

بهینه‌سازی مکانی حسگر / عملگر پیزوالکتریک بر پانل ساندویچی با اعمال اثرات ناپیوستگی

محمدحسین تیرانداز^۱ و میلاد عظیمی^{*۲}

۱- دانشکده فنی مهندسی دانشگاه آزاد اسلامی واحد تهران شمال

۲- پژوهشگاه هوافضا، وزارت علوم، تحقیقات و فناوری

*تهران، کدپستی: ۱۴۶۵۷۷۴۱۱۱

azimi.m@ari.ac.ir

این مقاله با استفاده از رویکرد نرم‌های H_2 و H_∞ به جانمایی بهینه وصله‌های پیزوالکتریک بر روی پانل ساندویچی یک فضایی‌نمونه پرداخته است. برخلاف سایر روش‌های بهینه‌سازی موجود، رویکرد پیش‌رو نه تنها نرم مودهای کنترل شده سیستم را افزایش می‌دهد، بلکه می‌تواند با در نظر گرفتن مودهای باقی‌مانده و کاهش نرم‌های H_2 و H_∞ ، مشکلات اسپیل‌آور شدن سیستم را کاهش دهد. رفتار ارتعاشات باقی‌مانده سیستم با در نظر گرفتن مدل سازه ساندویچی به جای استفاده از سازه‌های رایج و با استفاده از روش اجزاء محدود مدل‌سازی شده است. به منظور نمایش اثر جانمایی بهینه وصله‌های هوشمند پیزوالکتریک، رفتار ارتعاشی حلقه بسته سیستم با استفاده از کنترلر پسخوراند نرخ کرنش (SRF) کنترل شده است. به منظور مدل‌سازی واقعی‌تر رفتار سازه، اثرات ناپیوستگی میان هسته و رویه‌ها در مدل‌سازی‌ها در نظر گرفته شده است.

واژه‌های کلیدی: جانمایی بهینه، نرم‌های H_2 و H_∞ ، پیزوالکتریک، پانل ساندویچی، کنترل ارتعاشات، ناپیوستگی

		علائم و اختصارات	
y	خروجی		
M_m	ماتریس جرم مودال		
K_m	ماتریس سفتی مودال	N_t, N_b, N_f	توابع شکل
D_m	ماتریس میرایی مودال	M	ماتریس جرم
x_m	بردار جابه‌جایی مودال	D	ماتریس میرایی
\dot{x}_m	بردار سرعت مودال	K	ماتریس سفتی
c_{mx}	ماتریس جابه‌جایی مودال موقعیت حسگر	x	بردار جابه‌جایی
c_{mv}	ماتریس سرعت مودال موقعیت حسگر	\dot{x}	بردار سرعت
ω_i	فرکانس طبیعی/آمین مود	\dot{x}	بردار سرعت
$G_{(\omega)}$	تابع پاسخ فرکانسی	C_x	ماتریس جابه‌جایی موقعیت حسگر
H_2	نرم H_2 تابع پاسخ فرکانسی	C_v	ماتریس سرعت موقعیت حسگر
H_∞	نرم H_∞ تابع پاسخ فرکانسی	f	نیروهای ورودی سازه

مقدمه

سازه‌های ساندویچی به دلیل مشخصات فیزیکی خاص از قبیل نسبت مقاومت به وزن بالا در مقابل نیروهای استاتیکی و دینامیکی وارد شده تحمل مناسبی دارند. این سازه‌ها در بسیاری از کاربردها مانند صنایع فضایی خصوصاً فضاپیماها و ماهواره‌هایی که در آنها ملاحظات جرمی تأثیر بسزایی در تحقق مأموریت دارد، به کار برده می‌شود. از طرف دیگر، این سازه‌ها تحت شرایطی قرار می‌گیرند که تأثیرات محیط باعث ایجاد کرنش در ساختار آنها شده به طوری که این کرنش‌ها روی رفتار ارتعاشی سازه تأثیرگذار است [۱، ۲]. بر این اساس بررسی، تحلیل و بهینه‌سازی مکانی حسگر و عملگرهای پیزوالکتریک جهت کنترل ارتعاشات در سازه‌های فضایی با الزامات جرمی دارای اهمیت بسیار زیاد است. همچنین، مسئله اتصال رویه‌ها بر روی هسته این سازه‌ها در اغلب موارد به صورت ایده‌آل و اتصال پیوسته در نظر گرفته می‌شود. اگرچه، در واقعیت ناپوستگی میان لایه‌های مختلف این سازه‌ها در طول عمر آنها اتفاق می‌افتد. این ناپوستگی میان لایه‌ها نه تنها می‌تواند به عنوان یک عامل نامعینی در مدل‌سازی محسوب شود، بلکه می‌تواند طراحان را در به کارگیری سازه‌های هوشمند مانند پیزوالکتریک‌ها و اعمال ولتاژهای الکتریکی در کنترل رفتار ارتعاشی سیستم نیز دچار مشکل سازد [۳]. امروزه، سازه‌های هوشمند و پیزوالکتریک‌ها به جهت خواص مکانیکی و الکترومکانیکی و پاسخ فرکانسی مطلوب به صورت گسترده‌ای در صنایع پیشرفته مورد استفاده قرار می‌گیرند. مواد پیزوالکتریک و قابلیت بالای آنها در اعمال گشتاورهای کنترلی گسترده و میرا نمودن ارتعاشات سازه‌ای، به همراه سبکی، کارایی مناسب و مصرف کم انرژی موجب شده است که استفاده از آنها به عنوان عملگرها و حسگرهای کنترلی در ساختار سازه‌ای سیستم‌های دینامیکی با پارامترهای گسترده، به عنوان گزینه‌ای مناسب مطرح شود. در سال‌های اخیر، برای محاسبه انرژی خروجی از پیزوالکتریک‌ها از انواع روش‌های تحلیلی استفاده شده است، ولی با استفاده از روش المان محدود و نرم‌افزارهای تحلیلی در مدل‌سازی وصله‌های پیزوالکتریک، اتفاق تازه‌ای در این حوزه رخ داده است [۴، ۵].

به منظور مدل‌سازی سیستم‌های دینامیکی، استفاده از روش اجزاء محدود به عنوان یک روش شناخته شده و کارآمد در این حوزه بسیار مناسب است. در مطالعات بسیاری مانند مرجع [۶] به مدل‌سازی اجزاء محدود سازه‌های هوشمند پرداخته شده است.

هنگامی که با سازه‌های هوشمند سروکار داریم، حسگرها و

عملگرهای پیزوالکتریک در کنترل فعال ارتعاشات به عنوان تکنولوژی اصلی در نظر گرفته می‌شود. عملکرد سازه‌های هوشمند تنها به قانون کنترلی وابسته نیست، بلکه به مکان، تعداد و اندازه آنها نیز بستگی دارد [۷]. حتی جانمایی غیر بهینه اما منظم وصله‌های هوشمند پیزوالکتریک می‌تواند باعث ناپایداری سیستم کنترلی شود و این در حالی است که جانمایی بهینه این وصله‌ها حتی به صورت نامنظم می‌تواند همان الگوریتم کنترلی را پایدار نگه دارد [۸]. از عملگرهای پیزوالکتریک اغلب برای اعمال نیرو جهت مقابله با کرنش‌های ایجاد شده بر روی سازه استفاده می‌شود. به طور کلی، دو رویکرد اصلی برای جانمایی بهینه این وصله‌های هوشمند بر روی سازه‌های انعطاف‌پذیر وجود دارد. رویکرد اول بیشینه‌سازی نیروها یا گشتاورهای مودال اعمال شده به واسطه این عملگرها و رویکرد دوم کمینه‌سازی جابجایی‌های سازه‌ای است [۹]. از آنجاکه گشتاور کنترلی اعمال شده توسط عملگرهای پیزوالکتریک به راحتی اشباع می‌شود، کمینه‌سازی انرژی الکتریکی ورودی به عملگرها ضروری است [۱۰].

جانمایی بهینه عملگرهای پیزوالکتریک، میزان کنترل‌پذیری، مشاهده‌پذیری، پایداری و تأثیر قانون کنترل ارتعاشات فعال را بر روی سیستم تعیین می‌کند [۱۱]. این در حالی است که جانمایی نامناسب عملکرد سیستم را کاهش داده و حتی می‌تواند منجر به ناپایداری سیستم شود. محققان بسیاری در این حوزه فعالیت داشته‌اند. جانمایی بهینه وصله‌های حسگر/عملگر پیزوالکتریک بر روی یک صفحه یک سر گیردار مبتنی بر بیشینه‌سازی قابلیت مشاهده‌پذیری و کنترل‌پذیری توسط کیوه و همکاران انجام پذیرفت [۱۲]. استفاده از توابع شکلی در جانمایی بهینه عملگرهای پیزوالکتریک برای کنترل ارتعاشات بازوی دولینکی انعطاف‌پذیر توسط کاو و یو مورد بررسی قرار گرفته است [۱۳].

تکنیک بهینه‌سازی برای جانمایی وصله‌های پیزوالکتریک با گسسته‌سازی سازه به روش اجزاء محدود توسط پرمونت ارائه شد. در این روش قانون کنترلی بر روی کوچک‌ترین فرکانس سازه پیاده‌سازی شده است. همچنین، در این روش مودهای سازه‌ای به دو دسته کنترل‌پذیر و مودهای باقی‌مانده تقسیم‌بندی شده و وصله‌های پیزوالکتریک به طور بهینه جانمایی شده تا اثرات اسپیل‌اوت^۸ شدن که منجر به ناپایداری سیستم کنترلی می‌شود را کاهش دهند [۱۴]. روش‌های استاندارد بهینه‌سازی دیگری مبتنی بر گرمایان‌های کنترل‌پذیری و مشاهده‌پذیری و استفاده از نرم‌های H_2 و H_∞ نیز در [۱۲، ۱۵، ۱۶] ارائه شده است.

