

Research Paper

Two-dimensional Numerical Simulation of Pyrolysis and Erosion in a Solid Rocket Motor Diverging-Converging Nozzle

Mohammad Razmjooei¹, Mohammad Shahbazi², and Fathollah Ommi^{3*}

1, 3. Department of Mechanical Engineering, Tarbiat Modares University, Tehran, IRAN

2. Department of Mechanical Engineering, Arak University, Arak, Iran

***fommi@modares.ac.ir**

This paper investigates the heat transfer and ablation thermal insulators in solid rocket motors. Therefore, by collecting and solving the thermal ablation equations, a computer program using MATLAB software is developed to predict the thermal response of insulators in different operating conditions and compare the performance of these insulators. The heat and mass transfer equations are considered in two dimensions in a solid body. We used the equations, finite volume method with implicit formulation for time dependency to solve equations. The reaction equation, written in the form of Arrhenius, is solved using the Runge-Kutta method, and the density and the flux of the gas produced at each step are obtained. Also, we represent a model for the rate of recession.

Keyword: Ablation, Insulation, Finite volume, Diverging-converging nozzle, Heat transfer, Non-orthogonal mesh, Over-relaxed method

1. M.Sc.

2. M. Sc.

3. Professor(Corresponding Author)

مقاله علمی - پژوهشی

شبیه‌سازی عددی دو بعدی پیرولیز و فرسایش در نازل همگرا-واگرای راکت سوخت جامد

محمد رزمجویی^۱، محمد شهبازی^۲ و فتح‌اله امی^{۳*}

۱- گروه مهندسی هوافضا، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه تربیت مدرس، تهران، ایران

۲- گروه مهندسی مکانیک، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه اراک، اراک، ایران

۳- گروه مهندسی هوافضا، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه تربیت مدرس و

رئیس پژوهشگاه هوافضا، وزارت علوم، تحقیقات و فناوری، تهران، ایران

*fommi@modares.ac.ir

این مقاله شامل گسسته‌سازی معادلات و تهیه یک برنامه کامپیوتری برای آنالیز جریان گاز در محفظه و نازل همگرا-واگرا با دیواره عایق فنانشونده می‌باشد. شرایط مرزی فرض شده در نازل کاملاً مشابه یک نازل واقعی می‌باشد. به این منظور ابتدا با روابط ریاضی مربوطه پروفیل نازل مخروطی و رانو طراحی شده است و برای حل جریان در نازل همگرا-واگرا از روش صریح مک کورمک استفاده شده است. معادلات انتقال حرارت و جرم در دو بعد در بدنه و عایق مورد نظر در نظر گرفته شده است. برای حل این معادلات از روش حجم محدود و از روش ضمنی برای وابستگی زمانی استفاده شده است. همچنین معادله تجزیه که به فرم آرنیوس نوشته شده با استفاده از رانگ-کوتای مرتبه ۴ حل شده و چگالی و شار جرمی گاز تولیدی در هر گام زمانی بدست آمده است. سپس در ادامه به بررسی فنانشوندگی در یک نازل همگرا-واگرای مخروطی در دو حالت متفاوت با و بدون فنانشودگی زغال پرداخته شده و نتایج با همدیگر مقایسه شده و برای حل مش غیرمتعامد در نازل همگرا-واگرا از روش Over-Relaxed استفاده شده است. در نهایت با در نظر گرفتن پروفیل نازل رانو برای یک موتور واقعی توزیع دما و چگالی بدست آمده است. نتایج شبیه‌سازی مورد نظر با تست تجربی انجام شده مقایسه شده است. که نتایج حاصله نشان از دقت قابل قبول کد نوشته شده در عایق کربن اپوکسی است.

واژه‌های کلیدی: فنانشودگی، عایق، حجم محدود، نازل همگرا-واگرا، انتقال حرارت، شبکه غیرمتعامد، روش Over-Relaxed

		علائم و اختصارات	
Δt	گام زمانی		
C	عدد کورانت	L_n	طول نازل
P, Q	توابع کنترلی	R_t	شعاع گلوگاه نازل
ρ	چگالی	V	سرعت
C_p	ظرفیت گرمای ویژه	T	دما
K	ضریب هدایت حرارتی		
\dot{m}_{pyr}	نرخ تولید گازهای پیرولیز		
Δh_{pyr}	گرمای پیرولیز		

۱- کارشناس ارشد

۲- کارشناس ارشد

۳- استاد (نویسنده مخاطب)

نازل و توزیع دما با زمان از روش‌های متفاوتی نظیر اختلاف محدود، المان محدود و حجم محدود دوبعدی برای آنتالیز انتقال حرارت گذرا استفاده کرد. با شروع به کار موتور، دماهای دیواره محفظه و نازل از بخش‌های داغ درونی که در معرض گازهای داغ قرار دارند به سمت بخش‌های بیرونی خنک‌تر انتقال می‌یابند. گاهی اوقات بخش‌های خارجی از محدوده دمای مجاز خود تجاوز کرده و متحمل خرابی می‌شوند. تحلیل سازه‌ای (تنش‌ها و کرنش‌ها) اجزای کلیدی موتور به خصوص نازل به تحلیل انتقال حرارت که دمای آن‌ها را معین می‌کند، وابسته است. این امر منجر به استفاده از مواد خاص با خواص فیزیکی وابسته به دما می‌شود. در طراحی باید افزایش حرارت و انبساط مختلف اجزاء مجاور لحاظ شود. به این ترتیب مواردی که در هنگام طراحی پوشش‌های محافظ حرارتی باید در نظر گرفت می‌توان به صورت زیر بیان نمود [۲]:

- تعیین مقدار شار حرارتی و زمان تأثیر آن‌ها بر المان‌ها سازه موتور
- تعیین لزوم استفاده از پوشش‌های حرارتی
- انتخاب نوع پوشش حرارتی المان‌های سازه
- تعیین ضخامت مواد محافظ حرارتی

به صورت تاریخی اولین دانشمندی که مطالعاتی در زمینه پدیده سایش و فناشوندگی انجام داده است، مربوط به اواخر دهه ۶۰ میلادی می‌باشد که بر اساس اولین مطالعات فون کارمن و لیز بنا نهاده شد [۳]. چانگ و همکارانش مقایسه‌ای بین نتایج حاصل از روش انتگرالی θ -مومنتوم و روش عددی اختلاف محدود در یک میدان با شار حرارتی غیر دائم انجام دادند [۴]. بلک‌ول به صورت یک‌بعدی فناشوندگی را در حالت دائم مورد بررسی قرار داد [۵]. فن^۴ فناشوندگی کامپوزیت سیلیکافنولیک را در شرایط شبه‌دائم در ناحیه جدایش جریان متلاطم مورد بررسی قرار داد و تأثیر مواد فناشونده بر جریان سیال و اندرکنش این دو نیز تا حدودی در محاسبات لحاظ شد [۶]. ذین^۵ با بکارگیری تبدیلات تشابهی، مدل فناشوندگی ساده‌ای را در حالت دائم و دوبعدی در ناحیه سکون در نظر گرفت و توانست نرخ فناشوندگی سپرهای حرارتی را بدست آورد [۷]. والبر با استفاده از روش انتگرالی، پدیده فناشوندگی را با فرض ثابت بودن خواص فیزیکی ماده فناشونده به صورت یک‌بعدی تحت شار متغییر با زمان مورد بررسی قرار داد [۸]. کوو و کسوانی به مطالعه سایش و خوردگی ترموشیمیایی نازل‌های کربن-کربن با در نظر گرفتن اثرات سینماتیک شیمیایی و پخش پرداخته‌اند. مدل آن‌ها شامل اثرات تجزیه پیشران، فشار محفظه، ناهمواری سطح

h_v	آنتالپی ماده دست‌نخورده
h_r	آنتالپی زغال
T_{ref}	دمای مرجع
M	عدد ماخ
ρ_{vi}	چگالی اولیه
ρ_{ri}	چگالی زغال
E_i/R	انرژی اکتیواسیون تجزیه
K_i	ثابت واکنش جزء
Δh_{abl}	گرمای فناشوندگی
T_g	دمای گازهای حاصل از احتراق
\dot{m}_r	نرخ جرمی زغال
h_g	ضریب انتقال حرارت
Pr	عدد پرانتل
D_t	قطر گلوگاه
C^*	سرعت مشخصه
μ	ویسکوزیته
Γ	کسر حجمی رزین

مقدمه

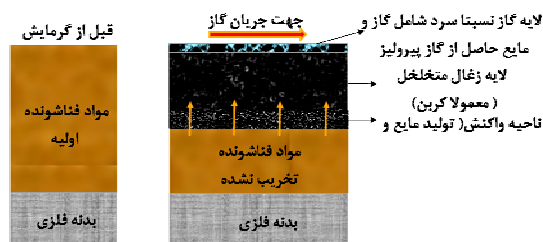
موتورهای راکت در حین کارکرد هرگز به تعادل حرارتی نمی‌رسند و دمای اجزای موتور افزایش پیوسته شار حرارتی را نشان می‌دهد. در یک طرح حرارتی خوب، موقعیت‌های بحرانی، لحظه‌ای پس از خاموشی موتور به حداکثر دمای مجاز می‌رسند. اجزای موتور به ویژه نازل برای تحمل تنش و کرنش ناشی از تغییرات حرارتی و بارها، باید دارای ظرفیت جذب و انتقال حرارت مناسب باشند. حداکثر دمای مجاز برای مواد موتور درست زیر دمایی است که تغییرات شدید در خصوصیت مواد رخ می‌دهد. از جمله این تغییرات عبارتند از: از دست دادن استحکام، ذوب‌شدن، بیش از حد نرم‌شدن، ترک خوردن، تجزیه گرمایی، از دست دادن چسبندگی و با سرعت و بیش از حد اکسید شدن. مدت کارکرد به نوع طراحی قطعات و جذب حرارتی و عایق بودن آن‌ها وابسته است. به عبارت دیگر هدف، طراحی اجزای موتور با مواد جاذب و عایق حرارت در موقعیت‌های مختلف درون محفظه و نازل است. به طوری که سازه‌ها و اتصالات در هنگام کار، تحت شرایط احتمالی درست عمل نمایند [۱].

خروجی با دمای بالای راکت سوخت جامد، به خصوص هنگامی که سوخت‌های فلزدار (متالیزه) به کار گرفته می‌شوند، برای سازه نازل یک حالت کاری فوق‌العاده محسوب می‌شود. انتخاب و به کارگیری عایق موردنظر کلیدی برای طراحی موفق محفظه و نازل راکت سوخت جامد است. با تخمین دماهای درون دیواره محفظه و

است. بخش اعظم ماده محافظ حرارتی که در عمل مورد استفاده قرار می‌گیرد از نوع پوشش‌های فعال می‌باشد، و از میان آن‌ها پوشش‌های فناشونده ترکیبی بالاترین جرم مخصوص را دارند. مواد فناشونده معمولاً ترکیبی از فیبرهای بسیار قوی آلی یا معدنی دما بالا هستند. یعنی شیشه با سلیکای بالا، آرامیدها (کلوار)، یا فیبرهای کربنی که با مواد پلاستیکی آلی همچون رزین-اپوکسی یا فنولی آغشته شده‌اند. این فیبرها ممکن است نوار یا رشته‌های تنها (در حالیکه با یک الگوی هندسی روی دستگاه چرخان قرار گرفته‌اند)، یا نوار یا پارچه بافته‌شده که همگی با رزین آغشته شده‌اند، باشند [۱۷].

مراحل فناشوندگی عایق‌های حرارتی

مراحل فناشوندگی ترکیبی است از ذوب شدن سطحی، تصعید، زغالی شدن، تبخیر، تجزیه در عمق و خنک‌کنندگی به صورت یک لایه‌ی نازک. همانگونه که در شکل (۱) نشان داده شده است، لایه‌های بالایی مواد فناشونده با تغییرات شیمیایی و فیزیکی جذب حرارت، دچار از دست دادن خواص، بر اثر گرمای درونی می‌شوند. در حالی که مقداری از ماده فناشونده تبخیر می‌شود (و برخی از مواد فناشونده یک فاز مایع غلیظ نیز دارند) ماده جامد متخلخل و به حد کافی ذغالی شده و برای حفظ هندسه پایه و یکنواختی سطح باقی می‌ماند. همزمان با شروع کار راکت مواد فناشونده همانند چاه حرارتی عمل می‌کنند ولی هدایت ضعیف موجب افزایش سریع دمای سطحی می‌شود. در دمای ۶۵۰ تا ۸۰۰ کلوین بعضی رزین‌ها شروع به تجزیه و تبدیل شدن به زغال (خلل و فرج‌دار) و گاز (حاصل از پیرولیز) می‌نمایند. با افزایش خوردگی زغال، این گازهای حاصله در حالی که از میان زغال در خلاف جهت جریان حرارتی عبور می‌کنند، در معرض فرآیند تجزیه و ترقیق بر اثر گرمای درونی قرار می‌گیرند. سپس این گازها یک لایه سطحی محافظ نسبتاً خنک و غنی از سوخت مصنوعی روی زغال شکل می‌دهند. از آنجاییکه زغال تقریباً به طور کامل از کربن تشکیل شده است و می‌تواند تا دمای ۳۵۰۰ درجه کلوین را تحمل کند لایه زغالی متخلخل موجب حفاظت سطح اصلی (ولی با یک بافت سطحی خشن) و شکل کلی می‌شود. زغال یک ماده ضعیف است که با برخورد مستقیم ذرات جامد موجود در گاز خراب یا خورده شده می‌شود [۱۸].

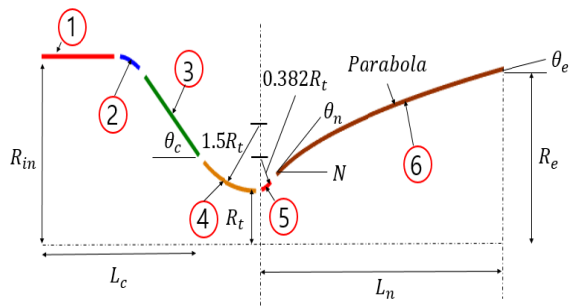


شکل ۱- نواحی مختلف در یک ماده فناشونده در خلال کارکرد موتور

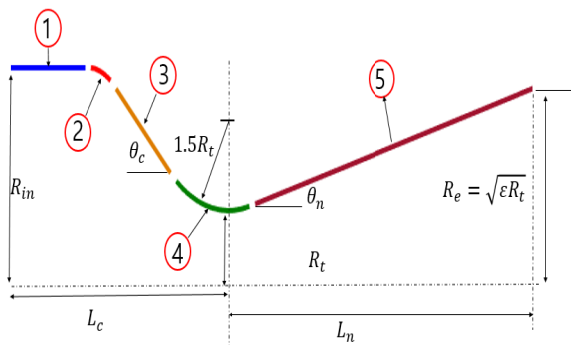
نازل و چگالی ترکیب کربن-کربن در رفتار فرورفتگی است [۹]. تاکره و یانگ یک قالب کاری تئوری- عددی جامع توسعه دادند که شامل جزئیات ترمودینامیکی-سیالاتی برای یک جریان واکنشی، واکنش‌های غیرمتناجس در سطح نازل است. آن‌ها رفتار سایش خوردگی را در مورد پیش‌ران‌های با و بدون روکش فلزی تحلیل نمودند و نتایج مدلشان را با داده‌های تجربی دقت‌سنجی نمودند [۱۰]. بیانچی و همکارانش یک شرایط مرزی سایش بر اساس تعادل شیمیایی غیرمتناجس را توسعه دادند [۱۱]. بیانچی و ناسوتی مدل سایش فناشوندگی نرخ محدود را به منظور تحلیل دو نازل موتور موشک سوخت جامد متعلق به دومین و سومین طبقه از پرتابگر وگا در ابعاد اصلی به کار بسته‌اند [۱۲]. رابز به مطالعه عددی رفتار مواد فناشونده در راکت‌های سوخت جامد در عایق سلیکاکافنولیک پرداخت [۱۳]. محمدیون و همکاران نیز با حل عددی معادلات حاکم بر مواد فناشونده برای عایق کربن- فنولیک پاسخگویی حرارتی این ماده را پیش‌بینی کردند [۱۴]. دهکردی به بررسی اثر نوع تقویت‌کننده بر خواص حرارتی عایق‌های فناشونده پرداخت و با انجام آزمایش‌های گسترده، خواص و پارامترهای اصلی مانند خاصیت فناشوندگی و خواص گرمایی فیزیکی را بدست آورد. [۱۵] بنابراین این تحقیق یک برنامه کامپیوتری جامع به صورت دوبعدی در محفظه و نازل راکت سوخت جامد با دقت بالا برای شبیه‌سازی عایق‌های فناشونده زغال‌ساز ارائه شده است، که می‌توان انواع عایق‌های فناشونده را با داشتن مشخصات ورودی عایق‌ها به خوبی مورد تحلیل حرارتی قرار داد و کارکرد این نوع عایق‌ها را برای استفاده در راکت‌های سوخت جامد مورد بررسی قرار داد. با توجه به نیاز صنایع نظامی در داخل کشور این پژوهش می‌تواند به تحلیل حرارتی عایق‌های فناشونده بسیار کمک کند.

