌بردار (UKF)

اگرچه فیلتر EKF به‌طور موفقیت‌آمیزی در بسیاری از کاربردها مورد استفاده قرار گرفت، اما چندین عیب و کمبود داشت. فیلتر EKF با تقریب توزیع حالت یک متغیر تصادفی گوسی^{۲۳} (GRV) کار می‌کند و در خطی‌سازی مرتبه اول سیستم غیرخطی گسترش می‌یابد. در یکی از روش‌هایی که برای بهبود EKF ارائه شد، همگرایی فیلتر مرتبه اول با تکرار کردن در مرحله به‌روزرسانی اندازه‌گیری، انجام می‌شود. این فیلترهای کالمن توسعه‌یافته تکرار شده^{۲۴} (IEKF) اثر نویز

25. Julier
26. Uhlman
27. Durrant-Whyte
28. Unscented Transform

23. Gaussian Random Variable
24. Iterative Extended Kalman Filter

$$\mathbf{P}_{\mathbf{x}_k \mathbf{y}_k} = \sum_{i=0}^{2L} W_i^c \left(\boldsymbol{\chi}_{i,k|k-1} - \hat{\mathbf{x}}_k^- \right) \left(\boldsymbol{\gamma}_{i,k|k-1} - \hat{\mathbf{y}}_k^- \right)^T \quad (27)$$

ماتریس بهره کالمن از همبستگی متقابل و کواریانس اندازه گیری زیر، تقریب زده می شود:

$$\mathbf{K}_k = \mathbf{P}_{\mathbf{x}_k \mathbf{y}_k} \mathbf{P}_{\mathbf{y}_k \mathbf{y}_k}^{-1} \quad (28)$$

همچنین معادلات به روزرسانی اندازه گیری، استفاده شده برای

تعیین متوسط $\hat{\mathbf{x}}_k^-$ و کواریانس $\mathbf{P}_{\mathbf{x}_k}^-$ بدین صورت هستند:

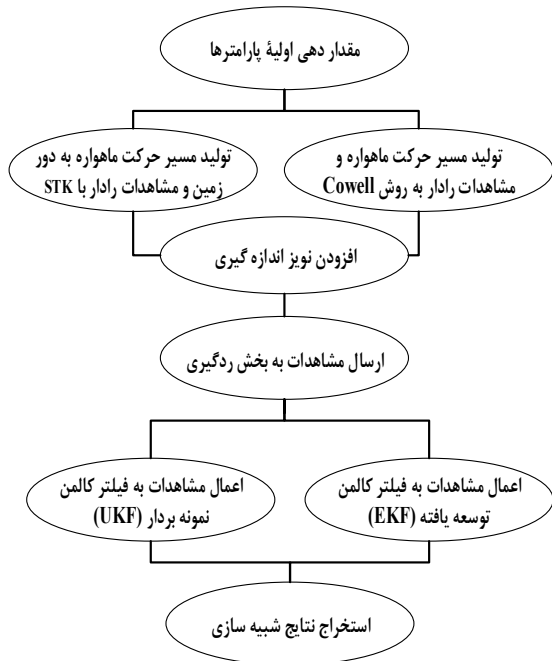
$$\hat{\mathbf{x}}_k = \hat{\mathbf{x}}_k^- + \mathbf{K}_k (\mathbf{y}_k - \hat{\mathbf{y}}_k^-) \quad (29)$$

$$\mathbf{P}_k = \mathbf{P}_k^- - \mathbf{K}_k \mathbf{P}_{\mathbf{y}_k \mathbf{y}_k} \mathbf{K}_k^T \quad (30)$$

برای جزئیات بیشتر منابع [۹] و [۱۲] را ملاحظه کنید.

شبیه سازی

شبیه سازی در این مقاله از دو بخش اصلی مدل سازی مسیر حرکت ماهواره (با در نظر گرفتن اثر اغتشاشی J_2) و مشاهدات رادار به دو روش (شبیه سازی معادلات کاول و استفاده از دیتای تولیدی در نرم افزار STK و همچنین بخش فرآیند ردگیری و فیلترینگ تشکیل شده است. شکل (۳) بلوک دیاگرام فرآیند تولید مسیر حرکت ماهواره و ردگیری آن را نشان می دهد.



