

# Performance and Stability Investigation of a Line of Sight Based Guidance System in the Presence of Measurement Noise

V. Ghaffari<sup>1\*</sup> and P.Karimaghaee<sup>2</sup>

1. Department of Engineering, Gulf University

2. Department of Electrical and Computer Engineering, Shiraz University

Postal Code: 7516913817, Bushehr, IRAN

**vghaffari@pgu.ac.ir**

*Usually vehicles are equipped with guidance algorithm based on line of sight (LOS) angle. In this way, some measurements like target acceleration, LOS rate, and closing velocity are provided for the guidance algorithm. The noise effect on the guidance loop would be neglected when the variance of the measurement noise is small. However, the stability property and/or performance of the guidance loop may be effected when the measurement noise is considerable. In this paper, a suitable guidance law is proposed in the presence of measurement noise. Then, a numerical example is provided. The effectiveness of the proposed method in the simulation results is shown in comparison with the previous results.*

**Keywords:** Line of sight angle; Guidance law; Stability analysis; Guidance loop

---

1. Assistant Professor (Corresponding Author)

2. Associate Professor

# بررسی عملکرد و پایداری یک سیستم هدایت مبتنی بر زاویه خط دید در حضور نویز اندازه‌گیری

ولی اله غفاری<sup>۱\*</sup> و پاکنوش کریم‌آقایی<sup>۲</sup>

۱- دانشکده مهندسی، دانشگاه خلیج فارس

۲- دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر، دانشگاه شیراز

\*بوشهر، ۷۵۱۶۹۱۳۸۱۷

vghaffari@pgu.ac.ir

در امر هدایت اجسام، عمدتاً از قوانین هدایت مبتنی بر تغییرات زاویه خط دید استفاده می‌شود. در این قوانین هدایت، معمولاً کمیت‌هایی از قبیل شتاب هدف، تغییرات زاویه خط دید و سرعت نزدیک شونده با سنسور مناسب اندازه‌گیری شده و در اختیار قانون هدایت قرار می‌گیرد. مادامی که نویز کمیت‌های اندازه‌گیری شده، واریانس کوچکی داشته باشد می‌توان اثر آن را در عملکرد سیستم هدایت نادیده گرفت. اما، اگر واریانس نویز قابل توجه باشد، ممکن است بر پایداری و یا عملکرد حلقه هدایت اثرگذار باشد. بنابراین، در این مقاله با در نظر گرفتن نویز اندازه‌گیری، پایداری سیستم هدایت تحلیل می‌شود. تا قانون هدایت مناسب برای آن انتخاب شود. نتایج بدست آمده، در یک مثال عددی شبیه‌سازی می‌شود. نتایج شبیه‌سازی، کارآمدی روش پیشنهادی در پژوهش حاضر را نشان می‌دهد.

واژه‌های کلیدی: زاویه خط دید، قانون هدایت، تحلیل پایداری و حلقه هدایت

## علائم و اختصارات

$w(t)$	شتاب هدف	$R^n$	فضای برداری $n$ بعدی
$x(t)$	نرخ زاویه خط دید در دستگاه اینرسی	$t$	زمان
		$r(t)$	فاصله نسبی جسم با هدف
		$v_c(t)$	سرعت نزدیک شونده
		$\varphi_M(t)$	زاویه جسم در دستگاه اینرسی
		$\varphi_T(t)$	زاویه هدف در دستگاه اینرسی
		$\lambda(t)$	زاویه خط دید در دستگاه اینرسی
		$V_M(t)$	سرعت جسم
		$V_T(t)$	سرعت هدف
		$u(t)$	شتاب اعمالی به جسم

## مقدمه

امروزه با رشد روزافزون علم، طراحی الگوریتم‌های هدایت کارآمد، در یک وسیله پرنده امری لازم و اجتناب‌ناپذیر است. در مطالعات موجود، الگوریتم‌های متفاوتی برای هدایت جسم ارائه شده است. عمده روش‌های هدایت، مبتنی بر تغییرات زاویه خط دید جسم با هدف می‌باشند. در روش‌های هدایت مبتنی بر خط دید، قانون هدایت به گونه‌ای طراحی می‌شود تا تغییرات زاویه خط دید صفر شود. با استفاده از چنین قانون هدایتی، بعد از گذشت زمان کوتاهی، زاویه خط دید مقدار ثابتی می‌شود. پس اگر جسم با حفظ زاویه کنونی حرکت کند، در زمان محدود به هدف مورد نظر خواهد رسید. ساده‌ترین روش هدایت پیشنهاد شده، هدایت تناسبی است.

۱. استادیار (نویسنده مخاطب)

۲. دانشیار

- ۱- در روش هدایت پیشنهادی اثر نویز اندازه‌گیری مستقیماً در قانون هدایت به صورت ترم اصلاحی لحاظ می‌شود.
- ۲- در روش پیشنهادی از تئوری پایداری سیستم‌های تصادفی استفاده می‌کند. بنابراین، پایداری حلقه هدایت تضمین می‌شود.
- ۳- تخمین‌گرها به دلیل حجم محاسبات و استفاده از اندازه‌گیری‌های لحظات قبل برای اصلاح تخمین، دارای تأخیر زمانی می‌باشند.
- ۴- تخمین‌گرهایی مانند فیلتر کالمن نیاز به داشتن مدل دقیقی از دینامیک سیستم هستند.

در قوانین هدایت ذکر شده، شتاب هدف، تغییرات زاویه خط دید و سرعت نزدیک شونده‌گی جسم به هدف، مهمترین ورودی قانون هدایت است. بنابراین، ورودی‌های مذکور بایستی اندازه‌گیری شده و در اختیار قانون هدایت قرار گیرد. اگر ورودی‌های قانون هدایت، نویز اندازه‌گیری داشته باشد و واریانس نویز نیز قابل توجه باشد آن وقت ممکن است نویز اندازه‌گیری بر پایداری یا عملکرد حلقه هدایت اثر گذارد. بنابراین، قوانین هدایت موجود معتبر نخواهد بود.

در یک سیستم دینامیکی بدون نویز، معمولاً رفتار سیستم با معادله دیفرانسیل معمولی توصیف می‌شود. با وجود نویز تأثیرگذار، رفتار سیستم دینامیکی با معادله دیفرانسیل تصادفی بیان می‌شود. روش‌های موجود برای تحلیل و طراحی سیستم‌های بدون نویز، برای سیستم‌های توصیف شده با معادله دیفرانسیل تصادفی تعمیم داده شده است [۲۲]. بنابراین، از نتایج آن می‌توان برای طراحی قانون کنترل کارآمد و تحلیل پایداری سیستم دینامیکی تصادفی استفاده نمود. در این مقاله، ابتدا سیستم هدایت به سیستم دینامیکی تصادفی تبدیل می‌شود. سپس از تئوری‌های موجود برای تحلیل پایداری سیستم دینامیکی با وجود نویز بهره گرفته شده است و قانون هدایت بهبود یافته‌ای برای آن سیستم هدایت مطرح می‌شود. به همین منظور یک قانون هدایت، بدون در نظر گرفتن اثر نویز اندازه‌گیری پیشنهاد می‌شود. سپس، سعی می‌شود آن قانون هدایت به گونه‌ای اصلاح شود تا موجب پایداری حلقه هدایت در حضور نویز گردد و عملکرد قابل قبولی داشته باشد.