با توجه به بررسی‌های صورت‌گرفته از فعالیت‌های انجام گرفته در روش‌های بهینه‌سازی می‌توان مشاهده کرد که جانمایی بهینه

6. Cao and Yu
7. Preumont
8. Spillover

3. Piezoelectric (PZT)
4. Debonding
5. Qui

نسبت به سایر روش‌ها برخوردار است. از جمله این مزایا می‌توان به دارا بودن دامنه وسیع میرایی، پایداری بیش از یک مود با داشتن پهناى باند مناسب و سادگی در پیاده‌سازی اشاره کرد. ساختار روش کنترلی پسخوراند نرخ کرنش و متغیرهای تعریف شده در آن مانند روش پسخوراند موقعیت مثبت هست. فراری و آماییلی^۷ به کنترل فعال ارتعاشات صفحه ساندویچی با استفاده از وصله‌های پیزوالکتریک که به صورت نامنظم بر روی سازه چیدمان شده بود و پیاده‌سازی الگوریتم پسخوراند نرخ کرنش پرداختند [۲۵]. جانمایی وصله‌های پیزوالکتریک در این روش با استفاده از انرژی کرنشی صفحه تعیین می‌شود، به طوری که هر جفت وصله پیزوالکتریک بر روی یک صفحه اما با دو چیدمانی متقارن و نامتقارن نسبت به مرکز هندسی صفحه جانمایی شده‌اند.

ولدجیوریس^۸ و همکاران به کنترل ارتعاشات تیر هوشمند یک سر گیردار با استفاده از کنترلر پسخوراند نرخ کرنش پرداختند [۲۶]. مدل دینامیک سیستم با در نظر گرفتن دو مود اول استخراج شد. الگوریتم کنترلی با استفاده از تجهیزات cRIO 9022 به صورت به هنگام بر روی سیستم پیاده‌سازی شد.

یکی از اهداف این مقاله، نمایش معیاری برای وضعیت جانمایی بهینه حسگر و عملگرهای پیزوالکتریک روی سازه انعطاف‌پذیر با ملاحظات وزنی و استفاده از معیارهای کنترل‌پذیری است. برخلاف کارهای صورت پذیرفته در خصوص بهینه‌سازی مکانی وصله‌های هوشمند بر روی سازه‌های رایج، این مقاله به شناسایی مکان بهینه حسگرها و عملگرها به صورت هم‌زمان بر روی سازه‌های ساندویچی در حضور عیوبی مانند ناپیوستگی میان لایه‌ای پرداخته است. الگوریتم بهینه به کار برده شده، جایگاه عملگرها را با توجه به مکان حسگرها و یا مکان حسگرها را با در نظر گرفتن مکان عملگرها توصیف می‌کند. به طوری که در ابتدا با استفاده از روش گسسته‌سازی المان محدود به استخراج فرکانس‌ها، شکل مودها و پاسخ‌های دینامیکی سازه ساندویچی پرداخته و سپس به جانمایی بهینه وصله‌های حسگر/عملگر پیزوالکتریک با استفاده از تعیین نرم‌های H_2 و H_∞ پرداخته شده است. از جمله رویکردهای نوین در این مقاله پیاده‌سازی این الگوریتم‌های بهینه‌سازی به منظور در نظر گرفتن مودهای باقی‌مانده در سازه‌های ساندویچی و با ملاحظات اثرات ناپیوستگی میان رویه‌ها و هسته برای هرچه واقعی‌تر کردن فرایند مدلسازی این سازه می‌باشد. برای نمایش میزان اثر وصله‌های پیزوالکتریک، رفتار ارتعاشات حلقه بسته سیستم با استفاده از تئوری کنترلی پسخوراند نرخ کرنش بررسی شده است.

پیزوالکتریک‌ها غالباً مبتنی بر نیروهای مودال، بیشینه انرژی تلف شده و بیشینه درجه مشاهده‌پذیری و کنترل‌پذیری صورت گرفته است. به منظور افزایش میزان اثر الگوریتم کنترلی در کنترل فعال ارتعاشات، موقعیت بهینه حسگرها و عملگرها باید طوری تعیین شود که ماتریس گرامیان مشاهده‌پذیری و کنترل‌پذیری تعیین شود. نسترویچ و تراچکو^۹ به جانمایی بهینه حسگر و عملگر سازه‌های بزرگ انعطاف‌پذیر فضایی براساس معادلات حالت کاهش مرتبه یافته پرداختند [۱۷]. رویکرد بهینه‌سازی مبتنی بر نرم‌های H_2 و H_∞ با تأکید بر گرامیان‌های مشاهده‌پذیری و کنترل‌پذیری سازه که مربوط به مقادیر ویژه سازه مورد نظر بود، صورت پذیرفت.

سان و همکاران به کنترل بازوی انعطاف‌پذیر تک لینیکی براساس موقعیت عملگر پیزوالکتریک با استفاده از الگوریتم کنترلی پسخوراند سرعت خطی پرداختند [۱۸]. همچنین، برای کنترل مانور این بازوی تک لینیکی از تئوری لیاپانوف شامل پسخوراند ولتاژ عملگرهای پیزوالکتریک استفاده شده است، به طوری که علاوه بر کنترل مانور جسم صلب، ارتعاشات بازو نیز کاهش یابد.

در سال ۲۰۱۷، گائو^{۱۰} و همکاران کنترل فعال ارتعاشات سازه بال هواپیما را با استفاده از المان‌های هوشمند و براساس عملگرهای پیزوالکتریک و حسگرهای فیبری^{۱۱} (FBG) مورد بررسی قرار دادند [۱۹]. کنترل ارتعاشات با استفاده از الگوریتم کنترل هیبرید کمینه میانگین مجذور خطای فیلتر شده چند ورودی-چند خروجی، با شناسایی هم‌زمان سیگنال مرجع انجام شد.

شولز^{۱۲} و همکاران مسئله جانمایی بهینه وصله‌های پیزوالکتریک روی سازه‌های کامپوزیتی را برای کنترل ارتعاشات بررسی کردند [۲۰]. در این بررسی، روش المان محدود برای مدل‌سازی سازه و الگوریتم LQR برای کنترل ارتعاشات بکار برده شد. همچنین، به علت ماهیت گسسته مسئله، از یک الگوریتم ژنتیک ساده برای بهینه‌سازی مکانی وصله‌های پیزوالکتریک استفاده شده است.

در مورد انتخاب الگوریتم‌های مناسب کنترل فعال ارتعاشات توسط مواد پیزوالکتریک، تحقیقات متعددی انجام شده است. از جمله این روش‌ها می‌توان به روش کنترلی پسخوراند نرخ کرنش^{۱۳} [۲۱]، پسخوراند موقعیت مثبت^{۱۴} [۲۲]، مود لغزشی^{۱۵} [۲۳] و LQR [۲۴] اشاره کرد. از میان آن‌ها کارهای، انجام شده در استفاده از روش SRF که در آن مختصات سرعت سازه به‌طور مستقیم به جبران‌کننده فرستاده شده و مختصه موقعیت (جابجایی مکانی) جبران‌کننده در یک بهره منفی ضرب شده و به سازه پسخوراند می‌شود، از مزایای بیشتری

14. Strain Rate Feedback (SRF)
15. Positive Position Feedback (PPF)
16. Sliding Mode Control
17. Ferrari and Amabili
18. Wledegiourgis

9. Nestorović and Trajkov
10. Sun
11. Gao
12. Fiber Bragg grating
13. Schulz

به طوری که توابع N_f', N_f, N_b, N_t عبارتند از:

$$\begin{aligned} [N_f] &= [0 \ 0 \ 1 - \xi \ 0 \ 0 \ 0 \ 0] \\ [N_b] &= [0 \ 0 \ 0 \ 1 - \xi \ 0 \ 0 \ 0] \\ [N_f] &= [1 - (\xi - 2\xi^2 + \xi^3) \ L \ 0 \ 0 \ 3\xi^2 - 2\xi^3 \ (\xi^2 + \xi^3) \ L \ 0 \ 0] \quad (3) \\ [N_f'] &= \left[\frac{\partial N_f}{\partial x} \right] = \left[\frac{1}{L} \frac{\partial N_f}{\partial \xi} \right] \end{aligned}$$

که در آن، L مقدار طول المان و $\xi = \frac{x}{L}$ هست. با استفاده از هر یک از این توابع می‌توان ماتریس‌های سفتی رویه و هسته را برای یک المان به دست آورد. سپس، با موتاژ این ماتریس‌ها با استفاده از روش المان محدود (FEM) ماتریس سفتی، میرایی و جرم را برای یک تیر با شرایط مرزی یک سرگیردار و دو سرگیردار همراه با ۴ درجه آزادی برای هر گره به دست آورد. درجات آزادی مد نظر همان گونه که در شکل (۱) ملاحظه شد خیز، شیب و جابه‌جایی‌های محوری ورقه‌های رویه بالا و پایین سازه ساندویچی است. انرژی پتانسیل خمشی رویه‌های الاستیک را می‌توان با بسط انرژی کرنشی به شکل زیر استخراج کرد:

$$\begin{aligned} U_{be} &= \frac{1}{2} \int_V (\epsilon_i \sigma_i + \epsilon_b \sigma_b) dV|_{t,b} + \int_V (\epsilon_a \sigma_a + \epsilon_s \sigma_s) dV|_{a,s} \\ &= \frac{1}{2} \int_0^{L_t, L_b, L_s} (E_t A_t + E_b A_b) \left(\frac{\partial u_t}{\partial x} \right)^2 + (E_b A_b + E_s A_s) \left(\frac{\partial u_b}{\partial x} \right)^2 \\ &\quad + (E_t I_t + E_b I_b + E_a I_a + E_s I_s) \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right)^2 dx \\ &= \frac{1}{2} \{q^e\}^T \int_0^L \left(\frac{E_t A_t}{L} + \frac{E_b A_b}{L} \right) [N_t']^T [N_t'] \\ &\quad + \left(\frac{E_b A_b}{L} + \frac{E_s A_s}{L} \right) [N_b']^T [N_b'] \\ &\quad + \frac{EI}{L^3} [N_f']^T [N_f'] dx \{q^e\} \\ &= \frac{1}{2} \{q^e\}^T [K_{qa}]^e \{q^e\} \end{aligned} \quad (4)$$