شکل ۳- بلوک دیاگرام فرآیند تولید مسیر حرکت ماهواره و ردگیری آن

در این مقاله، با توجه به موارد ذکر شده از عناصر مداری ماهواره CHAMP با مشخصات مداری ذکر شده در جدول (۱) برای تولید مسیر حرکت ماهواره استفاده می شود [۱۲].

$$\boldsymbol{\chi}_{i,k-1} = \begin{cases} \hat{\mathbf{x}}_{k-1} & , i=0 \\ \hat{\mathbf{x}}_{k-1} + \gamma \left(\sqrt{\mathbf{P}_{\mathbf{x}_{k-1}}} \right)_i & , i=0,1,\dots,L \\ \hat{\mathbf{x}}_{k-1} - \gamma \left(\sqrt{\mathbf{P}_{\mathbf{x}_{k-1}}} \right)_{i-L} & , i=L+1,\dots,2L \end{cases} \quad (20)$$

که در آن $\left(\sqrt{\mathbf{P}_{\mathbf{x}_{k-1}}} \right)_i$ به ستون نام ماتریس $\sqrt{\mathbf{P}_{\mathbf{x}_{k-1}}}$ اشاره دارد و $\gamma = \sqrt{L+\lambda}$ است و نقاط سیگما از بین سیستم غیرخطی زیر منتشر می شوند:

$$\boldsymbol{\chi}_{i,k|k-1} = \mathbf{f}(\boldsymbol{\chi}_{i,k-1}) \quad (21)$$

همچنین متوسط پسین $\hat{\mathbf{x}}_k^-$ و کواریانس $\mathbf{P}_{\mathbf{x}_k}^-$ از نقاط

سیگمای آماری انتشار یافته طبق روابط زیر تعیین می شوند:

$$\hat{\mathbf{x}}_k^- = \sum_{i=0}^{2L} W_i^m \boldsymbol{\chi}_{i,k|k-1} \quad (22)$$

$$\mathbf{P}_{\mathbf{x}_k}^- = \sum_{i=0}^{2L} W_i^c \left(\boldsymbol{\chi}_{i,k|k-1} - \hat{\mathbf{x}}_k^- \right) \left(\boldsymbol{\chi}_{i,k|k-1} - \hat{\mathbf{x}}_k^- \right)^T \quad (23)$$

وزن های W_i^c و W_i^m هم از روابط زیر محاسبه می شوند:

$$W_0^m = \lambda / (L + \lambda)$$

$$W_0^c = [\lambda / (L + \lambda)] + 1 - \alpha^2 + \beta \quad (24)$$

$$W_i^c = W_i^m = 1 / 2(L + \lambda), \quad i = 1, \dots, 2L$$

که در آن λ یک پارامتر مقیاس دهی مرکب^{۲۹} و برابر $\lambda = \alpha^2(L + K) - L$ و معمولاً برابر بعد حالت گرفته می شود (در این مقاله $L = 6$ در نظر گرفته شده است). ثابت α گستره نقاط سیگما اطراف $\bar{\mathbf{x}}$ را تعیین می کند و معمولاً با یک مقدار مثبت کوچک مقداردهی می شود ($1 \leq \alpha \leq 10^{-4}$). همچنین β برای یکی کردن اطلاعات قبلی توزیع \mathbf{x} استفاده می شود (برای توزیع گوسی، $\beta = 2$ بهینه است) و ثابت K یک پارامتر مقیاس دهی درجه دوم^{۳۰} است که معمولاً با صفر یا $L-3$ مقداردهی می شود.

عناصر ماتریس اندازه گیری تخمینی $\boldsymbol{\gamma}_{i,k|k-1}$ ، نیز با نقاط سیگمای تبدیل شده با استفاده از مدل اندازه گیری غیرخطی رابطه (۲۵) محاسبه می شود:

$$\boldsymbol{\gamma}_{(i,k|k-1)} = \mathbf{h}(\boldsymbol{\chi}_{i,k|k-1}) \quad (25)$$

متوسط اندازه گیری $\hat{\mathbf{y}}_k^-$ و کواریانس اندازه گیری $\mathbf{P}_{\mathbf{y}_k \mathbf{y}_k}$ ، بر پایه نقاط سیگمای آماری تبدیل شده رابطه (۲۶) به دست می آید:

$$\hat{\mathbf{y}}_k^- = \sum_{i=0}^{2L} W_i^m \boldsymbol{\gamma}_{i,k|k-1} \quad (26)$$

$$\mathbf{P}_{\mathbf{y}_k \mathbf{y}_k} = \sum_{i=0}^{2L} W_i^c \left(\boldsymbol{\gamma}_{i,k|k-1} - \hat{\mathbf{y}}_k^- \right) \left(\boldsymbol{\gamma}_{i,k|k-1} - \hat{\mathbf{y}}_k^- \right)^T + \mathbf{R}$$

کواریانس همبستگی متقابل $\mathbf{P}_{\mathbf{x}_k \mathbf{y}_k}$ به صورت زیر محاسبه می شود:

29. Composite Scaling Parameter
30. Secondary Scaling Parameter

جدول ۱- عناصر کلاسیک مداری ماهواره CHAMP

مقدار	نام پارامتر
۶۷۳۹/۱۳۷	Semi-major axis (a) (Km)
۰/۰۰۰۳۳	Eccentricity (e)
۸۷/۲۳۴۶°	Inclination (i)
۳۰۳/۳۷۱۳°	Right ascension of ascending node (Ω)
۸۱/۵۶۵۳°	Argument of apogee (ω)
۸۰°	Initial Mean Anomaly (M)

مطابق سناریوی فوق در روش اول، مسیر حرکت ماهواره طبق معادلات کاول و مشاهدات رادار طبق معادلات بیان شده در بالا تولید و به طور جداگانه به فیلترهای EKF و UKF اعمال می‌شود. در روش دوم به کمک نرم‌افزار STK، داده‌های موقعیت رادار و همچنین موقعیت و سرعت ماهواره در دستگاه اینرسی، به عنوان داده اندازه‌گیری و مشاهدات رادار تولید شده است. طبق این سناریو، ماهواره در بازه زمانی ساعت ۸:۲۲ تا ۸:۲۹ (UTCG) روز ۲۶ ژانویه ۲۰۱۴ از مقابل رادار مورد نظر عبور کرده و رادار با فاصله زمانی ۰/۱ ثانیه حرکت ماهواره را اسکن می‌کند.

مطابق سناریوی تولید داده، رادار در شروع عمل ردگیری، دارای موقعیتی مطابق جدول (۲) است. همچنین در ابتدای ردگیری، ماهواره دارای موقعیت و سرعتی مطابق جدول (۳) بوده و شروع به عبور از مقابل دید رادار کرده است. شایان ذکر است در این مقاله از نسخه STK-9.2.4 این نرم‌افزار استفاده شده است.

جدول ۲- اطلاعات موقعیت اولیه رادار

X (km)	Y (km)	Z (km)
۳۰۳۱/۳۸۳۶۲	-۴۳۲/۸۵۰۳۷۰	۳۵۴۲/۰۶۵۸۹۳

جدول ۳- موقعیت و سرعت اولیه ماهواره

X (km)	Y (km)	Z (km)
-۳۴۳۰/۶۶۱۳۵۳	۵۳۹۵/۴۵۴۴۶۵	۲۱۲۸/۴۷۰۵۴۰
Vx (km/sec)	Vy (km/sec)	Vz (km/sec)
-۱/۶۳۳۰۸۲	۱/۸۳۹۴۸۸	-۷/۲۸۷۱۹۶

معیارهای بهینگی فیلترها

با توجه به منبع [۱۳]، معیارهای بهینگی فیلترهای مورد نظر را می‌توان در موارد زیر خلاصه کرد:

مقدار عددی خطای RMS موقعیت^{۳۱} بعد از همگرا شدن نمودار خطا، میزان حداکثر خطای (پیک) نمودار RMS موقعیت، زمان رسیدن به همگرایی خطای RMS موقعیت و هموار بودن خطا بعد از نقطه همگرایی.

مقدار خطای RMS موقعیت برای هر فیلتر که حاصل جمع خطای

RMS در راستای x, y و z می‌باشد از رابطه (۳۱) به دست می‌آید [۱۳].

RMSE =

$$\sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left((x_k^i - \hat{x}_k^i)^2 + (y_k^i - \hat{y}_k^i)^2 + (z_k^i - \hat{z}_k^i)^2 \right)} \quad (31)$$

شایان ذکر است، در این مقاله فاصله زمانی بین مشاهدات

رادار $\Delta T = 0.1$ ثانیه، تعداد تکرار فرآیند ردگیری برابر ۱۰۰ مرتبه

مونت کارلو^{۳۲} (RUN=100)، احتمال آشکارسازی رادار (P_D)

برابر ۰/۹۵، مدت زمان حضور ماهواره در دید رادار ۷ دقیقه (۴۲۰

ثانیه)، زاویه دید رادار ۱۷۰ درجه و انحراف معیارهای ماتریس

کواریانس نوین اندازه‌گیری برابر مقادیر زیر در نظر گرفته شده

است [۳].

$\sigma_r = \sqrt{1000}m$, $\sigma_\theta = \sigma_\phi = 174mrad = 1^\circ$ پس از

انتخاب مقادیر اولیه مناسب برای پارامترهای مورد نیاز و تولید دو مسیر

حرکت ماهواره و مشاهدات رادار متفاوت، مشاهدات را به فیلترهای

EKF و UKF اعمال کرده و سپس نتایج شبیه‌سازی در نمودارهای

خطا رسم می‌شود. در این راستا ابتدا در شکل‌های (۴) و (۵)، خطای

RMS موقعیت و RMS مشاهدات برای فیلترهای EKF و UKF

برای مسیرهای تولیدی به روش معادلات کاول و روش STK به طور

جداگانه مشاهده می‌شود. در این تصاویر خطای RMS موقعیت

برحسب متر و فاصله بین هر اسکن برابر ۰/۱ ثانیه است. در ضمن

خطوط آبی رنگ نشانگر فیلتر EKF و خطوط صورتی فیلتر UKF و

خطوط قرمز مشاهدات و اندازه‌گیری‌های رادار است.

