

# Flatness-based Near Optimal Guidance

R. Esmailzadeh<sup>1\*</sup>, A. Naghash<sup>2</sup> and M. MortazaviBak<sup>3</sup>

1. Aerospace University Complex, MalekeAshtar University of Technology

2 and 3. Department of Aerospace Engineering, Amirkabir University of Technology

\*Postal Code: 1678815611, Tehran, IRAN

[esmaelzadeh@aut.ac.ir](mailto:esmaelzadeh@aut.ac.ir)

*An optimal explicit guidance law that maximizes terminal velocity is developed for the reentry of a vehicle to a fixed target. The equations of motion are reduced with differential flatness approach and acceleration commands are related to the parameters of trajectory. An optimal trajectory is determined by solving a real-coded genetic algorithm. For online trajectory generation, optimal trajectory is approximated. The approximated trajectory is compared with the pure proportional navigation and genetic algorithm solutions. The near optimal terminal velocity solution compares very well with these solutions. The approach robustness is examined by Monte Carlo simulation. Other advantages such as trajectory representation with minimum parameters, applicability to any reentry vehicle configuration and any control scheme, and Time-to-Go independency make this guidance approach more favorable.*

**Keywords:** Reentry, Explicit guidance, Differential flatness, Optimal guidance, Genetic algorithm

---

1. Assistant Professor (Corresponding Author)  
2. Associate Professor  
3. Associate Professor

# هدایت صریح نزدیک بهینه مبتنی بر همواری دیفرانسیلی

رضا اسماعیل زاده<sup>۱\*</sup>، ابوالقاسم نقاش<sup>۲</sup> و مهدی مرتضوی بک<sup>۳</sup>

۱- مجتمع دانشگاهی هوافضا، دانشگاه صنعتی مالک اشتر

۲ و ۳- دانشکده مهندسی هوافضا، دانشگاه صنعتی امیر کبیر

\*تهران، کد پستی: ۱۶۷۸۸۱۵۶۱۱

esmaelzadeh@aut.ac.ir

در این مقاله یک قانون هدایت بهینه مبتنی بر همواری دیفرانسیلی برای پیشینه‌سازی سرعت نهایی وسایل پرنده توسعه داده می‌شود. معادلات حرکت با رویکرد همواری دیفرانسیلی کاهش می‌یابد و فرمان‌های هدایت به سینماتیک مسیر وابسته می‌شود. مسیر بهینه توسط الگوریتم ژنتیک با کد حقیقی استخراج می‌شود. برای تولید مسیر برخط، یک مسیر نزدیک بهینه تخمین زده می‌شود. مسیر نزدیک بهینه با حل ژنتیک توافق بسیار خوبی دارد و نسبت به هدایت تناسبی خالص برتری قابل توجهی را نشان می‌دهد. مزایایی نظیر تولید مسیر با حداقل پارامترها، قابلیت استفاده در انواع وسایل بازگشتی به جو با مکانیسم‌های کنترلی متفاوت و استقلال از زمان اصابت، این رویکرد را متمایز کرده است. مقاومت این رویکرد نیز با شبیه‌سازی مونت کارلو بررسی شده است.

واژگان کلیدی: الگوریتم ژنتیک، کد حقیقی، هدایت صریح، همواری دیفرانسیلی، ورود به جو

		علائم و اختصارات	
V	سرعت		
X	کمیت‌های ناوبری		
y	بردار خروجی	$a_e$	فرمان شتاب
z	خروجی هموار	$a_{hc}$	فرمان شتاب افقی
$\alpha$	زاویه حمله	$a_{max}$	حداکثر شتاب مجاز
$\Phi$	تابع یکنواخت	$a_{vc}$	فرمان شتاب قائم
$\gamma$	زاویه مسیر پرواز	$B_i$	نقاط کنترلی بیزیه
$\eta$	برد یا انحراف سمتی	h	ارتفاع
$\mu$	پارامتر جاذبه	L	نیروی برای آیرودینامیکی
$\xi$	برد	m	جرم
$\tau$	ثابت زمانی	R	فاصله شعاعی مرکز ثقل جسم از مرکز زمین
$\sigma$	زاویه غلت	t	زمان
$\psi$	زاویه سمت	u	بردار ورودی، پارامتر مستقل منحنی بیزیه
$\Psi$	تابع یکنواخت		
( )	مشتق نسبت به زمان		
( )	مشتق نسبت به برد		

۱. استادیار (نویسنده مخاطب)

۲. دانشیار

۳. دانشیار

شرایط اولیه

0

شرایط نهایی

f

## مقدمه

یافتن مسیر بهینه یک وسیله بازگردنده به جو<sup>۴</sup>، به نقطه‌ای دلخواه ولی مشخص نهایی، مورد توجه بسیاری از پژوهشگران بوده است. کانتینسو<sup>۵</sup> نخستین فردی بود که با استفاده از تئوری کنترل بهینه و با در نظر گرفتن زاویه مسیر پرواز به عنوان متغیر مستقل، مسئله برد را تحلیل کرد [۱]. ایسلر<sup>۶</sup> و هال<sup>۷</sup> [۲] با استفاده از کنترل همسایه بهینه برای حصول مسیرهای نامقید تقریبی با حداکثر سرعت نهایی ورود به جو به سمت هدفی مشخص، روش کنترل پس‌خور گسسته‌ای را ارائه دادند. این پیشینه‌سازی دارای دو مزیت کاهش زمان رسیدن به هدف و حداکثر سطح انرژی سینتیک جسم بازگردنده به جو است.

به‌طور کلی، طراحی مسیر یا هدایت بهینه را می‌توان به‌عنوان هنر یافتن فرمان‌ها یا مسیر صحیح برای حرکت بین دو نقطه تعریف کرد که علاوه بر دقت حصول شرایط نهایی هدف، تابع هدف مشخصی نیز اکسترمم می‌شود. روش‌های مختلفی برای طراحی مسیر یا هدایت بهینه پیشنهاد شده‌اند. این روش‌ها طیف گسترده‌ای را از الگوریتم‌های نخستین استخراج شده از رؤیت فیزیکی نظیر هدایت تعقیب، هدایت تناسبی<sup>۸</sup> و انواع آن تا روش‌هایی که از کاربرد روش‌هایی ریاضی حاصل شده‌اند، دربرمی‌گیرد. اغلب روش‌های هدایتی را در دو دسته اصلی می‌توان قرار داد [۳]: الف- روش‌های مبتنی بر مسیر نامی [۴، ۵]، ب- روش‌های تولید، بازسازی و پیش‌بینی آنی مسیر. در رویکرد اول، قبل از عملیات یک مسیر مرجع بهینه تعریف شده و در حین پرواز کنترل‌کننده وظیفه دارد وسیله را روی این مسیر نگاه دارد. رویکردهای پیش‌بینی و یا بازسازی، مسیر آتی بهینه را براساس وضعیت جاری وسیله توسط محاسبات کامپیوتر پرواز ایجاد می‌کنند تا ورودی کنترل برای ادامه مسیر محاسبه شود. چالش این رویکرد در طراحی الگوریتم بهینه‌سازی برخط است که در مسائلی با ابعاد بزرگ نظیر مسئله حاضر با آن روبه‌رو هستیم. روش‌های هدایت صریح مثال خوبی از دسته دوم هستند. مرجع [۶] با مروری بر آنها، مزایایشانرا نسبت به سایر روش‌ها نشان داده است. این روش‌ها که از مسیرهای خارجی از قبل مشخص