در ادامه، ابتدا چند پیش نیاز از ریاضیات ذکر شده است. سپس در بخش سوم، مسئله هدایت فرموله شده و در بخش چهارم، یک قانون هدایت پیشنهاد شده است. با در نظر گرفتن اثر نویز، یک قانون هدایت در بخش پنجم پیشنهاد شده است. روش پیشنهادی در بخش ششم به صورت عددی شبیه‌سازی شده است. نتیجه‌گیری مقاله در بخش آخر بیان شده است.

## پیش نیاز و یادآوری از ریاضیات

یک سیستم دینامیکی توصیف شده با معادله دیفرانسیل تصادفی (۱) را در نظر بگیرید:

در این روش متناسب با تغییرات زاویه خط دید و سرعت نزدیک شونده‌گی، فرمان هدایت تولید شده و به عملگرهای جسم اعمال می‌شود [۲،۱].

شباهت‌های ظاهری بین طراحی قانون هدایت در یک حلقه هدایت و قانون کنترل در یک حلقه کنترل وجود دارد. در یک حلقه کنترل، قانون کنترل به گونه‌ای طراحی می‌شود تا خروجی سیستم، سیگنال مطلوب را دنبال نماید و خطای بین خروجی و سیگنال مطلوب صفر شود. بنابراین، یک حلقه هدایت می‌تواند مانند یک حلقه کنترل در نظر گرفته شود. از ایده‌های موجود برای تحلیل پایداری و طراحی قانون کنترل می‌توان برای طراحی و تحلیل سیستم هدایت بهره برد. در مطالعات موجود، در شرایطی که اثر نویز بر سیستم هدایت در نظر گرفته نشده است، روش‌های مختلفی برای طراحی قانون هدایت ارائه شده است. از آن جمله می‌توان به طراحی قانون هدایت با روش‌های غیرخطی مبتنی بر تئوری پایداری لیاپانف<sup>۳</sup> [۴،۳]، گام به عقب [۵]، ایده مد لغزشی [۷،۶]، خطی‌سازی با فیدبک [۸]، بهینه‌سازی [۱۰،۹]، تطبیقی [۱۱]، مقاوم [۱۲]، منطق فازی [۱۳] و پایدار در زمان محدود [۱۴-۱۷] اشاره نمود.

با در نظر گرفتن نویز اندازه‌گیری با واریانس کوچک، برای مدل خطی و ساده شده سیستم هدایت، مطالعاتی انجام شده است [۱۸-۲۰]. در این پژوهش‌ها، در حضور نویز با واریانس کوچک و با استفاده از رویت‌گرهای حالت مانند فیلتر کالمن<sup>۴</sup>، سیستم هدایت شبیه‌سازی شده است. اما، روش جامعی برای تحلیل پایداری سیستم هدایت با وجود مدل غیرخطی و در حضور نویزهای با واریانس تأثیرگذار ارائه نشده است.

در یک سیستم دینامیکی، استفاده از یک فیلتر پایین‌گذر روش مناسبی برای حذف اثر نویز اندازه‌گیری می‌باشد. از مفاهیم مکان ریشه‌ها می‌دانیم که در یک حلقه کنترل، افزودن صفر باعث افزایش پایداری و افزودن قطب سبب کاهش پایداری آن حلقه می‌شود [۲۱]. معمولاً تعداد قطب‌های فیلتر پایین‌گذر از تعداد صفرهای آن بیشتر می‌باشد. بنابراین، افزودن فیلتر پایین‌گذر به یک حلقه، باعث ایجاد یک تأخیر می‌شود. در نتیجه استفاده از فیلتر پایین‌گذر، باعث کم شدن پایداری حلقه می‌شود. بنابراین، در چنین شرایطی بایستی به جای فیلتر پایین‌گذر از کنترلر قوی‌تری استفاده نماییم. با بهره‌گیری از مفاهیم پایداری سیستم‌های دینامیکی تصادفی، کنترلر باید به گونه‌ای تغییر یابد تا در حضور نویز اندازه‌گیری، پایداری سیستم هدایت همچنان حفظ شود. از مزایای روش هدایت پیشنهادی در مقایسه با روش‌های هدایت مبتنی بر تخمین‌گر مانند فیلتر کالمن می‌توان به موارد زیر اشاره نمود:

3. Lyapunov stability theory  
4. Kalman filter

اینرسی است. زاویه خط دید جسم با هدف در دستگاه مختصات اینرسی با  $\lambda$  مشخص شده است. معادله حاکم بر حرکت جسم و هدف، به صورت زیر نوشته می شود [۱]:

$$\begin{cases} \dot{r} = V_T \cos(\lambda - \varphi_T) - V_M \cos(\lambda - \varphi_M) \\ r\dot{\lambda} = -V_T \sin(\lambda - \varphi_T) + V_M \sin(\lambda - \varphi_M) \end{cases} \quad (3)$$

از رابطه (۳) می توان متغیرهای زاویه خط دید  $\lambda$  و زاویه جسم  $\varphi_M$  بر حسب متغیرهای دیگر سیستم هدایت به دست آورد.

بنابراین، با انجام عملیات ریاضی خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} \lambda &= \varphi_T - \cos^{-1} \left( \frac{V_T^2 - V_M^2 + \dot{r}^2 + r^2 \dot{\lambda}^2}{2V_T \sqrt{\dot{r}^2 + r^2 \dot{\lambda}^2}} \right) + \\ &+ \cos^{-1} \left( \frac{\dot{r}}{\sqrt{\dot{r}^2 + r^2 \dot{\lambda}^2}} \right) \\ \varphi_M &= \varphi_T + \cos^{-1} \left( \frac{V_T^2 + V_M^2 - \dot{r}^2 - r^2 \dot{\lambda}^2}{2V_T V_M} \right) \end{aligned} \quad (4)$$

مطابق شکل (۱)، سرعت جسم  $V_M$  و سرعت هدف  $V_T$  اعداد ثابتی فرض شده است. بنابراین، با در اختیار داشتن مقادیر لحظه ای فاصله نسبی  $r$  و تغییرات آن  $\dot{r}$ ، تغییرات زاویه خط دید  $\lambda$  و زاویه هدف  $\varphi_T$  می توان به زاویه خط دید  $\lambda$  و زاویه جسم  $\varphi_M$  دست یافت.

لازم به ذکر می باشد که فاصله نسبی و تغییرات آن را می توان با فاصله سطح راداری تعیین نمود. در یک سیستم هدایت، تغییرات زاویه خط دید معمولاً توسط یک جستجوگر (سیکر) اندازه گیری می شود. معادله حرکت (۳)، می تواند به صورت زیر نیز نوشته شود [۱]:

$$\begin{cases} \ddot{r} = r\dot{\lambda}^2 + V_T \dot{\varphi}_T \sin(\lambda - \varphi_T) + \\ \quad - V_M \dot{\varphi}_M \sin(\lambda - \varphi_M) \\ r\ddot{\lambda} = -2\dot{r}\dot{\lambda} + \dot{\varphi}_T V_T \cos(\lambda - \varphi_T) + \\ \quad - \dot{\varphi}_M V_M \cos(\lambda - \varphi_M) \end{cases} \quad (5)$$

در راستای زاویه خط دید و عمود بر آن می توان مؤلفه های شتاب جسم و هدف را با متغیرهای زیر تعریف نمود:

$$\begin{aligned} w &\stackrel{\text{def}}{=} \dot{\varphi}_T V_T \cos(\lambda - \varphi_T) \\ u &\stackrel{\text{def}}{=} \dot{\varphi}_M V_M \cos(\lambda - \varphi_M) \\ w_r &\stackrel{\text{def}}{=} \dot{\varphi}_T V_T \sin(\lambda - \varphi_T) \\ u_r &\stackrel{\text{def}}{=} \dot{\varphi}_M V_M \sin(\lambda - \varphi_M) \end{aligned} \quad (6)$$