در روش مسیر تولیدی با معادلات کاول، مطابق شکل (۴)

فیلترهای ردگیر، خطای مشاهدات را در طول زمان ردگیری و به طور

مساوی و به میزان حدود ۲۳ کیلومتر کاهش می‌دهد. اما در شکل (۵)

به دلیل دقیق‌تر و مشاهده پذیرتر بودن مسیر حرکت تولیدی در

STK، در طول زمان ردگیری، مقدار خطا ابتدا سیر نزولی و سپس

سیر صعودی دارد و این به دلیل نزدیک شدن ماهواره به رادار در طول

زمان مشاهده ماهواره و افزایش مقدار نسبت سیگنال به نویز (SNR)

است. این کاهش خطا تا اواسط زمان مشاهده که ماهواره در بالای

سر رادار و نزدیک‌ترین فاصله به رادار (زمین) قرار دارد ادامه می‌یابد و

از آن به بعد با دور شدن ماهواره از رادار و کاهش سطح SNR، خطا

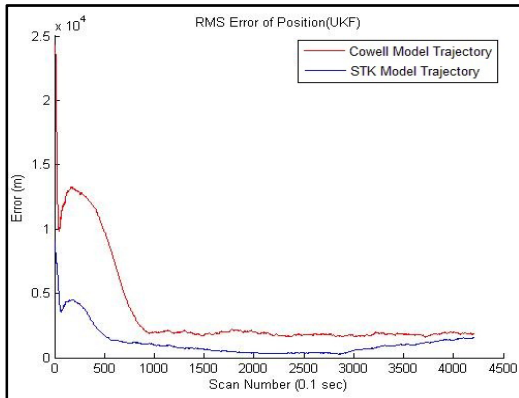
افزایش می‌یابد. نکته مهم در این شکل این است که همانند مسیر

کاول که فیلتر UKF خطای کمتری نسبت به فیلتر EKF دارد، اما به

دلیل دقت بالاتر مسیر STK، فیلترهای ردگیر عملکرد بهتر و دقیق‌تری

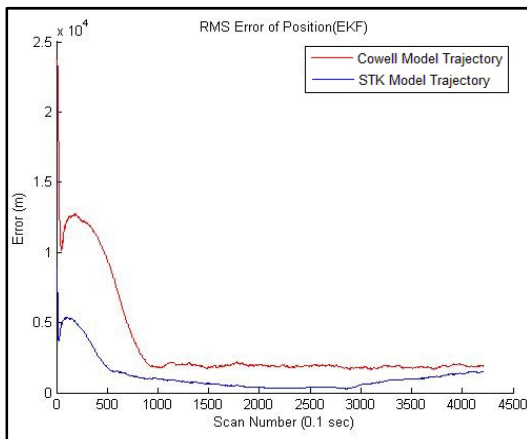
از خود نشان می‌دهند، به طوری که فیلتر UKF خطای کمتری را

نسبت به فیلتر EKF به وجود می‌آورد و در این روش این اختلاف بیشتر



شکل ۶- مقایسه خطای RMSE موقعیت فیلتر UKF در دو روش کاول و STK

در شکل (۸) هم مقایسه خطای تخمین موقعیت ماهواره توسط فیلترها در دستگاه مختصات دکارتی در دو روش کاول و STK آورده شده است. مطابق شکل، خطا در هر سه جهت x, y, z در مسیر STK کمتر از مسیر کاول است.



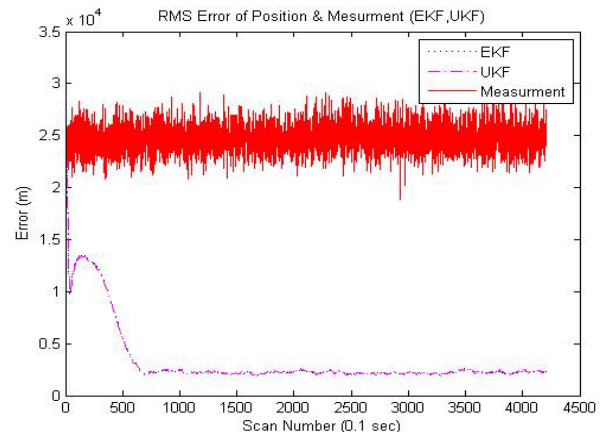
شکل ۷- مقایسه خطای RMSE موقعیت فیلتر EKF در دو روش کاول و STK