استفاده می‌کنند، مزیت محاسباتی زیادی دارند و می‌توانند حل‌های نزدیک بهینه‌ای را با دقتی مطلوب تولید کنند. این روش‌ها به سامانه‌هایی قابل‌اعمال هستند که نسبت به شتاب، خطی بوده و قرار است دینامیک مطلوبی داشته باشند. به عبارتی دیگر، حل یک مسئله معکوس برای آن سیستم مطرح است. اگرچه به دلیل پارامترهای کنترلی ضمنی بعضی از محققان [۷، ۸] مسئله معکوس را به‌عنوان یک روش مستقیم در نظر گرفته‌اند اما بهتر است این روش در یک دسته متفاوت دیگری بررسی شود. در یک روش مستقیم، اگر شرایط اولیه و تاریخچه زمانی کنترل‌ها داده شده باشند باید مسیر جسم پرنده پیش‌بینی شود. این عمل، عمل کوشی<sup>۹</sup> نامیده می‌شود. در حالی که، در یک مسئله معکوس باید کنترل‌های همخوان با یک مسیر مطلوب پیش‌بینی شوند [۹]. روش‌های معکوس در حوزه طراحی اتوپایلوت‌های غیرخطی [۱۰-۱۲] و الگوریتم‌های هدایت بسیار مورد توجه هستند [۱۳-۱۷]. مرجع [۷] مرور کاملی از پژوهش‌های انجام‌یافته در روسیه و ایالات متحده در حوزه کاربرد رویکرد مسئله معکوس در تولید مسیر بهینه را ارائه داده است. در کاربردهای هدایت، بهره‌های هدایت با شکل هندسی مسیری دنبال شونده و قیودی ارضا شونده مشخص، مرتبط می‌شوند. اگرچه، استفاده از این رویکرد در الگوریتم‌های هدایتی توسط مراجع [۷، ۱۳] با بسط روش‌های ارائه شده در [۱۷-۱۹] توسعه یافته است ولی هنوز با مشکلات جدی از قبیل تعداد نسبتاً زیاد پارامترهای بهینه‌سازی (مرجع [۱۷] ۲۰ عدد، مرجع [۲۰] ۱۲ عدد و مرجع [۱۳] ۸ عدد)، وابستگی به بردار سرعت وسیله، محاسبات نسبتاً دشوار و وابستگی دقت به تعداد بخش‌های مورد استفاده در تقریب روبه‌رو است.

این مقاله، توسعه کارهای قبلی مؤلفان [۲۱، ۲۲] در مورد حداکثرسازی سرعت فرود است. با استفاده از رویکرد هموار دیفرانسیلی، برای هدایت یک وسیله مافوق صوت بدون پیشران بازگردنده به جوبه سمت نقطه‌ای ثابت روی سطح زمین، قانون هدایت صریحی ارائه خواهد شد (مسئله ایسلر [۲]). در این روش معادلات حرکت کاهش یافته و فرمان‌های هدایتی به شکل هندسی مسیری که قیود را ارضا می‌کند، مرتبط می‌شوند. در قدم بعد با استفاده از الگوریتم ژنتیک کد حقیقی نسبت به بهینه‌سازی قانون هدایتی اقدام می‌شود. این مقاله، روش هدایتی جدید و ساده‌ای را بیان کرده که مسیرهای فضایی را به‌صورت تحلیلی و با کمترین پارامتر تولید می‌کند. اگرچه این روش هدایتی برای یک RV طراحی شده است، اما برای هر نوع وسیله پرنده در هر فاز پروازی قابل استفاده خواهد بود. در ادامه مطالب این مقاله، مسئله هدایت به

4. Reentry Vehicle (RV)

5. Contenso

6. Eisler

7. Hull

8. Proportional Navigation (PN)

9. Cauchy Task

و به سرعت در حوزه‌های وسیعی از علوم مهندسی به کار برده شد. مهم‌ترین ویژگی نظام‌های هموار این است که می‌توان تعدادی متغیر (برابر با تعداد ورودی‌ها) یافت، به نحوی که ورودی‌ها و متغیرهای حالت را بتوان برحسب آنها و مشتقاتشان و بدون نیاز به هرگونه فرایند انتگرال‌گیری بیان کرد. به بیان دقیق‌تر، یک سیستم دینامیکی به شکل معادله زیر را در نظر بگیرید [۲۴]:

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= f(x(t), u(t)) \\ y(t) &= h(x(t), u(t)) \end{aligned} \quad (۴)$$

که  $x$  بردار  $n$  بعدی متغیر حالت،  $u$  بردار  $m$  بعدی ورودی،  $y$  بردار  $m$  بعدی خروجی،  $h$  و  $f$  توابعی غیرخطی هستند. این سیستم هموار دیفرانسیلی خواهد بود اگر بتوان مجموعه‌ای از متغیرهای مستقل  $z(t) \in \mathcal{N}^m$  تحت عنوان خروجی‌های هموار را بدین شکل یافت:

$$z(t) = \Phi(x(t), u(t), \dot{u}(t), \dots, u^{(a)}(t)) \quad (۵)$$

به طوری که خواهیم داشت:

$$x(t) = \Psi_x(z(t), \dot{z}(t), \dots, z^{(b)}(t)) \quad (۶)$$

$$u(t) = \Psi_u(z(t), \dot{z}(t), \dots, z^{(b+1)}(t))$$

که  $\Phi$  و  $\Psi$  توابعی یکنواخت،  $z^{(a)}(t)$  و  $z^{(b)}(t)$  مشتقات مراتب  $a$  و  $b$  تابع  $z(t)$  هستند. متغیر  $z(t)$  می‌تواند معادل برخی متغیرهای حالت یا ترکیبی از آنها باشد. این متغیر لزوماً متغیر قابل قرائت از طریق حسگرها نیست و تحت عنوان خروجی‌های هموار شناخته می‌شوند. ویژگی قابل توجه نظام‌های هموار از لحاظ دیفرانسیلی این است که می‌توان کل رفتار سیستم را بدون انتگرال‌گیری و تنها با استفاده از خروجی‌های هموار و تعداد محدودی از مشتقات زمانی آنها بیان کرد. البته، باید توجه داشت به دلیل استفاده از مشتقات مراتب بالای خروجی‌های هموار، استفاده از روش تفاضل محدود برای محاسبات مشتقات دیگر معقول نخواهد بود.

در حالتی که نیاز به تولید صریح مسیر است، رویکرد همواری دیفرانسیلی می‌تواند بسیار مفید باشد. زیرا، رفتار نظام‌های هموار فقط با خروجی‌های هموار تعیین می‌شود. لذا، مسیرها را می‌توان در فضای خروجی طراحی کرد و سپس به ورودی‌های متناظر انتقال داد. عدم وجود روشی نظام‌مند برای تشخیص همواری یا ناهمواری دیفرانسیلی و نیز وجود نداشتن الگوریتمی مناسب برای تعیین کمینه خروجی‌های هموار، دشواری‌هایی را در استفاده از همواری دیفرانسیلی برای تولید مسیر در ذهن متبادر می‌سازد. در سامانه‌های دینامیکی متعارف، تعیین خروجی‌های هموار از طریق آزمون و خطا چندان پیچیده نیست. متغیرهای موقعیتی معمولاً بهترین انتخاب برای خروجی‌های هموار در سامانه‌های دینامیکی متعارف هستند. زیرا، با در اختیار داشتن تابع زمانی متغیرهای موقعیتی می‌توان مقادیر سایر متغیرهای حالت و کنترل را در زمان‌های مختلف به دست آورد. در واقع، اگر مسیر فیزیکی طی شده توسط یک وسیله معلوم باشد،

همراه دینامیک RV تعریف شده، سپس الگوریتم محاسباتی مورد استفاده و در پایان نیز نتایج شبیه‌سازی آورده شده است.