رابطه (۵) به صورت زیر بازنویسی می شود:

$$\begin{cases} \ddot{r} = r\dot{\lambda}^2 + w_r - u_r \\ r\ddot{\lambda} = -2\dot{r}\dot{\lambda} + w - u \end{cases} \quad (7)$$

در یک حلقه هدایت انتظار داریم، قانون هدایت  $u(t)$  به گونه ای انتخاب شود تا زاویه خط دید  $\lambda(t)$  تغییراتی نداشته و مقدار ثابتی گردد ( $\lim_{t \rightarrow +\infty} \dot{\lambda}(t) = 0$ ). پس با تعریف متغیرهای  $v_c = -\dot{r}$  و  $x = \lambda$  به رابطه زیر می رسیم:

$$\dot{x} = \frac{1}{r}(2v_c x + w - u) \quad (8)$$

در این رابطه  $v_c$  سرعت نزدیک شونده جسم به هدف است. در بخش بعد، به دنبال آن هستیم برای سیستم هدایت توصیف شده

$$dx = f(x)dt + h(x)d\xi \quad (1)$$

در سیستم دینامیکی  $(1)$  بردار حالت بوده و بردار  $\xi \in R^m$  نویز سفید (حرکت براونی استاندارد) است. در این سیستم دینامیکی،  $f(\cdot)$  و  $h(\cdot)$  توابع پیوسته است. با داشتن شرایط اولیه، تعیین جواب تحلیلی برای معادله دیفرانسیل تصادفی (۱) معمولاً دشوار است

اما می توان جواب تقریبی (عددی) معادله دیفرانسیل تصادفی (۱) را با روش های عددی مانند روش اوایلر تعیین نمود [۲۳]. در صورتی که نویز حضور نداشته باشد یا  $h(x) = 0$  باشد، آنگاه معادله دیفرانسیل تصادفی به معادله دیفرانسیل معمولی تبدیل خواهد شد. **تعریف:** در سیستم دینامیکی تصادفی (۱)، اپراتور مشتق  $LV$  بر روی تابع  $V(x)$  به صورت زیر تعریف می شود [۲۴]:

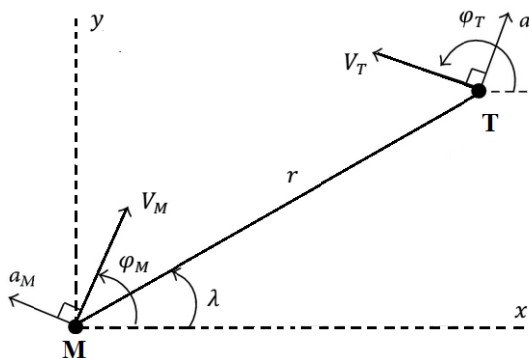
$$LV = \frac{\partial V}{\partial x} f(x) + \frac{1}{2} \text{Trace} \left( h^T(x) \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} h(x) \right) \quad (2)$$

**قضیه ۱:** اگر تابع مثبت مؤکد  $V(x)$  وجود داشته باشد به گونه ای که تابع  $LV$  منفی مؤکد یا نیمه مؤکد شود، آن گاه سیستم دینامیکی تصادفی (۱) پایدار مجانبی خواهد بود [۲۴].

در ادامه، مسئله هدایت در یک دستگاه اینرسی دو بعدی مطرح شده است. ابتدا دینامیک مناسبی برای سیستم هدایت انتخاب می شود و سپس با استفاده از تئوری پایداری لیاپانف، قانون هدایت مناسب در شرایط با و بدون حضور نویز اندازه گیری پیشنهاد می شود.

## بیان مسئله

شماتیک مسئله رهگیری دو بعدی، در دستگاه مختصات اینرسی به صورت شکل (۱) است:



شکل ۱- شماتیک مسئله رهگیری در دستگاه مختصات اینرسی

در این نمایش  $r$  فاصله نسبی جسم با هدف،  $V_T$  و  $V_M$  به ترتیب بیانگر سرعت جسم و سرعت هدف است. برای سادگی تحلیل و طراحی قانون هدایت فرض می شود که سرعت جسم و سرعت هدف مقادیر ثابتی است. همچنین، عبارت های  $\varphi_T$  و  $\varphi_M$  به ترتیب بیانگر زاویه جسم و زاویه هدف در دستگاه مختصات

نزدیکی‌های هدف تأثیر بیشتری دارد. توابع  $\eta(x)$  و  $\mu(x)$  می‌تواند انتخاب‌های متعددی داشته باشد. چند انتخاب کاربردی تابع  $\eta(x)$  و  $\mu(x)$  می‌تواند به صورت زیر باشد:

$$\eta(x) = 0, x, x^3, x^5, \dots \quad (15)$$

$$\mu(x) = 0, x, x^3, x^5, \dots$$

به عنوان مثال، یک انتخاب قانون هدایت می‌تواند به صورت زیر باشد:

$$u = k_1 x^3 + k_2 \frac{x}{r} + N v_c x + w \quad (16)$$

در این قانون هدایت، بهره‌های  $k_1$  و  $k_2$  اعداد مثبتی است. قانون هدایت (۱۱)، نیاز به اندازه‌گیری تغییرات زاویه خط دید  $\lambda(t)$  شتاب هدف  $w(t)$ ، فاصله و سرعت نسبی جسم از هدف مورد نظر  $r(t)$  و  $v_c(t)$  دارد. فاصله جسم تا هدف را می‌توان توسط فاصله‌سنج راداری تعیین نمود. همچنین، تغییرات زاویه خط دید، معمولاً توسط سیکر اندازه‌گیری می‌شود [۲۵]. شتاب هدف در راستای زاویه خط دید  $w$  از رابطه  $w = \dot{\varphi}_T V_T \cos(\lambda - \varphi_T)$  به دست می‌آید. بنابراین، با داشتن سرعت هدف، زاویه خط دید، زاویه هدف و تغییرات آن می‌توان شتاب هدف  $w$  را تعیین نمود.

در پیاده‌سازی عملی الگوریتم هدایت، ورودی‌های قانون هدایت، معمولاً دارای نویز اندازه‌گیری است. در این مطالعه، برای سادگی مسئله فرض می‌کنیم فاصله نسبی  $r(t)$  دقیق در اختیار قانون هدایت است و نویزی ندارد. پس تغییرات زاویه خط دید  $\lambda$ ، شتاب هدف  $w(t)$ ، سرعت نسبی جسم از هدف  $v_c(t)$  دارای نویز بوده و به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$\hat{x}(t) = x(t) + \xi_1(t) \quad (17)$$

$$\hat{v}_c(t) = v_c(t) + \xi_2(t)$$

$$\hat{w}(t) = w(t) + \xi_3(t)$$

در رابطه (۱۷)، عبارت‌های  $\xi_1(t)$ ،  $\xi_2(t)$  و  $\xi_3(t)$  بیان‌گر نویز سفید با توزیع گاوسی است. بنابراین، متغیرهای  $x(t)$ ،  $v_c(t)$  و  $w(t)$  مقدار واقعی بوده و همچنین  $\hat{x}$ ،  $\hat{v}_c$  و  $\hat{w}$  مقدار نویزی است. دینامیک سیستم هدایت (۸)، با وجود نویز اندازه‌گیری با معادله دیفرانسیل تصادفی زیر تعیین می‌شود:

$$\dot{\hat{x}} = \frac{1}{r} (2v_c x + w - u + 2\xi_2 x + 2v_c \xi_1 + \xi_3 + 2\xi_2 \xi_1) \quad (18)$$

در رابطه فوق عبارت حاصل ضرب  $\xi_2 \xi_1$  دارای مقدار ناچیز است. پس در مقایسه با عبارت‌های دیگر، قابل صرف نظر کردن می‌باشد. بنابراین، به معادله دیفرانسیل تصادفی زیر خواهیم رسید:

$$d\hat{x} = \frac{1}{r} (2v_c x + w - u) dt + \frac{1}{r} (2v_c d\xi_1 + 2x d\xi_2 + d\xi_3) \quad (19)$$

با رابطه (۸)، قانون هدایت مناسب در عدم حضور نویز انتخاب نماییم.