شکل (۹)، نیز به مقایسه خطای تخمین موقعیت ماهواره توسط فیلترها در دستگاه مختصات کروی (R, θ, φ) در دو روش کاول و STK می پردازد. نکته قابل توجه در این شکلها این است که اگر چه خطا در راستای برد برای دو روش تقریباً یکسان است، اما در راستای سمت و ارتفاع خطای تخمین فیلترها در روش STK بیشتر از روش کاول می شود. باید توجه کرد که افزایش خطای تخمین مسیر STK در راستای سمت و ارتفاع، اثر همدیگر را خنثی کرده و موجب شده است که RMSE در مسیر STK نسبت به کاول کمتر شود. در نهایت در شکل (۱۰) شاهد مقایسه خطای RMSE سرعت فیلتر UKF برای دو مسیر مورد بحث هستیم. مطابق شکل، مانند نمودارهای قبل، میزان حداکثر خطا و زمان رسیدن به پایداری برای مسیر STK کمتر از مسیر کاول است، اما میزان خطا بعد از رسیدن به پایداری در مسیر کاول کمتر می شود.

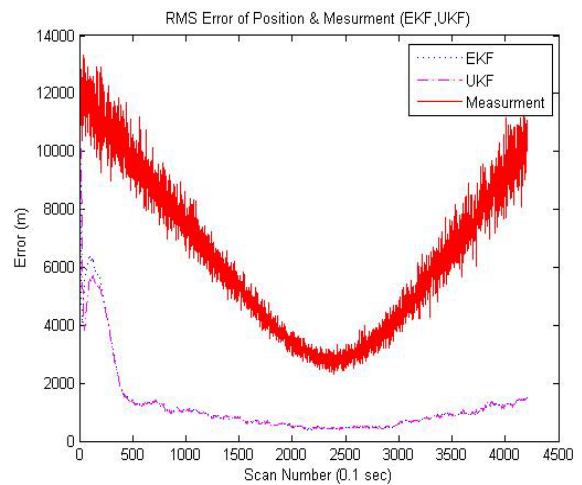
نمایان است. بدین صورت که در مسیر کاول، حداکثر خطا برای فیلتر EKF برابر ۱۲۸۴۰ متر و برای فیلتر UKF برابر ۱۲۸۳۰ متر (با اختلاف ۱۰ متر) و در مسیر STK حداکثر خطا برای فیلتر EKF برابر ۲۹۳۸ متر و برای فیلتر UKF برابر ۲۶۸۵ متر (با اختلاف ۲۵۳ متر) است.

شکل های (۶) و (۷) مقایسه خطای RMS موقعیت فیلترهای EKF و UKF به طور جداگانه در دو نوع مسیر حرکت کاول و STK را نشان می دهد. همان طور که در شکل دیده می شود، عملکرد فیلترها برای تمامی معیارهای بهینگی که در بخش قبل ذکر شد، در مسیر STK بسیار بهتر از مسیر کاول است.

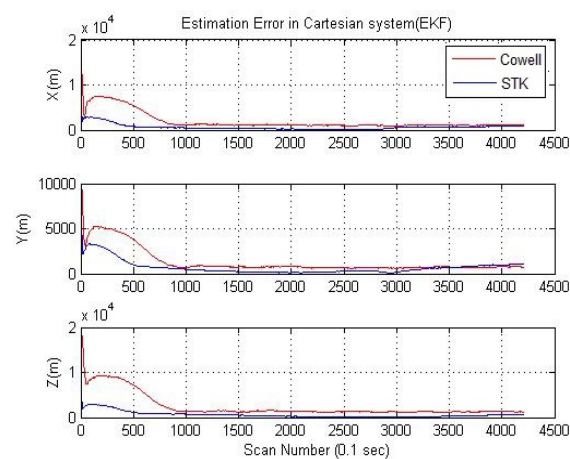
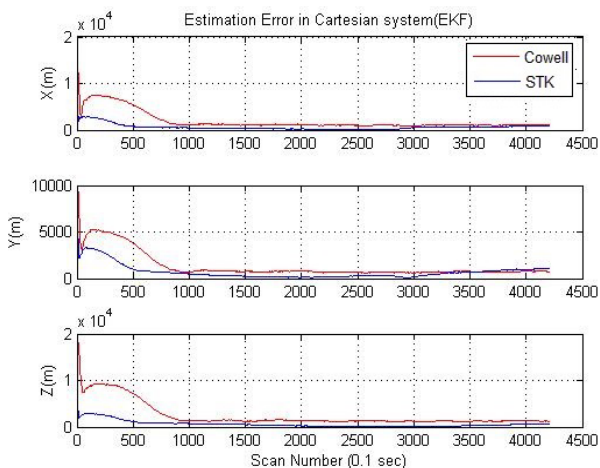
به طوری که میزان حداکثر خطای نمودار RMS، زمان رسیدن به پایداری و متوسط خطا بعد از رسیدن به پایداری به ترتیب برای مسیر کاول برابر ۱۳، ۹۵ ثانیه و حدود ۲۰۰۰ متر و برای مسیر STK برابر ۵، ۵۰ ثانیه و حدود ۲۰۰ متر است که نشانگر کاهش حدود ۷۰ درصدی خطاست.