با توجه به این بسط و قرار دادن مقادیر N_f', N_b', N_t' در معادلات بالا ماتریس سفتی متقارن هر المان استخراج می‌شود. انرژی کرنش برشی از رابطه زیر استخراج می‌شود:

$$\tau_c = k_d \left(\frac{u_t - u_b}{h_c} + \frac{h_0}{h_c} \theta \right) = k_d \left(\frac{u_t - u_b}{h_c} + \frac{h_0}{h_c} \frac{dw}{dx} \right) \quad (5)$$

که در آن، θ ، τ_c هر دو دارای مقادیر مثبت و در خلاف جهت عقربه‌های ساعت می‌باشند. با جایگذاری روابط (۱) و (۲) در رابطه (۵) خواهیم داشت:

$$\tau_c = -k_d \left[\frac{N_t - N_b}{h_c} + \frac{h_0}{h_c} \frac{dN_f}{dx} \right] \{q^e\} \quad (6)$$

همچنین انرژی پتانسیل برشی هسته به صورت رابطه (۷) در نظر گرفته می‌شود:

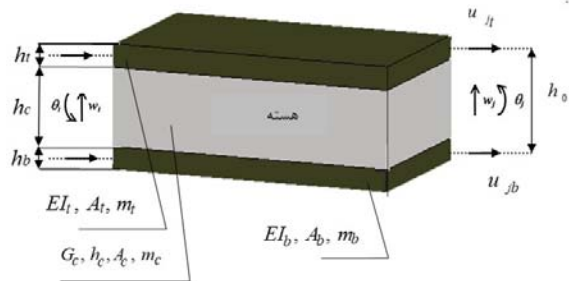
ساختار مقاله به این قرار می‌باشد که در بخش دوم، مدل‌سازی ریاضی سازه ساندویچی با دو شرایط مرزی یک سر و دو سرگیردار با مواد پیزوالکتریک جانمایی شده بر روی آن و با استفاده از روش گسسته‌سازی اجزاء محدود، صورت پذیرفته است. همچنین، در این بخش الگوریتم کنترل ارتعاشات مبتنی بر روش پس‌خوراند نرخ کرنش برای کنترل رفتار ارتعاشی این سازه ارائه شده است. جانمایی بهینه حسگر/عملگرهای پیزوالکتریک با استفاده از تعیین نرم‌های H_2 و H_∞ در بخش سوم توصیف شده است. بخش چهارم به ارائه شبیه‌سازی‌های عددی و مقایسه نتایج می‌پردازد و در نهایت مقاله با ارائه نتیجه‌گیری به اتمام خواهد رسید.

مدل‌سازی ریاضی

در این بخش معادلات حاکم، مدل مودال و جانمایی حسگر و عملگر پیزوالکتریک به صورت ریاضی مورد بررسی قرار می‌گیرند.

معادله حرکت

پانل ساندویچی مورد بررسی مطابق آنچه در شکل (۱) نشان داده شده، مستطیلی با دو رویه و هسته میانی از جنس آلومینیوم است. محورهای مختصات در راستای طول و عرض و ضخامت سازه در نظر گرفته شده است. قابل ذکر است که جهت مثبت محور z در راستای ضخامت و رو به پایین است. در سازه مورد نظر ضخامت‌های هسته، رویه بالا، رویه پایینی به ترتیب با h_b, h_t, h_c نمایش داده می‌شود. طول و عرض ورق به ترتیب برابر با a و b در نظر گرفته می‌شود.



شکل ۱- پانل ساندویچی مجهز به وصله‌های پیزوالکتریک

درجه آزادی برای هر المان به صورت زیر نمایش داده شده است:

$$\{q^e\} = \begin{Bmatrix} q_i \\ q_j \end{Bmatrix} = [w_i \ \theta_i \ u_{it} \ u_{ib} \ w_j \ \theta_j \ u_{jt} \ u_{jb}]^T \quad (1)$$

با استفاده از چندجمله‌ای‌های مرسوم به توابع بردار میدان جابه‌جایی $\{\delta\}$ ، به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$[w \ \theta \ u_1 \ u_3]^T = [N_f \ N_f' \ N_t \ N_b]^T \{q_e\} \quad (2)$$

پیزوالکتریک و $i(t)$ جریان مدار بسته تولید شده توسط حسگر است که این جریان نرخ کرنش المان پنل ساندویچی را اندازه‌گیری می‌کنند و مقدار آن برابر است با:

$$i(t) = e_{31} b \left(\frac{h_c}{2} + h_i + h_a \right) \{D_s\} \{\dot{q}^e\}^T \quad (14)$$

در روابط فوق e_{31} ثابت تنش پیزوالکتریک، $\{D_s\}$ و $\{D_a\}$ به ترتیب بردارهای توزیع جریان حسگر و ولتاژ عملگر می‌باشد و عبارتند از:

$$\begin{aligned} D_s &= \{0 \quad -1 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 1 \quad 0 \quad 0\} \\ D_a^T &= \{-1 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 1 \quad 0 \quad 0 \quad 0\} \end{aligned} \quad (15)$$

مدل مودال

مدل مودال برای یک سازه انعطاف‌پذیر توسط ماتریس‌های جرم، میرایی، سفتی و همچنین موقعیت‌های حسگر/عملگر پیزوالکتریک تعیین می‌شود. این پارامترها در ساختار معادله دیفرانسیل مرتبه دوم قرار دارند:

$$\begin{aligned} M\ddot{x} + D\dot{x} + Kx &= Bf \\ y &= C_x x + C_y \dot{x} \end{aligned} \quad (16)$$

که در آن x بردار n بعدی جابه‌جایی نودال، f بردار r بعدی ورودی، y بردار s بعدی خروجی و $[K]$ ، $[D]$ و $[M]$ به ترتیب ماتریس‌های سفتی، میرایی و جرم که هر یک ماتریس‌های $n \times n$ می‌باشند. ماتریس ورودی B با ابعاد $n \times r$ شامل موقعیت‌های عملگر و ماتریس خروجی جابه‌جایی C_x و سرعت C_y با ابعاد $s \times n$ شامل موقعیت‌های جابه‌جایی و سرعت حسگر هستند. در اینجا ماتریس جرم یک ماتریس مثبت معین و ماتریس‌های سفتی و میرایی مثبت نیمه معین است. همچنین، n تعداد درجات آزادی، r تعداد عملگرها و s تعداد حسگرها در نظر گرفته شده است. با پیاده‌سازی پاسخ هارمونیک $x = \phi e^{i\omega t}$ فرکانس‌های طبیعی ω_i و شکل مودهای متناظر با آن ϕ_i از حل دترمینان معادله جبری همگن سیستم، استخراج می‌شود. به‌گونه‌ای که فرم ماتریسی آن‌ها را می‌توان به صورت $\Omega = \text{diag}(\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_n)$ و $\Phi = [\phi_1 \quad \phi_2 \dots \phi_n]$ نمایش داد. فرم مودال معادله (۱۶) را می‌توان با تعریف $x = \Phi x_m$ که در آن x_m بردار مودال جابه‌جایی است، تعیین کرد. با استفاده از خاصیت تقارن ماتریس‌های جرم، سفتی و میرایی، فرم تبدیل یافته آن‌ها عبارت است از:

$$\begin{aligned} M_m &= \Phi^T M \Phi \\ K_m &= \Phi^T K \Phi \\ D_m &= \Phi^T D \Phi \end{aligned} \quad (17)$$

با ضرب Φ^T و M_m^{-1} در سمت چپ معادله (۱۶) فرم مودال آن به صورت رابطه (۱۸) تعیین می‌شود:

$$\begin{aligned} U_{shear} &= \frac{1}{2} \int_V G_c \tau_c^2 dV \\ &= \frac{1}{2} \frac{k_d G_c A_c L}{h_c^2} \{q^e\}^T \int_0^1 \left[N_i - N_b + \frac{h_0}{L} N'_f \right] \\ &\quad \left[N_i - N_b + \frac{h_0}{L} N'_f \right] d\xi \{q^e\} = \frac{1}{2} \{q^e\}^T [K_{qq}]_{shear}^e \{q^e\} \end{aligned} \quad (7)$$

که در آن، k_d پارامتر تعیین‌کننده شرایط اتصال بین لایه‌های پنل ساندویچی می‌باشد، به طوری که اگر $k_i = 0$ اتصال لایه‌ها کاملاً ناپوسته و وقتی که $k_i = 1$ اتصال بین لایه‌ها در بهترین حالت پوستگی خود قرار دارد. المان ماتریس سفتی نهایی سیستم عبارت است از:

$$[K_{qq}] = [K_{qq}]_{be}^e + [K_{qq}]_{shear}^e \quad (8)$$

به‌طور مشابه انرژی جنبشی رویه‌ها به صورت زیر استخراج می‌شود:

$$\begin{aligned} T &= \frac{1}{2} \int_0^L (\rho_0 \dot{w}^2 + (\rho_i + \rho_a) \dot{u}_i^2 + (\rho_b + \rho_s) \dot{u}_b^2) dx \\ &= \frac{L}{2} \{q^e\}^T \int_0^1 (\rho_0 [N_f]^T [N_f] + (\rho_i + \rho_a) [N_i]^T [N_i] \\ &\quad + (\rho_b + \rho_s) [N_b]^T [N_b]) d\xi \{q^e\} \\ &= \frac{1}{2} \{q^e\}^T [M_{qq}]^e \{q^e\} \end{aligned} \quad (9)$$