## تعریف مسئله

با فرض زمین کروی غیر دوار با میدان جاذبه  $g = \mu/r^2$  و با توجه به شکل (۱) معادلات حرکت سه‌بعدی RV عبارت‌اند از:

$$\begin{aligned} \dot{V} &= dV/dt = (mg \sin \gamma - D)/m \\ \dot{\gamma} &= d\gamma/dt = (a_{vc} + (g - V^2/r) \cos \gamma)/V \\ \dot{\psi} &= d\psi/dt = a_{hc}/V \cos \gamma \\ \dot{\xi} &= d\xi/dt = -V \cos \gamma \cos \psi \\ \dot{\eta} &= d\eta/dt = -V \cos \gamma \sin \psi \\ \dot{h} &= dh/dt = -V \sin \gamma \end{aligned} \quad (۱)$$

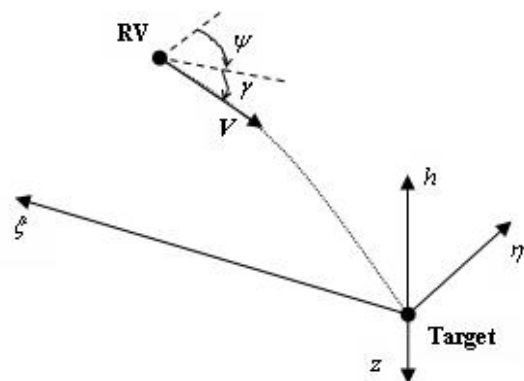
برای وسایل<sup>۱۰</sup> BTT رابطه (۲) را داریم:

$$a_{vc} = L \cos \sigma / m, \quad a_{hc} = L \sin \sigma / m \quad (۲)$$

در اینجا مسئله هدایت عبارت است از: یافتن فرمان‌های شتاب (یا زوایای حمله و غلت<sup>۱۱</sup> برای BTT) به نحوی که، RV به سمت هدف رهنمون شود. در حالی که، در مجموعه معادلات (۱)؛ الف- شرایط اولیه  $V_0, \gamma_0, \xi_0, \psi_0, \eta_0, h_0$  معلوم و ب- شرایط نهایی  $\xi_f, \eta_f, h_f$  معلوم (معادل با هدف ثابت) باشد و قید زیر ارضا شود:

$$a_c = \sqrt{a_{vc}^2 + a_{hc}^2} \leq a_{\max} \quad (۳)$$

واضح است که  $a_{\max}$  با محدودیت‌هایی نظیر زاویه حمله، فشار دینامیکی، گرمایش، بار و غیره می‌تواند مرتبط شود.



شکل ۱- هندسه مسیر

## همواری دیفرانسیلی

همواری دیفرانسیلی بحثی نسبتاً جدید بوده که نخستین بار توسط فلایس و همکاران [۲۳] در یک مبحث جبر دیفرانسیلی مطرح شد

10. Bank-To-Turn

11. Roll

$$\tan \gamma = \cos \psi \, dh / d\xi, \quad \tan \psi = d\eta / d\xi \quad (8)$$

در روابط (۷) مسیر دلخواه توسط پارامترهای هموار  $\gamma'$  و  $\psi'$  وارد شده است؛ به عبارتی مسیر فضایی روی صفحه دوبعدی  $\gamma'$  و  $\psi'$  انتقال یافته است. این دو پارامتر هموار، با مشتق‌گیری از معادله (۸) نسبت به  $\xi$  حاصل می‌شوند:

$$\gamma' = (h'' \cos \psi - h' \psi' \sin \psi) \cos^2 \gamma \quad (9)$$

$$\psi' = \cos^2 \psi \, \eta''$$

واضح است در رابطه فوق با حضور  $h''$  و  $\eta''$ ، فرمان‌های شتاب به شکل مسیر مرتبط می‌شوند. مسیر مجاز، رابطه (۳) را باید ارضا کند.

برای شبیه‌سازی‌های سه درجه آزادی اختلاف زمانی شتاب واقعی  $a$  نسبت به فرمان شتاب  $a_c$  را می‌توان با یک تأخیر مرتبه اول مدل کرد:

$$da / dt + a / \tau = a_c / \tau \quad (10)$$

به طوری که، ثابت زمانی  $\tau$  قطب‌های غالب حلقه بسته اتوپایلو و عملگر را تقریب می‌زند. با توجه به اینکه در بحث هدایت فرض پاسخ لحظه‌ای ( $\tau \rightarrow 0$ ) برای سیستم کنترل پذیرفتنی است، فرض می‌شود فرمان شتاب همان شتاب واقعی  $RV$  است یعنی ( $a = a_c$ ).

### تولید مسیر

تاکنون برای تولید مسیر روش‌های زیادی مورد استفاده قرار داده شده‌اند [۱۳، ۱۸، ۳۰، ۳۱] که تمامی آنها دارای پارامترهای زیاد هستند و به شرایط خاصی نیاز دارند. در این مقاله، استفاده از منحنی‌های بی‌زیه [۳۲] برای تولید مسیر پیشنهاد می‌شود.

این منحنی‌ها به دلیل خواصشان در حوزه‌های مختلفی نظیر گرافیک کامپیوتری [۳۲]، هدایت ربات‌ها [۳۳، ۳۴]، طراحی ایرفویل [۳۵، ۳۶] و بهینه‌سازی مسیر [۳۷، ۳۸] استفاده شده‌اند. یک منحنی بی‌زیه از درجه  $n$  بدین صورت تعریف می‌شود [۳۲]:

$$P(u) = \sum_{i=0}^n B_i J_{n,i}(u) \quad (11)$$

به طوری که

$$J_{n,i}(u) = C_N^i \tau^i (1-u)^{n-i}, \quad (12)$$

$$C_N^i = n! / [i!(n-i)!]$$

$u$  به عنوان پارامتر مستقل منحنی، مقادیری بین [۰ و ۱] می‌گیرد و  $B_i$  نقاط کنترلی است. نقاط کنترلی در یک منحنی بی‌زیه، نقاطی در اطراف منحنی هستند که به آن منحنی شکل می‌دهند و به معنای واقعی کلمه، کنترل‌کننده منحنی هستند. نقاط کنترلی در منحنی‌های بی‌زیه همچون ضرایب چندجمله‌ای‌ها، مقادیری گسسته

متغیرهای حالت و کنترل آن قابل محاسبه خواهد بود. بنابراین، برای استفاده از مفهوم همواری دیفرانسیلی برای تولید مسیر، نیازی به تدوین یک الگوریتم خاص برای تعیین خروجی‌های هموار نیست و انتخاب متغیرهای موقعیتی به عنوان خروجی‌های هموار در غالب مسائل تولید مسیر راهگشاست. پژوهشگران زیادی این رویکرد را برای مسئله هدایت ورود به جو مورد استفاده قرار داده‌اند [۲۴-۲۷]. نیکل و همکاران [۲۸] در مطالعه خود نشان دادند که اگر متغیرهای مسیر ( $h$  و  $\eta$ ) به عنوان خروجی‌های هموار در نظر گرفته شوند سیستم غیرخطی (۱) هموار نخواهد بود. از این رو، تمام پژوهشگران برای حل این معضل دینامیک طولی و عرضی جسم پرنده را مستقل فرض کرده و فقط در دینامیک طولی رویکرد همواری دیفرانسیلی را به کار برده‌اند و فرض نموده‌اند دینامیک عرضی توسط یک نوع روش معکوس کردن زاویه غلت کنترل شود [به عنوان مثال مرجع ۲۵]. واضح است فرض استقلال کانال‌ها با محدودیت‌هایی همراه است.

در پژوهش پیش‌رو، برای غلبه بر این مشکل پیشنهاد می‌شود که متغیرهای  $\psi$  و  $\gamma$  به عنوان خروجی‌های هموار در نظر گرفته شوند. باید به این نکته مهم اشاره کرد که در رویکرد پیشنهادی، صرفاً از مفهوم همواری دیفرانسیلی استفاده می‌شود. در این رویکرد، هموار بودن سیستم از لحاظ دیفرانسیلی اهمیت ندارد. یعنی حتی اگر سیستم ناهموار بود، باز هم خروجی‌های هموار شناسایی می‌شد و سایر متغیرهای حالت و کنترل بر اساس خروجی‌های هموار به دست می‌آمد و فضای ابعادی مسئله کاهش می‌یافت. تنها تفاوت موجود در اینجا خواهد بود که اگر سیستم از لحاظ دیفرانسیلی هموار باشد، دیگر معادله حالتی برای آن در فضای کاهش یافته باقی نخواهد ماند. اما اگر سیستم ناهموار باشد، در فضای کاهش یافته مسئله نیز معادلات حالت را خواهیم داشت. بنابراین، برای استفاده از مفهوم همواری دیفرانسیلی تولید مسیر، نیازی به تشخیص همواری یا ناهمواری دیفرانسیلی نیست.