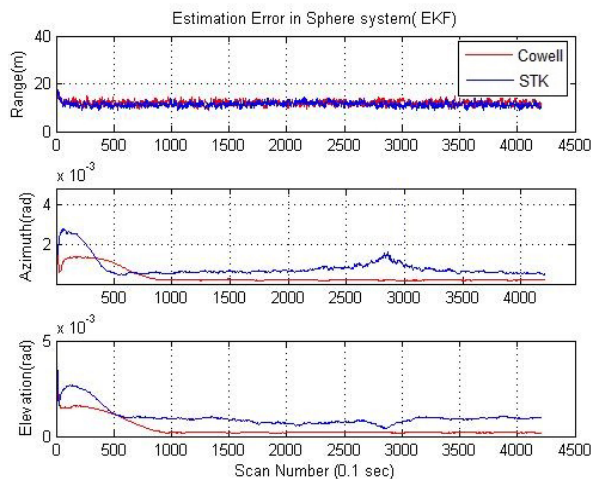
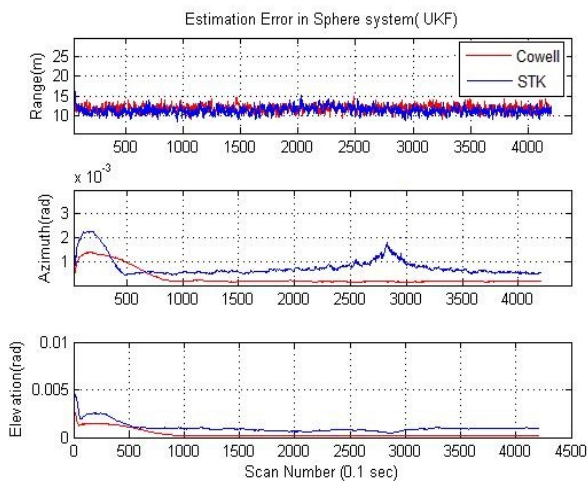
شکل ۴- مقایسه خطای RMSE موقعیت و RMSE مشاهدات فیلترهای EKF و UKF در روش معادلات کاول



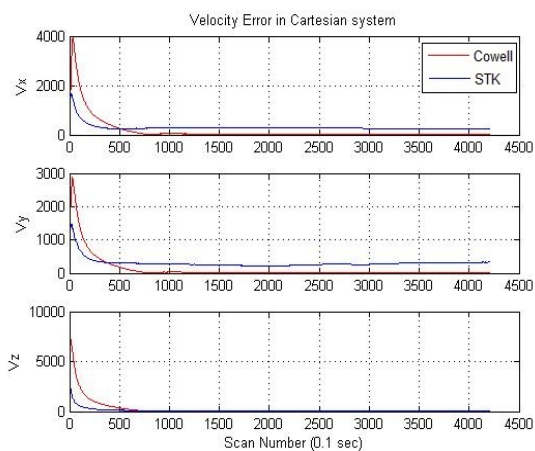
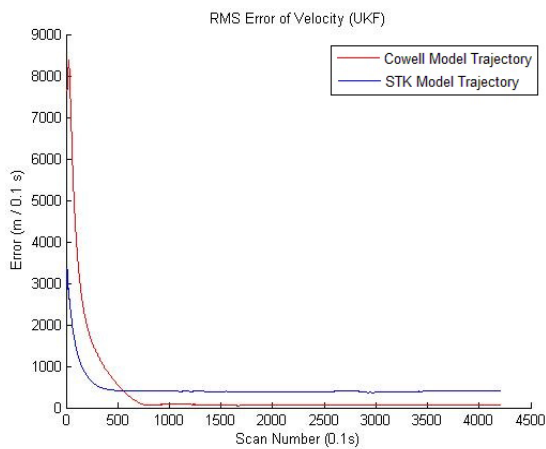
شکل ۵- مقایسه خطای RMSE موقعیت و RMSE مشاهدات فیلترهای EKF و UKF در روش STK