که در آن:

$$\begin{aligned} [M_{qq}]^e &= \int_0^1 (m_0 [N_f]^T [N_f] + m_i [N_i]^T [N_i] \\ &\quad + m_b [N_b]^T [N_b]) d\xi \end{aligned} \quad (10)$$

در این روابط $m_0 = m_i + m_c + m_b$ و m_i جرم واحد طول لایه نام از المان تیر هست. بنابراین، معادله حرکت سیستم عبارت است از:

$$[M_{qq}]_{eq}^e \{\ddot{q}^e\} + [D_{qq}]_{eq}^e \{\dot{q}^e\} + [K_{qq}]_{eq}^e \{q^e\} = f_{eq}^e + f_{SRF}^e \quad (11)$$

که در آن D_{qq}^e ، M_{qq}^e ، K_{qq}^e ، f_{eq}^e ، f_{SRF}^e ماتریس‌های سختی، جرم و میرایی برای یک المان (۲ گره) از سازه ساندویچی می‌باشد. شایان ذکر است که ماتریس D_{qq}^e با استفاده از روش رایلی (میرایی تناسبی) به دست می‌آید و داریم:

$$[D_{qq}]^e = \alpha [M_{qq}]^e + \beta [K_{qq}]^e \quad (12)$$

همچنین، f_{SRF}^e گشتاور کنترلی تولید شده توسط عملگر پیزوالکتریک هست، به طوری که داریم:

$$f_{SRF}^e = E_a d_{31} b g_1 S_c \left(\frac{h_a + h_c}{2} \right) \{D_a\} i(t) \quad (13)$$

که در آن g_1 ضریب بهره کنترلی، S_c ضریب مناسب‌سازی سیگنال، d_{31} ثابت کرنش پیزوالکتریک، E_a مدول الاستیسیته عملگر

که در آن، $w_{ki} \geq 0$ وزن اختصاص داده شده به k امین عملگر در n امین مود و n تعداد مودهاست. در نرم‌افزارهای کاربردی برای بیان راحت‌تر، شاخص‌های جانمایی را می‌توان به صورت ماتریس جانمایی نمایش داد و داریم:

$$\Sigma_2 = \begin{bmatrix} \sigma_{211} & \sigma_{212} & \dots & \sigma_{21k} & \dots & \sigma_{21S} \\ \sigma_{221} & \sigma_{222} & \dots & \sigma_{22k} & \dots & \sigma_{22S} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \sigma_{2i1} & \sigma_{2i2} & \dots & \sigma_{2ik} & \dots & \sigma_{2iS} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \sigma_{2n1} & \sigma_{2n2} & \dots & \sigma_{2nk} & \dots & \sigma_{2nS} \end{bmatrix} \quad (23)$$

$$\Sigma_\infty = \begin{bmatrix} \sigma_{\infty 11} & \sigma_{\infty 12} & \dots & \sigma_{\infty 1k} & \dots & \sigma_{\infty 1S} \\ \sigma_{\infty 21} & \sigma_{\infty 22} & \dots & \sigma_{\infty 2k} & \dots & \sigma_{\infty 2S} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \sigma_{\infty i1} & \sigma_{\infty i2} & \dots & \sigma_{\infty ik} & \dots & \sigma_{\infty iS} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \sigma_{\infty n1} & \sigma_{\infty n2} & \dots & \sigma_{\infty nk} & \dots & \sigma_{\infty nS} \end{bmatrix}$$

که روابط بالا برای k حسگر نیز برقرار است.

شبیه‌سازی‌های عددی

در این بخش با ذکر دو مثال به بررسی نتایج شبیه‌سازی پرداخته شده است. سازه ساندویچی با هسته لانه زنبوری تعریف شده در شکل (۱) با استفاده از روش المان محدود به ۸ المان مساوی تقسیم شده است. مشخصه‌های فیزیکی این سازه مجهز به وصله‌های پیزوالکتریک در جدول (۱) ارائه شده است.

جدول ۱- مشخصات فیزیکی سازه ساندویچی

پیزوالکتریک	سازه میزبان		مشخصات
	هسته	رویه‌ها	
$E_p = 68 \times 10^9$	$G_c = 0.26 \times 10^9$	$E_{t,b} = 70 \times 10^9$	مدول یانگ/مدول برشی (pa)
$\rho_p = 7700$	$\rho_c = 83.3$	$\rho_{t,b} = 2700$	چگالی (kg/m^3)
$h_p = 0.00035$	$h_c = 0.002$	$h_{t,b} = 0.0007$	ضخامت (m)
$w_p = 0.08$	$w_c = 0.2$	$w_{t,b} = 0.2$	عرض (m)
$L_p = 0.08$	$L_c = 0.7$	$L_{t,b} = 0.7$	طول (m)
$e_{31} = 10.5 \times 10^{-3}$	-	-	ثابت تنش پیزوالکتریک (m/V)
$d_{31} = 125 \times 10^{-12}$	-	-	ثابت کرنش پیزوالکتریک (m/V)

در ادامه شبیه‌سازی‌های عددی برای جانمایی پهنه وصله‌های حسگر/عملگر پیزوالکتریک با استفاده از نرم‌های H_2 و H_∞ برای دو مورد مطالعه با شرایط مرزی یک سر گیردار و دو سر گیردار بررسی شده است.

$$\ddot{\mathbf{x}}_m + 2\mathbf{Z}\Omega\dot{\mathbf{x}}_m + \Omega^2\mathbf{x}_m = \mathbf{B}_m\mathbf{u} \quad (18)$$

$$\mathbf{y} = \mathbf{C}_{mv}\mathbf{x}_m + \mathbf{C}_{mv}\dot{\mathbf{x}}_m$$

که در معادله فوق $\mathbf{Z} = 0.5\mathbf{M}_m^{-1}\mathbf{D}_m\Omega^{-1}$ ماتریس قطری میرایی مودال، $\mathbf{B}_m = \mathbf{M}_m^{-1}\Phi^T\mathbf{B}$ ماتریس ورودی مودال، $\Omega^2 = \mathbf{M}_m^{-1}\mathbf{K}_m$ و ماتریس‌های $\mathbf{C}_{mv} = \mathbf{C}_v\Phi$ و $\mathbf{C}_{mx} = \mathbf{C}_x\Phi$ به ترتیب ماتریس‌های جابه‌جایی و سرعت مودال هستند.

نرم‌های مودال

در زیر با توجه به نرم‌های H_2 و H_∞ سیستم، مودها و موقعیت‌های مهم جهت جانمایی حسگرها و عملگرهای پیزوالکتریک به دست آمده است. با در نظر گرفتن $\mathbf{G}(\omega)$ به عنوان تابع پاسخ فرکانسی، برای نرم‌های H_2 و H_∞ خواهیم داشت:

$$\|\mathbf{G}\|_2^2 = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} tr(\mathbf{G}^*(\omega)\mathbf{G}(\omega))d\omega \quad (19)$$

$$\|\mathbf{G}\|_\infty = \max \sigma_{\max}(\mathbf{G}(\omega))$$

در اینجا نرم‌های H_2 و H_∞ برای یک سازه انعطاف‌پذیر به صورت مودال برای i امین مود به شکل زیر بیان می‌شود:

$$\|\mathbf{G}_i\|_2 \cong \frac{\|\mathbf{B}_i\|_2 \|\mathbf{C}_i\|_2}{2\sqrt{\zeta_i}\omega_i} \quad (20)$$

$$\|\mathbf{G}_i\|_\infty \cong \frac{\|\mathbf{B}_i\|_\infty \|\mathbf{C}_i\|_\infty}{2\sqrt{\zeta_i}\omega_i}$$

که در آن، ζ_i نسبت میرایی i امین مود است. باید به این نکته توجه داشت که نرم‌های H_2 و H_∞ برای i امین مود و فقط با i امین عملگر یا با i امین مود و فقط k امین حسگر و به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\|\mathbf{G}_i\|_2^2 \cong \sum_{j=1}^R \|\mathbf{G}_{ij}\|_2^2, \quad \|\mathbf{G}_i\|_2^2 \cong \sum_{k=1}^S \|\mathbf{G}_{ik}\|_2^2 \quad (21)$$

$$\|\mathbf{G}_i\|_\infty^2 \cong \sum_{j=1}^R \|\mathbf{G}_{ij}\|_\infty^2, \quad \|\mathbf{G}_i\|_\infty^2 \cong \sum_{k=1}^S \|\mathbf{G}_{ik}\|_\infty^2$$