انواع مواد محافظ حرارتی و چگونگی عملکرد این مواد

تمام مواد محافظ حرارتی قابل استفاده را می‌توان به دو گروه بزرگ فعال و غیرفعال تقسیم کرد. مواد غیرفعال به موادی گفته می‌شود که در تمام دوره کارکرد، شکل هندسی اولیه خود را بدون هیچ‌گونه تغییری حفظ می‌کنند. این مواد ظرفیت حرارتی بالا و دمای فعال‌سازی (تخریب) زیادی دارند. از این مواد در المان‌های سازه‌ای موتور به ویژه در بلوک نازل و اطراف گلوگاه آن استفاده می‌شود. از جمله مواد این گروه می‌توان به مواد دیرگداز، گرافیت‌ها، اکسیدهای یک سری از فلزات، بورها، نیتريد‌ها، کربیدها و زیرکونات‌های یک سری از فلزات اشاره کرد [۱۶]. اما پوشش‌های فعال به موادی گفته می‌شود که کارکرد آن‌ها با تخریب آن‌ها توأم



شکل ۲- پروفیل طراحی نازل راتو [۲۰]



شکل ۳- پروفیل طراحی نازل مخروطی [۲۰]

همچنین طراحی نازل مخروطی شامل دو منحنی اصلی است، یک منحنی همگرا و یک منحنی مستقیم‌الخط با زاویه انحراف θ_n . شماتیک کلی این نوع نازل نیز با در نظر گرفتن ۳ منحنی دیگر در شکل (۳) نشان داده شده است [۲۰].

معادلات حاکم بر جریان داخلی درون نازل همگرا-واگرا

معادلات اصلی برای جریان تراکم‌پذیر و غیرویسکوز معادلات اولر هستند. معادلات پیوستگی، مومنتوم و انرژی معادلات حاکم بر جریان سیال درون نازل می‌باشند. در اینجا معادلات به صورت شبه-یک‌بعدی فرض شده است، در بیشتر موارد، بهتر است تمامی پارامترها به صورت بدون بعد نوشته شوند که مقادیر آن می‌تواند بین صفر و ۱ متغیر باشد که این کار سبب ساده‌تر شدن معادلات می‌شود. پارامترهای بدون بعد استفاده شده در این مقاله به صورت زیر می‌باشند.

$$T' = \frac{T}{T_0}; \rho' = \frac{\rho}{\rho_0}; x' = \frac{x}{L}; V' = \frac{V}{a_0}$$

$$t' = \frac{t}{L/a_0}; A' = \frac{A}{A^*}; P' = \frac{P}{P_0}; a_0 = \sqrt{\gamma RT_0}$$

بنابراین با در نظر گرفتن اعداد بدون بعد بالا می‌توان معادلات

حاکم را به صورت زیر اصلاح نمود [۲۱]:

قطعات فناشونده یا به وسیله ریخته‌گری فشار بالا (تقریباً ۵۵ تا ۶۹ مگاپاسکال و در ۱۴۹ درجه سانتی‌گراد) یا به کمک روش نواریچی دور یک میله شکل‌یافته (مندرل) که به دنبال آن فرآیند اتوکلاوکیورینگ در فشار ۶.۹ تا ۱۳.۸ مگاپاسکال و دمای ۱۴۹ درجه سانتی‌گراد انجام می‌گیرد، ساخته می‌شوند. نواریچی یک روش متداول برای ساخت نازل‌های بسیار بزرگ است. عملیات پیچش معمولاً شامل گرم کردن مندرل (تقریباً ۵۴ درجه سانتی-گراد)، گرم کردن نوار و رزین (۶۶ تا ۱۲۰ درجه سانتی‌گراد)، پیچاندن نوار فیبری با فشار و هم‌زمان تزریق رزین در محل (تقریباً ۳۵۰۰۰ نیوتن بر متر) و حفظ سرعت چرخش، استحکام نوار، جهت‌دهی پیچش و سرعت جریان رزین می‌باشد [۱۸].

معمولاً خواص مکانیکی ماده فناشونده کیور شده و همچنین دوام آن در طی عملکرد راکت، دقیقاً با چگالی ماده کیور شده مرتبط است. در محدوده چگالی بهینه، معمولاً چگالی کم به معنای ضعف پیوند لایه‌های تقویت‌کننده، تخلخل بالا، استحکام کم و نرخ فرسایش زیاد است [۱۸].

معادلات حاکم و مدل‌سازی سیستم مورد

مطالعه تعیین بارهای حرارتی بر روی المان‌های سازه‌ی موتور موشک

تأثیر حرارتی محصولات حاصل از احتراق سوخت جامد بر سازه موتور با سه روش اصلی همرفتی (جابه‌جایی)، تشعشی و هدایتی است. مقدار شار حرارتی جابه‌جایی اساساً به میزان سرعت‌های حرکت محصولات حاصل از احتراق بستگی دارد. به این منظور ابتدا به بررسی معادلات مربوط به طراحی نازل می‌پردازیم، سپس با استفاده از معادلات حاکم بر جریان داخلی درون نازل همگرا-واگرا خواص ترمودینامیکی گاز درون نازل را بدست می‌آوریم [۱۹].

طراحی پروفیل نازل همگرا-واگرا

طراحی نازل راتو شامل سه منحنی اصلی می‌باشد، یک منحنی همگرا، یک منحنی واگرا و یک منحنی پارابولیک. که در این بررسی ۳ منحنی دیگر نیز به آن اضافه شده است، که شامل یک خط شیب‌دار قبل از منحنی همگرا با زاویه θ_c به این صورت که نقطه پایانی منحنی همگرا به نقطه شروع منحنی واگرا متصل می‌شود. همچنین منحنی واگرا و منحنی پارابولیک در نقطه خمیده به همدیگر متصل می‌شوند. شیب منحنی پارابولیک بر زاویه انحنای (inflection) مماس است، بنابراین θ_n زاویه‌ی بین تقاطع منحنی پارابولیک و منحنی واگراست. شکل (۲) شماتیک طراحی نازل راتو را به همراه پارامترهای طراحی نشان می‌دهد [۲۰].

$$\left(\frac{\partial \rho'}{\partial t'}\right)_i^{t+\Delta t} = -\rho_i^{n+\Delta t} \frac{(V_i^{n+\Delta t} - V_{i-1}^{n+\Delta t})}{\Delta x} - \bar{\rho}_i^{n+\Delta t} V_i^{n+\Delta t} \frac{(\ln A'_i - \ln A'_{i-1})}{\Delta x} - V_i^{n+\Delta t} \frac{(\rho_i^{n+\Delta t} - \rho_{i-1}^{n+\Delta t})}{\Delta x} \quad (8)$$

$$\left(\frac{\partial V'}{\partial t'}\right)_i^{t+\Delta t} = -V_i^{n+\Delta t} \frac{(V_i^{n+\Delta t} - V_{i-1}^{n+\Delta t})}{\Delta x} - \frac{1}{\gamma} \left(\frac{T_i^{n+\Delta t} - T_{i-1}^{n+\Delta t}}{\Delta x} \right) - \frac{1}{\gamma} \left(\frac{T_i^{n+\Delta t} - T_{i-1}^{n+\Delta t}}{\Delta x} \right) - \frac{1}{\gamma} \left(\frac{T_i^{n+\Delta t} - T_{i-1}^{n+\Delta t}}{\Delta x} \right) \quad (9)$$

$$\left(\frac{\partial T'}{\partial t'}\right)_i^{t+\Delta t} = -V_i^{n+\Delta t} \frac{(T_i^{n+\Delta t} - T_{i-1}^{n+\Delta t})}{\Delta x} - (\gamma - 1) T_i^{n+\Delta t} \left(\frac{V_i^{n+\Delta t} - V_{i-1}^{n+\Delta t}}{\Delta x} + V_i^{n+\Delta t} \frac{(\ln A'_i - \ln A'_{i-1})}{\Delta x} \right) \quad (10)$$

مقادیر میانگین برای مشتق‌های اصلاح شده به صورت زیر می‌شود.

$$\left(\frac{\partial \rho'}{\partial t'}\right)_{av} = 0.5 \left[\left(\frac{\partial \rho'}{\partial t'}\right)_i^t + \left(\frac{\partial \rho'}{\partial t'}\right)_i^{t+\Delta t} \right] \quad (11)$$

$$\left(\frac{\partial V'}{\partial t'}\right)_{av} = 0.5 \left[\left(\frac{\partial V'}{\partial t'}\right)_i^t + \left(\frac{\partial V'}{\partial t'}\right)_i^{t+\Delta t} \right] \quad (12)$$

$$\left(\frac{\partial T'}{\partial t'}\right)_{av} = 0.5 \left[\left(\frac{\partial T'}{\partial t'}\right)_i^t + \left(\frac{\partial T'}{\partial t'}\right)_i^{t+\Delta t} \right] \quad (13)$$

در نهایت متغیرهای اصلاح شده جریان به صورت زیر بیان می‌شوند.

$$\rho_i^{n+\Delta t} = \rho_i^n + \left(\frac{\partial \rho'}{\partial t'}\right)_{av} \Delta t$$

$$V_i^{n+\Delta t} = V_i^n + \left(\frac{\partial V'}{\partial t'}\right)_{av} \Delta t \quad (14)$$

$$T_i^{n+\Delta t} = T_i^n + \left(\frac{\partial T'}{\partial t'}\right)_{av} \Delta t$$

همچنین گام زمانی با استفاده از رابطه (۱۵) بدست می‌آید.

$$(\Delta t)_i^t = C \frac{\Delta x}{a_i^t + V_i^t} \quad (15)$$

$$\Delta t = \text{minimum}(\Delta t_1^t, \Delta t_2^t, \Delta t_3^t, \dots, \Delta t_N^t)$$

بنابراین گام زمانی با استفاده از مینیمم مقدار گام زمانی در هر

گره بدست می‌آید [۲۱].

• معادله پیوستگی

$$\frac{\partial \rho'}{\partial t'} = -\rho' \frac{\partial V'}{\partial x'} - \rho' V' \frac{\partial (\ln A')}{\partial x'} - V' \frac{\partial \rho'}{\partial x'} \quad (1)$$

• معادله موتوم

$$\frac{\partial V'}{\partial t'} = -V' \frac{\partial V'}{\partial x'} - \frac{1}{\gamma} \left(\frac{\partial T'}{\partial x'} + \frac{T'}{\rho'} \frac{\partial \rho'}{\partial x'} \right) \quad (2)$$

• معادله انرژی

$$\frac{\partial T'}{\partial t'} = -V' \frac{\partial T'}{\partial x'} - (\gamma - 1) T' \left(\frac{\partial V'}{\partial x'} + V' \frac{\partial (\ln A')}{\partial x'} \right) \quad (3)$$

روش صریح مک کورمک

روش مک-کورمک انتگرال زمانی را در دو مرحله پیش‌بینی کننده و تصحیح کننده انجام می‌دهد. فرمول‌های پیش‌بینی کننده با استفاده از روش‌های تفاضل محدود به صورت زیر بیان می‌شود [۲۱].

$$\left(\frac{\partial \rho'}{\partial t'}\right)_i^t = -\rho_i^n \frac{(V_{i+1}^n - V_i^n)}{\Delta x} - \rho_i^n V_i^n \frac{(\ln A'_{i+1} - \ln A'_i)}{\Delta x} - V_i^n \frac{(\rho_{i+1}^n - \rho_i^n)}{\Delta x} \quad (4)$$

$$\left(\frac{\partial V'}{\partial t'}\right)_i^t = -V_i^n \frac{(V_{i+1}^n - V_i^n)}{\Delta x} - \frac{1}{\gamma} \left(\frac{T_{i+1}^n - T_i^n}{\Delta x} - \frac{1}{\gamma} \frac{T_i^n}{\rho_i^n} \left(\frac{\rho_{i+1}^n - \rho_i^n}{\Delta x} \right) \right) \quad (5)$$

$$\left(\frac{\partial T'}{\partial t'}\right)_i^t = -V_i^n \frac{(T_{i+1}^n - T_i^n)}{\Delta x} - (\gamma - 1) T_i^n \left(\frac{V_{i+1}^n - V_i^n}{\Delta x} + V_i^n \frac{(\ln A'_{i+1} - \ln A'_i)}{\Delta x} \right) \quad (6)$$

با استفاده از روش مرتبه اول اولر می‌توان مقادیر توابع را در گام زمانی بعد به صورت زیر محاسبه کرد.

$$\bar{\rho}_i^{n+\Delta t} = \rho_i^n + \left(\frac{\partial \rho'}{\partial t'}\right)_i^t \Delta t$$

$$V_i^{n+\Delta t} = V_i^n + \left(\frac{\partial V'}{\partial t'}\right)_i^t \Delta t \quad (7)$$

$$T_i^{n+\Delta t} = T_i^n + \left(\frac{\partial T'}{\partial t'}\right)_i^t \Delta t$$

همچنین فرمول‌های اصلاح کننده با استفاده از روش تفاضل

محدود پسر به صورت زیر بدست می‌آید.

شرایط مرزی

در ورودی زیرصورت شرایط مرزی از روابط زیر بدست می‌آید:

$$\begin{aligned} V_1 &= 2V_2 - V_3 \\ \rho_1 &= 1 \\ T_1 &= 1 \end{aligned} \quad (۱۶)$$

اگر فرض شود جریان خروج از مخزن به صورت ایده‌آل است، مقادیر T_1 و V_1 به زمان بستگی ندارد. همچنین شرایط مرزی در خروجی مافوق صوت به صورت زیر بدست می‌آید [۲۲].

$$\begin{aligned} V_N &= 2V_{N-1} - V_{N-2} \\ \rho_N &= 2\rho_{N-1} - \rho_{N-2} \\ T_N &= 2T_{N-1} - T_{N-2} \end{aligned} \quad (۱۷)$$

روش شبکه‌بندی

شبکه مورد نظر، شبکه‌های ساخته شده با استفاده از معادلات دیفرانسیل بیضوی هستند، که در اصطلاح به آن‌ها شبکه‌های بیضوی می‌گویند. سیستم حاکم بر تولید شبکه‌های بیضوی (معادله پواسون) به صورت زیر است.

$$\begin{cases} \xi_{xx} + \xi_{yy} = P(\xi, \eta) \\ \eta_{xx} + \eta_{yy} = Q(\xi, \eta) \end{cases} \quad (۱۸)$$

می‌توان دو معادله بالا را به شکل زیر نوشت:

$$\begin{aligned} \alpha X_{\xi\xi} - 2\beta X_{\xi\eta} + \gamma X_{\eta\eta} &= -J^2 \\ (PX_{\xi} + QX_{\eta}) \\ \alpha Y_{\xi\xi} - 2\beta Y_{\xi\eta} + \gamma Y_{\eta\eta} &= -J^2 \\ (PY_{\xi} + QY_{\eta}) \end{aligned} \quad (۱۹)$$

برای حل معادلات بالا می‌توان از روش‌های تفاضل محدود استفاده نمود. پس از گسسته‌سازی معادلات و جایگذاری در معادله (۱۸) در نهایت دو معادله زیر بدست می‌آید.

$$\begin{aligned} x_{i,j} &= \left[\alpha(x_{i+1,j} + x_{i-1,j}) - \frac{\beta}{2}(x_{i+1,j+1} \right. \\ &\quad \left. - x_{i+1,j-1} - x_{i-1,j+1} - x_{i-1,j-1}) \right. \\ &\quad \left. + \gamma(x_{i,j+1} + x_{i,j-1}) + \frac{J^2}{2}(P(x_{i+1,j} + x_{i-1,j}) \right. \\ &\quad \left. + Q(x_{i,j+1} + x_{i,j-1})) \right] / 2(\alpha + \gamma) \end{aligned} \quad (۲۰)$$

$$\begin{aligned} y_{i,j} &= \left[\alpha(y_{i+1,j} + y_{i-1,j}) - \frac{\beta}{2}(y_{i+1,j+1} \right. \\ &\quad \left. - y_{i+1,j-1} - y_{i-1,j+1} - y_{i-1,j-1}) \right. \\ &\quad \left. + \gamma(y_{i,j+1} + y_{i,j-1}) + \frac{J^2}{2}(P(y_{i+1,j} + y_{i-1,j}) \right. \\ &\quad \left. + Q(y_{i,j+1} + y_{i,j-1})) \right] / 2(\alpha + \gamma) \end{aligned} \quad (۲۱)$$

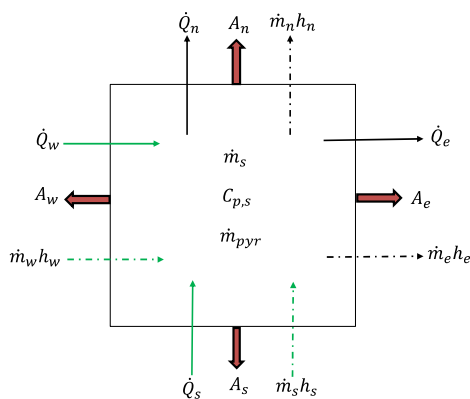
اگر توابع کنترلی در معادلات بالا را برابر صفر قرار دهیم ($P=Q=0$)، معادلات پواسون به معادلات لاپلاس تبدیل می‌شود. از روش تکرار خطی مضاعف برای حل معادلات به صورت عددی استفاده شده است. با اعمال این روش شبکه مورد نظر برای هندسه مورد نظر بدست می‌آید. با این روش می‌توان با داشتن پروفیل مورد نظر، مش یکنواخت با دقت بسیار خوبی بدست آورد هدف از این روش مش‌بندی بدنه نازل و عایق حرارتی مورد نظر برای حل معادلات حاکم می‌باشد [۲۳].

بایستگی انرژی برای حجم کنترل و تولید معادلات حاکم بر سیستم

به منظور کاربرد معادلات موازنه انرژی برای سیستم مورد مطالعه، ابتدا بایستگی یک المان حجمی در نظر گرفته شود. لذا یک سلول حجمی (غیر مرزی) بر اساس شکل (۴) در نظر گرفته شده است.

با در نظر گرفتن حجم کنترل در شکل (۴) فرضیات زیر در این مدل لحاظ شده است [۱۳].

- بین مواد جامد و گازهای حاصل از پیرولیز تعادل حرارتی وجود دارد، یعنی گازهای پیرولیز در حال گذر از ماده جامد با محیط ماده جامد هم‌دما فرض می‌شود.
- گازی در سلول حجمی تجمع پیدا نمی‌کند.
- گازهای ناشی از پیرولیز واکنش ناپذیرند.
- فشار در سراسر ماده فناشونده ثابت فرض شده است.
- شار جرمی تولید شده در خلاف جهت بردار شار حرارتی است.