شکل ۸- مقایسه خطای تخمین موقعیت ماهواره توسط فیلترها در دستگاه مختصات دکارتی در دو روش کاول و STK



شکل ۹- مقایسه خطای تخمین موقعیت ماهواره توسط فیلترها در دستگاه مختصات کروی در دو روش کاول و STK



شکل ۱۰- مقایسه خطای RMSE سرعت توسط فیلتر UKF در دو روش کاول و STK

جدول ۴- مقایسه خطای تخمین فیلتر UKF در دستگاه دکارتی برای مسیرهای کاول و STK

مسیر STK			مسیر کاول			نوع فیلتر
میانگین خطا بعد از پایداری (متر)	زمان همگرایی (۰/۱ ثانیه)	حداکثر خطا (متر)	میانگین خطا بعد از پایداری (متر)	زمان همگرایی (۰/۱ ثانیه)	حداکثر خطا (متر)	پارامتر مورد ارزیابی
۴۲۴	۵۸۷	۲۶۸۵	۲۲۳۲	۹۵۲	۱۲۸۳۰	خطای RMSE موقعیت
۲۵۷	۴۷۳	۱۵۲۴	۱۳۰۲	۹۳۸	۷۲۶۰	خطای تخمین (X)
۲۳۹	۵۶۷	۱۶۴۲	۸۶۵	۹۰۴	۵۰۶۲	خطای تخمین (Y)
۲۰۳	۵۷۰	۱۵۱۳	۱۵۸۸	۹۳۹	۹۲۱۰	خطای تخمین (Z)

جدول ۵- مقایسه خطای RMS سرعت فیلتر UKF

مسیر STK			مسیر کاول			نوع فیلتر
میانگین خطا بعد از پایداری (m / 0.1s)	زمان همگرایی (۰/۱ ثانیه)	حداکثر خطا (m / 0.1s)	میانگین خطا بعد از پایداری (m / 0.1s)	زمان همگرایی (۰/۱ ثانیه)	حداکثر خطا (m / 0.1s)	پارامتر مورد ارزیابی
۳۹۰	۵۲۳	۳۰۰۰	۹۹	۸۲۳	۷۸۵۵	خطای RMSE سرعت
۲۹۳	۳۵۱	۲۲۰۰	۵۸	۷۲۵	۴۳۰۶	خطای تخمین (V _X)
۲۵۱	۳۳۵	۱۸۰۰	۴۰	۷۲۰	۳۰۰۸	خطای تخمین (V _Y)
۳۸	۳۴۷	۲۵۳۰	۶۹	۶۶۸	۷۲۸۰	خطای تخمین (V _Z)

در خصوص بهبود خطا در فیلتر تخمین گر نسبت به خطای مشاهدات، طبق شکل‌های (۴) و (۵) مشاهده می‌شود که میزان خطای تخمینی در فیلترهای EKF و UKF نسبت به خطای مشاهدات (خطای خروجی نسبت به خطای ورودی به فیلتر) در راستای برد تا حدود ۵۰ درصد و در راستای سمت تا حدود ۸۰ درصد کاهش می‌یابد.

نکته مهم دیگر این است که با توجه به اینکه مسیر حرکت ماهواره تولیدی در STK نسبت به مسیر تولید شده در متلب با استفاده از معادلات کاول (با در نظر گرفتن اثر اغتشاشی J2) دقیق‌تر و مشاهده پذیرتر است، در این روش با خطای RMS موقعیت و خطای تخمین کمتری روبرو شده و فیلترها عملکرد بهتری از خود نشان می‌دهند و حداکثر خطای RMS موقعیت در این روش حدود ۴۰ درصد کاهش می‌یابد.

همچنین به دلیل دقت بالاتر تولید مسیر STK و عملکرد بهتر فیلترهای ردگیر در این روش، اختلاف حداکثر خطای فیلتر UKF نسبت به فیلتر EKF بیشتر نمایان می‌شود؛ به طوری که در مسیر کاول، این اختلاف برابر ۱۰ متر و در مسیر STK برابر ۲۵۳ متر است.

در پایان در جدول (۴) مقایسه خطای فیلتر UKF در دستگاه دکارتی برای مسیرهای کاول و STK و در جدول (۵) مقایسه خطای RMS سرعت فیلتر UKF را برای مقادیر دقیق عددی با واحد مربوط به هر کدام مشاهده می‌شود. نکته مهم این است که با توجه به نزدیکی مقادیر خطا برای دو فیلتر مورد بحث و کمتر بودن خطای فیلتر UKF، در این جداول مقادیر عددی خطاها برای این فیلتر بیان می‌شود.