جانمایی حسگر و عملگر پیزوالکتریک

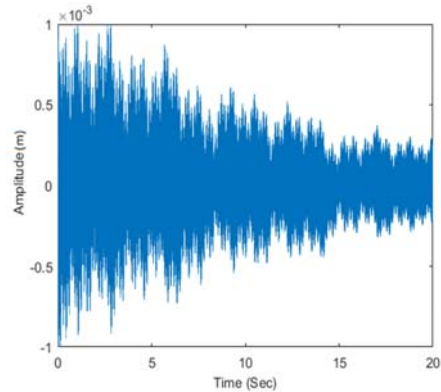
به وسیله تابع انتقال سیستم، تمام S موقعیت نامزد برای قرارگیری عملگر مشخص شده می‌باشد. با توجه به تمام مودها و عملگرهای مجاز، شاخص جانمایی σ_{2ki} که k امین عملگر برای i امین مود از روابط نرم‌های H_2 و H_∞ می‌باشد، تعیین شده است:

$$\sigma_{2ki} = w_{ki} \frac{\|\mathbf{G}_{ki}\|_2}{\|\mathbf{G}\|_2} \quad (22)$$

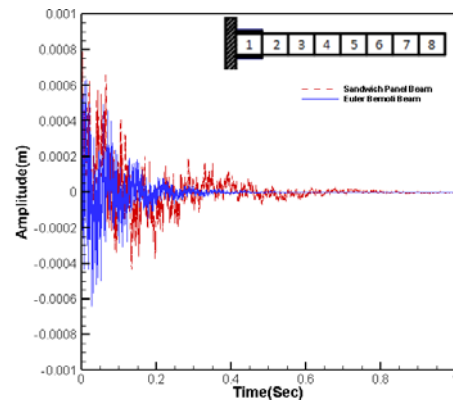
$$\sigma_{\infty ki} = w_{ki} \frac{\|\mathbf{G}_{ki}\|_\infty}{\|\mathbf{G}\|_\infty} \quad k = 1, \dots, S \quad i = 1, \dots, n$$

سازه یک سر گیردار

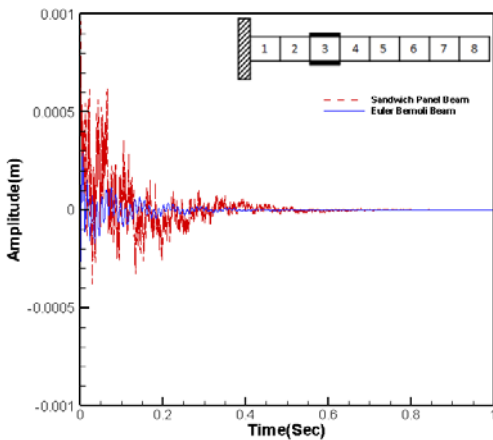
با توجه به روابط (۱) تا (۱۷) و مشخصات سازه تیر ساندویچی نتایج مقدار جابه‌جایی برای گره انتهایی با شرایط مرزی یک سر گیردار و گره وسط تیر برای حالت دو سر گیردار به صورت مجزا ارائه شده است. جابجایی انتهایی تیر با شرایط مرزی یک سر گیردار بدون جانمایی وصله‌های پیزوالکتریک در شکل (۲) نمایش داده شده است. همچنین، مقدار جابه‌جایی این گره برای حالتی که وصله‌های پیزوالکتریک بر روی المان‌های گوناگون قرار داده شده‌اند، در شکل‌های (۳) تا (۸) نشان داده شده است. نتایج جابه‌جایی، با در نظر گرفتن اثرات ناپوستگی در حالت‌های ۳۰، ۵۰ و ۷۰ درصد ناپوستگی برای تیر یک سر گیردار مدل شده که نتایج به صورت شکل (۹) نشان داده شده است. همچنین، مقدار جابه‌جایی هر گره براساس نرم‌های H_2 و H_∞ تا ۳ مود اول در شکل‌های (۱۰) تا (۱۲) و (۱۴) تا (۱۶) (به منظور نمایش واضح‌تر سه مود اول) و به صورت تجمیعی تا ۶ مود اول در شکل‌های (۱۳) و (۱۷) برای شرایط مرزی یک سر گیردار نمایش داده شده است. علاوه بر این، نمودار بُد تیر ساندویچی با توجه به شرایط مرزی یک سر گیردار در شکل (۱۸) نمایش داده شده است.



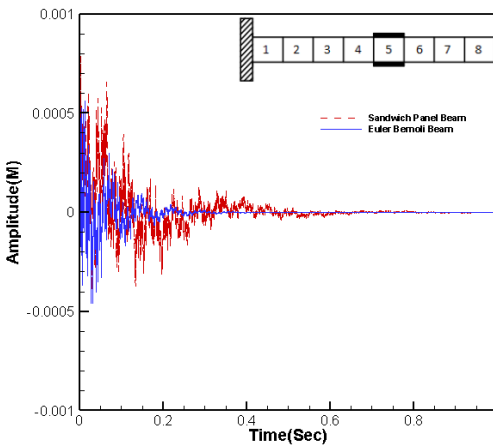
شکل ۲- جابه‌جایی سازه یک سر گیردار ساندویچی بدون اثر وصله‌های پیزوالکتریک



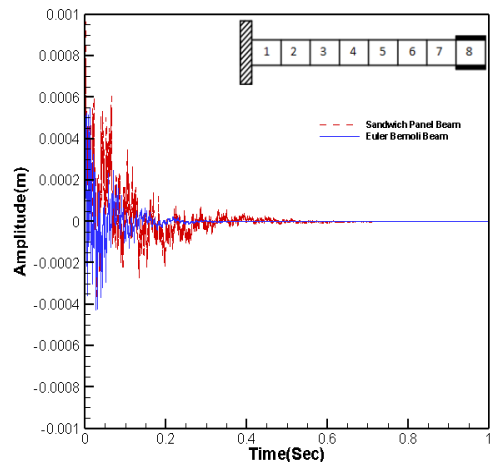
شکل ۳- جابه‌جایی سازه یک سر گیردار ساندویچی با جانمایی وصله پیزوالکتریک بر روی المان اول



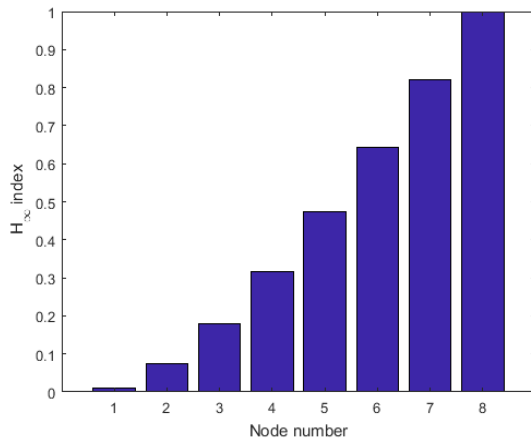
شکل ۴- جابه‌جایی سازه یک سر گیردار ساندویچی با جانمایی وصله پیزوالکتریک بر روی المان سوم



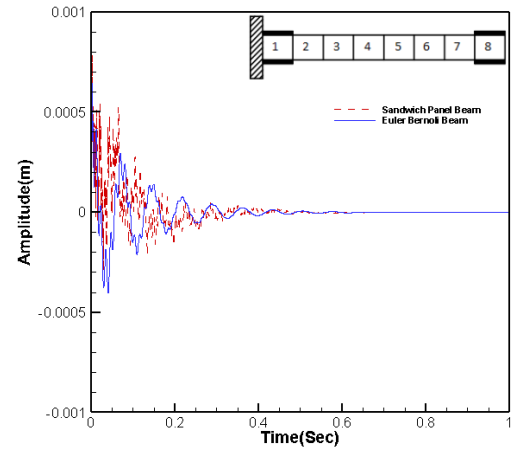
شکل ۵- جابه‌جایی سازه یک سر گیردار ساندویچی با جانمایی وصله پیزوالکتریک بر روی المان پنجم



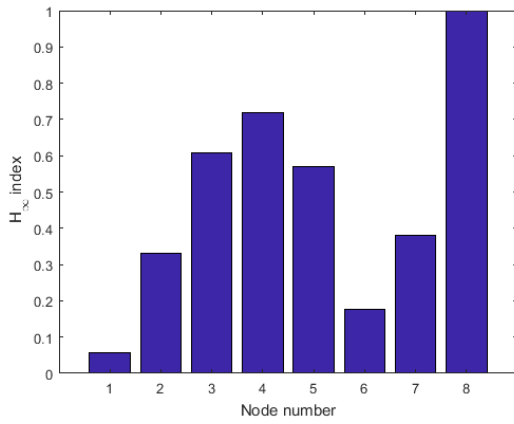
شکل ۶- جابه‌جایی سازه یک سر گیردار ساندویچی با جانمایی وصله پیزوالکتریک بر روی المان هشتم



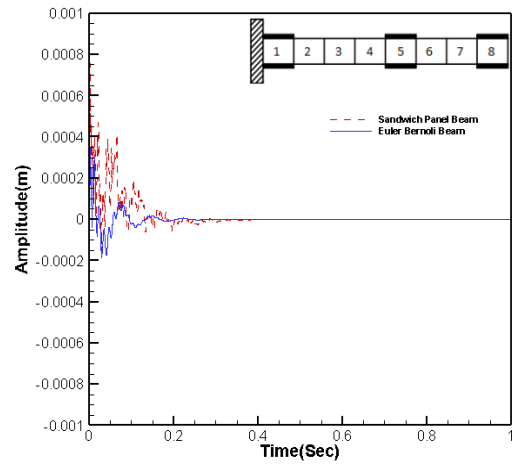
شکل ۱۰- مکان بهینه H_{∞} جهت قرارگیری وصله پیزوالکتریک برای مود اول ارتعاشی سازه یک سر گیردار