به منظور کاربرد این رویکرد، ابتدا در معادلات حرکت متغیر مستقل از  $t$  به  $\xi$  تغییر داده می‌شود (متغیر مستقل هر متغیر یکنوایی می‌تواند انتخاب شود و مرجع [۲۹] در انتخاب متغیر مستقل در هدایت  $RV$  می‌تواند مفید باشد). بعد از آن معادلات (۱) برای حصول فرمان‌های شتاب حل می‌شوند:

$$a_{vc} = (V^2 / r - g) \cos \gamma - V^2 \cos \gamma \cos \psi \, \gamma' \quad (13)$$

$$a_{hc} = -V^2 \cos^2 \gamma \cos \psi \, \psi'$$

در این روابط علامت پریم بیانگر مشتق نسبت به  $\xi$  است. از طرف دیگر با توجه به هندسه مسیر (شکل ۱) زوایای  $\gamma$  و  $\psi$  را می‌توان به دست آورد:

$$\begin{aligned} f_1 &= -6V_0^2 \cos^2 \gamma_0 \cos^3 \psi_0 (\eta_2 - 2\eta_1 + \eta_0) / \lambda^2 \\ f_2 &= (V_0^2 / r_0 - g_0) \cos \gamma_0 - V_0^2 \cos^3 \gamma_0 \cos^2 \psi_0 \\ &\quad * [6(h_2 - 2h_1 + h_0) - 9 \sin 2\psi_0 (\eta_2 \\ &\quad - 2\eta_1 + \eta_0)(h_1 - h_0) / \lambda] / \lambda^2 \end{aligned} \quad (18)$$

که  $X_0$  کمیت‌های ناوبری در آغاز پرواز است. با توجه به  $|a_{hc}| \leq a_{\max}$ ، از روابط (۷)، (۹) و (۱۵) داریم:

$$g_1(\eta_1, \eta_0, X_0) \leq \eta_2 \leq g_2(\eta_1, \eta_0, X_0) \quad (19)$$

به طوری که

$$g_1 = -\frac{a_{\max} \lambda^2}{6V_0^2 \cos^2 \gamma_0 \cos^3 \psi_0} + 2\eta_1 - \eta_0 \quad (20)$$

$$g_2 = \frac{a_{\max} \lambda^2}{6V_0^2 \cos^2 \gamma_0 \cos^3 \psi_0} + 2\eta_1 - \eta_0$$

با یک مقدار انتخابی در این محدوده،  $a_{hc}$  را می‌توان با استفاده از روابط (۳) و (۱۷) به دست آورد:

$$\begin{aligned} g_3(h_1, h_0, \eta_2, \eta_1, \eta_0, X_0) &\leq h_2 \\ &\leq g_4(h_1, h_0, \eta_2, \eta_1, \eta_0, X_0) \end{aligned} \quad (21)$$

به طوری که داریم:

$$\begin{aligned} g_3 &= \left[ \frac{-\sqrt{(a_{\max}^2 - a_{hc}^2)} + (V_0^2 / r_0 - g_0) \cos \gamma_0}{V_0^2 \cos^3 \gamma_0 \cos^2 \psi_0} \right. \\ &\quad \left. + 9 \sin 2\psi_0 (\eta_2 - 2\eta_1 + \eta_0)(h_1 - h_0) / \lambda^3 \right] \lambda^2 / 6 \\ &\quad + 2h_1 - h_0 \\ g_4 &= \left[ \frac{\sqrt{(a_{\max}^2 - a_{hc}^2)} + (V_0^2 / r_0 - g_0) \cos \gamma_0}{V_0^2 \cos^3 \gamma_0 \cos^2 \psi_0} \right. \\ &\quad \left. + 9 \sin 2\psi_0 (\eta_2 - 2\eta_1 + \eta_0)(h_1 - h_0) / \lambda^3 \right] \lambda^2 / 6 \\ &\quad + 2h_1 - h_0 \end{aligned} \quad (22)$$

با انتخاب سومین نقطه کنترل،  $B_2$ ، مسیر اولیه تولید و RV آن را تا زمانی که قیود ارضا شوند، دنبال خواهد کرد. هرگاه فرمان‌های شتاب از حداکثر مجاز تجاوز کنند، مقادیر  $h$ ،  $\eta$ ،  $\psi$  و  $\gamma$  از مقادیر مطلوب در مسیر اولیه انحراف خواهند یافت. با ثابت نگه داشتن شرایط نهایی و با استفاده از مقدار لحظه‌ای  $\lambda$  و شرایط پیوستگی  $C_0$  (موقعیت)،  $C_1$  (زاویه) و  $C_2$  (شتاب) نقاط کنترلی مسیر جدید به طور خودکار به دست می‌آیند. بنابراین، برای هدایت RV، تنها کار لازم انتخاب نقطه کنترلی  $B_2$  برای مسیر بیزیه اولیه است. باید توجه کرد تمام مقادیر محدوده (۱۹) و (۲۱) رسیدن RV به هدف را با ارضای قیود تضمین می‌کنند.

درحالتی که جهت بردار نهایی سرعت مقید باشد، منحنی بیزیه درجه چهار توصیه می‌شود. یعنی اگر بردار نهایی سرعت مقید به  $\mathcal{H}$

هستند که مفهوم پیوسته‌ای را تولید می‌کنند. در تقریب متغیرهای حالت و کنترل، می‌توان این نقاط کنترل را به عنوان متغیرهای تولید مسیر در نظر گرفت.

منحنی‌های بیزیه رفتاری کاملاً محلی دارند. با تغییر یکی از نقاط کنترل، بسته به درجه منحنی، تنها شکل منحنی در همسایگی نقطه کنترلی مزبور تغییر می‌کند و باقی منحنی بدون تغییر باقی می‌ماند. همچنین، محدوده تغییرات نقاط کنترلی در منحنی‌های بیزیه یکسان است. در صورت استفاده از منحنی‌های بیزیه برای تولید مسیر، امکان محاسبه دقیق مشتقات زمانی متغیرها با توجه به مشخص بودن مشتقات زمانی توابع منحنی‌های بیزیه به سادگی فراهم است. مشتق مرتبه  $r$  یک منحنی بیزیه را می‌توان از رابطه زیر تعیین کرد:

$$\frac{d^r}{du^r} P(u) = \frac{n!}{(n-r)!} \sum_{i=0}^{n-r} \Delta^r B_i J_{n-r,i} \quad (13)$$

به طوری که برای  $i=0, \dots, n$  داریم:

$$\begin{aligned} \Delta^0 B_i &= B_i, \\ \Delta^k B_i &= \Delta^{k-1} B_{i+1} - \Delta^{k-1} B_i \quad \text{for } k=0, \dots, r \end{aligned} \quad (14)$$

واضح است مشتق  $r$ ام بیزیه در ابتدا یا انتهایش، فقط به  $r+1$  نقطه کنترلی نزدیک آن (شامل خودش) وابسته است. بنابراین، در  $u=0$  داریم:

$$\begin{aligned} P'(0) &= n(B_1 - B_0) \\ P''(0) &= n(n-1)(B_2 - 2B_1 + B_0) \end{aligned} \quad (15)$$