نتیجه گیری

در این مقاله، برای ردگیری ماهواره‌های مدار پایین زمین از مسیر حرکت ماهواره و مشاهدات رادار تولیدی به دو روش معادلات کاول و نرم‌افزار STK و فیلترهای غیرخطی EKF و UKF استفاده شد. همان‌طور که مشاهده شد، با توجه به نزدیک بودن رفتار دو فیلتر به یکدیگر، اما فیلتر UKF نسبت به فیلتر EKF رفتار بهتری دارد و خطای RMS موقعیت و خطای تخمین کمتری به وجود می‌آورد که این مطلب در خطای تخمینی در مسیر STK و در تمامی نمودارهای تولیدی به طور دقیق‌تر قابل مشاهده است.

Department of Electrical and Computer Engineering,
Oregon Graduate Institute of Science and Technology,
Beaverton, Oregon, U.S.A. Copyright 2001.

- [10] Julier, S. J. and Uhlmann, J. K., "A New Extension of the Kalman Filter to Nonlinear Systems," *Proceedings of the SPIE AeroSense International Symposium on Aerospace/ Defense Sensing, Simulation and Controls*, Orlando, Florida, April 20-25, 1997.
- [11] Ilyas, M., Lim, J., Gyu Lee, J. and Gook Park, C., "Federated Unscented Kalman Filter Design for Multiple Satellites Formation Flying in LEO," *International Conference on Control, Automation and Systems*, COEX, Seoul, Korea, Oct. 14-17, 2008.
- [12] Van Dyke, M.C., Schwartz, J.L. and Hall, C.D., "Unscented Kalman Filtering for Spacecraft Attitude State and Parameter Estimation," *American Astronautical Society Journal (AAS-04-115)*, Vol. 115, No. 04, 2004.
- [13] Forghani, M. and Farrokhi, M., Satellite Orbit Estimation Using On-Line Neural Networks, Department of Electrical Engineering Center of Excellence for Power System Automation and Operation Iran University of Science and Technology, 2002 IFAC.
- [14] Lan H. , Liang, Y., Zhang, W. and et.al., "Iterated Minimum Upper Bound Filter for Tracking Orbit Maneuvering Targets," *Information Fusion (FUSION) 16th International Conference*, Istanbul, Turkey, 2013.
- [15] Chen, H., Chen, G., Blasch, E. and Pham, K. "Comparison of Several Space Target Tracking Filters," *Sensors and Systems for Space Applications III*, Proceedings of SPIE Conference, Vol. 7330, 73300I·May 2009.
- [16] Giannitrapani, A. and Scortecci, F., "Comparison of EKF and UKF for Spacecraft Localization Via Angle Measurements," *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, Vol. 47, Issue. 1, 2011, pp. 75-84.

مراجع

- [1] Salem, J., Zeighami, M., and Alavi, S.M., Estimation of LEO Satellites Position and their Tracking with Extended Kalman Filter & Unscented Kalman Filter, (M. Sc. Thesis), Imam Hossein University, 2014 (In Persian).
- [2] Montenbruck, O. and Gill, E., *Satellite Orbits. Models, Methods and Applications*, Springer, 2001.
- [3] Salem, J., Zeighami, M. and Alavi, S.M., "Modelling of LEO Satellites Trajectories and Their Tracking With Extended Kalman Filter (EKF) & Unscented Kalman Filter(UKF)," *Radar journal of Imam Hossein University*, Vol. 2, No. 2 (No. 4), 2014, pp. 39-48.
- [4] Vergez, P., Sauter, L. and Dahlke, S., "An Improved Kalman Filter for Satellite Orbit Predictions," *The Journal of the Astronautical Sciences*, Vol. 52, No. 3, 2004, pp. 1-22.
- [5] Sidi, M.J., *Spacecraft Dynamic and Control, A Practical Engineering Approach*, Cambridge Aerospace Series 7, 1997.
- [6] Benavoli, A., Chisci, L. and Farina, A., "Tracking of a Ballistic Missile with A-Priori Information," *IEEE Trans. On Aerospace and Electronic Systems*, Vol. 43, No. 3, 2007, pp. 1000-1016.
- [7] Wu, P., Kong, J. and Bo, Y., "Modified Iterated Extended Kalman Particle Filter for Single Satellite Passive Tracking," *Turkish Journal of Electrical Engineering & Computer Sciences*, Vol. 21, 2013, pp. 120 – 130.
- [8] Rohde, J., Kalman Filter for Attitude Determination of Student Satellite, (M. Sc. Thesis), Department of Engineering Cybernetics, Norwegian University of Science and Technology, 2007
- [9] Eric, W. A. and Van Der Merwe, R., *Kalman Filtering and Neural Networks*, Edited by Simon Haykin,