## قانون هدایت بدون وجود نویز در حلقه هدایت

در یک سیستم هدایت، اگر هدف ساکن بوده یا سرعت آن ثابت باشد ( $w = 0$ )، با انتخاب قانون هدایت  $u = N v_c x$  معادله حلقه هدایت به صورت زیر به دست می‌آید [۱]:

$$\dot{x} = -\frac{v_c}{r} (N - 2)x \quad (9)$$

در رابطه (۹)،  $r$  فاصله نسبی جسم با هدف بوده و عدد مثبتی است. با توجه به رابطه (۳) در یک مسئله هدایت معمولاً سرعت جسم از سرعت هدف بیشتر است. بنابراین،  $v_c$  مقداری مثبت است. پس با انتخاب ضریب  $N \geq 2$ ، حلقه هدایت (۹) پایدار مجانبی شده و تغییرات زاویه خط دید صفر می‌شود ( $\lim_{t \rightarrow +\infty} \lambda(t) = 0$ ). به چنین قانون هدایتی که متناسب با زاویه خط دید است، قانون هدایت تناسبی<sup>۵</sup> اطلاق می‌شود. قانون هدایت تناسبی  $u_{PN}$  به صورت زیر نشان داده می‌شود:

$$u_{PN} = N v_c x \quad (10)$$

در ادامه برای سیستم هدایت (۸)، قانون هدایت ارائه شده است.

**قضیه ۲:** در سیستم هدایت (۸)، قانون هدایت زیر می‌تواند حلقه هدایت را پایدار مجانبی نماید:

$$u = \eta(x) + \frac{1}{r} \mu(x) + u_{PN} + w \quad (11)$$

در قانون هدایت (۱۱)، عبارت‌های  $\eta(x)$  و  $\mu(x)$  توابع

حقیقی بوده که در نامساوی زیر صدق می‌کند:

$$x \cdot \eta(x) \geq 0 \text{ و } x \mu(x) \geq 0 \quad (12)$$

**اثبات:** با انتخاب قانون هدایت (۱۱)، سیستم هدایت حلقه بسته به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$\dot{x} = -\frac{1}{r} (u_{PN} - 2v_c x) - \frac{1}{r} \eta(x) - \frac{1}{r^2} \mu(x) \quad (13)$$

با انتخاب تابع لیاپانف  $V(x) = x^2$ ، خواهیم داشت:

$$\dot{V}(x) = -\frac{2}{r} x (u_{PN} - 2v_c x) - \frac{2}{r} x \eta(x) - \frac{2}{r^2} x \mu(x) \quad (14)$$

با استفاده از نامساوی (۱۲)، مشتق تابع لیاپانف  $\dot{V}(x)$  منفی مؤکد می‌شود. از آنجاکه یک تابع لیاپانف برای این مسئله هدایت وجود دارد در نتیجه با قانون هدایت (۱۱)، حلقه هدایت (۸) پایدار مجانبی است. بنابراین، با استفاده از تئوری پایداری لیاپانف، پایداری حلقه هدایت نشان داده شد. در قانون هدایت (۱۱)، توابع  $\eta(x)$  و  $\mu(x)$  به کار رفته است. در نزدیکی هدف، استفاده از عبارت  $\mu(x)$  در مقایسه با  $\eta(x)$  شتاب با اندازه کوچک تری ایجاد می‌کند. در این قانون هدایت، عبارت  $\mu(x)$  در لحظات ابتدایی تأثیر کمتر و در

پاسخ معادله دیفرانسیل دید. اگر مثال پیچیده تری انتخاب می‌شد بایستی با روش‌های عددی معادله دیفرانسیل تصادفی را حل نمود. مثال‌هایی وجود دارد که معادله دیفرانسیل پایدار با وجود نویز ناپایدار می‌شود و نویز باعث ایجاد ناپایداری سیستم می‌شود [۲۲]. بنابراین، اگر در یک سیستم دینامیکی نویز در حلقه کنترل وجود داشته باشد، برای تحلیل عملکرد سیستم حلقه بسته بایستی پایداری معادله دیفرانسیل تصادفی تحلیل شود. در یک سیستم هدایت، ورودی قانون هدایت ممکن است دارای نویز باشد. اگر واریانس نویز اندازه‌گیری عدد بزرگی باشد، نویز بر عملکرد و پایداری حلقه هدایت ممکن است تأثیر بگذارد. در ادامه با استفاده از تئوری پایداری لیاپانف، قانون هدایتی پیشنهاد شده است که با وجود نویز، پایداری سیستم هدایت تضمین می‌شود.

**قضیه ۳:** اگر در سیستم هدایت (۱۹)، قانون هدایت زیر انتخاب شود:

$$u = u_{c_1} + u_{c_2} + \eta(x) + \frac{1}{r}\mu(x) + u_{PN} + w \quad (24)$$

که در رابطه (۲۴)، عبارت  $u_c$  به صورت زیر است:

$$u_{c_1} = \frac{2}{r}x \quad (25)$$

$$u_{c_2} = \begin{cases} k_c x & |x| > \sqrt{\frac{4v_m^2 + 1}{2rk_c}} \\ 0 & o.w. \end{cases} \quad (26)$$

آنگاه آن حلقه هدایت پایدار شده و تغییرات زاویه خط دید با وجود نویز اندازه‌گیری مقدار کوچکی خواهد بود.

**اثبات:** با توجه به قاعده مشتق گیری توابع تصادفی، یک راه حل برای پایدار نمودن سیستم هدایت (۱۹) آن است که قانون هدایت به دست آمده برای شرایط بدون نویز (۱۱)، به صورت زیر اصلاح شود:

$$u = u_{c_1} + u_{c_2} + \eta(x) + \frac{1}{r}\mu(x) + u_{PN} + w \quad (27)$$

با انتخاب تابع لیاپانف  $V(x) = x^2$ ، خواهیم داشت:

$$LV = \frac{2}{r}x(2v_c x - u_{c_1} - u_{c_2} - \eta(x) + \frac{1}{r}\mu(x) - u_{PN}) + \frac{1}{r^2}(4v_c^2 + 4x^2 + 1) \quad (28)$$

با ساده سازی رابطه (۲۸)، داریم:

$$LV = -\frac{2}{r}x(u_{PN} - 2v_c x) - \frac{2}{r^2}x\mu(x) + \frac{4}{r^2}x^2 + \frac{1}{r^2}(4v_c^2 + 1) - \frac{2}{r}x\eta(x) - \frac{2}{r}x(u_{c_1} + u_{c_2}) \quad (29)$$

با استفاده از نامساوی (۱۲)، رابطه زیر بدیهی است:

$$-\frac{2}{r}x(u_{PN} - 2v_c x) - \frac{2}{r}x\left(\eta(x) + \frac{1}{r}\mu(x)\right) < 0 \quad (30)$$

بنابراین رابطه (۲۸) را به صورت زیر می‌توان نوشت:

$$LV < -\frac{2}{r}x(u_{c_1} + u_{c_2}) + \frac{1}{r^2}(4v_c^2 + 1) + \frac{4}{r^2}x^2 \quad (31)$$

حال اگر عبارت  $u_{c_1} = \frac{2}{r}x$  انتخاب شود و عبارت  $u_{c_2}$  نیز به صورت زیر انتخاب شود:

این معادله دیفرانسیل غیرخطی بوده و یافتن پاسخ تحلیلی آن دشواری است. روشن به نظر می‌رسد اگر واریانس نویز کوچک باشد آن وقت قانون هدایت (۱۱) می‌تواند برای سیستم هدایت به کار گرفته شود. اما، اگر واریانس نویز قابل توجه باشد آن وقت با انجام شبیه سازی عددی یا به صورت تحلیلی (با استفاده از تئوری‌های پایداری شبه لیاپانف) می‌توان نشان داد که قانون هدایت (۱۱)، پایداری حلقه هدایت با وجود نویز (۱۹) را تضمین نمی‌کند و ممکن است حلقه هدایت ناپایدار شود.