شکل ۴- بایستگی انرژی برای یک حجم کنترل داخلی [۱۳]

فرم دیفرانسیلی معادله انرژی در حالت کلی در دو بعد را می‌توان به صورت زیر بیان کرد.

معادله انرژی:

$$\int_{CV} \left[\int_t^{t+\Delta t} \rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} dt \right] dV + \int_{CV} \left[\int_t^{t+\Delta t} (\bar{u} - h_p) \frac{\partial \rho}{\partial t} dt \right] dV + \int_t^{t+\Delta t} \left[(\rho u A h)_e (h_e - h_p) - (\rho u A h)_w (h_w - h_p) \right] dt + \int_t^{t+\Delta t} \left[(\rho u A h)_n (h_n - h_p) - (\rho u A h)_s (h_s - h_p) \right] dt = \rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho h u}{\partial x} + \frac{\partial \rho h v}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial x} \left(k \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(k \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \bar{S} \quad (22)$$

برای حل معادله بالا میزان شار جرمی گاز پیرولیز در هر سلول مورد نیاز است که از طریق معادله بقای جرم (پیوستگی) می تواند بدست آید:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho u}{\partial x} + \frac{\partial \rho v}{\partial y} = 0 \quad (23)$$

برای حل عددی معادله انرژی روش های متفاوتی اعم از المان محدود، حجم محدود و تفاضل محدود به کار می رود، در اینجا از روش حجم محدود برای گسسته سازی معادلات استفاده شده است، همچنین جهت جلوگیری از واگرایی جواب ها تابعیت زمانی با روش ضمنی در مدل سازی استفاده شده است [۱۳].

با گسسته سازی رابطه (۲۲) با روش حجم محدود، رابطه (۲۴) را نتیجه می دهد:

$$\int_{CV} \left[\int_t^{t+\Delta t} \rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} dt \right] dV + \int_{CV} \left[\int_t^{t+\Delta t} (\bar{u}) \frac{\partial \rho}{\partial t} dt \right] dV + \int_t^{t+\Delta t} \left[(\rho u A h)_e - (\rho u A h)_w \right] dt + \int_t^{t+\Delta t} \left[(\rho u A h)_n - (\rho u A h)_s \right] dt = \quad (24)$$

$$\int_t^{t+\Delta t} \left[\left(k A \frac{\partial T}{\partial x} \right)_e - \left(k A \frac{\partial T}{\partial x} \right)_w \right] dt + \int_t^{t+\Delta t} \left[\left(k A \frac{\partial T}{\partial y} \right)_n - \left(k A \frac{\partial T}{\partial y} \right)_s \right] dt + \int_t^{t+\Delta t} \int_{CV} \bar{S} dV dt$$

اکنون فرم دیفرانسیلی معادله انتقال جرم در دو بعد را در نظر می گیریم. ابتدا آنتالیپی دو طرف سلول در دو طرف معادله (۲۴) ضرب شده و سپس روش گسسته سازی حجم محدود برای آن به کار گرفته می شود:

$$\int_t^{t+\Delta t} \int_{CV} \frac{\partial \rho}{\partial t} dV dt + \int_t^{t+\Delta t} \int_{CV} (\rho u) dV dt + \int_t^{t+\Delta t} \int_{CV} (\rho v) dV dt = 0 \cdot h_p \int_{CV} \left[\int_t^{t+\Delta t} h_p \frac{\partial \rho}{\partial t} dt \right] dV + \int_t^{t+\Delta t} h_p \left[(\rho u A)_e - (\rho u A)_w \right] dt + \int_t^{t+\Delta t} h_p \left[(\rho u A)_n - (\rho u A)_s \right] dt = 0 \quad (25)$$

با کم کردن رابطه (۲۵) از معادله انرژی معادله (۲۶) حاصل می شود:

$$\int_t^{t+\Delta t} \left[(\rho u A h)_e (h_e - h_p) - (\rho u A h)_w (h_w - h_p) \right] dt + \int_t^{t+\Delta t} \left[(\rho u A h)_n (h_n - h_p) - (\rho u A h)_s (h_s - h_p) \right] dt = \int_t^{t+\Delta t} \left[\left(k A \frac{\partial T}{\partial x} \right)_e - \left(k A \frac{\partial T}{\partial x} \right)_w \right] dt + \int_t^{t+\Delta t} \left[\left(k A \frac{\partial T}{\partial y} \right)_n - \left(k A \frac{\partial T}{\partial y} \right)_s \right] dt + \int_t^{t+\Delta t} \int_{CV} \bar{S} dV dt$$

با فرض ثابت بودن فشار و در نظر گرفتن ظرفیت گرمایی ویژه داریم:

$$\begin{aligned} C_{p,g} (T_w - T_p) &= (h_w - h_p) \\ C_{p,g} (T_e - T_p) &= (h_e - h_p) \\ C_{p,g} (T_n - T_p) &= (h_n - h_p) \\ C_{p,g} (T_s - T_p) &= (h_s - h_p) \end{aligned} \quad (27)$$

همچنین مقدار گرمای پیرولیز با استفاده از رابطه زیر تعیین می شود:

$$\Delta h_{pyr} = (h_p - \bar{u}) \quad (28)$$

با جایگذاری معادله (۲۷) در معادله انرژی و با گسسته سازی بعد زمان به روش ضمنی و در نظر گرفتن روابط مربوط به ترم چشمه در نهایت رابطه زیر را نتیجه می دهد:

$$\begin{aligned} a_C T_C &= a_e T_E + a_w T_W + a_n T_N + a_s T_S \\ &+ \frac{\rho C_p \Delta V}{\Delta t} T_C^0 + \dot{m}_{pyr} \Delta h_{pyr} + S_u \end{aligned} \quad (29)$$

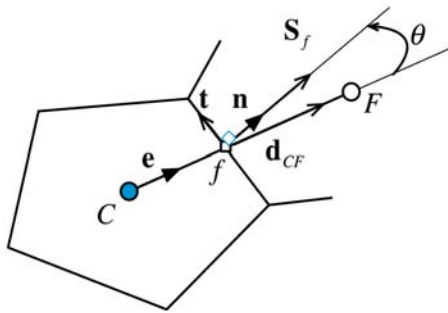
که در آن داریم:

$$\begin{aligned} a_C &= \left(\frac{\rho C_p \Delta V}{\Delta t} + a_e + a_w + a_n + a_s - S_p \right) \\ a_e &= \left(\frac{A_e}{R_{I,e}} + \max(0, -C_{p,g} \dot{m}_e) \right) \\ a_w &= \left(\frac{A_w}{R_{I,w}} + \max(0, -C_{p,g} \dot{m}_w) \right) \\ a_n &= \left(\frac{A_n}{R_{J,n}} + \max(0, -C_{p,g} \dot{m}_n) \right) \\ a_s &= \left(\frac{A_s}{R_{J,s}} + \max(0, -C_{p,g} \dot{m}_s) \right) \end{aligned} \quad (30)$$

$$\begin{aligned} \dot{m}_e &= (\rho u A)_e \\ \dot{m}_w &= (\rho u A)_w \\ \dot{m}_n &= (\rho u A)_n \\ \dot{m}_s &= (\rho u A)_s \end{aligned} \quad (36)$$

شبکه غیرمتعامد

در حالت قبل، شارها عمود بر سطح بودند، اما در حالت کلی شبکه‌های دارای انحنا یا شبکه‌های بی‌سازمان غیرمتعامد هستند. بنابراین بردار سطح S_f و برداری که مرکز دو سلول مجاور را به همدیگر وصل می‌کند CF در یک راستا قرار ندارند (مطابق شکل ۵).



شکل ۵- یک المان در سیستم مش غیرمتعامد [۲۵]

بنابراین در این حالت گرادیان عمود بر سطح نمی‌تواند به صورت تابعی از ϕ_C و ϕ_F نوشته شود. زیرا یک جزء در جهت عمود بر بردار CF دارد. این در حالی است که در مش متعامد در جهت عمود بر خط اتصال می‌باشد [۲۵].

$$(\nabla \phi \cdot n)_f = \left(\frac{\partial \phi}{\partial n} \right)_f = \frac{\phi_F - \phi_C}{\|r_F - r_C\|} = \frac{\phi_F - \phi_C}{d_{CF}} \quad (37)$$

از آنجاکه CF و n (بردار نرمال عمود بر سطح) هم‌راستا هستند، در مش‌های غیرمتعامد جهت گرادیان شامل ϕ_C و ϕ_F باید در امتداد خط بین دو نقطه C و F قرار بگیرد.

اگر e بیانگر بردار واحد در طول جهت تعیین شده توسط خط اتصال بین دو گره C و F باشد، می‌تواند به صورت زیر تعیین گردد.

$$e = \frac{r_F - r_C}{\|r_F - r_C\|} = \frac{d_{CF}}{d_{CF}} \quad (38)$$

بنابراین برای رسیدن به خطی‌سازی شار در شبکه‌های غیرمتعامد بردار سطح S_f می‌تواند به صورت جمع دو بردار E_f و T_f نوشته شود.

$$S_f = E_f + T_f \quad (39)$$

بنابراین می‌توان شار نفوذی را به صورت تابعی از مقادیر گره ϕ_C و ϕ_F نوشت.

همچنین نرخ تولید گازهای پیرولیز از ماده فناشونده به صورت

زیر تعریف می‌شود:

$$\dot{m}_{pyr} = \frac{(\rho_C - \rho_C^0) \Delta V}{\Delta t} \quad (31)$$

در رابطه (۲۹) Δh_{pyr} گرمای پیرولیز (تجزیه) در واحد جرم

گاز تولیدی و در دمای محلی است. و از رابطه زیر تعیین می‌شود:

$$\Delta h_{pyr} = h_{g,s} - \frac{(\rho_v h_v - \rho_r h_r)}{(\rho_v - \rho_r)} \quad (32)$$

در رابطه (۳۲) آنتالپی تشکیل ماده دست‌نخورده h_v و زغال

باقیمانده h_r در دمای مرجع به همراه اختلاف آنتالپی ویژه می‌تواند،

تعیین‌کننده آنتالپی در دماهای دیگر باشد. با فرض فشار ثابت در

ماده، اختلاف آنتالپی ویژه می‌تواند بر حسب ظرفیت گرمای ویژه و

اختلاف دما به صورت روابط زیر بیان شود [۲۴].

$$\begin{aligned} h_v &= h_v^0 + C_{p,v} (T_{eval} - T_{ref}) \\ h_r &= h_r^0 + C_{p,r} (T_{eval} - T_{ref}) \end{aligned} \quad (33)$$

شایان ذکر است که در این روابط یک متوسط هارمونیک

برای ضریب هدایت حرارتی به کار برده شده است که با R نمایش

داده شده است، و به صورت زیر تخمین زده می‌شود:

$$\begin{aligned} Q_e &= \left(k_e \frac{T_E - T_P}{\delta i_{PE}} \right) = \left(k_E \frac{T_E - T_e}{\delta i_{Ee}} \right) \\ &= \left(k_P \frac{T_e - T_P}{\delta i_{eP}} \right) \rightarrow \left(\frac{T_E - T_P}{R_{I,e}} \right) \end{aligned} \quad (34)$$

همچنین در این روابط برای تعیین گرادیان دما بر روی وجوه

حجم کنترل، یک توزیع تقریبی از خواص بین سلول‌های همسایه

بکار گرفته شده است. این تقریب در برخی شرایط می‌تواند منجر به

تولید جواب‌های ناپایدار و نوسانی شود. برای جلوگیری از رخداد

چنین پدیده‌هایی از طرح تفاضل بالادستی برای تعیین دما بر روی

وجوه مرزی سلول‌ها استفاده شده است، در نتیجه برای دماهای بر

روی وجه سلول با توجه به جهت جریان گازهای پیرولیز روابط زیر

نتیجه می‌شود:

$$\begin{aligned} u = positive &\Rightarrow T_e = T_P \text{ and } T_w = T_W \\ u = negative &\Rightarrow T_e = T_E \text{ and } T_w = T_P \\ u = positive &\Rightarrow T_n = T_P \text{ and } T_s = T_S \\ u = negative &\Rightarrow T_n = T_N \text{ and } T_s = T_P \end{aligned} \quad (35)$$

و نرخ جریان گرمای گازهای پیرولیز بر روی هر وجه سلول به

صورت زیر تعریف می‌شود.

به طور کلی برای مش‌های عمود بر هم e و n در یک راستا می‌باشند و زاویه θ در شکل (۵) برابر با صفر می‌باشد، بنابراین ترم cross-diffusion نیز صفر است. هنگامی که ترم cross diffusion صفر نباشد، از آنجا که نمی‌توان آن را به صورت تابعی از ϕ_C و ϕ_F نوشت، یک ترم منبع در معادله جبری هر المان ظاهر می‌شود. بردار سطح f کبه دو بردار E_f و T_f تقسیم می‌شود، بنابراین معادله جبری برای مش‌های غیرمتعامد به صورتی نوشته می‌شود، که شامل ترم خطی متعامد و ترم غیرخطی غیرمتعامد می‌باشد [۲۵].

همچنین $gDiff_f$ که ضریب دیفیوژن هندسی می‌باشد به صورت زیر تعریف می‌شود.

$$gDiff_f = \frac{E_f}{d_{CF}} \quad (۴۳)$$

با استفاده از معادلات بالا و فرم گسسته نهایی معادله دیفیوژن بر روی مش باسازمان و بی‌سازمان غیرمتعامد از رابطه زیر بدست می‌آید.

$$a_C \phi_C + \sum_{F \in NB(C)} a_F \phi_F = b_C \quad (۴۴)$$

که در آن داریم:

$$\begin{aligned} a_F &= Flux F_f = -\Gamma_f^\phi gDiff_f \\ a_C &= \sum_{f \in nb(C)} Flux C_f = - \sum_{f \in nb(C)} Flux F_f \\ &= \sum_{f \in nb(C)} \Gamma_f^\phi gDiff_f \\ b_C &= Q_C^\phi V_C - \sum_{f \in nb(C)} (Flux V_f) = Q_C^\phi + \\ &\sum_{f \in nb(C)} \left((\Gamma^\phi \nabla \phi)_f T_f \right) \end{aligned} \quad (۴۵)$$

با جایگذاری $\phi = T$ و $\Gamma = K$ در معادله (۴۵) و اصلاح تمام شارهای حرارتی در معادله (۳۰) معادله انتقال حرارت در شبکه‌های غیرمتعامد می‌تواند بدست آید. با این روش می‌توان معادلات را در حالتی که مش‌ها عمود بر همدیگر نباشد حل کرده و جواب‌های دقیق‌تری بدست آورد [۲۵].

حل معادله پیوستگی به کمک بردار جهت

فرض می‌شود که گاز حاصل از پیرولیز در مواد فناشونده در جهت عمود بر سطح سلول را ترک می‌کند. به دلیل اینکه سلول‌ها الزماً در جهت جریان گاز خروجی از سلول آرایش نیافته‌اند، جریان گاز بایستی بر اساس شکل (۷) در جهات مختلف بردارهای محوری i و j تجزیه شوند. معادله انتقال جرم به فرم دیفرانسیلی در رابطه (۴۶) ارائه شد. بنابراین با استفاده از روش حجم محدود، معادله انتقال جرم می‌تواند به صورت زیر نوشته شود.

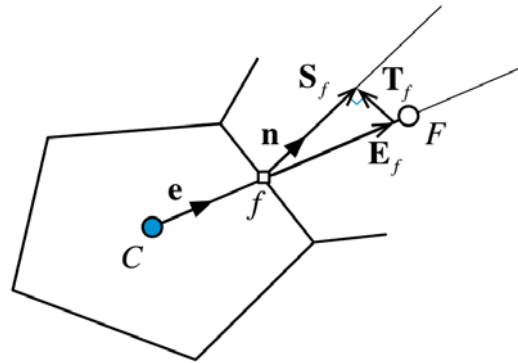
$$\begin{aligned} (\nabla \phi)_f \cdot S_f &= \underbrace{(\nabla \phi)_f \cdot E_f}_{\text{orthogonal-like contribution}} + \underbrace{(\nabla \phi)_f \cdot T}_{\text{non-orthogonal-like contribution}} \\ &= E_f \left(\frac{\partial \phi}{\partial e} \right)_f + (\nabla \phi)_f \cdot T_f \\ &= E_f \frac{\phi_F - \phi_C}{d_{CF}} + (\nabla \phi)_f \cdot T_f \end{aligned} \quad (۴۰)$$

ترم اول در سمت راست معادله (۴۰) همانند شبکه متعامد می‌باشد، در حالی که ترم دوم در سمت راست معادله دیفیوژن غیرمتعامد یا Cross diffusion نامیده می‌شود. که به دلیل غیرمتعامد بودن شبکه مورد نظر می‌باشد. به طور کلی روش‌های متفاوتی برای تجزیه S_f وجود دارد که عبارتند از: روش Minimum Correction، روش Orthogonal Correction و روش Over-Relaxed. به طور کلی تمام روش‌های گفته شده در بالا کاملاً صحیح هستند و تفاوت آن‌ها در دقت و پایداری روش مورد استفاده می‌باشد، از آنجاکه روش over-relaxed در شبکه‌های بسیار غیرمتعامد دقت خوبی دارد در اینجا از این روش استفاده شده است.