در این مسئله، پارامتر  $u$  برابر با برد نرمالیزه  $(\xi_i - \xi_0) / (\xi_r - \xi_0)$  است و توسط مختصات  $(h_i, \eta_i)$  به عنوان نقاط کنترلی  $B_i$  تقریب بیزیه مسیر انجام می‌شود. با فرض قابل قبول  $n=3$  برای مسیرهای بازگشتی، نقاط ابتدا  $B_0=(h_0, \eta_0)$  و انتها  $B_3=(h_3, \eta_3)$  معلوم است. حال باید نقاط میانی  $B_1=(h_1, \eta_1)$  و  $B_2=(h_2, \eta_2)$  را مشخص نمود. در ابتدای مسیر با استفاده از روابط (۸) و (۱۵) می‌توان نقطه کنترلی  $B_1$  را تعیین کرد:

$$\begin{aligned} \eta_1 &= \eta_0 + \lambda \tan \psi_0 / 3 \\ h_1 &= h_0 + \lambda \tan \gamma_0 \sec \psi_0 / 3 \end{aligned} \quad (16)$$

به طوری که  $\lambda = \xi_r - \xi_0$  است. از طرف دیگر با توجه به روابط (۷)، (۹) و (۱۵) می‌توان نوشت:

$$a_{hc} = f_1(\eta_2, \eta_1, \eta_0, X_0) \quad (17)$$

$$a_{vc} = f_2(h_2, h_1, h_0, \eta_2, \eta_1, \eta_0, X_0)$$

به طوری که داریم:

واضح است در این مرحله صرفاً صحنه‌گذاری روش از طریق شبیه‌سازی کافی خواهد بود. صحنه‌گذاری و اعتبارسنجی شبیه‌سازی خود فرایندی مجزا بوده که در مراجع [۵۳، ۵۴] به آن پرداخته شده است و شبیه‌سازی مورد استفاده در این مقاله توسط الگوریتم پیشنهادی در آن مراجع صحنه‌گذاری و اعتبارسنجی شده است.

برای نمایش کارایی این قانون هدایتی، با شرایط مرزی جدول (۱)، برای یک RV با مشخصات ارائه شده در مرجع [۵۵] شبیه‌سازی جرم نقطه‌ای سه درجه آزادی با مدل اتمسفر استاندارد و جداول ضرایب آیرودینامیکی به صورت تابعی از زاویه حمله و اعداد ماخ و رینولدز انجام گرفت. روشن است که انتخاب بهینه  $B_2$  از روش RGA به تلاش محاسباتی زیادی نیازمند است. از این رو، برای انتخاب نزدیک بهینه این نقطه، از یک رویکرد تقریبی<sup>۱۷</sup> استفاده می‌کنیم. همان‌طور که، نخستین بار توسط ایسلر [۱] نشان داده شد و می‌توان در شکل (۲) نیز مشاهده کرد، مسیر بهینه تولیدشده توسط RGA سعی در پرواز RV حتی‌الامکان در ارتفاعات بالاتر دارد. این معادل با  $\eta_2 = 2\eta_1 - \eta_0$  در معادله (۱۹) و  $h_2 = g_4$  در معادله (۲۱) است. به عبارت دیگر انتخاب  $h_2$  و  $\eta_2$  به نحوی که در ابتدای پرواز  $a_{vc} = a_{max}$  و  $a_{hc} = 0$  باشد (برای حالت BTT معادل با  $L_c = L_{max}$  و  $\sigma = 180^\circ$ ). نتایج این تقریب (APR) با عملکرد هدایت تناسبی خالص<sup>۱۸</sup> با ضریب  $[56N=3]$  سنجیده شده که یکی از متعارف‌ترین روش‌های هدایت ورود به جو است، و در تمام شبیه‌سازی‌ها از انتگرال‌گیر رانگ-کوتا مرتبه چهار با قدم‌های ثابت  $\Delta t = 0.01 \text{ sec}$  استفاده شده است.

شکل‌های (۲) و (۳) مسیرهای پرواز را نشان می‌دهند. روش‌های APR و RGA مسیر پرواز قائم یکسان ولی مسیر پرواز افقی کمی متفاوتی را از خود نشان می‌دهد. درحالی‌که، روش PPN سعی در هم‌راستا نگه‌داشتن مسیر در یک خط مستقیم به سمت هدف دارد. همان‌طور که ذکر شد این دو روش نخست، وسیله را به ارتفاعات حتی‌الامکان بالاتر که نیروی پسا کمتر است هدایت می‌کنند. بنابراین، اختلافات در مسیر و فرمان شتاب افقی (شکل ۴)، تأثیر کمی در تغییرات سرعت از خود نشان می‌دهد (شکل ۷). پروفیل فرمان‌های شتاب نشان داده شده در شکل‌های (۴) تا (۶) مجدداً تفاوت در نرخ چرخش روش PPN را با دو روش پیشنهادی تأیید می‌کنند. این شکل‌ها نشان می‌دهند که روش PPN با نزدیک شدن به هدف برای هم‌راستا شدن با هدف تلاش زیادی از خود بروز می‌دهد، درحالی‌که روش‌های پیشنهادی برعکس عمل می‌کنند. شکل‌های (۵) و (۶) توافق خوبی را در شتاب‌های قائم و کل روش‌های APR و RGA نشان می‌دهند.

و  $\psi_f$  شود، نقاط  $B_0, B_1, B_2$  و  $B_4$  به طریق مشابهی تعیین و نقطه  $B_3$  را می‌توان مثل  $B_1$  مشخص کرد (به‌عنوان مثال مرجع [۳۹]):

$$\begin{aligned} \eta_3 &= \eta_4 - \lambda \tan \psi_f / 3, \\ h_3 &= h_4 - \lambda \tan \psi_f \sec \psi_f / 3 \end{aligned} \quad (23)$$

## حل بهینه

در این مسئله به دنبال انتخاب بهینه  $B_2 = (h_2, \eta_2)$  برای تولید مسیری هستیم که منجر به بیشینه سرعت برخورد می‌شود. واضح است با یک مسئله بهینه‌سازی پارامتری روبه‌رو هستیم. روش‌های مختلفی برای حل این مسئله به‌خصوص در حوزه مسیرهای فضایی پیشنهاد شده است که می‌توان در پژوهش آقای بتس<sup>۱۲</sup> [۴۰] مطالعه کرد.

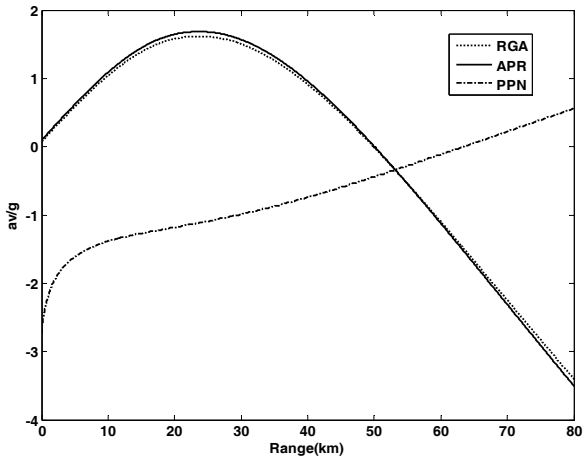
امروزه، استفاده از الگوریتم ژنتیک<sup>۱۳</sup> برای تعیین مسیرهای بهینه فضایی متعارف شده است. این کاربردها در حوزه فضایی طیف وسیعی از طراحی مسیر وسایل فضایی [۳۷، ۴۱-۴۳]، طراحی ابعاد سازه‌های فضایی [۴۴]، طراحی مفهومی ماهواره‌بر [۴۵]، بهبود دقت سامانه مکان‌یاب [۴۶] تا طراحی موتور ماهواره‌بر [۴۷] را شامل می‌شود. در این مقاله، شکلی از GAS استفاده می‌شود که به‌عنوان GA کد حقیقی<sup>۱۴</sup> یا اعشار شناور شناخته می‌شود [۴۸-۵۰]. روش RGA مورد استفاده در این مقاله مشابه روش توصیف شده در مسئله انتقال مدار مرجع [۵۱] است که با اصلاحاتی از جعبه ابزار بهینه‌سازی نرم‌افزار متلب ۸ برای شبیه‌سازی استفاده شده است. انتخاب یکنواخت تصادفی با نخبه‌گرایی، پیوند پراکنده با احتمال ۸۰٪، جهش یکنواخت با احتمال ۱۰٪، جمعیتی با ۱۰۰ عضو و شرط توقف ۵۰ نسل مورد استفاده قرار گرفته است. محاسبات چندین بار برای بررسی تکرارپذیری پارامترهای بهینه تکرار شده‌اند.