### قانون هدایت با وجود نویز در حلقه هدایت

در یک حلقه هدایت معمولاً نویز وجود دارد اگر واریانس نویز از حد معینی بیشتر باشند، ممکن است بر عملکرد یا پایداری حلقه هدایت اثر منفی داشته باشد. بنابراین، عملکرد و پایداری یک حلقه هدایت ممکن است با وجود نویز تحت تأثیر قرار گیرد. در ادامه یک مثال تحلیلی بررسی شده است که نویز باعث تغییر در پایداری یک معادله دیفرانسیل می‌شود. این مثال می‌تواند انگیزشی برای بررسی و تحلیل پایداری حلقه هدایت با وجود نویز تأثیرگذار باشد.

**مثال:** معادله دیفرانسیل تصادفی زیر با شرط اولیه  $x_0 = x(0)$  را در نظر بگیرید:

$$dx(t) = ax(t)dt + \beta x(t)d\xi(t) \quad (20)$$

در این معادله دیفرانسیل  $\xi(t)$  متغیر تصادفی (نویز گاوسی) با میانگین صفر و واریانس یک است. با استفاده از تعریف مشتق از متغیر تصادفی، پاسخ تحلیلی معادله دیفرانسیل (۲۰) به صورت زیر تعیین می‌شود:

$$x(t) = x_0 e^{\beta\xi(t) + (\alpha - \frac{1}{2}\beta^2)t} \quad (21)$$

اگر در معادله دیفرانسیل تصادفی (۲۰)، متغیر  $\alpha = 1$  انتخاب شود. دیده می‌شود که به ازای  $\beta = 0$ ، به یک معادله دیفرانسیل معمولی تبدیل می‌شود و پاسخ آن به صورت زیر است:

$$x(t) = x_0 e^t \quad (22)$$

همچنین، به ازای  $\beta = 2$  پاسخ تحلیلی معادله به صورت زیر به دست می‌آید:

$$x(t) = x_0 e^{2\xi(t) - t} \quad (23)$$

بنابراین، معادله دیفرانسیل تصادفی (۲۰) به ازای  $\beta = 0$  ناپایدار بوده و به ازای  $\beta = 2$  پایدار مجانبی است. در این مثال دیده شد که سیستم دینامیکی توصیف شده با معادله دیفرانسیل (۲۰)، بدون وجود نویز ناپایدار بوده ولی با وجود نویز پایدار می‌شود. پس وجود نویز باعث افزایش پایداری این سیستم می‌شود.

این مثال ساده به این دلیل انتخاب شده است که جواب تحلیلی آن به سادگی به دست می‌آید. پس اثر نویز را می‌توان در

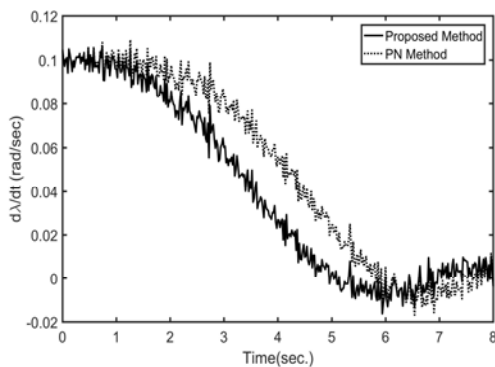
جسم از هدف  $r(0) = 2000 \text{ m}$  و زاویه اولیه خط دید  $\lambda(0) = 90$  درجه است.

در شبیه‌سازی عددی، انحراف معیار نویز اندازه‌گیری شتاب هدف یک متر بر مجذور ثانیه، انحراف معیار نویز تغییرات زاویه خط دید ۵ میلی رادیان بر ثانیه (۰.۳ درجه بر ثانیه) و انحراف معیار اندازه‌گیری سرعت نزدیک شونده‌گی، ۵ متر بر ثانیه در نظر گرفته شده است. در شبیه‌سازی عددی، اعداد تصادفی با میانگین صفر و واریانس‌های ذکر شده، با دوره تناوب یک صدم ثانیه (۱۰۰ هرتز) تولید می‌شود. پارامترهای قانون هدایت پیشنهادی (۲۴) به صورت زیر انتخاب شده است:

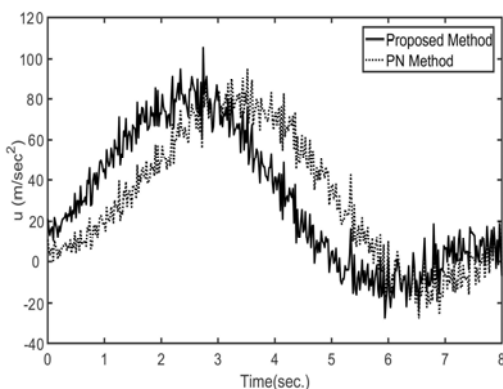
$$k_c = 100, N = 5, \mu(x) = 0, \eta(x) = 0$$

بنابراین در این شرایط، قانون هدایت (۱۱) به همان قانون هدایت تناسبی  $PN$  منجر می‌شود. نتایج شبیه‌سازی حلقه هدایت، در شکل‌های (۲) تا (۸) نشان داده شده است.

مطابق شکل (۲)، دیده می‌شود تغییرات زاویه خط دید، پس از زمان کوتاهی به صفر همگرا می‌شود. در شکل (۲) مشاهده می‌شود که بیشترین تغییرات نرخ زاویه خط دید در لحظه ابتدایی می‌باشد. شتاب اعمال شده به جسم در شکل (۳) نشان داده شده است. در نزدیکی‌های هدف اثر نویز اندازه‌گیری بیشتر بوده و شتاب اعمال شده به جسم به طریق مناسب تصحیح می‌شود.