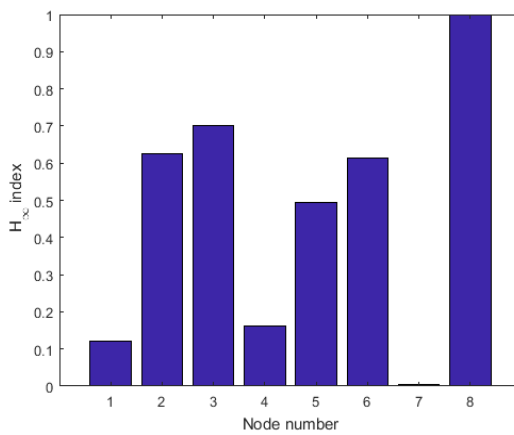
شکل ۷- جابه‌جایی سازه یک سر گیردار با اثر وصله پیزوالکتریک بر روی المان ابتدایی و انتهایی



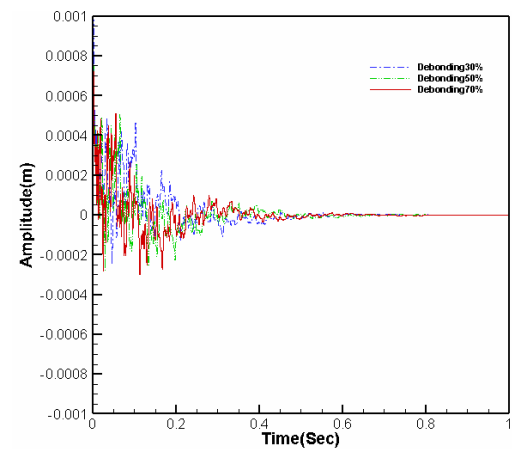
شکل ۱۱- مکان بهینه H_{∞} جهت قرارگیری وصله پیزوالکتریک برای مود دوم ارتعاشی سازه یک سر گیردار



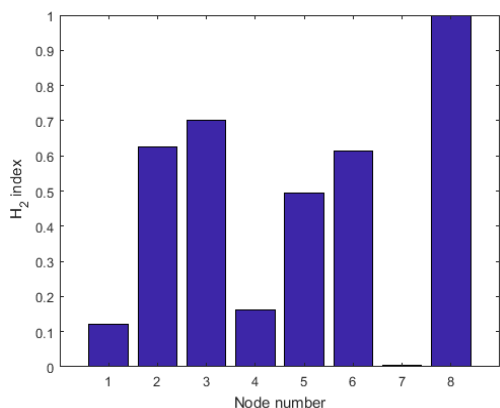
شکل ۸- جابه‌جایی سازه یک سر گیردار با اثر وصله پیزوالکتریک بر روی المان ابتدایی، پنجم و انتهایی



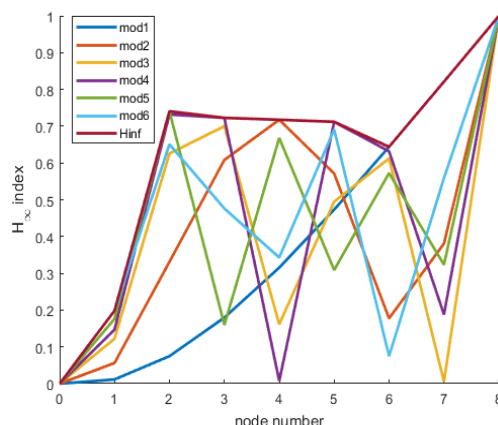
شکل ۱۲- مکان بهینه H_{∞} جهت قرارگیری وصله پیزوالکتریک برای مود سوم ارتعاشی سازه یک سر گیردار



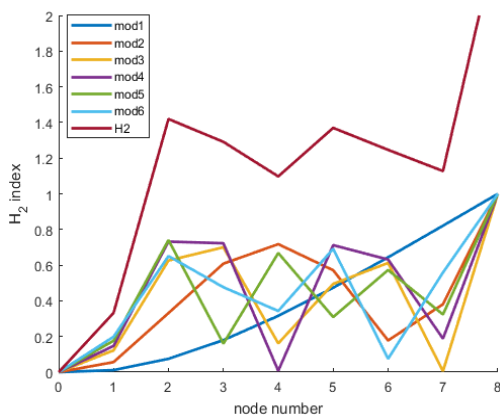
شکل ۹- اثرات ناپیوستگی بر جابه‌جایی سازه یک سر گیردار ساندویچی با اثر وصله پیزوالکتریک



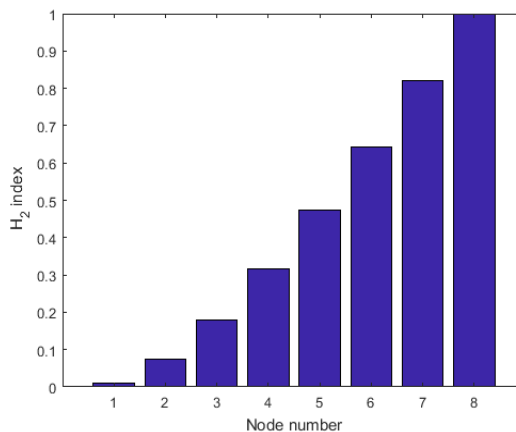
شکل ۱۶- مکان بهینه H₂ جهت قرارگیری وصله پیزوالکتریک برای مود سوم ارتعاشی سازه یک سر گیردار



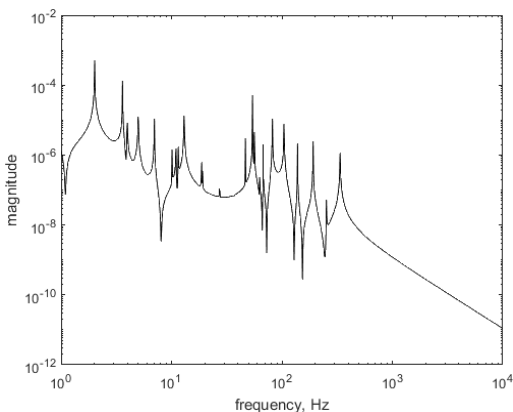
شکل ۱۳- مکان بهینه H_∞ جهت قرارگیری وصله پیزوالکتریک برای مود اول ارتعاشی سازه یک سر گیردار



شکل ۱۷- مکان بهینه H₂ جهت قرارگیری وصله پیزوالکتریک برای مود اول ارتعاشی سازه یک سر گیردار



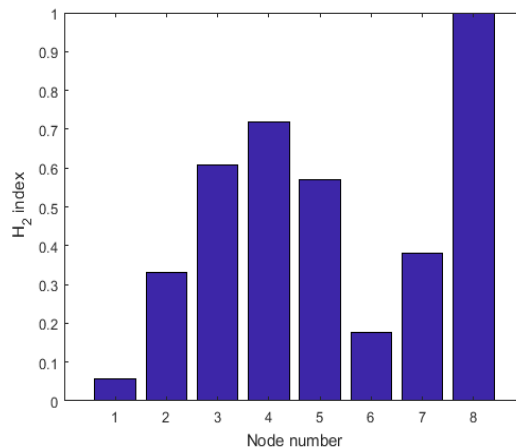
شکل ۱۴- مکان بهینه H₂ جهت قرارگیری وصله پیزوالکتریک برای مود اول ارتعاشی سازه یک سر گیردار



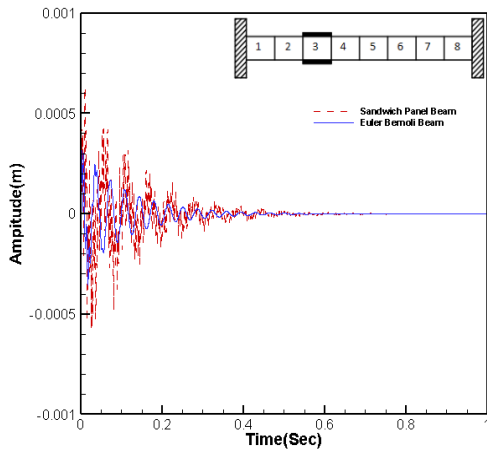
شکل ۱۸- نمودار بُد پانل ساندویچی با شرایط مرزی یک سر گیردار

سازه دو سر گیردار

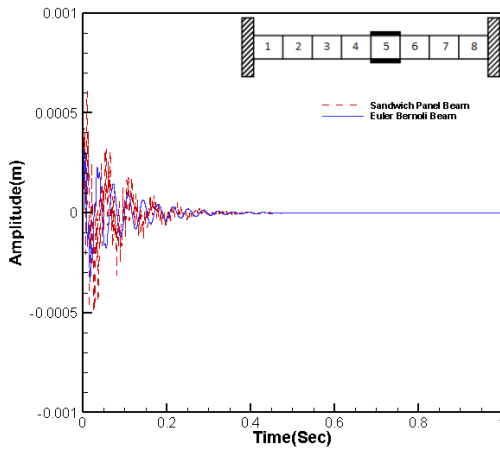
با توجه به روابط (۱) تا (۱۷) و مشخصات سازه تیر ساندویچی نتایج مقدار جابه‌جایی برای گره وسط تیر با شرایط مرزی دو سر گیردار



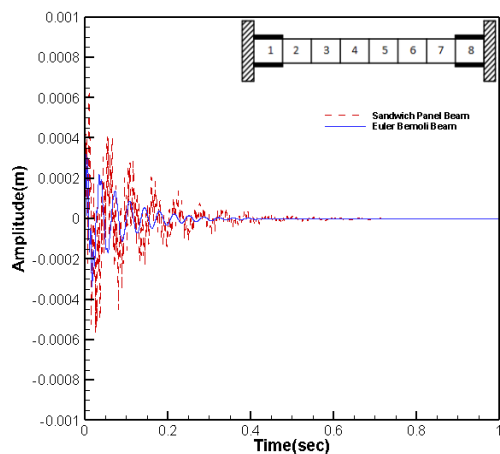
شکل ۱۵- مکان بهینه H₂ جهت قرارگیری وصله پیزوالکتریک برای مود دوم ارتعاشی سازه یک سر گیردار