روش Over-Relaxed

با توجه به شکل (۶) در این روش بردار T_f عمود بر بردار S_f می‌باشد و E_f با استفاده از رابطه زیر تعیین می‌شود.

$$E_f = \left(\frac{S_f}{\cos \theta} \right) e = \left(\frac{S_f^3}{S_f \cos \theta} \right) e = \frac{S_f \cdot S_f}{e \cdot S_f} e \quad (۴۱)$$



شکل ۶- تجزیه بردار S_f با استفاده از روش [over-relaxed ۲۵]

در معادلات مربوطه ترمی که به سبب non-orthogonality معادلات اضافه می‌شود، cross-diffusion نامیده می‌شود و برای سه روش گفته شده به صورت زیر نوشته می‌شود.

$$\begin{aligned} (\nabla \phi)_f \cdot T_f &= (\nabla \phi)_f \cdot (S_f - E_f) = \\ &\begin{cases} (\nabla \phi)_f \cdot (n - \cos \theta e) S_f & \text{minimum correction} \\ (\nabla \phi)_f \cdot (n - e) S_f & \text{normal correction} \\ (\nabla \phi)_f \cdot \left(n - \frac{1}{\cos \theta} e \right) S_f & \text{over-relaxed} \end{cases} \end{aligned} \quad (۴۲)$$

$$|\beta_i| + |\beta_j| = 1 \quad (49)$$

بر اساس روابط فوق انتقال جرم برای یک حجم کنترلی توسط روابط زیر محاسبه می‌شود.

$$\begin{aligned} \dot{m}_{out} &= \alpha_2 \dot{m}_w - \alpha_1 \dot{m}_e + \alpha_4 \dot{m}_s - \alpha_3 \dot{m}_n \\ &- \dot{m}_{pyr} \\ \dot{m}_e &= \alpha_1 \dot{m}_e + \alpha_2 \beta_i \dot{m}_{out} \\ \dot{m}_w &= \alpha_2 \dot{m}_w + \alpha_1 \beta_i \dot{m}_{out} \\ \dot{m}_n &= \alpha_3 \dot{m}_n + \alpha_4 \beta_j \dot{m}_{out} \\ \dot{m}_s &= \alpha_4 \dot{m}_s + \alpha_3 \beta_j \dot{m}_{out} \end{aligned} \quad (50)$$

این روند حل برای هر سلول و با روش تکرار تا همگرایی جواب‌ها ادامه پیدا می‌کند و مقادیر نرخ جرمی گاز در هر وجه سلول محاسبه می‌شود [۱۳].

معادله تجزیه آرنیوس

در معادله پیوستگی، جهت دستیابی به شار جرمی گاز، محاسبه تغییر دانسیته نسبت به زمان لازم است. مقدار این ترم، به مدل انتخابی جهت تجزیه ترکیبات ارگانیک در عمق ماده فناشونده وابسته است. ترکیب شیمیایی زغال و گاز به درجه حرارت معادله واکنش بستگی دارد. اغلب محققان واکنش تجزیه را توسط یک معادله به فرم آرنیوس ارائه کرده‌اند. مدل ارائه شده توسط گلدستان، واکنش تجزیه را توسط سه معادله شبیه‌سازی می‌نماید که در آن دانسیته ترکیب با رابطه زیر بیان می‌شود [۲۶]:

$$\rho = \Gamma(\rho_A + \rho_B) + (1-\Gamma)\rho_C \quad (51)$$

که در آن $(\rho_A + \rho_B)$ دانسیته رزین و ρ_C دانسیته الیاف و Γ کسر حجمی رزین در ترکیب ماده فناشونده می‌باشد. با توجه به مشاهدات، اگر واکنش تجزیه در دو حالت A و B انجام گرفته باشد، خواهیم داشت:

$$\left. \frac{\partial \rho}{\partial t} \right|_{x,y} = \Gamma \left(\left. \frac{\partial \rho_A}{\partial t} + \frac{\partial \rho_B}{\partial t} \right) \right|_{x,y} + \quad (52)$$

$$(1-\Gamma) \left. \frac{\partial \rho_B}{\partial t} \right|_{x,y}$$

که در آن هر واکنش تجزیه، به فرم آرنیوس بیان می‌گردد:

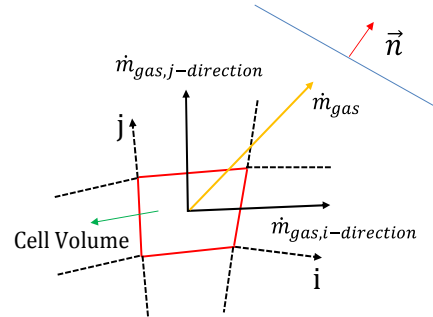
$$\left. \frac{\partial \rho_i}{\partial t} \right|_{x,y} = -k_i \rho_{Vi} \left(\frac{\rho_{Vi} - \rho_i}{\rho_{Vi}} \right)^{m_i} e^{\frac{E_i}{RT}} \quad (53)$$

$$= g(t, \rho) \quad i = A, B, C$$

در معادله فوق ρ_{Vi} و ρ_{ri} به ترتیب چگالی اولیه و نهایی هر جزء می‌باشد. انرژی اکتیواسیون تجزیه و K_i ثابت واکنش جزء هر جزء ترکیبی می‌باشد.

$$\begin{aligned} \dot{m}_{pyr} + (\rho A)_e - (\rho A)_w + (\rho A)_n \\ - (\rho A)_s = 0 \end{aligned} \quad (46)$$

در این رابطه \dot{m}_{pyr} گاز پیرولیزی است که سلول را ترک می‌کند (مقدار آن منفی است).



شکل ۷- تجزیه بردار جهت گاز پیرولیز به مؤلفه‌های محوری i و j

در این تحقیق به جای استفاده از ابزار کنترل‌کننده‌ی جریان مانند فشار از بردارهای جهت استفاده شده است. با فرض اینکه در سلول تجمع گازی وجود ندارد. میزان گازی که به سلول وارد می‌شود، باید برابر باشد با گازی که از سلول خارج می‌شود. بنابراین داریم:

$$\begin{aligned} \dot{m}_{pyr} + \alpha_1 \dot{m}_e - \alpha_2 \dot{m}_w + \alpha_3 \dot{m}_n - \alpha_4 \dot{m}_s \\ + \dot{m}_{out} = 0 \end{aligned} \quad (47)$$

در این رابطه مقادیر $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ و α_4 توسط بردار جهت گاز در سلول کنترل می‌شوند. مقادیر این پارمترها به صورت زیر است:

جدول ۱- متغیرهای تعیین جهت گاز پیرولیز [۱۳]

زاویه	q	α_2	α_3	α_4	β_i	β_j
۰	۰	۱	۱	۱	۱	۰
۹۰	۱	۱	۰	۱	۰	۱
۱۸۰	۱	۰	۱	۱	۱	۰
۲۷۰	۱	۱	۱	۰	۰	۱
$0 < Angle < 90$	۰	۱	۰	۱	(+)	(+)
$90 < Angle < 180$	۱	۰	۰	۱	(+)	(-)
$180 < Angle < 270$	۱	۰	۱	۰	(-)	(-)
$270 < Angle < 360$	۰	۱	۱	۰	(-)	(+)

میزان گازی که در جهت‌های i و j سلول را ترک می‌کند به صورت معادله (۴۸) و (۴۹) نشان داده می‌شود:

$$\dot{m}_{out} = \dot{m}_{out} \beta_i + \dot{m}_{out} \beta_j \quad (48)$$

رسیدن دمای سطح به دمای ثابت $T_{ablation}$ فناشوندگی نداریم و بعد از آن است که فناشوندگی اتفاق می افتد بنابراین داریم:

$$\begin{cases} T < T_{ablation} \rightarrow \dot{m}_r = 0 \\ Q'' = h_g (T_g - T_{surface}) + \varepsilon \sigma (T_g^4 - T_{surface}^4) - k \frac{dT}{dx} - \dot{m}_g (h_e - h_i) \\ T_{surface} = T_{ablation} \rightarrow \dot{m}_r = \frac{Q''}{\Delta h_{abl}} \end{cases} \quad (56)$$

با استفاده از این روابط در معادله موازنه انرژی (۵۶) دمای سطح به روش نیوتن رافسون محاسبه می شود. تا زمانی که دمای سطح پایین تر از دمای فناشوندگی باشد، انتقال حرارت به صورت معمول انجام می گیرد. اما زمانی که دمای سطح به دمای فناشوندگی نزدیک می شود، فرض می شود که دمای سطح ثابت مانده و انرژی در معادله بیلان انرژی در فرآیند فناشوندگی مصرف می شود. بنابراین با محاسبه \dot{m}_r می توان نرخ پسروری زغال را با استفاده از رابطه زیر تعیین نمود.

$$\left(\frac{\partial r}{\partial t} \right) = \frac{\dot{m}_r}{\rho_r A} \quad (57)$$

که در رابطه بالا، ρ_r دانسیته زغال و A سطح ماده فناشونده است [۶].

محاسبه ضریب انتقال حرارت سمت گاز

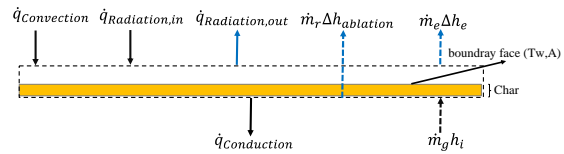
به طور کلی تعیین ضریب انتقال حرارت سمت گاز (h_g) مسئله پیچیده ای می باشد. نتایج تحلیلی با نتایج تجربی متفاوت بوده که این اختلاف به علت وجود فرضیات اولیه در محاسبات تحلیلی است. لایه مرزی که کنترل کننده نرخ انتقال حرارت به دیواره می باشد، توسط جریان احتراق مغشوش، ترکیب و دمای محلی گاز تحت تأثیر قرار می گیرد. این نتایج سبب انحراف از فرض محصولات گازی همگن در محاسبات می شود. به طور کلی هدف از تعیین ضریب انتقال حرارت سمت گاز، محاسبه میزان شار حرارتی وارد بر دیواره می باشد، مدل های مختلفی تاکنون برای پیش بینی ضریب انتقال حرارت ارائه شده است. به عنوان مثال، هازل^۸ و همکارانش معادله (۵۸) را برای پیش بینی ضریب انتقال حرارت بر اساس معادله بارترز^۹ ارائه کردند. این معادله بر اساس عدد ماخ جریان گاز آزاد و فشار محفظه بیان شده است. که در آن D_t قطر گلوگاه نازل، R شعاع انحنای نازل در گلوگاه، A_t سطح مقطع گلوگاه، A سطح مقطع عمومی نازل همچنین C^* بیانگر سرعت مشخصه و مقدار σ بر

در اینجا برای حل معادله واکنش از فرمول رانگ-کوتا مرتبه ۴ استفاده شده است که از دقت قابل قبولی برای حل معادله واکنش برخوردار است. بنابراین معادله (۵۳) با توجه به فرمول رانگ-کوتای مرتبه ۴ به صورت زیر نوشته می شود [۲۶].

$$\begin{aligned} \rho(i+1) &= \rho(i) + \frac{dt}{6} (m_1 + 2m_2 + 2m_3 + m_4) \\ m_1 &= g(t(i), \rho(i)) \\ m_2 &= g\left(t(i) + \frac{dt}{2}, \rho(i) + \frac{dt}{2} m_1\right) \\ m_3 &= g\left(t(i) + \frac{dt}{2}, \rho(i) + \frac{dt}{2} m_2\right) \\ m_4 &= g(t(i) + dt, \rho(i) + dt m_3) \end{aligned} \quad (54)$$

تبادل سطح بر روی ماده فناشونده

شکل (۸) به صورت شماتیک بالانس انرژی و جرم را بر روی سطح ماده فناشونده نشان می دهد.



شکل ۸- بالانس انرژی و تبادل سطح بر روی سطح ماده فناشونده

بنابراین معادله موازنه انرژی بر روی سطح داخلی عایق (در تماس با جریان گاز داغ درون موتور) به صورت زیر نوشته می شود.

$$\begin{aligned} h_g (T_g - T_{surface}) + \varepsilon \sigma (T_g^4 - T_{surface}^4) - \\ k \frac{dT}{dx} - \dot{m}_g (h_e - h_i) - \dot{m}_r \Delta h_{abl} = 0 \end{aligned} \quad (55)$$

در رابطه (۵۵) اگر از پسروری سطح صرف نظر شود، عبارت Δh_{abl} یا گرمای فناشوندگی صفر خواهد بود. \dot{m}_r نشان دهنده نرخ جرمی زغال است که حجم کنترل را ترک می کند. عبارت \dot{m}_g نرخ گاز پیرولیز بوده که از حجم کنترل خارج می شود و حاصل ضرب آن در عبارت اختلاف آنتالپی ($h_e - h_i$) بیان کننده نرخ انرژی است که توسط گاز پیرولیز جذب می شود. مطالعات نشان داده اند که این عبارت تأثیر به نسبت کمی بر روی انتقال حرارت کلی داشته و بنابراین قابل صرف نظر کردن است، اما در عوض در کاهش ضریب انتقال حرارت تأثیر آن لحاظ می شود. برای مرز داخلی یکی از دو شرط دمای ثابت فناشوندگی یا سرعت ثابت فناشوندگی را می توان به کار برد. در شرط دمای فناشوندگی فرض می شود که قبل از

جابه‌جایی می‌شود. بنابراین $\Omega_{blow} \leq 1$ می‌باشد که از رابطه (۶۵) بدست می‌آید [۲۴].

$$\Omega_{blow} = \frac{\zeta}{e^{\zeta} - 1} \quad (65)$$

$$\zeta = \frac{2\lambda(\dot{m}_g'' + \dot{m}_c'')}{g_{H0}} \quad (66)$$

در رابطه (۶۶) مقدار λ با توجه به اثرات *blowing* بر روی لایه‌های مرزی آرام و آشفته بدست می‌آید. با توجه به بررسی‌های انجام شده مقدار این پارامتر برای لایه مرزی آرام ($\lambda = 0.5$) و برای لایه مرزی آشفته ($\lambda = 0.4$) می‌باشد. همچنین \dot{m}_g'' نرخ جریان گازهای پیرولیز و \dot{m}_c'' نرخ زغال تشکیل شده بر روی سطح می‌باشد. مقدار g_{H0} نیز از رابطه زیر بدست می‌آید.

$$g_{H0} = \rho_e u_e St \quad (67)$$

در رابطه (۶۷) St عدد استانتون گاز درون محفظه می‌باشد. و روش محاسبه آن همان معادله (۵۹) می‌باشد [۲۴].

همچنین برای تعیین نرخ کلی انتقال حرارت تشعشی بین توده جریان گاز و دیواره نازل از رابطه زیر استفاده می‌شود.

$$\dot{q}_{rad} = \sigma \epsilon_{eff} (T_g^4 - T_w^4) \quad (68)$$

$$\epsilon_{eff} = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_g} + \frac{1}{\epsilon_g} - 1} \quad (69)$$

ضریب صدور توده گاز-ذره ϵ_g از درصد ذرات آلومینیوم، چگالی ترکیبی و قطر در هر مقطع نازل به صورت زیر بدست می‌آید:

$$\epsilon_g = 1 - e^{-\left[-C\left(\frac{n}{16}\right)^{\rho D}\right]} \quad (70)$$

در این رابطه، D قطر در هر مقطع نازل، n درصد ذرات آلومینیوم در سوخت، ρ چگالی ترکیبی، و $C=0.808$ ضریب ثابت تجربی می‌باشد. مثلاً در نازل موشک سوخت جامد، اگر پوسته داخلی دیواره از پوشش ماده مرکب کربن-فنولیک باشد، به دلیل دارا بودن سطح زغالی در طی فرآیند فناشوندگی، ضریب جذب چنین سطحی $\alpha_g = 0.95$ می‌باشد [۲۴].

فاکتور خواص حرارتی عایق

به منظور بهبود عملکرد یک عایق، می‌بایست عایق از اجزایی تشکیل شود که ضریب انتقال حرارت هدایتی پایین، ظرفیت گرمایی ویژه بالا، مقداری حالت الاستیکی، گرمای واکنش بالا و نیز دمای پیرولیز بالایی داشته باشند.

به دلیل اینکه فرآیند پیرولیز با گذشت زمان منجر به تحلیل جرم از

اساس دمای سکون نازل، دمای محلی دیواره محفظه سمت گاز و عدد ماخ محلی است، بنابراین مقدار ضریب انتقال حرارت بر اساس رابطه زیر بدست می‌آید [۲۰].

$$h_g = \left[\left(\frac{0.026}{D_t^{0.2}} \right) \left(\frac{\mu^{0.2} C_p}{Pr^{0.6}} \right) \left(\frac{P_{e,g}}{C^*} \right)^{0.8} \left(\frac{D_t}{R_{curve}} \right)^{0.1} \right] \sigma \quad (58)$$

$$\sigma = \frac{1}{\left[0.5 \frac{T_w}{T_c} \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2 \right) \right]^{0.5} \left[1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2 \right]^{0.12}}$$

همچنین از رابطه (۵۹) که بر اساس عدد استانتون نوشته می‌شود، می‌توان ضریب انتقال حرارت را بدست آورد.

$$St = \frac{0.0287 Pr^{-0.4} R^{0.25} (T_w - T_{hg})^{0.25} \mu^{0.2}}{\left[\int_0^L R^{1.25} (T_w - T_{hg})^{0.25} \rho_{hg} u_{hg} dL \right]^{0.2}} \quad (59)$$

در رابطه (۵۹)، St معرف عدد استانتون، T_{hg} دمای حاصل از گازهای احتراق، ρ_{hg} چگالی گاز، u_{hg} سرعت گازهای حاصل از احتراق، Pr عدد پرانتل، μ ویسکوزیته گاز می‌باشد. بنابراین ضریب انتقال حرارت را می‌توان از رابطه زیر تعیین نمود [۲۱].

$$h_g = St u_{hg} \rho C_p \quad (60)$$

همچنین می‌توان از روشی که توسط آدمی^{۱۰} و همکارانش ارائه شده است استفاده نمود. این روش بدون در نظر گرفتن دمای سطح به محاسبه ضریب انتقال حرارت می‌پردازد [۲۲].