شکل ۲- تغییرات زاویه خط دید جسم  $x(t)$



شکل ۳- شتاب اعمال شده به جسم  $u(t)$

$$u_{c_2} = \begin{cases} k_c x & |x| > \sqrt{\frac{4v_m^2 + 1}{2rk_c}} \\ 0 & o.w. \end{cases} \quad (32)$$

در قانون هدایت پیشنهادی  $v_m$  کران بالای سرعت نزدیک‌شوندگی می‌باشد. با توجه به رابطه (۳)، انتخاب  $v_m = v_M$  می‌تواند مناسب باشد. نامساوی (۳۱)، به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$LV < -\frac{2k_c}{r}x^2 + \frac{1}{r^2}\sqrt{2rk_c}x^2 > 4v_m^2 + 1 \quad (33)$$

بنابراین با تعریف ناحیه  $\Omega = \{x \in \mathbb{R} | 2rk_c x^2 > 1 + 4v_m^2\}$  نامساوی زیر را می‌توان نتیجه گرفت:

$$LV < 0, \forall x \in \Omega \quad (34)$$

در حالت  $x \notin \Omega$  خواهیم داشت:

$$LV < \frac{1}{r^2}, \forall x \notin \Omega \quad (35)$$

در قانون هدایت پیشنهادی بهره  $k_c$  عدد مثبتی است. با انتخاب  $k_c$  مناسب می‌توان ناحیه  $\Omega$  را کوچک نمود. آن وقت حلقه هدایت با وجود نویز (۱۹)، پایدار خواهد بود. پس تغییرات زاویه خط دید در یک محدوده کوچک  $\Omega$  قرار می‌گیرد. در این مسئله، عبارت‌های  $u_{c_1}$  اثر نویز در اندازه‌گیری سرعت نزدیک‌شوندگی  $v_c$  و عبارت  $u_{c_2}$  نیز نویز اندازه‌گیری در نرخ زاویه خط دید و شتاب هدف  $w$  را جبران می‌کند. بسته به این که کدام نویز حضور دارد می‌توان از عبارت اصلاحی مناسب استفاده نمود. در ادامه برای نشان دادن کارآمدی روش پیشنهادی در مقایسه با روش موجود، روش هدایت پیشنهادی در یک مثال عددی شبیه‌سازی شده است.

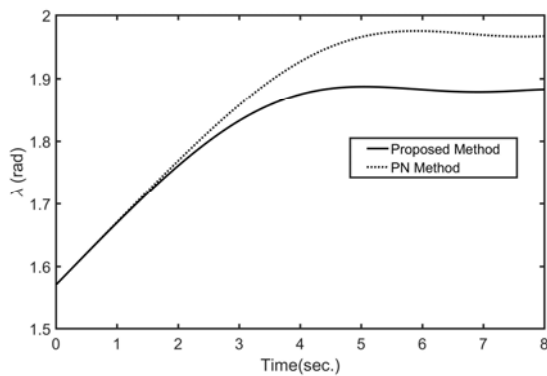
## نتایج شبیه‌سازی

در این بخش، برای شبیه‌سازی عددی، قوانین هدایت بدست آمده در معادله دیفرانسیل غیر خطی زیر استفاده می‌شود:

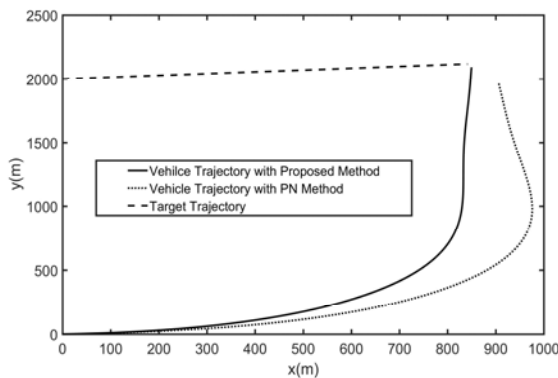
$$\begin{cases} \dot{r} = V_T \cos(\lambda - \varphi_T) - V_M \cos(\lambda - \varphi_M) \\ r\dot{\lambda} = -V_T \sin(\lambda - \varphi_T) + V_M \sin(\lambda - \varphi_M) \\ \dot{\varphi}_M = \frac{1}{V_M \cos(\lambda - \varphi_M)} u \end{cases} \quad (36)$$

برای حل عددی معادله دیفرانسیل تصادفی حاکم بر سیستم هدایت، زمان انتگرال‌گیری ۱۰ میلی‌ثانیه، زمان شبیه‌سازی ۸ ثانیه و روش رانگ کوتا برای این معادله دیفرانسیل غیرخطی انتخاب حل است. دینامیک جسم مرتبه اول بوده و ثابت زمانی آن، ۴ دهم ثانیه است. سیستم هدایت با قانون هدایت پیشنهادی (۲۴) شبیه‌سازی شده است و نتایج با قانون هدایت (۱۱) مقایسه شده است.

در دستگاه مختصات اینرسی، هدف با سرعت ثابت  $V_T = 100$  متر بر ثانیه و با زاویه ثابت  $\varphi_T = 8$  درجه در حرکت است. همچنین، جسم دارای سرعت ثابت  $V_M = 300$  بوده و شرط اولیه زاویه جسم  $\varphi_M(0) = 5$  درجه است. شرایط اولیه فاصله نسبی



شکل ۷- زاویه خط دید جسم با هدف



شکل ۸- مسیر حرکت جسم و هدف

از نتایج دیده می‌شود که اختلاف به وجود آمده در تغییرات زاویه خط دید، سرعت نزدیک‌شوندگی و زاویه جسم قابل توجه بوده و چنین تفاوتی به دلیل اثر نویزهای اندازه‌گیری در سیستم هدایت می‌باشد. در شکل (۸)، مسیر حرکت جسم و هدف در دستگاه مختصات دو بعدی، با به کارگیری قوانین هدایت تناسبی و پیشنهادی نشان داده شده است. در شکل (۱)، مبدا دستگاه مختصات اینرسی، مکان اولیه جسم انتخاب شده است. پس داریم:

$$y_M(0) = 0, x_M(0) = 0$$

پس موقعیت اولیه هدف، در دستگاه اینرسی به صورت زیر می‌باشد:

$$x_T(0) = r(0) \cos \lambda(0) \approx 0 \quad (38)$$

$$y_T(0) = r(0) \sin \lambda(0) \approx 2000$$

در نتیجه مختصات لحظه ای جسم از رابطه زیر تعیین می‌شود:

$$x_M(t) = V_M \int_0^t \cos \varphi_M(\tau) d\tau \quad (39)$$

$$y_M(t) = V_M \int_0^t \sin \varphi_M(\tau) d\tau$$

مختصات لحظه‌ای هدف با رابطه زیر می‌تواند بیان گردد:

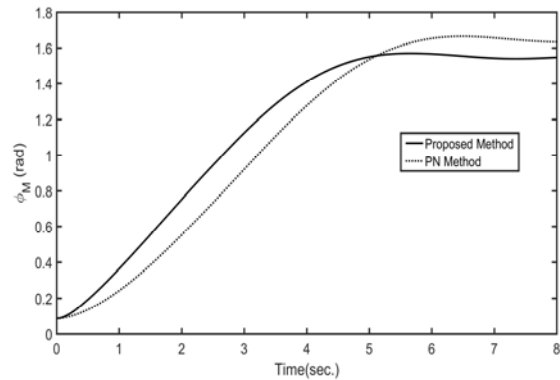
$$x_T(t) = x_T(0) + tV_T \cos \varphi_T = 99.03t$$

$$y_T(t) = y_T(0) + tV_T \sin \varphi_T = 2000 + 13.92t \quad (40)$$

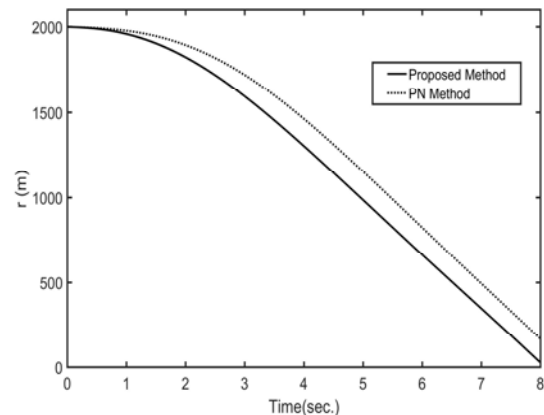
با توجه به رابطه (۳)، بیشترین مقدار نرخ زاویه خط دید  $\dot{\lambda}(0)$  به صورت رابطه (۳۷) به دست می‌آید:

$$\dot{\lambda}(0) = \frac{V_M \sin(\lambda(0) - \varphi_M(0)) - V_T \sin(\lambda(0) - \varphi_T)}{r(0)} = 0.0999 \quad (37)$$