## شبیه‌سازی و تحلیل نتایج

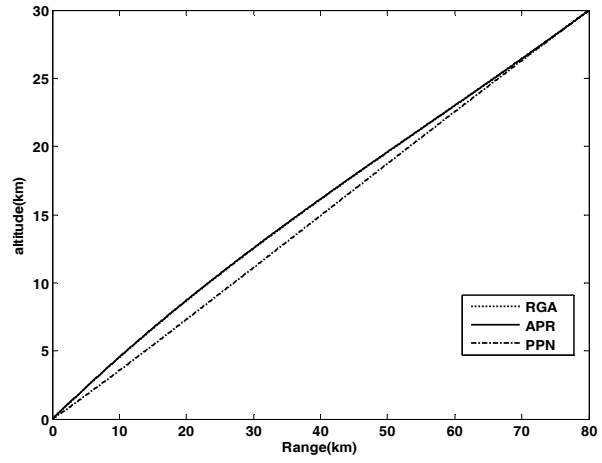
به فرایند حصول اطمینان از عملکرد صحیح سیستم هدایت قبل از انجام مأموریت، صحنه‌گذاری<sup>۱۵</sup> و اعتبارسنجی<sup>۱۶</sup> روش هدایتی گفته می‌شود. منظور از صحنه‌گذاری روش هدایتی، اثبات عملکرد صحیح روش تحت شرایط و فرضیات تحت توسعه آن است که در این خصوص معمولاً از ابزار شبیه‌سازی استفاده می‌شود. اثبات اینکه روش هدایتی در عمل و دنیای واقعی نیز عملکرد مورد انتظار را از خود نشان می‌دهد اعتبارسنجی روش هدایتی نامیده می‌شود [۵۲].

12. Betts
13. Genetic Algorithms (GAs)
14. Real Genetic Algorithms (RGA)
15. Verification
16. Validation

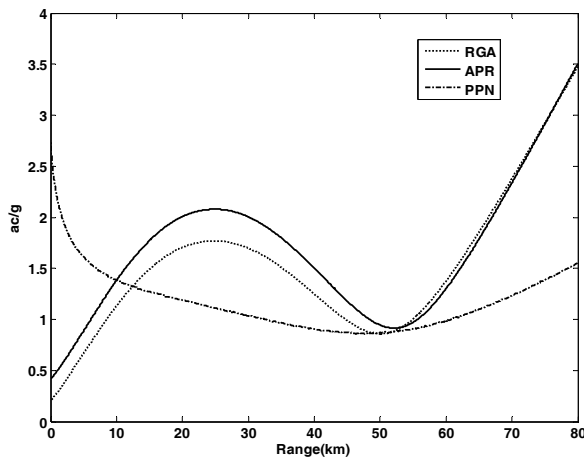
17. Approximate Approach (APR)  
18. Pure PN (PPN)



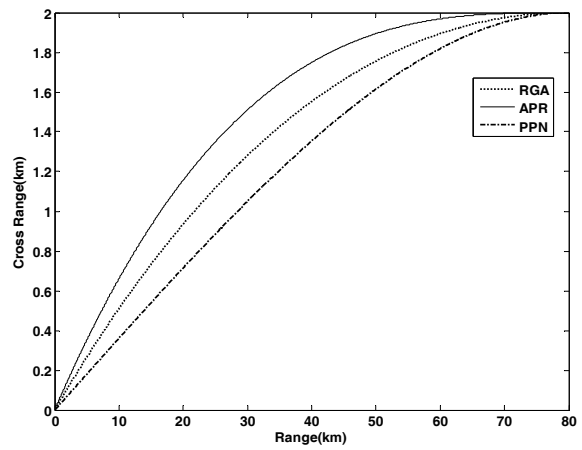
شکل ۱- تغییرات فرمان شتاب قائم برحسب برد



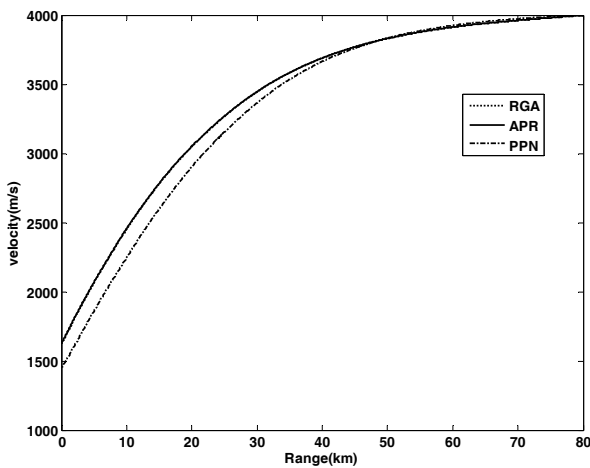
شکل ۲- تغییرات ارتفاع برحسب برد در هر سه روش



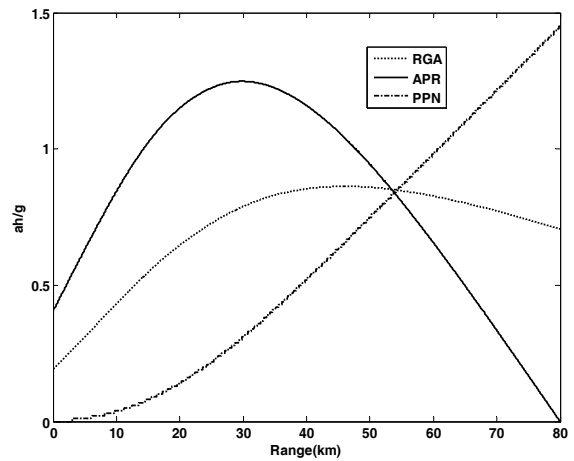
شکل ۳- تغییرات فرمان شتاب کل برحسب برد



شکل ۴- تغییرات انحراف سمت برحسب برد در هر سه روش



شکل ۵- تغییرات سرعت برحسب برد در هر سه روش



شکل ۶- تغییرات فرمان شتاب افقی برحسب برد



متوسط و انحراف معیار منتجه در خطای برد  $m_{R} = -13.65$  و  $\sigma_{R} = 4.24$  m به دست آمد. این مقادیر برای خطای سمت برابر  $m_{C} = -0.21$  m و  $\sigma_{C} = 0.32$  m است. این مقاومت، از خصوصیات قوانین هدایتی حلقه بسته است.

### نتیجه گیری

در این مقاله، با استفاده از رویکرد همواری دیفرانسیلی یک روش هدایتی صریح نزدیک بهینه برای حصول مسیره های بازگشتی با بیشینه سرعت نهایی به سمت هدفی مشخص و ثابت حاصل شد. فرمان های هدایتی به شکل مسیری مرتبط شد که با منحنی بیضیه تعریف می شود. حین اشباع فرمان ها، نقاط کنترلی لحظه ای منحنی بیضیه به قدری تغییر می کنند که نیروی کنترلی مجاز و کافی در تعقیب مسیر ایجاد شود. نقاط کنترلی بهینه بیضیه را می توان با استفاده از روش های بهینه سازی پارامتری نظیر الگوریتم ژنتیک به دست آورد. جهت پیاده سازی برخط روش بهینه، نوعی تقریب تحت عنوان APR استفاده شد. مقاومت این رویکرد هدایتی با در نظر گرفتن اغتشاشاتی در شرایط ورود به جو، ضرایب آیرودینامیکی، جرم حجمی اتمسفر و پروفیل باد به وسیله تحلیل مونت کارلو بررسی شد. روش پیشنهادی دارای مزایای قابل توجهی است: ۱- ارضای قبلی شرایط مرزی، ۲- نبود مسیره های پرت حین تولید مسیر، ۳- بیان تحلیلی مسیر مرجع با حداقل پارامترها، ۴- قابلیت کاربرد در RVهایی با ساختار متفاوت صرف نظر از مقدار نسبت برآ به پسا یا محدوده ماخ پروازی آن، ۵- قابل کاربرد در RVهایی با ساختار متفاوت کنترلی BTT یا STT<sup>۱۹</sup> و ۶- مستقل از مسیر نامی و زمان اصابت. مقایسه نتایج این رویکرد با حل الگوریتم ژنتیک کد حقیقی تطابق بسیار خوبی نشان می دهد و نسبت به روش تناسبی عملکرد مناسب و انعطاف پذیری خوبی دارد.