شایان ذکر است که در صورت در دسترس نبودن مقادیر ویسکوزیته و عدد پرانتل و گرمای ویژه از روابط زیر می‌توان با تقریب خوبی استفاده نمود [۲۲].

$$\mu = (1.78 \times 10^{-7}) M_g^{0.5} T^{0.6} \quad (61)$$

$$Pr = \frac{4\gamma}{(9\gamma-1)} \quad (62)$$

$$C_p = \frac{\gamma R}{\gamma-1} \quad (63)$$

در این پژوهش از روش بارتز برای محاسبه ضریب انتقال حرارت جابه‌جایی استفاده شده است.

در حالت کلی به دلیل وجود پدیده فناشوندگی در سطح و نفوذ گازهای تجزیه شده به لایه مرزی ضریب انتقال حرارت جابه‌جایی در سطح نازل از رابطه زیر محاسبه می‌شود [۲۴].

$$h_g = h_{g0} \Omega_{blow} \quad (64)$$

به طوری که در رابطه (۶۴) Ω_{blow} اثر نفوذ گازهای فناشوندگی (گازهای تجزیه شده، گازهای ناشی از اکسیداسیون و تصعید سطح) به داخل لایه مرزی بوده که باعث کاهش مقدار ضریب انتقال حرارت

حجم کنترل می‌شود، لذا خواص ماده نیز با گذشت زمان دچار تغییر می‌شوند. در تحقیق جاری برای لحاظ این موضوع در محاسبات، حالت تجزیه^{۱۱} (که معیاری از پیشرفت فرآیند پیرولیز در لایه پیرولیز شونده می‌باشد) به همراه وابستگی خطی بین خواص ماده زغال شده و ماده دست نخورده به کار برده شده است. در این راستا یک ثابت به نام پارامتر کسر^{۱۲} جهت نشان دادن میزان این پیشرفت معرفی و به کار برده شده است:

$$\omega = \frac{\rho - \rho_r}{\rho_v - \rho_r} \quad (71)$$

در این رابطه فاکتور خواص حرارتی ماده، یعنی ظرفیت حرارتی ویژه و ضریب هدایت حرارتی به شکل زیر تابعی از پارامتر کسر یا پیشرفت واکنش پیرولیز در نظر گرفته شده است [۲۸]:

$$C_p = \omega C_{p,v} + (1-\omega)C_{p,r} \quad (72)$$

$$k = \omega k_v + (1-\omega)k_r \quad (73)$$

محاسبه نرخ پسروری

در این بخش از نرخ پسروری بدست آمده استفاده شده تا با لحاظ آن در مدل، تأثیر عقب روی سطح بر روی توزیع دمایی درون عایق بررسی شود. به طور کیفی می‌توان انتظار داشت که پسروری سطح عایق منجر به کاهش ضخامت عایق و کوتاه شدن مسیر انتقال حرارت به داخل عایق و در نتیجه کاهش بازده عایق شود. نرخ عقب‌روی سطح به صورت تابعی از زمان مشخص می‌شود و به صورت عمق تحلیل یافته در واحد زمان تعریف می‌شود (متر بر ثانیه). فرض می‌شود که ضمن پسروری، فقط زغال از روی سطح برداشته می‌شود، در نتیجه بایستی سطح پیرولیز سریعتر از سطح فناشونده عقب‌روی کند. در ابتدا با استفاده از بردارهای جهت در سلول، طولی که سطح فناشونده می‌پیماید تا به سلول برسد به صورت $L_{start\ of\ erosion}$ در نظر گرفته می‌شود و در شکل (۹) نمایش داده شده است. سپس با استفاده از این طول و نرخ پسروری معلوم، زمانی که پسرورت در سلول آغاز می‌شود بر اساس رابطه (۷۴) محاسبه می‌شود. زمان پایان پسرورت در سلول مورد نظر نیز بر همین مبنا به دست می‌آید.

$$t_{start_erosion} = \frac{L_{start\ of\ erosion}}{\bar{r}} \quad (74)$$

در این رابطه $\bar{r}_{start\ of\ erosion}$ نرخ پسرورت متوسط در بازه زمانی مربوط به طول $L_{start\ of\ erosion}$ می‌باشد. وقتی که زمان شبیه‌سازی به زمان شروع پسرورت سلول برسد. یعنی

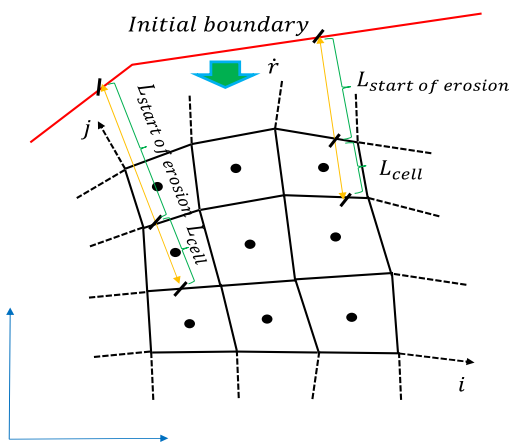
$$\bar{r}_{cell} = \frac{L_{cell}}{t_{end\ of\ erosion} - t_{current}} \quad (75)$$

با در نظر گرفتن این شرایط و فرض برداشت ثابت جرم از سلول، نرخ تغییرات دانسیته سلول (که شامل زغال بوده است) که از پسرورت ماده ناشی شده است، مطابق رابطه (۷۶) محاسبه می‌شود.

$$\left(\frac{\partial \rho}{\partial t}\right)_{cell} = -\frac{\bar{r}_{cell}}{L_{cell}} \bar{\rho} \quad (76)$$

در این رابطه $\bar{\rho}$ دانسیته سلول در زمان پسرورت سلول بوده که در واقع همان دانسیته زغال در نظر گرفته می‌شود.

همانطور که قبلاً بیان شد، خواص شامل ماده در حال پیرولیز به صورت تابعی خطی از خواص زغال و ماده دست‌نخورده در نظر گرفته شد. تقریب خطی مشابهی برای سلول در حال پسرورت در اینجا هم فرض می‌شود، با این تفاوت که به جای خواص ماده دست نخورده و زغال، به ترتیب خواص زغال و سلول خالی لحاظ می‌شود [۱۳].



شکل ۹- طول مورد استفاده جهت محاسبه پسروری در سلول

تحلیل نتایج

اعتبارسنجی نتایج با در نظر گرفتن عایق سیلیکافنولیک و مقایسه با نتایج تجربی رایز

در ابتدا جهت اعتبارسنجی برنامه نوشته شده نتایج آن را با تحقیقات تجربی رایز^{۱۳} در مرجع [۱۳] مقایسه شده است. مدل مذکور شامل سیلیکافنولیک به عنوان عایق فناشونده که خواص آن در جداول (۲) و (۳) آورده شده است و آلومینیوم به عنوان بدنه می‌باشد. در جهت شعاعی این لایه‌ها به ترتیب دارای ضخامت ۶/۳۵ و ۱/۸ میلی‌متر هستند. فرض شده است که سمت چپ و راست مدل عایق بوده و

دارای ضخامت ۳ و ۴ میلی‌متر هستند. مدل ابتدا در معرض گرمایش به مدت ۳۰۸ ثانیه از سمت عایق قرار گرفته و سپس از ۳۰۸ تا ۱۵ ثانیه خنک می‌شود (فاز خاموشی موتور). شرایط مرزی فرض شده در این مدل به این صورت است که مدل در ابتدا دارای دمای یکنواخت ۳۰۰ درجه کلوین است. شرایط مرزی در سطح خارجی آلومینیوم به صورت کانوکشن آزاد و تشعشع حرارتی به هوای اطراف است. شرایط مرزی در بخش در تماس با گازهای احتراق به سبب متحرک بودن مرز پیچیده‌تر است. دمای هوای محیط برابر ۲۸۸/۱۵ کلوین، ضریب انتقال حرارت آزاد برابر ۲۶ وات بر متر مربع درجه کلوین، ضریب تشعشع حرارتی سطح آلومینیوم $\epsilon_{surf} = 0.05$ و سطح فناشونده عایق $\epsilon_{surf} = 0.6$ منظور شده است. همچنین دمای محیط در تماس با سطح فناشونده در بازه زمانی خنک‌شوندگی برابر با ۴۷۳/۱۵ کلوین در نظر گرفته شده است. ضریب انتقال حرارت جابه‌جایی معادل ۵۰ وات بر متر مربع درجه کلوین بکار برده شده است. همچنین خواص عایق مورد استفاده در این پژوهش در جدول (۲) ذکر شده است.

جدول ۲- پارامترهای سینتیکی مربوط به تجزیه گرمایی سیلیکافنولیک [۱۳]

n	A(1/s)	E(j/kmol)	
	1.4e4	71.14e6	رزین A
	9.75e8	169.98e6	رزین B
-	-	-	تقویت کننده

جدول ۳- ویژگی‌های اجزای تشکیل دهنده در عایق سیلیکافنولیک [۱۳]

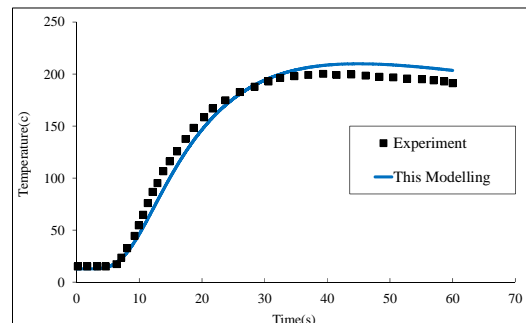
ρ_r (Virgine) (kg/m ³)	ρ_v (Virgine) (kg/m ³)	
0.0	325.015	رزین A
518.998	973.926	رزین B
2066.380	2066.380	تقویت کننده
Pyrolysis Temperature(K)	Volume fraction	
333	0.442	رزین A
550	0.442	رزین B
-	0.578	تقویت کننده
2473		Tablation(K)

نتایج جریان داخلی نازل همگرا- واگرا

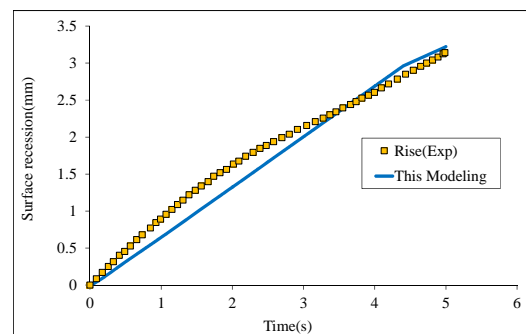
شکل‌های (۱۲) تا (۱۴) کانتور عدد ماخ، دما و فشار در نازل مخروطی را نشان می‌دهد، به منظور بدست آوردن میزان ضریب

انتقال حرارتی ندارند. مدل ابتدا در معرض گرمایش به مدت ۵ ثانیه از سمت عایق قرار گرفته و سپس به مدت ۵۵ ثانیه خنک می‌شود (فاز خاموشی موتور). همانطور که در شکل (۱۰) مشاهده می‌شود، شبیه‌سازی انجام شده روند کلی تغییرات دما را مطابق با نتایج تجربی پیش‌بینی می‌کند [۱۳].

همچنین با استفاده از مدل ارائه شده در این تحقیق میزان پسروی سطح عایق بدست آمده است، همانطور که در شکل (۱۱) مشاهده می‌کنیم نتایج بدست آمده تطابق بسیار خوبی با نتایج تجربی دارد. مشاهده می‌کنیم که در مدت زمان زمان احتراق سطح عایق تقریباً حدود ۱.۳ میلی‌متر پسروی کرده است. شایان ذکر است که علت شکستگی کمی که در ثانیه ۴.۵ وجود دارد این است که در این زمان فشار از ۹۵ بار به ۴۵ بار کاهش پیدا می‌کند و به طبع میزان ضریب انتقال حرارت نیز کاهش می‌یابد، بنابراین نمودار در این نقطه دچار تغییر می‌شود زیرا طبق رابطه (۵۶) که نرخ زغال کنده شده محاسبه می‌شود، به میزان ضریب انتقال حرارت وابسته است. بنابراین طبیعی است که رفتار نمودار در این ناحیه دچار تغییر شده است.



شکل ۱۰- تاریخچه دمای پشت در عایق سیلیکا- فنولیک و مقایسه با نتایج تجربی ریز [۱۳]



شکل ۱۱- مقایسه نرخ عقب رفت مدل ارائه شده با آزمایش تجربی ریز [۱۳]

نتایج در نازل همگرا-واگرا

نازل همگرا- واگرای مذکور شامل سیلیکافنولیک به عنوان عایق فناشونده و آلومینیوم به عنوان بدنه می‌باشد. این لایه‌ها به ترتیب

به شبیه‌سازی فناشوندگی می‌پردازیم. شایان ذکر است، برای اینکه در تمامی پروفیل نازل ضخامت عایق و آلومینیوم یکسان باشد لازم است تا بردار نرمال محلی در هر کدام از نقاط مرز محاسبه شود، پس محاسبه بردار مماسی برای پیدا کردن نرمال محلی مورد نیاز است. بردار نرمال مماسی در هر نقطه با شمارنده \vec{i} و بردار موقعیت \vec{x}_i به صورت زیر تقریب زده می‌شود [۲۹].

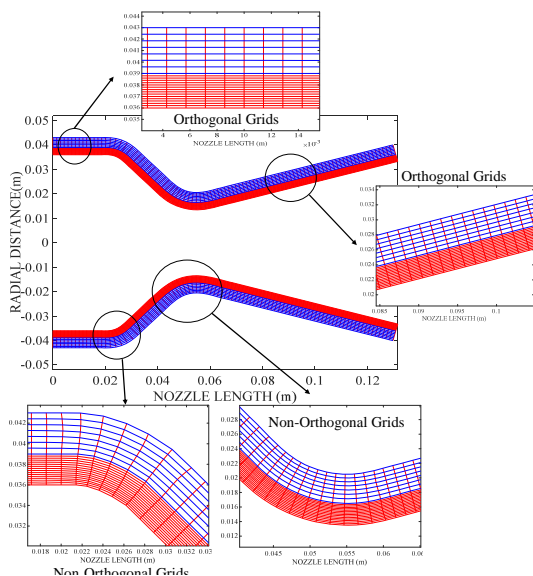
$$\vec{\tau} = \frac{d\vec{x}_i}{ds} \approx \frac{\vec{x}_{i+1} - \vec{x}_{i-1}}{2\Delta s} \quad (77)$$

که در آن Δs بیانگر فاصله بین نقاط روی مرز است. همچنین بردار نرمال نیز شبیه به پروسه بالا تقریب زده می‌شود.

$$\vec{n}_i = \frac{d^2\vec{x}_i}{ds^2} \approx \frac{\vec{x}_{i+1} - 2\vec{x}_i + \vec{x}_{i-1}}{\Delta s^2} \quad (78)$$

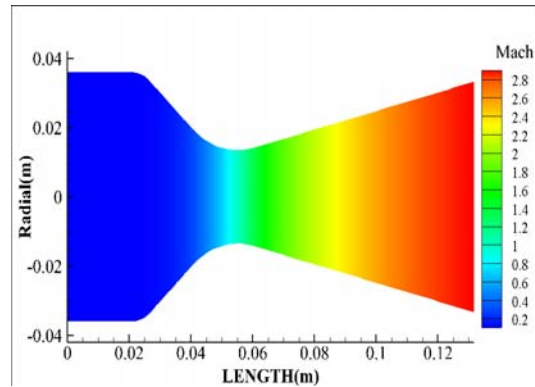
بنابراین با داشتن این روابط هر کدام از نقاط روی پروفیل نازل در جهت بردار نرمال رسم کرده و یک ضخامت دلخواه یکسان را رسم نمود (شکل ۱۵)، اگر تمام نقاط در جهت شعاعی بدون در نظر گرفتن بردار نرمال عمود بر سطح رسم شود پروفیل مورد نظر دارای ضخامت یکسان در تمامی نازل نمی‌باشد [۲۹].

پس از آن با در نظر گرفتن روابط حاکم، دمای سطح با و بدون اصلاح Non-orthogonality محاسبه شده است که در شکل (۱۶) نشان داده شده است. همانطور که در شکل مشاهده می‌شود اگر از Non-orthogonality صرف نظر شود در برخی از قسمت‌های نازل ممکن است جواب‌ها با خطا همراه باشد که می‌تواند ما را از جواب‌های واقعی دور کند، همانطور که مشاهده می‌شود با استفاده از روش Over-Relaxed می‌توان پروفیل دما را در تمامی نقاط اصلاح کرد.

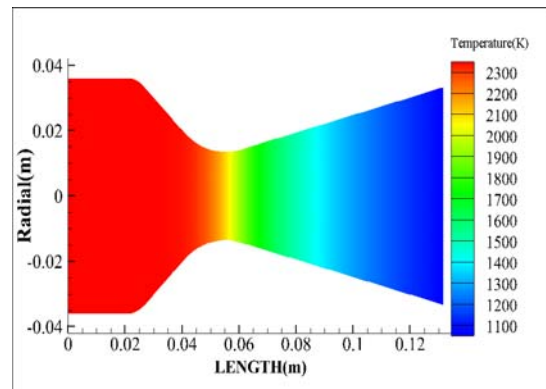


شکل ۱۵ - شبکه‌بندی بدنه نازل و عایق

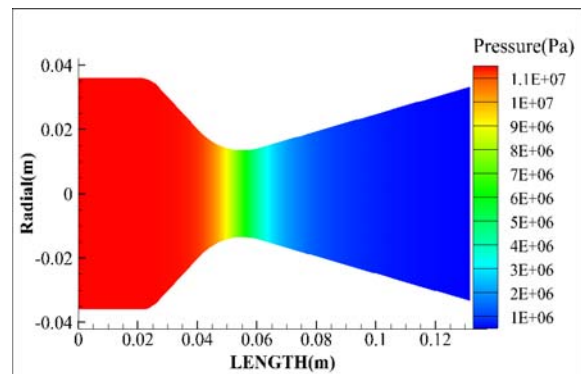
انتقال حرارت جابه‌جایی با استفاده از روش بارتز به توزیع این خواص درون محفظه و نازل نیازمندیم. در اینجا کانتورهای رسم شده به ازای فشار ۱۲۰ بار درون موتور می‌باشد (فرض بر این است که نمودار فشار زمان در اینجا همان فشار- زمان در نمودار شکل ۳۶) می‌باشد.