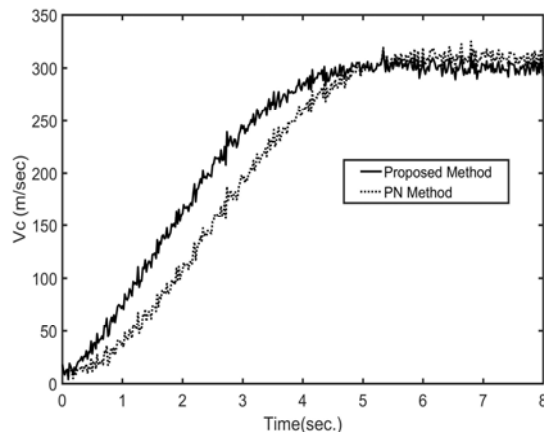
بنابراین در شبیه‌سازی عددی سیستم هدایت، اگر فاصله نسبی اولیه عدد بزرگی انتخاب شود آن وقت نرخ زاویه خط دید مقدار کوچکی بدست می‌آید.



شکل ۹- تغییرات زاویه جسم  $\varphi_M(t)$



شکل ۱۰- فاصله نسبی جسم با هدف  $r(t)$



شکل ۱۱- تغییرات سرعت نزدیک‌شوندگی جسم به هدف



**جدول ۲- مقایسه خطای نهایی بر حسب فاصله نسبی اولیه**

فاصله نسبی اولیه $r(0)$	هدایت تناسبی	هدایت پیشنهادی
۱۹۸۰	۱۸۴/۴۶	۸/۳۵
۱۹۹۰	۱۵۳/۶۱	۱۵/۲۱
۲۰۰۰	۱۶۵/۲۵	۲۶/۳۸
۲۰۱۰	۱۷۶/۷۵	۳۱/۳۲
۲۰۲۰	۱۸۹/۷۲	۴۰/۲۳

**جدول ۳- مقایسه خطای نهایی بر حسب زاویه خط دید اولیه (درجه)**

زاویه خط دید اولیه $\lambda(0)$	هدایت تناسبی	هدایت پیشنهادی
۸۹	۱۵۸/۳۲	۵/۳۶
۹۰	۱۶۵/۲۵	۲۶/۳۸
۹۱	۱۸۵/۱۲	۳۵/۲۱
۹۲	۱۹۸/۲۴	۴۸/۸۵

از جدول (۳) دیده می‌شود سیستم هدایت نسبت به زاویه خط دید اولیه حساسیت قابل توجه‌ای دارد. اما الگوریتم هدایت پیشنهادی دارای عملکرد قابل قبولی است. در نهایت، مطابق جدول (۴)، با تغییر در زاویه اولیه جسم، خطای نهایی سیستم هدایت تعیین می‌شود.

**جدول ۴- مقایسه خطای نهایی بر حسب زاویه اولیه جسم (درجه)**

زاویه اولیه جسم $\varphi_M(0)$	هدایت تناسبی	هدایت پیشنهادی
۷	۱۸۹/۲۱	۳۵/۸۷
۶	۱۸۲/۵۴	۲۹/۳۲
۵	۱۶۵/۲۵	۲۶/۳۸
۴	۱۶۰/۲۷	۱۵/۶۱
۳	۱۵۴/۳۶	۱۰/۲۷

از نتایج شبیه‌سازی در جدول‌های (۲) تا (۴)، دیده می‌شود قانون هدایت پیشنهادی دارای خطای نهایی و حساسیت کمتری در مقایسه با قانون هدایت تناسبی می‌باشد. در سیستم‌های هدایت، در مقایسه با سایر نوپز های اندازه‌گیری، نوپز اندازه‌گیری در نرخ زاویه خط دید تأثیر بیشتری بر عملکرد سیستم هدایت می‌گذارد. فاصله از دست‌دهی به ازای تغییر در انحراف معیار نوپز نرخ زاویه خط دید تعیین شده و در جدول (۵) نشان داده شده است.

با به کارگیری قانون هدایت پیشنهادی بهبود عملکرد سیستم هدایت را در شکل (۸) می‌توان دید. محدوده پایداری حلقه هدایت، بر حسب پارامترهای سیستم هدایت و واریانس نوپزهای اندازه‌گیری در جدول (۱) نشان داده شده است. در مقایسه با قانون هدایت موجود، دیده می‌شود که با قانون هدایت پیشنهادی در محدوده تغییرات بزرگ‌تری حلقه هدایت می‌تواند پایدار شود.

**جدول ۱- محدوده پایداری بر حسب پارامترها و انحراف معیار نوپز**

محدوده پایداری حلقه هدایت	هدایت تناسبی	هدایت پیشنهادی
انحراف معیار نوپز سرعت نزدیک‌شوندگی (متر بر ثانیه)	۳۵	۵۶
انحراف معیار نوپز شتاب هدف (متر بر مجذور ثانیه)	۲/۵۶	۴/۳۶
انحراف معیار نوپز تغییرات زاویه خط دید (رادیان بر ثانیه)	۰/۱۲	۰/۱۹
ثابت زمانی دینامیک جسم (ثانیه)	۶/۵۴	۹/۲۶

در سیستم هدایت با افزایش ثابت ناوبری  $N$ ، پایداری حلقه هدایت افزایش می‌یابد. در شبیه‌سازی عددی، به منظور پایدار شدن حلقه هدایت، برای ثابت ناوبری کمترین مقدار ۲/۱۸ بدست آمد. با مشاهده نتایج بدست آمده، دیده می‌شود برای داشتن عملکرد بهتر بایستی ماهیت سیگنال‌های تصادفی نیز در قانون هدایت در نظر گرفته شود. در شکل (۵)، خطای فاصله از دست‌دهی با وجود نوپز اندازه‌گیری دیده می‌شود. طبیعی است که با افزایش واریانس نوپز اندازه‌گیری، زمان رسیدن جسم با هدف نیز افزایش می‌یابد.

بنابراین افزایش واریانس نوپز اندازه‌گیری باعث ایجاد خطا در فاصله از دست‌دهی جسم<sup>۷</sup> از هدف می‌گردد. حساسیت عملکرد سیستم هدایت را می‌توان نسبت به شرایط اولیه سیستم هدایت بررسی شود. برای شبیه‌سازی سیستم هدایت، سه شرط اولیه  $r(0)$ ،  $\lambda(0)$  و  $\varphi_M(0)$  وجود دارد. در ادامه حساسیت سیستم هدایت نسبت به شرایط اولیه آن بررسی می‌شود. بدین منظور ابتدا در جدول (۲)، فاصله اولیه جسم هدف  $r(0)$  تغییر داده شده است و خطای ایجاد شده در فاصله نهایی تعیین می‌شود. سپس زاویه خط دید اولیه تغییر داده شده و اثر آن در خطای نهایی، مطابق جدول (۳) بدست می‌آید.