### مراجع

- [1] Eisler, G.R. and Hull, D.G., "Guidance Law for Planar Hypersonic Descent to a Point," *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, Vol. 16, No. 2, 1993, pp. 400-402.
- [2] Eisler, G.R. and Hull, D.G., "Guidance law for hypersonic Descent to a Point," *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, Vol. 17, No. 4, 1994, pp. 649-654.
- [3] Gräßlin, M.H., Telaar J. and Schottle U.M., "Ascent and Reentry Guidance Concept Based on NLP-Methods," *Acta Astronautica*, Vol. 55, Issues 3-5, 2004, pp. 461-471.

با توجه به شکل (۷) سرعت نهایی ایجاد شده در روش های APR و RGA به دلیل مدیریت ارتفاع در این روش ها، اختلاف اندکی با هم دارند. سرعت بهینه ایجاد شده توسط RGA، ۱۶۲۵ متر بر ثانیه است، در حالی که این مقدار در روش APR فقط ۰/۳ درصد (۱۶۲۰ متر بر ثانیه) و در روش PPN بیش از ۱۳ درصد (۱۴۱۰ متر بر ثانیه) اختلاف از خود نشان می دهد. همچنین توجه شود که زمان پرواز در هر دو روش APR و RGA تقریباً یکسان است. به عبارتی، رویکرد پیشنهادی نسبت به روش متعارف تناسبی ۱۳ درصد افزایش در سرعت نهایی را نشان می دهد. این افزایش در سرعت نهایی یا کاهش در تلفات انرژی جنبشی دارای مزایای قابل توجهی است که در برخی مأموریت ها مفید خواهد بود.

عدم قطعیت ها یا شرایط غیرنامی در ویژگی های مدل ها، تأثیر بسزایی در عملکرد سیستم هدایت دارند. با وجود این عدم قطعیت ها، هدف اصلی الگوریتم هدایت، سوق دهی صحیح وسیله است. مهم ترین این عدم قطعیت ها، شرایط ورود به جو، ویژگی های آیرودینامیک و جرم حجمی اتمسفر هستند. با در نظر گرفتن  $(\pm 10\%)$  تغییر در ضرایب آیرودینامیک جسم،  $(\pm 10\%)$  جرم حجمی اتمسفر و شرایط ورود به جو و مدل باد زیر، یک تحلیل مونت کارلو انجام شده است (معادله ۲۴):

$$V_w = \begin{cases} V_1 \pm \delta V_{w1} & h \leq h_{w1} \\ (V_1 \pm \delta V_{w1}) + \frac{(V_2 \pm \delta V_{w2}) - (V_1 \pm \delta V_{w1})}{(h_{w2} - h_{w1})} (h - h_{w1}) & h_{w1} < h < h_{w2} \\ V_2 \pm \delta V_{w2} & h \geq h_{w2} \end{cases} \quad (24)$$

به طوری که داریم:

$$V_1 = 15 \text{ m/s}, V_2 = 20 \text{ m/s}, \delta V_{w1} = \delta V_{w2} = \pm 5 \text{ m/s}, h_{w1} = 10 \text{ km}, h_{w2} = 20 \text{ km}.$$

جدول ۱- شرایط مرزی مسیر

	اولیه	نهایی
$\xi$ , (km)	۸۰	۰
h, (km)	۳۰	۰
$\eta$ , (km)	۲	۰
$V$ , (m s <sup>-1</sup> )	۴۰۰۰	آزاد
$\gamma$ , (deg)	۲۰	آزاد
$\psi$ , (deg)	۰	آزاد

سرانجام با یک توزیع یکنواخت در عدم قطعیت ها، ۲۰۰ اجرا برای بررسی مقاومت این رویکرد هدایتی انجام یافت. مقدار

- [20] Mortazavi, M., Trajectory Determination Using Inverse Dynamics and Reentry Trajectory Optimization, (PhD Thesis), Moscow Aviation Institute, 2000.
- [21] Esmailzade, R., "Explicit Flatness-Based Guidance in Reentry Phase," *Journal of Space Science and Technology*, Vol. 6, No. 4, Winter 2013, pp. 29-36 ( In Persian)
- [22] Naghash, A., Esmaelzadeh, R., Mortazavi, M., Jamilnia, R., "Near Optimal Guidance Law for Descent to a Point Using Inverse Problem Approach," *Aerospace Science and Technology*, Vol. 12, No. 3, 2008, pp. 241-247.
- [23] Fliess, M., L'evine, J., Martin, P., Rouchon, P., "Flatness and Defect of Nonlinear Systems: Introduction Theory and Examples," *International Journal of Control*, Vol. 61, Issue 6, 1995, pp. 1327-1361.
- [24] Zerar, M., Cazaurang, F., Zolghadri, A., "LPV Modeling of Atmospheric Re-entry Demonstrator for Guidance Reentry Problem," *Proceedings of the 44<sup>th</sup> IEEE Conference on Decision and Control*, Spain, 2005.
- [25] Morio, V., Cazaurang, F., Vernis, P., "Flatness-Based Hypersonic Reentry Guidance of a Lifting-Body Vehicle," *Control Engineering Practice*, Vol. 17, Issue 5, 2009, pp. 588-596.
- [26] Sira-Ramirez, H., "Soft Landing on a Planet: A Trajectory Planning Approach for the Liouvilian Model," *Proceedings of the American Control Conference*, San Diego, 1999.
- [27] Sun, L.G.W. and Zheng, Z., "Trajectory Optimization for Guided Bombs Based on Differential Flatness," *Proceedings of the Chinese Control and Decision Conference*, 2009.
- [28] Neckel, T., Talbot, C. and Petit, N., "Collocation and Inversion for a Reentry Optimal Control Problem," *Proceedings of the 5<sup>th</sup> International Conference on Launcher Tech*, 2003.
- [29] Archer, S.M. and Sworder, D.D., "Selection of the Guidance Variable for a Re-entry Vehicle," *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, Vol. 2, No. 2, 1979, pp. 130-138.
- [30] Judd, K.B. and McLain, T.W., "Spline Based Path Planning for Unmanned Air Vehicles," *AIAA Guidance, Navigation, and Control Conf. & Exhibit*, Canada, 2001.
- [31] Shen, Z., On-Board Three-Dimensional Constrained Entry Flight Trajectory Generation, (PhDThesis), Iowa State University, 2002.
- [32] Rogers, D.F. and Adams, J.A., *Mathematical Elements for Computer Graphics*, New York, McGraw-Hill, 1990.
- [33] Nagatani, K., Yosuke, I. and Yutaka, T., "Sensor-Based Navigation for Car-Like Mobile Robots Based on a Generalized Voronoi Graph," *Advanced Robotics*, Vol. 17, Issue 5, 2003, pp. 385-401.
- [34] Zhang, J., Raczkowski, J. and Herp, A., "Emulation of Spline Curves and its Applications in Robot Motion Control," *IEEE Conf. on Fuzzy Systems*, Orlando, FL, USA, 1994.
- [35] Myong, H.S. and Kyu, J.L. "Bezier Curve Application in the Shape Optimization for Transonic Airfoils," *the 18<sup>th</sup> AIAA Applied Aerodynamics Conf.*, USA, 2000.
- [36] Venkataraman, P., "Unique Solution for Optimal Airfoil Design," *the 15<sup>th</sup> AIAA Applied Aerodynamics Conf.*, USA, 1997, pp. 205-215.
- [4] Alami Naini, A.R. and Roshanian, J., "Developing a Multi-Objective Guidance Scenario for the Entry to the Earth as Atmosphere," *Journal of Space Science and Technology*, Vol. 6. No. 4, Winter 1392, pp. 63-62 (In Persian).
- [5] Alikhani, A. and Shamed, Y., "Guidance and Control for Space Capsule in the Presence of Uncertain Dynamic Parameters During the Atmospheric Entry Phase," *Journal of Space Science and Technology*, Vol. 8. No. 3, Fall 1394, pp. 1-13 (In Persian)
- [6] Shrivastava, S.K., Bhat, M.S. and Sinha, S.K., "Closed-Loop Guidance of Satellite Launch Vehicle- An Overview," *Journal of the Institute of Engineers*, Vol. 66, 1986, pp. 62-76,
- [7] Yakimenko, O.A., "Direct Method for Rapid Prototyping of Near-Optimal Aircraft Trajectories," *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, Vol. 23, No. 5, 2000, pp. 865-875.
- [8] Lu, P., "Inverse Dynamics Approach to Trajectory Optimization for an Aerospace Plane," *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, Vol. 16, No. 4, 1993, pp. 726-731.
- [9] Borri, M., Bottasso, C.L. and Montelaghi, F., "Numerical Approach to Flight Dynamics," *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, Vol. 20, No. 4, 1997, pp. 742-747.
- [10] Kato, O. and Sugiura, I., "An Interpretation of Airplane General Motion and Control as Inverse Problem," *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, Vol. 9, No. 2, 1986.
- [11] Lane, S.H. and Stengel, R.S., "Flight Control Design Using Non-Linear Inverse Dynamics," *Automatica*, Vol. 24, 1988, pp. 471-483.
- [12] Sentoh, E. and Bryson, A.E., "Inverse and Optimal Control for Desired Outputs," *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, Vol. 15, No. 3, 1992, pp. 687-691.
- [13] Hough, M.E., "Explicit Guidance Along an Optimal Space Curve," *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, Vol. 12, No. 4, 1982, pp. 495-504.
- [14] Leng, G., "Guidance Algorithm Design: a Nonlinear Inverse Approach," *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, Vol. 21, No. 5, 1998, pp. 742-746.
- [15] Lin, C.F. and Tsai, L.L., "Analytical Solution of Optimal Trajectory-Shaping Guidance," *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, Vol. 10, No. 1, 1987, pp. 61-66.
- [16] Sinha, S.K. and Shrivastava, S.K., "Optimal Explicit Guidance of Multistage Launch Vehicle Along Three-Dimensional Trajectory," *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, Vol. 13, No. 3, 1990, pp. 394-403.
- [17] Taranenko, V.T. and Momdzhi, V.G., *Direct Method of Modification in Flight Dynamic Problems*, Moscow, Mashinostroenie Press 1986 (In Russian).
- [18] Cameron, J.D.M., "Explicit Guidance Equations for Maneuvering Re-entry Vehicles," *Proceedings of the IEEE Conference on Decision and Control*, New York, USA: IEEE, 1977.
- [19] Page, J. and Rogers, R., "Guidance and Control of Maneuvering Reentry Vehicles," *Proceedings of the IEEE Conference on Decision and Control*, New York, USA, 1977.