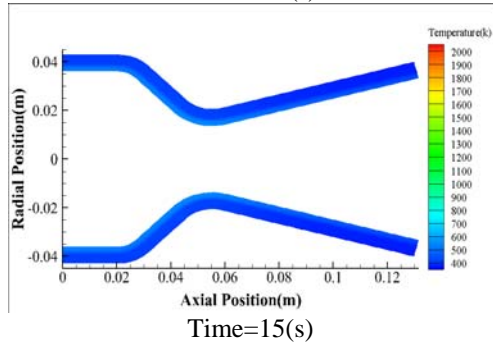
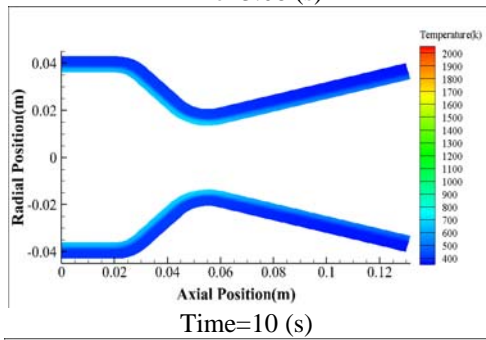
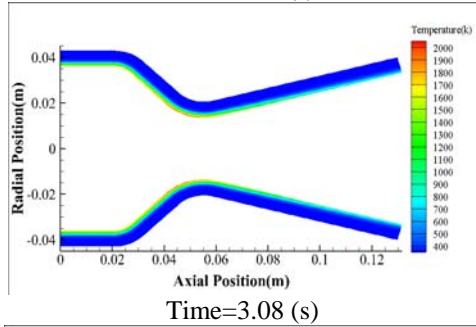
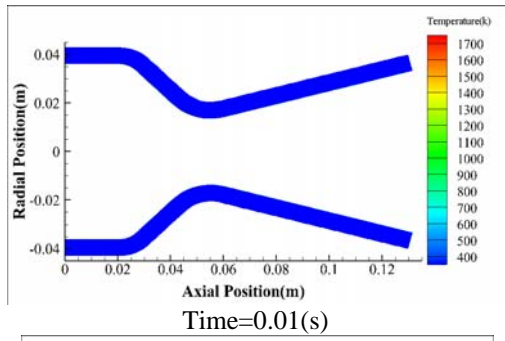
شکل ۱۲ - توزیع عدد ماخ درون محفظه و نازل



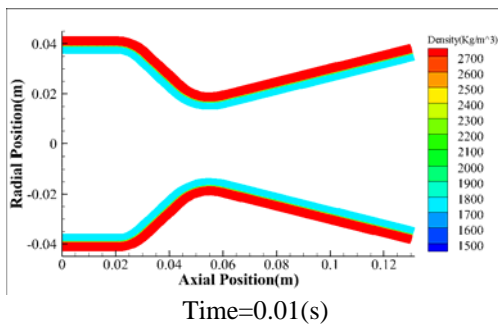
شکل ۱۳ - توزیع دمای استاتیک درون محفظه



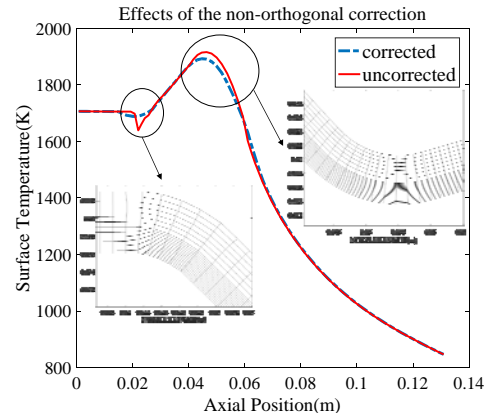
شکل ۱۴ - توزیع فشار استاتیک درون محفظه و نازل به ازای فشار محفظه ۱۲۰ بار پس از محاسبه خواص ترمودینامیکی درون محفظه و نازل با در نظر گرفتن ضخامت ۴ میلی‌متر آلومینیوم به عنوان بدنه و ضخامت ۳ میلی‌متر سیلیکاتولیک به عنوان عایق بدنه و نازل



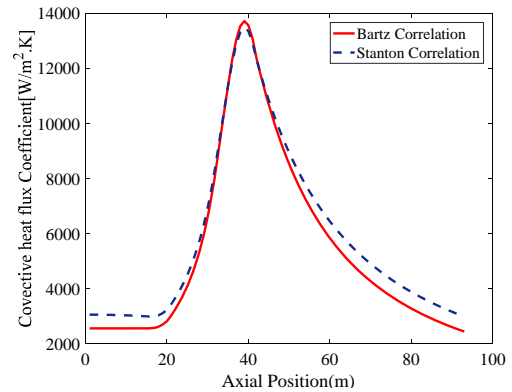
شکل ۱۸- خطوط هم دما در طی مدت زمان ۱۵ ثانیه



شکل ۱۹- کانتور چگالی عایق و بدنه در طی مدت زمان ۱۵ ثانیه



شکل ۱۶- دمای سطح عایق فناشونده با و بدون Non-orthogonality



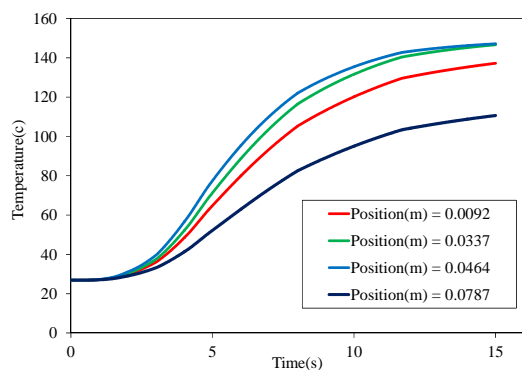
شکل ۱۷- مقایسه دو روش بارتز و روابطه استانتون برای محاسبه ضریب انتقال حرارت جابه‌جایی

همچنین در اینجا جهت اعتبارسنجی و محاسبه ضریب انتقال حرارت از دو روش متفاوت استفاده شده است. همانطور که در شکل (۱۷) مشاهده می‌کنیم نتایج این دو روش تقریباً مشابه به هم می‌باشند، بنابراین هر دو روش بیان شده می‌تواند برای محاسبه ضریب انتقال حرارت جابه‌جایی به کار رود. در ادامه از روش بارتز برای بدست آوردن ضریب انتقال حرارت استفاده شده است.

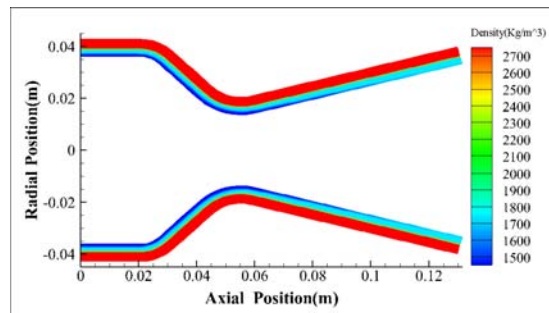
بنابراین با داشتن دمای سطح و ضریب انتقال حرارت می‌توان میزان شار حرارتی جابه‌جایی راه، که به‌عنوان ورودی برای بدنه عایق می‌باشد، بدست آورد. با توجه به اینکه دمای فناشوندگی عایق سیلیکون‌کافولیک ۲۴۷۳ درجه کلوین است و در این حالت دمای سطح به این مقدار نمی‌رسد، بنابراین فناشوندگی زغال اتفاق نمی‌افتد، شکل (۱۸) مراحل افزایش دما در لحظات اولیه کارکرد موتور و کاهش دما در زمان خنک‌کاری درون بدنه (شامل عایق) موتور را مشاهده می‌کنیم.

می توان به صورت یک یا دو تکه مجزا که در بخش گلوگاه چسبانده می شود، ساخت. مواد عایق بدون فیبرهای جهت دار (مانند پارچه و ریبون)، ولی با فیبرهای کوتاه یا ذرات سرامیک عایق کننده می تواند در اینجا استفاده شود.

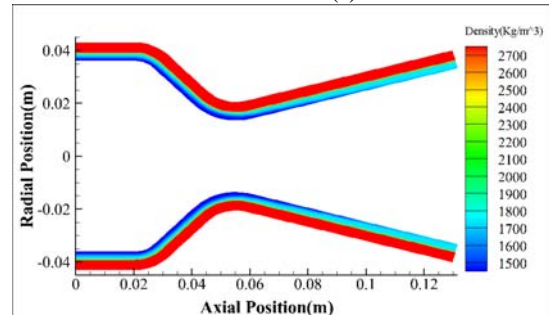
یکی دیگر از عوامل بسیار مهم و تعیین کننده در بهبود عملکرد یک عایق، میزان پسروی سطح آن در شرایط عملیاتی می باشد. اهمیت این موضوع به ویژه در قسمت هایی از سازه مانند گلوگاه نازل، که عدم تغییر ابعاد در مدت زمان عملکرد ضرورت دارد، نمود بیشتری پیدا می کند. با محاسبه افزایش دما بر مبنای \dot{q}_{total} برای نقاط سطح و عمق عایق، در هر فاصله زمانی محاسباتی، مقایسه ای با دمای فناشوندگی ماده صورت می گیرد. وقتی دمای نقاط سطح به دمای فناشوندگی رسید، در همان حد می ماند مگر آنکه اتلاف گرما وجود داشته باشد. مقدار حرارت محاسبه شده برای هر فاصله زمانی محاسباتی که توسط افزایش یا کاهش دما بیان می شود، در نهایت با هم جمع شده با گرمای مؤثر فناشوندگی مقایسه می گردد. وقتی این حرارت تجمیع شده مساوی یا بزرگتر از گرمای مؤثر فناشوندگی شود، نقطه مربوطه را از محاسبات حذف می نمایند. به این شکل ضخامت کلی قسمت فناشونده عایق و پروفیل دمایی عایق در مدت زمان احتراق محاسبه می شود. در برخی مواقع حذف سلول های خالی نیازمند روش های عددی مناسب جهت مدل کردن پسروی مش می باشد و هزینه محاسباتی ممکن است افزایش پیدا کند اما مدلی که در این پژوهش به کار گرفته شده است، به این صورت است که سطح متحرک حذف نمی شود بلکه با سلول های خالی جایگزین می شوند، یعنی سلول هایی که از بین می روند مقدار ضریب هدایت حرارتی بسیار بالا و گرمای ویژه بسیار پایینی دارند، به طوریکه دمای سلول های خالی با دمای سطح همدمای شوند به این صورت حرارت مستقیماً به سلول های پشتی انتقال پیدا می کند. مزیت این روش نسبت به روش های دیگر سادگی حل و کاهش خطای ناشی از محاسبات می باشد.



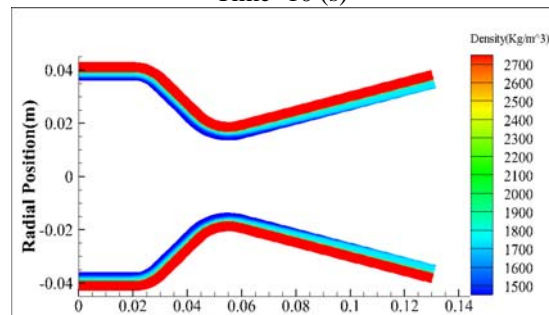
شکل ۲۰- تاریخچه دمای پشت آلومینیوم در مدت زمان ۱۵ ثانیه در ۴ ناحیه مختلف (لوله، ناحیه همگرا، گلوگاه و واگرا)



Time=3.08 (s)



Time=10 (s)



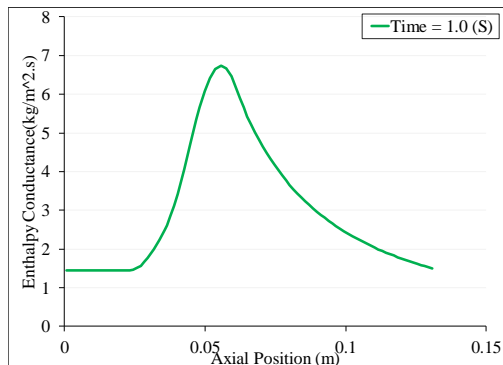
Time=15 (s)

ادامه شکل ۱۹- کانتور چگالی عایق و بدنه در طی مدت زمان ۱۵ ثانیه

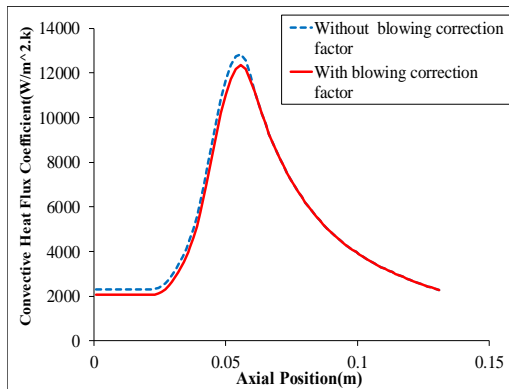
همانطور که از نتایج مشخص است با توجه به اینکه بیشترین ضریب انتقال حرارت در ناحیه گلوگاه نازل است بنابراین افزایش دما در این ناحیه بیشتر مشاهده می شود. همچنین مشاهده می شود که تا زمان احتراق موتور و پس از آن افزایش دما را مشاهده می کنیم اما هر چه به سمت زمان انتهای خنک کاری می رسیم دمای بدنه نازل و عایق کاهش یافته است. همچنین در شکل (۱۹) مراحل زغال شدگی عایق را مشاهده می کنیم که بیشترین مقدار زغال شدگی عایق در زمان احتراق موتور است و پس از آن تغییر زیادی در چگالی عایق رخ نمی دهد، با توجه به معادله آرنیوس با کاهش دما تغییرات چگالی کمتر می شود.

در شکل (۲۰) تاریخچه دما در چندین نقطه در پشت بدنه آلومینیومی رسم شده است. همانطور که از نمودار مشخص است بیشترین مقدار دما در ناحیه گلوگاه نازل رخ داده است. دما و انتقال حرارت در مقطع خروجی واگرای نازل کمتر می باشد. این قسمت را

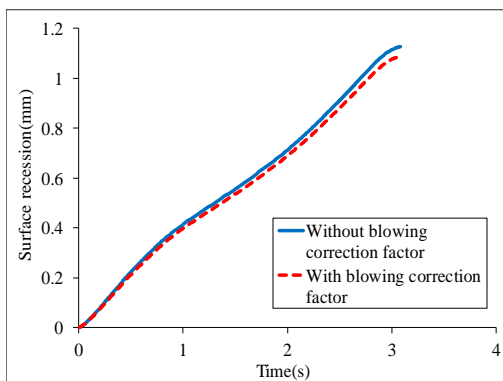
همچنین در شکل‌های (۲۴) تا (۲۷) تأثیرات این فاکتور بر ضریب انتقال حرارت، پسروی و دمای پشت گلوگاه را مشاهده می‌کنیم. همانطور که مشخص است، این ضریب باعث کاهش ضریب انتقال حرارت سمت گاز می‌شود، اما از آنجاکه ضخامت عایق کم است، بنابراین میزان جرم گاز و زغال تولید شده قابل توجه نمی‌باشد و تأثیرات این فاکتور کمتر می‌باشد. با توجه به اینکه بیشترین میزان تولید گاز و زغال در ناحیه گلوگاه نازل می‌باشد، بنابراین بیشترین تأثیرات این پارامتر بر پسروی و ضریب انتقال حرارت نیز در ناحیه گلوگاه نازل می‌باشد. بنابراین هر چه مقدار Ω_{blow} بیشتر باشد ضریب انتقال حرارت بیشتر کاهش می‌یابد.



شکل ۲۳- آنتالپی رسانایی در راستای طولی نازل در زمان ۱ ثانیه



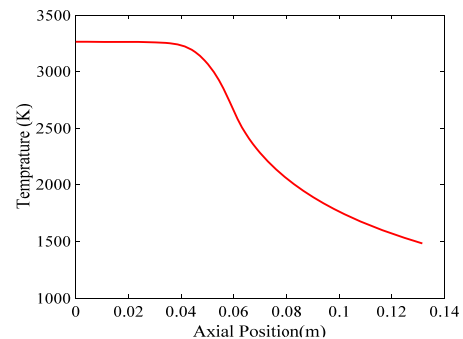
شکل ۲۴- ضریب انتقال حرارت جابه‌جایی با و بدون اثرات فاکتور اصلاح blowing



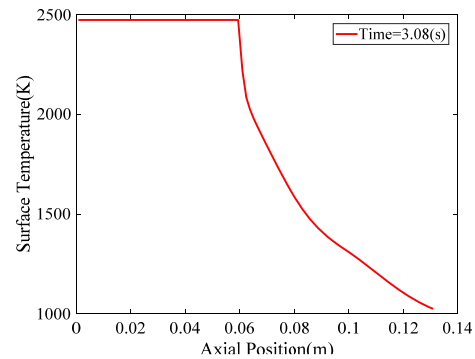
شکل ۲۵- پسروی سطح در مدت زمان احتراق با و بدون اثرات فاکتور اصلاح blowing

دمای فناشوندگی عایق سلیکافنولیک ۲۴۷۳ کلوین می‌باشد (از آزمایش‌ها یا روابط نیمه‌تجربی بدست می‌آید)، بنابراین از آنجاکه دمای سطح ماده فناشونده به این مقدار نمی‌رسد، نمی‌توان میزان فناشوندگی زغال را مشاهده کرد با در نظر گرفتن دمای شعله ۳۲۶۵ کلوین به بررسی نتایج در این مورد می‌پردازیم. توزیع دما درون نازل همگرا- واگرا در این مورد در شکل (۲۱) نشان داده شده است.