7. Miss distance

## مراجع

- [1] G. M. Siouris, *Missile guidance and control systems*: Springer 2006.
- [2] P. Zarchan, *Tactical and strategic missile guidance*, 5 ed.: American Institute of Aeronautics and Astronautics, 2007.
- [3] C.-D. Yang and H.-Y. Chen, "Nonlinear  $H_\infty$  Robust Guidance Law for Homing Missiles," *Journal of Guidance Control and Dynamics*, vol. 2, pp. 882-89, 1998.
- [4] R. Yanushevsky and W. Boord, "Lyapunov approach to guidance laws design," *Nonlinear Analysis: Theory, Methods and Application*, vol. 63, pp. 743-749, 2005.
- [5] V. Behnamgo, A. Val and A. Mohammad, "A New Backstepping Sliding Mode Guidance Law Considering Control Loop Dynamics," *Journal of Space Science and Technology*, vol. 8, pp. 9-17, 2016.
- [6] J. Moon, K. Kim and Y. Kim, "Design of missile guidance law via variable structure control," *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, vol. 24, pp. 659-664, 2001.
- [7] J. G. Guo, F.-Q. Zhou and J. Zhou, "Variable Structure Terminal Guidance Law Based on Zero Miss-distance," *Yuhang Xuebao/ Journal of Astronautics*, vol. 26, pp. 152-15, 2005.
- [8] I. J. Ha and S. Chon, "Design of a CLOS guidance law via feedback linearization," *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, vol. 28, pp. 51-63, 1992.
- [9] C. D'Souza, "An optimal guidance law for planetary landing," presented at the Guidance, Navigation and Control Conference, 1997.
- [10] G. Nazarov, "An optimal terminal guidance law," *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 21, pp. 407-408, 1976.
- [11] D. Chwa and J. Y. Choi, "Adaptive nonlinear guidance law considering control loop dynamics," *IEEE Trans. on Aerospace and Electronic Systems*, vol. 39, pp. 1134-1143, 2003.
- [12] C.-S. Shieh, "Tunable  $H_\infty$  robust guidance law for homing missiles," *IEE Proceedings-Control Theory and Applications*, vol. 151, pp. 103-107, 2004.
- [13] C.-L. Lin and Y.-Y. Chen, "Design of fuzzy logic guidance law against high-speed target," *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, vol. 23, pp. 17-25, 2000.
- [14] T. Binazadeh, M. H. Shafiei, and E. Bazregarzadeh, "New Approach in Guidance Law Design Based on Finite-Time Partial Stability Theorem," *Journal of Space Science and Technology*, vol. 8, pp. 1-7, 2015.
- [15] I. Mohammadzaman and H. Momeni, "Short Time Stability Approach to Guidance Law Design," *Journal of Space Science and Technology*, vol. 3, pp. 37-44, 2010.
- [16] D. Zhou, S. Sun, and K. L. Teo, "Guidance laws with finite time convergence," *Journal of guidance, control and dynamics*, vol. 32, pp. 1838-1846, 2009.

جدول ۵- خطا بر حسب انحراف معیار نویز در نرخ زاویه خط دید

انحراف معیار نویز نرخ زاویه خط دید	هدایت تناسبی	هدایت پیشنهادی
۰/۰۰۲	۱۶۱/۰۵	۲۵/۹۵
۰/۰۰۵	۱۶۵/۲۵	۲۶/۳۸
۰/۰۱	۱۷۹/۲۴	۳۲/۴۵
۰/۰۵	۱۸۵/۰۱	۳۶/۴۷

در جدول (۵)، انحراف معیار نویز نرخ زاویه خط دید بر حسب رادیان بر ثانیه و فاصله از دست دهی بر حسب متر می‌باشد. فرض شده است اندازه‌گیری‌های سرعت نزدیک‌شوندگی و شتاب هدف بدون نویز بوده و فقط اثر نویز اندازه‌گیری در نرخ زاویه خط دید در شبیه‌سازی لحاظ شده است. در این مثال نشان داده شد که اگر قانون هدایت موجود به طریق مناسبی اصلاح گردد آن وقت سیستم هدایت می‌تواند در مقابل نویز اندازه‌گیری پاسخ قابل قبولی داشته باشد. بنابراین بهبود عملکرد سیستم هدایت با به کار بردن روش هدایت پیشنهادی در مقایسه با روش موجود نشان داده شد.

## نتیجه‌گیری و پیشنهادها

در قوانین هدایت مبتنی بر زاویه دید، شتاب هدف، تغییرات زاویه خط دید و سرعت نزدیک‌شوندگی جسم به هدف با سنسور مناسب اندازه‌گیری می‌شود. اگر کمیت‌های اندازه‌گیری شده، نویزی بوده و واریانس نویز نیز قابل توجه باشد آن وقت ممکن است بر پایداری و یا عملکرد حلقه هدایت اثر می‌گذارد. در این مقاله با در نظر گرفتن نویز، سیستم هدایت تحلیل شده و قانون هدایت مناسب برای آن انتخاب شد. اگر قانون هدایت بدست آمده در شرایط بدون نویز به طریق مناسبی اصلاح گردد می‌تواند اثر نویز در حلقه را کاهش و یا از بین ببرد. نتایج شبیه‌سازی، کارآمدی روش پیشنهادی را در مقایسه با روش موجود نشان می‌دهد. بنابراین برای رسیدن به این هدف، حجم محاسبات در قانون هدایت، اندکی افزایش می‌یابد و همچنین فاصله نسبی جسم از هدف، نیز بایستی در اختیار قانون هدایت پیشنهادی، قرار گیرد. پیشنهاد می‌شود فاصله نسبی جسم از هدف با توجه به سرعت نزدیک‌شوندگی، تخمین زده شود و نیاز به سنسور اضافی نباشد. در نظر گرفتن اشباع در عملگر باعث ناپایدار شدن حلقه هدایت می‌شود. در مطالعات آتی می‌توان خاصیت غیرخطی و اشباع در عملگرهای جسم<sup>۸</sup> را به صورت یک عبارت اصلاح کننده در قانون هدایت لحاظ نمود.

- [21] K. Ogata and Y. Yang, *Modern control engineering*, 5 ed. New Jersey: Upper Saddle River, 2010.
- [22] R. Khasminskii, *Stochastic stability of differential equations*, 2 ed.: Springer 2011.
- [23] S. Rubenthaler, "Numerical simulation of the solution of a stochastic differential equation driven by a Lévy process," *Stochastic processes and their applications*, vol. 103, pp.311-349, 2003.
- [24] H. Deng, M. Krstic and R. J. Williams, "Stabilization of stochastic nonlinear systems driven by noise of unknown covariance," *IEEE Transactions on automatic control*, vol. 46, pp. 1237-1253, 2001.
- [25] N. F. Palumbo, R. A. Blauwkamp and J. M. Lloyd, "Basic principles of homing guidance," *Johns Hopkins APL Technical Digest*, vol. 29, pp. 25-41, 2010.
- [17] V. Ghaffari, "Stability Analysis and Guidance Law Design with Finite-Time Stability Property in Presence of Measurement Noise," *Journal of Nonlinear Systems in Electrical Engineering*, vol. 4, pp. 97-110, 2018.
- [18] J. Deyst and C. F. Price, "Optimal stochastic guidance laws for tactical missiles," *Journal of Spacecraft and Rockets*, vol. 10, pp. 301-308, 1973.
- [19] A. Merz, "Stochastic guidance laws in satellite pursuit-evasion," *Computers and Mathematics with Applications*, vol. 13, pp. 151-156, 1987.
- [20] Y. Watanabe, E. N. Johnson, and A. J. Calise, "Stochastic guidance design for uav vision-based control applications," in *ALAA Guidance, Navigation and Control Conference*, 2008.