- Position Components Error Factors,” *Journal of Space Sciences and Technology*, Vol. 8, No. 2, 2015, pp. 41-56 (In Persian).
- [47] Ramesh, D., Khodadadiyan, S. and Karimi, H., “Optimization of Schematic and Parameters of Staged Combustion Launch Vehicle Liquid Engines,” *Journal of Space Sciences and Technology*, Vol. 9, No. 1, 2016, pp. 1-11 (In Persian).
- [48] Deb, K., *Multi-objective Optimization Using Evolutionary Algorithms*, John-Wiley & Sons, Ltd., New York, 2001.
- [49] Gen, M. and Cheng, R., *Genetic Algorithms & Engineering Optimization*, John Wiley & Sons Inc., New York, 2000.
- [50] Renders, J.M. and Flasse, S.P., “Hybrid Methods using Genetic Algorithms for Global Optimization,” *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics-Part B: Cybernetics*, Vol. 26, No. 2, 1996, pp. 243-258.
- [51] Esmaelzadeh, R., Naghash, A. and Mortazavi, M., “Hybrid Trajectory Optimization using Genetic Algorithms,” *Proceedings of the 1<sup>st</sup> International Conference on Modeling, Simulation and Applied Optimization*, Sharjah, U.A.E., 2005.
- [52] Fehse, W., *Automated Rendezvous and Docking of Spacecraft*, Cambridge University Press, 2003.
- [53] Ghadiri, H., Esmaelzadeh, R., “Aerospace Simulation Software Validation,” *National Conference of Information Retrieval*, Islamic Azad University, Amlash, 2013 (In Persian).
- [54] Ghadiri, H., Esmaelzadeh, R. and “Concepts, Basics, and Challenges in Aerospace Simulation Software Verification and Validation,” *National Conference of Information Retrieval*, Islamic Azad University, Amlash, 2013 (In Persian).
- [55] Lin, T.F. and et al., “Novel Approach for Maneuvering Reentry Vehicle Design,” *Journal of Spacecraft and Rocket*, Vol. 40, No. 5, 2003, pp. 605-614.
- [56] Shneydor, N.A., *Missile Guidance and Pursuit; Kinematics, Dynamics, and Control*, Chichester, Horwood Publishing Ltd, 1998.
- [37] Desideri, J.A., Peigin, S. and Timchenko, S., “Application of Genetic Algorithms to the Solution of the Space Vehicle Reentry Trajectory Optimization Problem,” *INRIA Sophia Antipolice Research Report* Vol. 3843, 1999.
- [38] Tavakoli, A. and et.al, “Constrained Optimization of Launch Vehicle Trajectory Using Spline and Bezier Curves,” *Journal of Space Science and Technology*, Vol. 2, No. 4, Summer 2009, pp. 51-60 (In Persian).
- [39] Rahman, T., Zhou, H. and Chen, W., “Bézier Approximation Based Inverse Dynamic Guidance for Entry Glide Trajectory,” *9<sup>th</sup> Asian Control Conference (ASCC)*, 2013.
- [40] Betts, J.T., “Survey of Numerical Methods for Trajectory Optimization,” *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, Vol. 21, No. 2, 1998, pp. 193-207.
- [41] Coverstone-Carroll, V.L., Hartmann, J.W. and Mason, W.J., “Optimal Multi-Objective Low-Thrust Spacecraft Trajectories,” *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 186, 2000, pp. 387-402.
- [42] Wuerl, A., Carin, T. and Braden, E., “Genetic Algorithm and Calculus of Variations-Based Trajectory Optimization Technique,” *Journal of Spacecraft and Rockets*, Vol. 40, No. 6, 2003, pp. 882-888.
- [43] Yokoyama, N. and Suzuki, S., “Modified Genetic Algorithm for Constrained Trajectory Optimization,” *J. of Guidance, Control and Dynamics*, Vol. 28, No. 1, 2005, pp. 139-144.
- [44] Vafaeesefat, A. and Tabatabaee, H., “Size Optimization of Space Structures Using Genetic Algorithm and Gradient Methods,” *Journal of Space Sciences and Technology*, Vol. 2, No. 5, 2009, pp. 43-50 (In Persian).
- [45] Hashemi Dolabi, M., Daraee, H., Roshanian, J., “Comparison Between Traditional Method (Statistical Method) and Multidisciplinary Optimization Method (AAO) in Designing of a Lightweight Liquid Propellant LV,” *Journal of Space Sciences and Technology*, Vol. 5, No. 1, 2012, pp. 61-72 (In Persian)
- [46] Refan, M., Dameshghi, A., Kamarzarin, M., “Improving DGPS Accuracy Using Predictions of Reference