همانطور که در شکل (۲۲) مشاهده می‌شود، محفظه، ناحیه همگرا و گلوگاه نازل که به ترتیب دارای دمای بالا و ضریب انتقال حرارت بالا هستند دمای سطح این نواحی به دمای ثابت سطح (دمای فناشوندگی عایق) یعنی ۲۴۷۳ رسیده است بنابراین با استفاده از روش ارائه شده می‌توان میزان فناشوندگی زغال را در این نواحی بدست آورد.



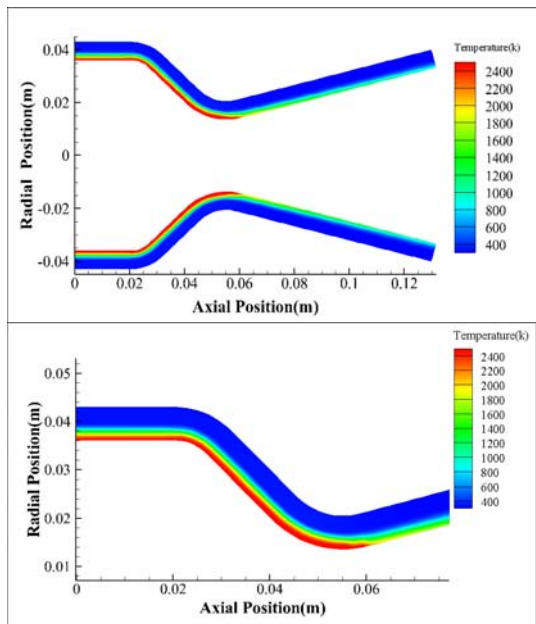
شکل ۲۱- توزیع دمای استاتیک درون نازل همگرا-واگرا به ازای دمای شعله ۳۲۶۵ کلوین



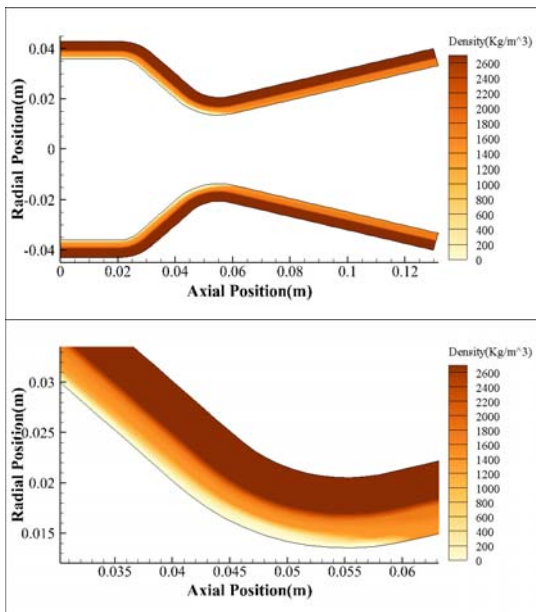
شکل ۲۲- دمای سطح عایق فناشونده در زمان احتراق

اثرات فاکتور اصلاح blowing بر ضریب انتقال حرارت جابه‌جایی

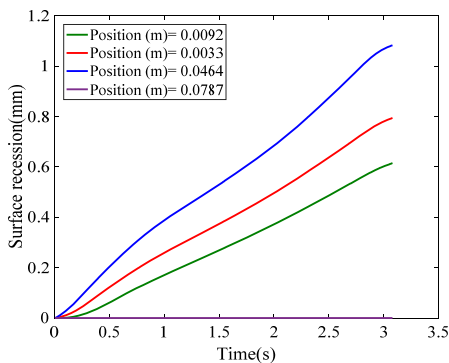
با محاسبه مقدار Ω_{blow} می‌توان با توجه به رابطه (۶۵) تأثیر آن را بر ضریب انتقال حرارت جابه‌جایی محاسبه کرد. به همین منظور مقدار آنتالپی رسانایی با توجه به رابطه (۶۷) محاسبه می‌شود. در نمودار شکل (۲۳) مقدار این پارامتر که با توجه به سرعت جریان گاز، چگالی و عدد استانتون محاسبه می‌شود، نشان داده شده است. با توجه به شکل (۲۳) مشاهده می‌شود ماکزیمم مقدار آن در ناحیه گلوگاه نازل است.



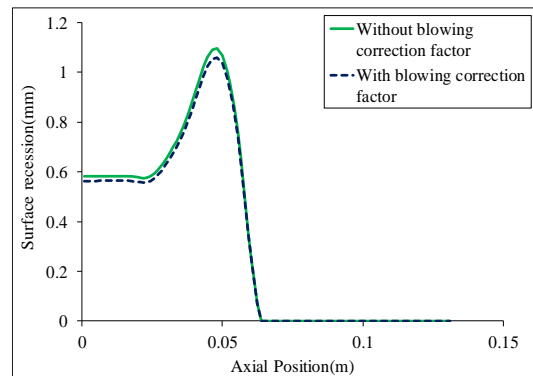
شکل ۲۸- خطوط هم دما در طی مدت زمان ۳ ثانیه (زمان احتراق)



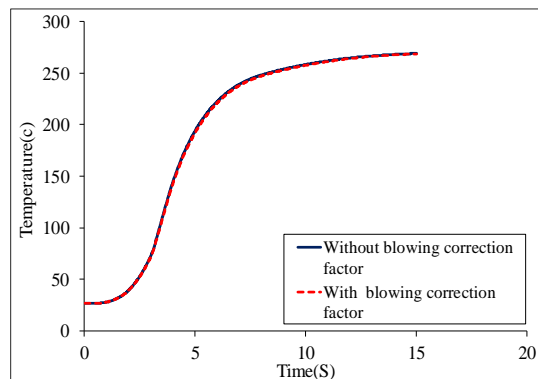
شکل ۲۹- کانتور چگالی در طی مدت زمان ۳ ثانیه (زمان احتراق)



شکل ۳۰- نرخ عقب رفت سطح در ۴ ناحیه در مدت زمان احتراق



شکل ۲۶- پسروی سطح در راستای طولی در زمان ۳۰۰۸ ثانیه با و بدون اثرات فاکتور اصلاح blowing



شکل ۲۷- تاریخچه دمای پشت در گلوگاه نازل با و بدون اثرات فاکتور اصلاح blowing

در شکل (۲۸) و (۲۹) مشاهده می‌کنیم نواحی که دمای آن‌ها به دمای ثابت سطح رسیده دارای چگالی سلول‌های خالی (نزدیک به صفر) می‌باشد، یعنی زغال تشکیل شده در این نواحی فنا شده و از بین رفته است.

با توجه به اینکه ناحیه گلوگاه نازل بیشترین ضریب انتقال حرارت را دارد بنابراین بیشترین میزان فناشوندگی را نیز دارد. در شکل (۲۹) به خوبی مشاهده می‌شود که تا ناحیه گلوگاه نازل عایق پسروی دارد و زغال تشکیل شده از بین رفته است. اما در ناحیه واگرای نازل زغال تشکیل شده از بین رفته است به دلیل اینکه میزان دما در این ناحیه کمتر می‌باشد.

شکل (۳۰) و (۳۱) پسروی سطح زغال را نسبت به زمان در چندین نقطه متفاوت نشان می‌دهد در $x=0.0787$ به دلیل اینکه دمای سطح به دمای فناشوندگی نرسیده در این ناحیه پسروی سطح برابر با صفر می‌باشد. همچنین در شکل (۳۱) مشاهده می‌کنیم که با گذشت پسروی در راستای طول نازل افزایش پیدا می‌کند و به بیشترین مقدار خود در ناحیه گلوگاه نازل می‌رسد.

در شکل (۳۲) پروفیل دما در $\text{Time}=15 \text{ s}$ نشان داده شده است.

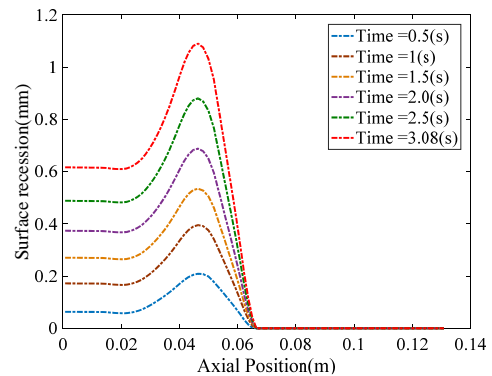
همانطور که از شکل (۳۳) مشخص است از آنجاییکه میزان پسروی در ناحیه گلوگاه و همگرای نازل بیشتر از سایر نقاط است بنابراین میزان افزایش دمای پشت آلومینیوم در این نقاط در لحظات اولیه بیشتر است اما مشاهده می‌کنیم که دمای این نقاط زودتر کاهش پیدا می‌کند زیرا با پسرفت این نواحی ضخامت عایق کمتر شده بنابراین انتقال حرارت زودتر به نواحی پشتی عایق می‌رسد و به اصطلاح می‌توان گفت که به دلیل ضخامت کمتر خاک کاری سریعتر اتفاق می‌افتد. با توجه به کانتور دما مشاهده می‌کنیم که در ناحیه گلوگاه نازل به دلیل پسروی بیشتر دمای سطح کاهش بیشتری نسبت به سایر نقاط داشته است.

بررسی استقلال حل از شبکه

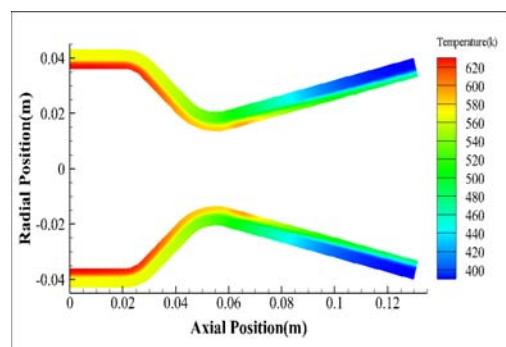
برای بررسی استقلال حل از شبکه تعداد گره‌ها در راستای شعاعی را در نظر می‌گیریم. تمامی شرایط همان جدول (۲) و سیلیکافونولیک به عنوان عایق می‌باشد. همچنین ضخامت عایق مورد نظر در اینجا ۴ میلی‌متر و ضخامت آلومینیوم ۲ میلی‌متر در نظر گرفته شده است. با توجه به شکل (۳۴) مشاهده می‌شود که با افزایش گره‌ها در راستای شعاعی دقت نتایج افزایش و از یک مقداری به بعد دیگر نتایج به تعداد شبکه وابسته نیست و افزایش تعداد شبکه فقط می‌تواند سبب افزایش مدت زمان اجرای برنامه شود و تأثیری در دقت نتایج نخواهد داشت.

نتایج حاصل از تست تجربی در عایق کربن- اپوکسی

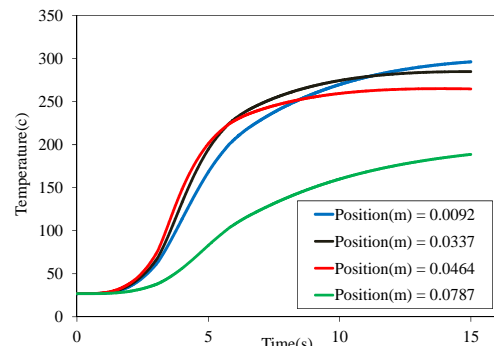
در این بخش به بررسی نتایج حاصل از تست تجربی انجام شده در یک موتور واقعی می‌پردازیم. این تست در یکی از معتبرترین صنایع سازمان هوافضا انجام شده است. عایق مورد استفاده در این تست عایق کربن‌اپوکسی و آلومینیوم به عنوان بدنه می‌باشد. در این بررسی ضخامت عایق کربن‌اپوکسی ۴۰۰ میکرون در نظر گرفته شده است. رزین اپوکسی به دلیل داشتن ویسکوزیته مناسب آغشته‌پذیری را به خوبی امکان‌پذیر می‌کند و پس از پخت در دمای محیط خواص مکانیکی مناسبی از خود نشان می‌دهد. همچنین استفاده از این نوع رزین چسبندگی لازم به سطوح بدنه را فراهم می‌نماید. این رزین مشکلات رزین فنولیک را ندارد و با تدابیری می‌تواند جایگزین خوبی برای آن باشد. اپوکسی معمولاً با الیاف و پرکننده‌های مختلف همراه می‌گردد. پرکننده مورد استفاده در اپوکسی یا باید خنثی باشد یا به مقدار جزئی بازی بوده، با رزین و عامل پخت واکنش ندهد. مثلاً اگر میکا در مقادیر زیاد به همراه رزین اپوکسی از نوع DGEBA مورد استفاده قرار گیرد، در دمای بالا بین آنها واکنش نامطلوبی انجام می‌شود (خصوصاً اگر پخت آن انیدریدی باشد). آزیست نیز گاهی واکنش نامطلوب با سیستم اپوکسی- عامل پخت می‌دهد.



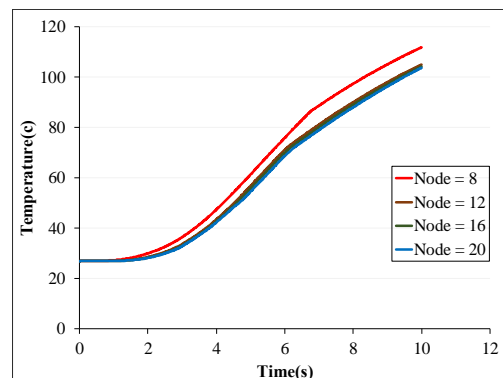
شکل ۳۱- نرخ عقب رفت سطح در راستای طولی نازل



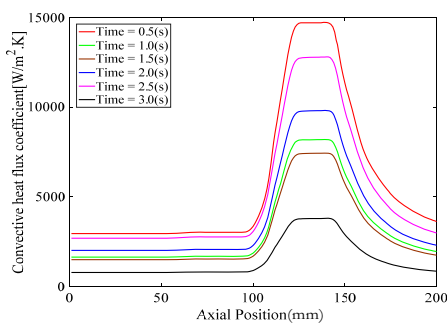
شکل ۳۲- کانتور دما در مدن زمان ۱۵ ثانیه با در نظر گرفتن پسروی عایق



شکل ۳۳- تاریخچه دمای پشت آلومینیوم در مدت زمان ۱۵ ثانیه با در نظر گرفتن پسروی عایق

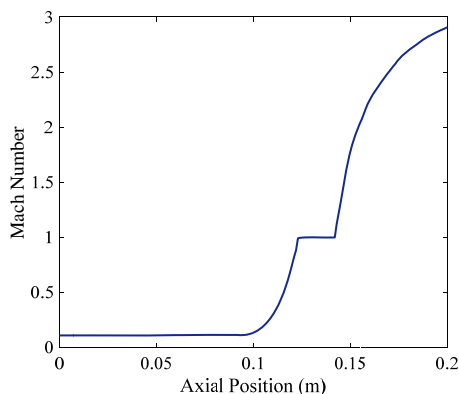


شکل ۳۴- بررسی استقلال حل از شبکه در عایق سیلیکافونولیک

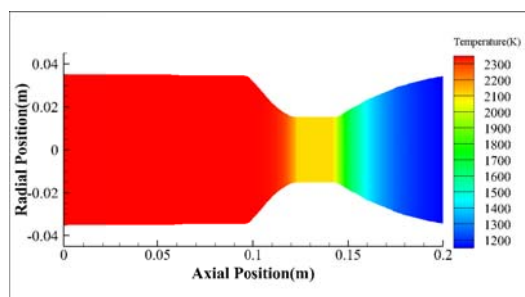


شکل ۳۷- ضریب انتقال حرارت در زمان‌های متفاوت در راستای طولی نازل همگرا- واگرا

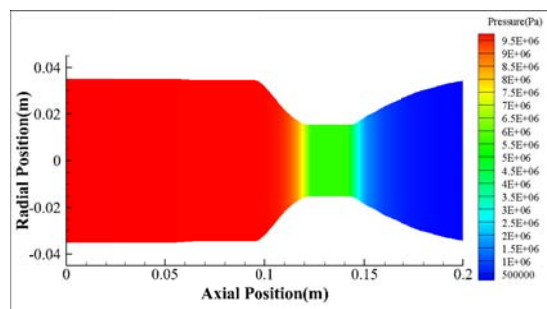
نمودار توزیع عدد ماخ، کانتور فشار و دما در محفظه موتور و نازل همگرا-واگرا رانو در یک لحظه در شکل‌های (۳۸) تا (۴۰) نشان داده شده است.



شکل ۳۸- توزیع عدد ماخ در راستای طولی نازل

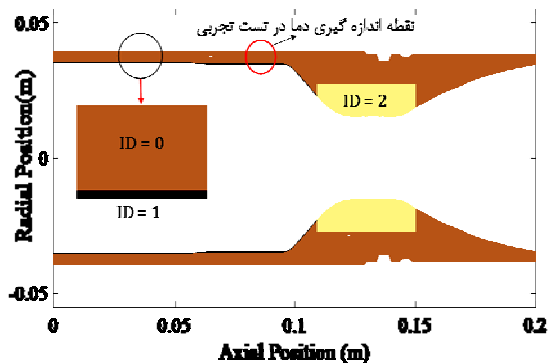


شکل ۳۹- کانتور دمای استاتیک در راستای طولی نازل



شکل ۴۰- کانتور فشار استاتیک در راستای طولی نازل

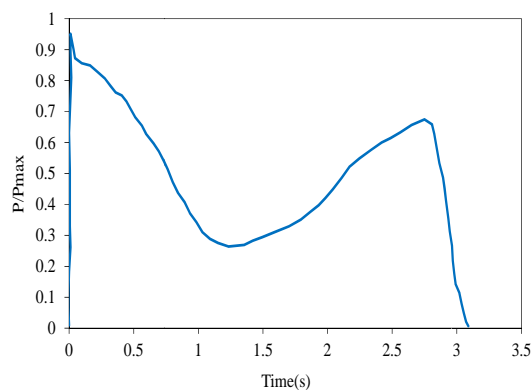
مدت زمان فاز احتراق ۳۰.۸ ثانیه و از ۱۰ تا ۳۰.۸ ثانیه فاز خنک کاری (موتور خاموش) است. نقطه اندازه‌گیری دما در پشت آلومینیوم به صورت شماتیک در شکل (۳۵) نشان داده شده است.