شکل ۲۱- جابه‌جایی سازه دو سر گیردار با اثر وصله پیزوالکتریک بر روی المان سوم



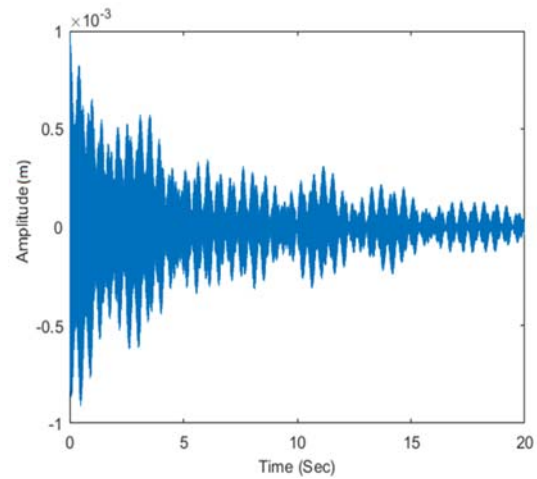
شکل ۲۲- جابه‌جایی گره وسط سازه دو سر گیردار با اثر وصله پیزوالکتریک بر روی المان پنجم



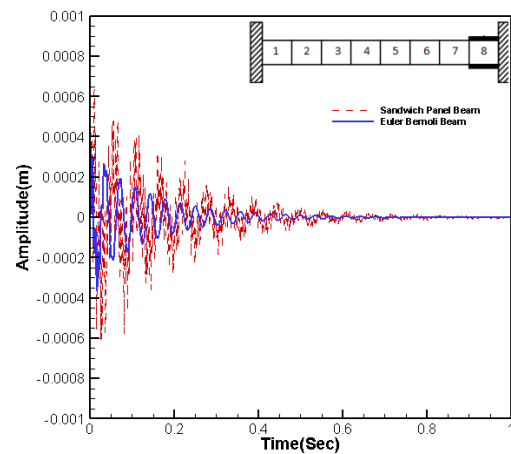
شکل ۲۳- جابه‌جایی سازه دو سر گیردار با اثر وصله پیزوالکتریک بر روی المان ابتدایی و انتهایی

برای سازه تیر بدون جانمایی وصله‌های پیزوالکتریک در شکل (۱۹) نمایش داده شده است. همچنین، مقدار جابه‌جایی این گره برای زمانی که وصله‌های پیزوالکتریک بر روی المان‌های گوناگون قرار داده شده‌اند در شکل‌های (۱۹) تا (۲۴) نشان داده شده است.

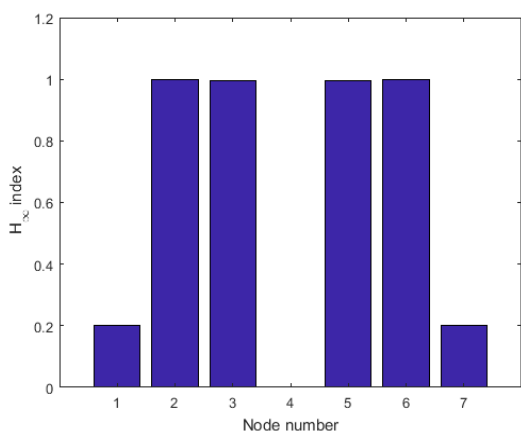
نتایج جابه‌جایی، با در نظر گرفتن اثرات ناپیوستگی در حالت‌های ۳۰، ۵۰ و ۷۰ درصد ناپیوستگی برای تیر دو سر گیردار مدل شده و نتایج در شکل (۲۵) نشان داده شده است. همچنین، مقدار جابه‌جایی هر گره بر اساس نرْم‌های H_2 تا H_∞ مود اول در شکل‌های (۲۶) تا (۲۸) و (۳۰) تا (۳۲) به صورت تجمعی و در شکل‌های (۲۹) و (۳۳) برای شرایط مرزی دوسر گیردار نمایش داده شده است. علاوه بر این، نمودار بُد تیر ساندویچی با توجه به شرایط مرزی دوسر گیردار در شکل (۳۴) نمایش داده شده است.



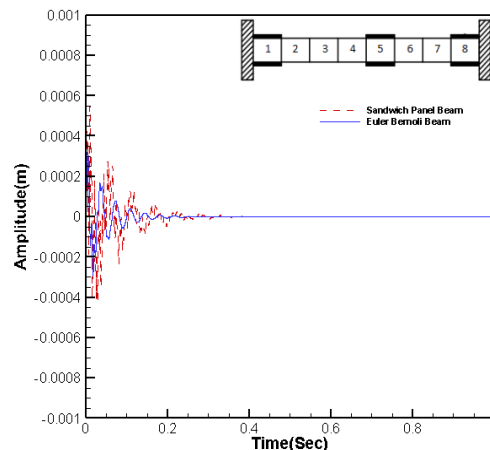
شکل ۱۹- جابه‌جایی سازه دو سر گیردار ساندویچی بدون اثر وصله‌های پیزوالکتریک



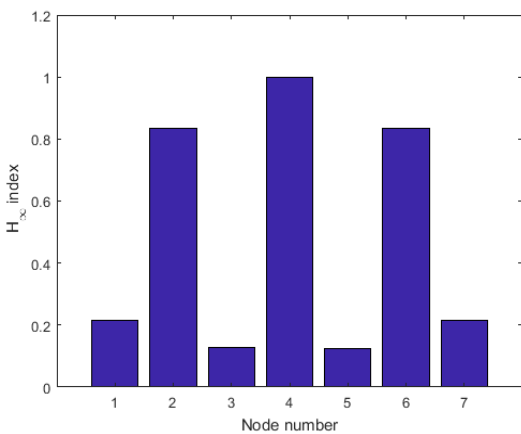
شکل ۲۰- جابه‌جایی سازه دو سر گیردار با اثر وصله پیزوالکتریک بر روی المان انتهایی



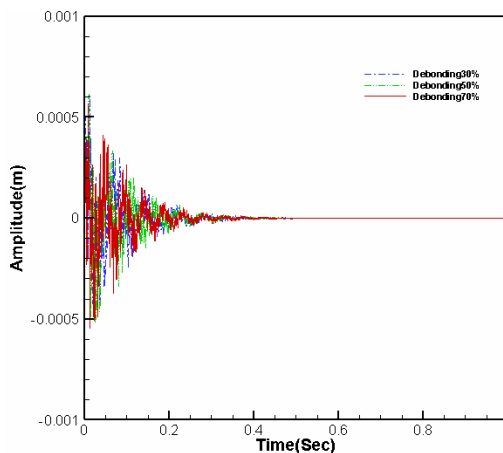
شکل ۲۷- مکان بهینه H_{∞} جهت قرارگیری وصله پیزوالکتریک برای مود دوم ارتعاشی سازه دو سرگیردار



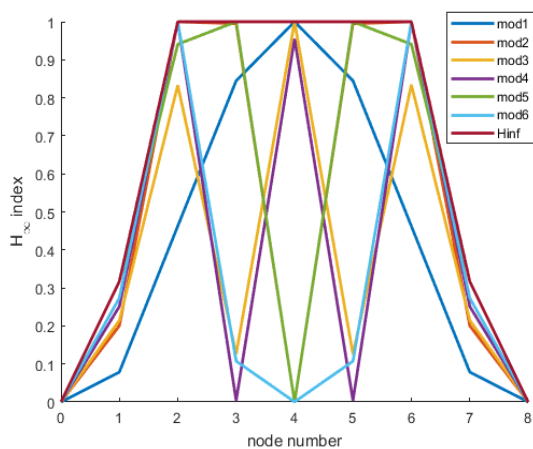
شکل ۲۴- جابه‌جایی سازه دو سرگیردار با اثر وصله پیزوالکتریک بر روی المان ابتدایی، پنجم و انتهای



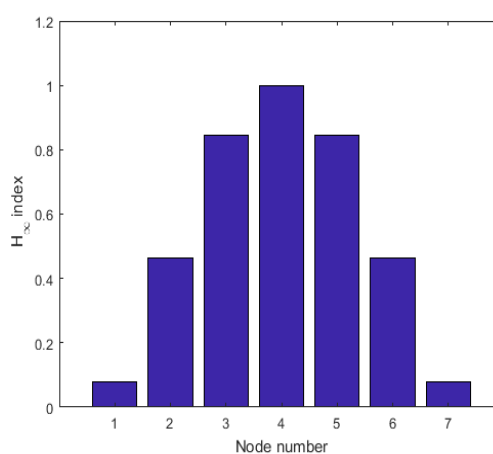
شکل ۲۸- مکان بهینه H_{∞} جهت قرارگیری وصله پیزوالکتریک برای مود سوم ارتعاشی سازه دو سرگیردار



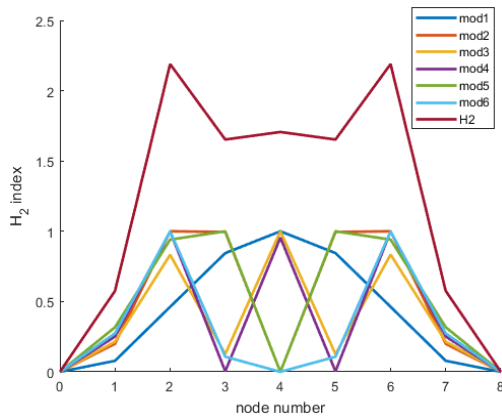
شکل ۲۵- اثرات ناپیوستگی بر جابه‌جایی پانل دو سرگیردار ساندویچی با اثر وصله پیزوالکتریک