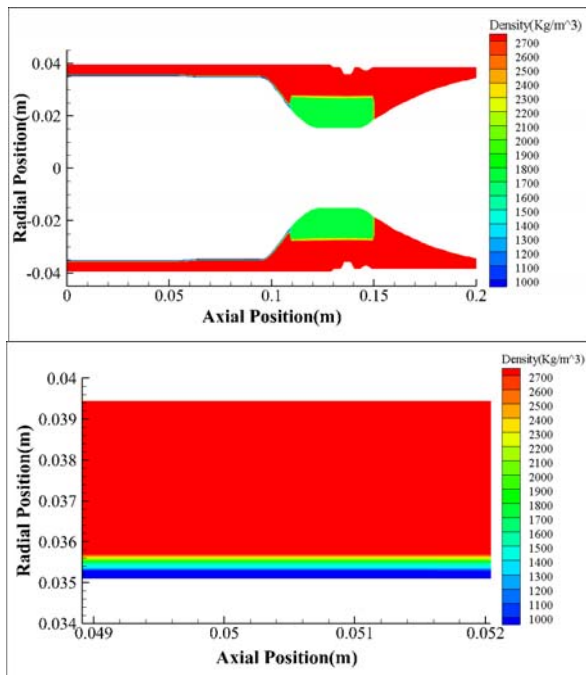
شکل ۳۵- شماتیک محفظه احتراق و نازل همگرا-واگرا و نقطه اندازه‌گیری دما

جهت تعیین ماده مورد نظر در خلال محاسبات از پارامترهای شناسایی (ID) استفاده شده است، که شرایط فعلی سلول مورد نظر را مشخص می‌کنند. به عبارتی این پارامتر در هر ناحیه به حل‌کننده برنامه اعلام می‌کند که سلول مورد نظر در ناحیه عایق، بدنه یا گلوگاه می‌باشد تا معادله مربوطه برای آن سلول در نظر گرفته شود. بنابراین زمان محاسبات کمتری برای شبیه‌سازی مورد نیاز بوده و باعث صرفه جویی در زمان حل برنامه می‌شود. به عنوان مثال در اینجا عایق کربن-اپوکسی دارای ID=1، آلومینیوم به عنوان بدنه ID=0 و گرافیت در ناحیه گلوبی نازل ID=2 می‌باشد.

در ادامه با استفاده از روش بارتز ضریب انتقال حرارت، به ازای فشار درون موتور (شکل ۳۶) در هر لحظه بدست آمده است. همانطور که مشخص است با افزایش فشار درون موتور ضریب انتقال حرارت افزایش یافته است و این مقدار در راستای طولی موتور به بیشترین مقدار خود در گلوگاه نازل می‌رسد، دلیل آن این است که ضریب انتقال حرارت تابعی از سرعت گاز و هندسه نازل می‌باشد؛ بنابراین مقدار این ضریب در گلوگاه نسبت به سایر نقاط بیشتر است (شکل ۳۷).



شکل ۳۶- تاریخچه فشار استاتیک-زمان درون موتور



شکل ۴۳- کانتور چگالی در بدنه محفظه و نازل همگرا-واگرا با عایق کربن اپوکسی

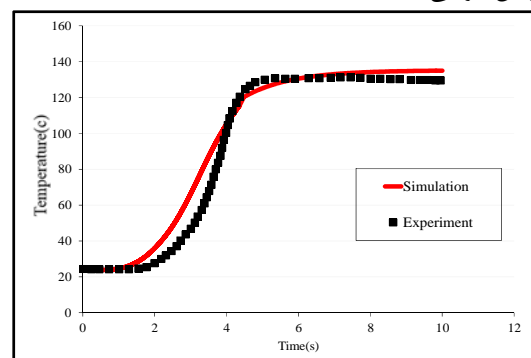
نتیجه گیری

در این مقاله به بررسی و شبیه‌سازی عددی انتقال حرارت در محفظه و نازل راکت‌های سوخت جامد با مواد فناشونده پرداخته شد. بنابراین به منظور بدست آوردن پاسخ حرارتی ابتدا معادلات جریان گاز درون موتور با استفاده از روش صریح مک کورمک بدست آمد که خروجی این کد به عنوان ورودی برای کد انتقال حرارت در نظر گرفته شد. با استفاده از نتایج مشخص شد که روش مک کورمک روشی قابل اعتماد برای بدست آوردن خواص ترمودینامیکی در نازل همگرا-واگرای سوخت جامد می‌باشد. سپس جهت ایجاد شبکه دو-بعدی در مختصات فیزیکی از روش حل معادلات دیفرانسیل بیضوی استفاده شد، از جمله مزایای ایجاد شبکه با استفاده از حل معادلات بیضوی هموار بودن شبکه، عدم داخل شدن ناپیوستگی-های مرزی به میدان حل، عدم تداخل شبکه و امکان ایجاد شبکه در هندسه‌های پیچیده می‌باشد. همچنین برای حل معادلات انتقال حرارت و جرم درون شبکه دوبعدی از روش حجم محدود استفاده شد که با استفاده از این روش بر خلاف روش تفاضل محدود دیگر نیازی نیست معادلات مربوطه به فضای محاسباتی انتقال پیدا کند. در ادامه از روش over-relaxed در نواحی با شبکه غیرمتعامد استفاده شد و پروفیل دمای سطح نشان داد که این روش، روشی مناسب برای حل شبکه‌های غیر متعامد می‌باشد. با بررسی نتایج بدست آمده مشخص شد، هنگامی که دمای سطح به دمای

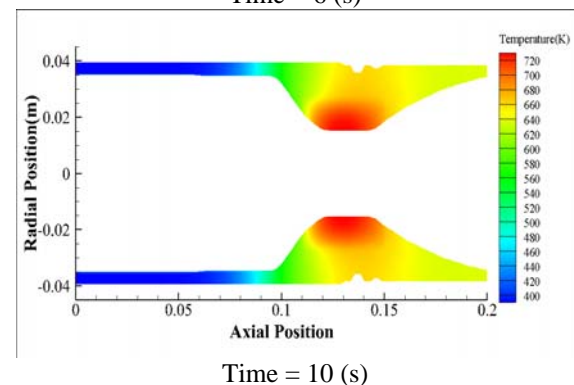
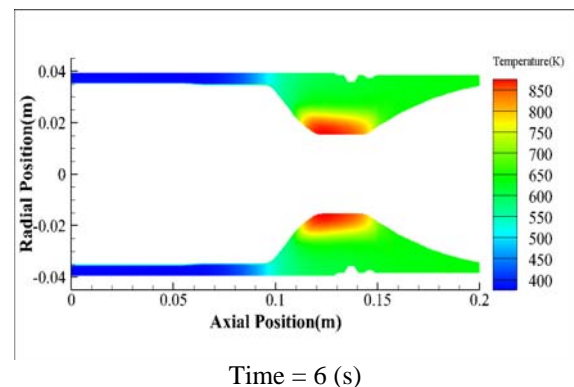
با نصب ترموکوپل در پشت آلومینیوم در مدت زمان احتراق و فاز خاموشی موتور دمای پشت آلومینیوم به صورت تابعی از زمان در مدت زمان ۱۰ ثانیه ثبت و در رایانه ذخیره شده است. در شکل (۴۱) می‌توان تاریخچه دما را مشاهده نمود.

همانطور که در شکل (۴۱) نشان داده شد، نتایج شبیه‌سازی دقت بسیار بالایی دارد.

همچنین در شکل (۴۲) و (۴۳) کانتور توزیع دما و چگالی نشان داده شده است. همانطور که در شکل (۴۲) مشاهده می‌کنیم چگالی گرافیت و آلومینیوم بدون تغییر باقی می‌ماند زیرا این مواد غیرزغال‌ساز می‌باشند.



شکل ۴۱- تاریخچه دمای پشت آلومینیوم محفظه احتراق در تست تجربی و مقایسه با نتایج شبیه‌سازی انجام شده



شکل ۴۲- کانتور دما در بدنه محفظه و نازل همگرا-واگرا با عایق کربن اپوکسی

- [7] Zien, T.-F. and C.-Y. Wei, "Heat transfer in the melt layer of a simple ablation model." *Journal of thermophysics and heat transfer*, Vol. 13, No. 4, 1999, pp. 450-459.
- [8] Braga, W.F., M.B. Mantelli, and J.L.F. "Azevedo. Approximate analytical solution for onedimensional ablation problem with time-variable heat flux." in *AIAA Thermophys. Conference*. 2003.
- [9] Kuo, K.K. and S.T. Keswani, "A Comprehensive Theoretical Model for Carbon-Carbon Composite Nozzle Recession," *Combustion Science and Technology*, Vol. 42, No. 3-4, 1985, pp. 145-164.
- [10] Thakre, P. and V., Yang, "Chemical Erosion of CarbonCarbon/Graphite Nozzles in Solid-Propellant Rocket Motors," *Journal of Propulsion and Power*, Vol. 24, No. 4, 2008, pp. 822-833.
- [11] Bianchi, D., Nasuti, F., and Martelli, E., "Coupled Analysis of Flow and Surface Ablation in Carbon-Carbon Rocket Nozzles," *Journal of Spacecraft and Rockets*, Vol. 46, No. 3, 2009, pp. 492-500.
- [12] Bianchi, D. and F. Nasuti, "Analysis of Carbon-Carbon Nozzle Erosion with Shape-Change Effects in Full-Scale Solid-Rocket Motors," *Journal of Propulsion and Power*, Vol. 28, No. 4, 2012, pp. 820-830.
- [13] Riise, J.A.K., *Computer Code for Thermal Analysis of Rocket Motors*. 2008.
- [14] Mohammadiun, H. and M. Mohammadiun, "Numerical Modeling of Charring Material Ablation with Considering Chemical-Reaction Effects, Mass Transfer and Surface Heat Transfer." *Arabian Journal for Science and Engineering*, Vol. 38, No. 9, 2013. pp. 2533-2543.
- [15] Ghaderi Dehkordi, Y., Investigation of the Effect of Reinforcement on Thermo-Physical Properties of Ablative Heat Shields," *Journal of Aerospace Science and Technology*, Vol. 6, No. 1& 2, 2010, pp.55-65 (In Persian).
- [16] Peng, Li-na, Guo-qiang He, Jiang Li, Lei Wang, and Fei Qin. "Effect of combustion gas mass flow rate on carbon/carbon composite nozzle ablation in a solid rocket motor." *Carbon*, 50, no. 4, 2012, pp.1554-1562.
- [17] Mohan Kumar, L., K.M. Usha, E. N. Anandapadmanabhan, and P. Chakravarthy., "Development of a Novel Ablative Composite Tape Layup Technology for Solid Rocket Motor Nozzle and Liquid Engine Liners." in *Materials Science Forum*, vol. 830, pp. 417-420. Trans Tech Publications, 2015.
- [18] Kato, Sumio, Keiichi Okuyama, Kenta Gibo, Takuma Miyagi, Toshiyuki Suzuki, Kazuhisa Fujita, Takeharu Sakai, Seiji Nishio, and Akihiro Watanabe. "Thermal Response Simulation of Ultra Light Weight Phenolic Carbon Ablator by the Use of the Ablation Analysis Code." *Transactions of The Japan Society for Aeronautical and Space Sciences, Aerospace Technology Japan* 10, no. ists28 (2012): Pe_31-Pe_39.
- [19] Sun, Lin, Fu Ting Bao, Wei Shi, and Hao Xu. "Coupled Fluid, Thermal and Structural Analysis of Nozzle in Solid Rocket Motor." in *Applied Mechanics and Materials*, vol. 482, pp. 297-301. Trans Tech Publications, 2014.

فناشوندگی نمی‌رسد هیچ‌گونه خوردگی در عایق اتفاق نمی‌افتد اما زمانی که دمای سطح به دمای فناشوندگی عایق می‌رسد، سطح پوشش به طور دائم با سرعتی برابر با سرعت ثابت فرسایش و دمای ثابت جابه‌جا می‌گردد. و مشاهده شد که پسروی سطح در نقاط مختلف متفاوت است و در ناحیه گلوگاه نازل بیشترین پسروی دیده می‌شود. یعنی بحرانی‌ترین نقاط اطراف گلوگاه نازل می‌باشد. بنابراین بر اساس زمان عملکرد، ضخامت عایق فناشونده در طول نازل بدست می‌آید. همچنین نشان داده شد در نقاطی که پسروی عایق بیشتر است، در لحظات عملکرد موتور دمای پشت عایق بالاتر رفته اما به دلیل کمتر شدن ضخامت آن با گذشت زمان زودتر وارد فاز خنک‌کاری می‌شود و دمای آن زودتر پایین می‌آید. در نهایت با در نظر گرفتن شرایط کاملاً واقعی درون محفظه موتور با عایق کربن اپوکسی به بررسی انتقال حرارت و فناشوندگی پرداخته شد، با توجه به در دسترس نبودن اطلاعاتی مانند، دمای فناشوندگی، تخمین ناکافی برای ظرفیت حرارتی گاز پیرولیز و تخمین ناکافی برای مکانیزم سنتتیک و ثوابت به کار برده شده برای واکنش تجزیه گرمایی می‌توان اختلاف ایجاد شده بین شبیه‌سازی و تست تجربی انجام شده را تا حدودی منطقی دانست. بنابراین برنامه کامپیوتری نوشته شده را می‌توان با در دست داشتن دقیق خواص حرارتی این عایق‌ها به خوبی استفاده نمود. و نتایج قابل قبولی را بدست آورد.

منابع

- [1] Cross, Peter G. and Iain D. Boyd. "Reduced Reaction Mechanism for Rocket Nozzle Ablation Simulations." In *47th AIAA Thermophysics Conference*, p. 3682. 2017.
- [2] Hui, Wei-hua, Fu-ting Bao, Xiang-geng Wei, and Yang Liu. "Ablation performance of a 4D-braided C/C composite in a parameter-variable channel of a Laval nozzle in a solid rocket motor." *New Carbon Materials*, Vol. 32, no. 4 2017, pp. 365-373.
- [3] Swann, R.T. and C.M. Pittman, Numerical analysis of the transient response of advanced thermal protection systems for atmospheric entry 1962: National Aeronautics and Space Administration.
- [4] Chung, B., et al., "Heat transfer with ablation in a half space subjected to time-variant heat fluxes," *Journal of heat transfer*, Vol. 105, No. 1, 1983, pp. 200-203.
- [5] Blackwell, B., "Numerical prediction of one-dimensional ablation using a finite control volume procedure with exponential differencing," *Numerical Heat Transfer, Part A: Applications*, Vol. 14, No.1, 1988, pp. 17-34.
- [6] Ren, F., H. Sun, and G. Deng, "A theoretical calculation method of local ablation in region of shock-boundary layer interaction," in *6th Joint Thermophysics and Heat Transfer Conference 1994*, American Institute of Aeronautics and Astronautics.

- [26] Kato, Sumio, Keiichi Okuyama, Kenta Gibo, Takuma Miyagi, Toshiyuki Suzuki, Kazuhisa Fujita, Takeharu Sakai, Seiji Nishio, and Akihiro Watanabe. "Thermal Response Simulation of Ultra Light Weight Phenolic Carbon Ablator by the Use of the Ablation Analysis Code." Transactions of the Japan Society for Aeronautical and Space Sciences, Aerospace Technology Japan 10, No. Ists 28 (2012): Pe_31-Pe_39.
- [27] Bucchi A, Congiunti A, Bruno C. Investigation of Transpiration Cooling Performance in Lox/Methane Liquid Rocket Engines.
- [28] Ewing M.E., T.S., Laker and D.T. Walker, "Numerical modeling of ablation heat transfer." *Journal of Thermophysics and Heat Transfer*, Vol. 27, No. 4, 2013 Sep 19615-32.
- [29] Rovenski, V., *Modeling of Curves and Surfaces with MATLAB*. Springer Science+ Business Media, LLC 2010, 2010.
- [30] Ahmad, Rashid A. "Convective heat transfer in the reusable solid rocket motor of the space transportation system." *Heat transfer engineering*, Vol. 26, no. 10 (2005): 30-45.
- [20] Kulhanek, Sarah Logan. "Design, Analysis, and Simulation of Rocket Propulsion System." PhD diss., University of Kansas, 2012.
- [21] Anderson Jr, J. D., *Computational fluid dynamics the basic with applications*, McGraw-Hill, New York, revised edition 1995.
- [22] Kargar, Ali. "Numerical analysis of supersonic-subsonic flow in the convergent-divergent nozzle along with the shock and comparison with analytical results." vol-2, 2009.
- [23] Hauser, Jochem. "Modern Introduction to Grid Generation." *COSMASE Shortcourse Notesk EPF Lausanne, Salzgitter, Deutschland* (1996).
- [24] Cross, Peter G., and Iain D. Boyd. "Two-Dimensional Modeling of Ablation and Pyrolysis with Application to Rocket Nozzles." *In 46th AIAA Thermophysics Conference*, p. 3383. 2016.
- [25] Moukalled, F., L. Mangani, and M. Darwish. "The finite volume method in computational fluid dynamics." *An Advanced Introduction with OpenFOAM and Matlab* (2016): 3-8.