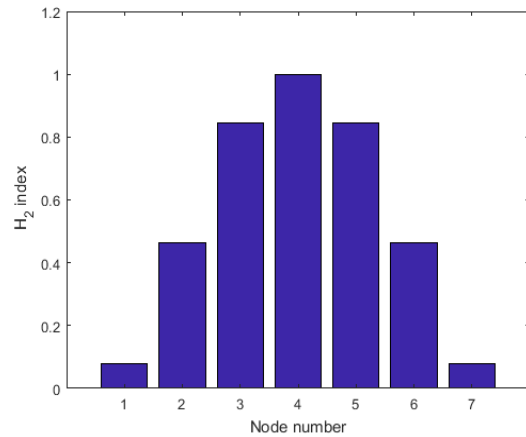
شکل ۲۹- مکان بهینه H_{∞} جهت قرارگیری وصله پیزوالکتریک برای مود ۶ اول ارتعاشی سازه دو سرگیردار



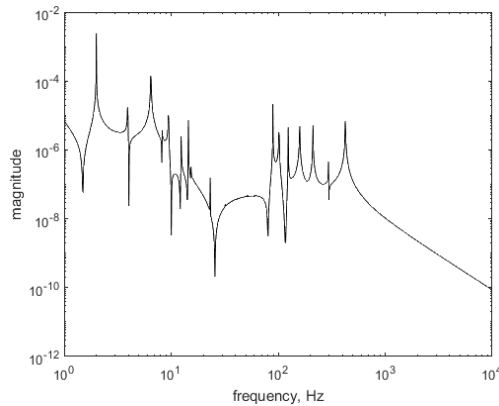
شکل ۲۶- مکان بهینه H_{∞} جهت قرارگیری وصله پیزوالکتریک برای مود اول ارتعاشی سازه دو سرگیردار



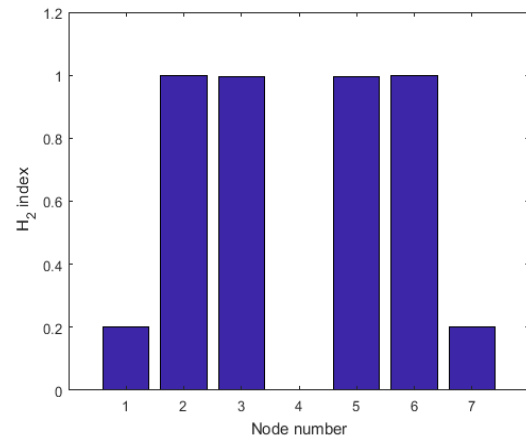
شکل ۳۳- مکان بهینه H_2 جهت قرارگیری وصله پیزوالکتریک برای ۶ مود اول ارتعاشی سازه دو سرگیردار



شکل ۳۰- مکان بهینه H_2 جهت قرارگیری وصله پیزوالکتریک برای مود اول ارتعاشی سازه دو سرگیردار



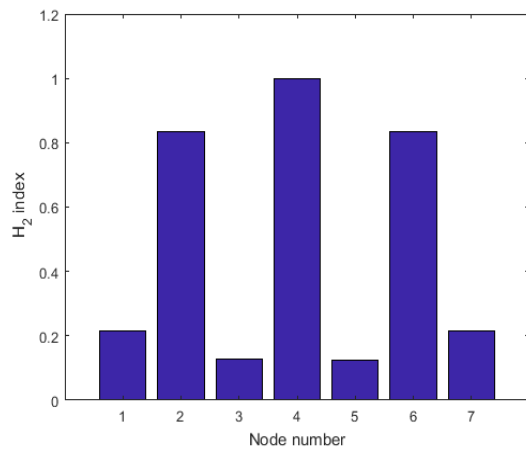
شکل ۳۴- نمودار بُد ساندویچ پنل با شرایط مرزی دو سرگیردار



شکل ۳۱- مکان بهینه H_2 جهت قرارگیری وصله پیزوالکتریک برای مود دوم ارتعاشی سازه دو سرگیردار

نتیجه گیری

در این مقاله جانمایی بهینه حسگر و عملگرهای پیزوالکتریک بر روی سازه‌های هوشمند ساندویچی با استفاده از نرم‌های H_2 و H_∞ مطالعه شده است. این رویکرد با استفاده از مدل‌سازی عددی سازه ساندویچی با دو شرایط تکیه‌گاهی یک سرگیردار و دو سرگیردار پیاده‌سازی شده و شش مود اول ارتعاشی با استفاده از الگوریتم کنترلی پسخوراند نرخ کرنش کنترل شد. در ابتدا به مدل‌سازی سازه ساندویچی با تقسیم‌بندی سازه به ۸ المان از طریق روش المان محدود پرداخته و اثرات ناپیوستگی بین لایه‌های پانل ساندویچی در سه حالت ۳۰، ۵۰ و ۷۰ درصد ناپیوستگی بررسی شد. براساس نتایج حاصل، این مکان‌ها با توجه به تعداد مودهای مد نظر برای یک سیستم متفاوت است. آنچه از نتایج حاصل از شبیه‌سازی‌ها می‌توان مشاهده کرد آن است که با وجود اینکه روش بهینه‌سازی H_2 برابر با مجموع مربعات مودهای مختلف و روش بهینه‌سازی H_∞ برابر با مقدار بیشینه جابه‌جایی مودهای مختلف است، اما بهترین مکان‌های مناسب دارای



شکل ۳۲- مکان بهینه H_2 جهت قرارگیری وصله پیزوالکتریک برای مود سوم ارتعاشی سازه دو سرگیردار

- [10] Yang, Y., Jin, Z., and Soh, C.K., "Integrated Optimal Design of Vibration Control System for Smart Beams Using Genetic Algorithms", *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 282, No's. 3-5, 2005, pp. 1293-1307.
- [11] Hasheminejad, S.M. and Oveisi, A., "Active Vibration Control of an Arbitrary Thick Smart Cylindrical Panel with Optimally Placed Piezoelectric Sensor/Actuator Pairs", *International Journal of Mechanics and Materials in Design*, Vol. 12, No. 1, 2016, pp. 1-16.
- [12] Qiu, Z.-C., et al., "Optimal Placement and Active Vibration Control for Piezoelectric Smart Flexible Cantilever Plate", *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 301, No's. 3-5, 2007, pp. 521-543.
- [13] Qingsong, C. and Ailan, Y., "Optimal Actuator Placement for Vibration Control of Two-link Piezoelectric Flexible Manipulator", in *2010 International Conference on Mechanic Automation and Control Engineering*. 2010. IEEE.
- [14] Stanway, R., *Vibration Control of Active Structures—An Introduction*. 2004, SAGE Publications Sage UK: London, England.
- [15] Lu, E., et al., "Optimal Placement and Active Vibration Control for Piezoelectric Smart Flexible Manipulators Using Modal H_2 Norm", *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, Vol. 29, No. 11, 2018, pp. 2333-2343.
- [16] Zhang, J., et al. "Study of the Optimal Location and Size of Piezoelectric Actuator in Smart Structures", in *2009 International Asia Conference on Informatics in Control, Automation and Robotics*. 2009. IEEE.
- [17] Nestorović, T. and Trajkov, M., "Optimal Actuator and Sensor Placement Based on Balanced Reduced Models", *Mechanical Systems and Signal Processing*, Vol. 36, No. 2, 2013, pp. 271-289.
- [18] Sun, D., et al., "A PZT Actuator Control of a Single-Link Flexible Manipulator Based on Linear Velocity Feedback and Actuator Placement", *Mechatronics*, Vol. 14, No. 4, 2004, pp. 381-401.
- [19] Gao, Z., et al., "Active Monitoring and Vibration Control of Smart Structure Aircraft Based on FBG Sensors and PZT Actuators", *Aerospace Science and Technology*, Vol. 63, 2017, pp. 101-109.
- [20] Schulz, S.L., Gomes, H.M., and Awruch, A.M., "Optimal Discrete Piezoelectric Patch Allocation on Composite Structures for Vibration Control Based on GA and Modal LQR", *Computers & Structures*, Vol. 128, 2013, pp. 101-115.
- [21] Liang, D., et al., "Dynamic Modeling and Hierarchical Compound Control of a Novel 2-DOF Flexible Parallel Manipulator with Multiple Actuation Modes", *Mechanical Systems and Signal Processing*, Vol. 103, 2018, pp. 413-439.

بیشترین مقدار جابه‌جایی در سازه با شرایط مرزی یک سر گیردار در H_∞ و H_2 و مربوط به المان‌های سوم و انتهای است. همچنین، این متغیر در سازه با شرایط مرزی دو سر گیردار در نرم H_∞ مربوط به المان‌های سوم تا ششم و برای نرم H_2 المان‌های سوم و ششم می‌باشد.

فهرست منابع

- [1] Azarafza, R., "Fabrication, Experimental Modal Testing, and a Numerical Analysis of Composite Sandwich Structures with a Grid-Stiffened Core", *Mechanics of Composite Materials*, Vol. 54, No. 4, 2018, pp. 537-544.
- [2] Salem, H., Boutchicha, D., and Boudjemai, A., "Modal Analysis of the Multi-shaped Coupled Honeycomb Structures Used in Satellites Structural Design", *International Journal on Interactive Design and Manufacturing (IJIDeM)*, Vol. 12, No. 3, 2018, pp. 955-967.
- [3] Khan, A., Kim, H.S., and Youn, B.D., "Modeling and Assessment of Partially Debonded Piezoelectric Sensor in Smart Composite Laminates", *International Journal of Mechanical Sciences*, Vol. 131, 2017, pp. 26-36.
- [4] Chróscielewski, J., Schmidt, R., and Eremeyev, V.A., "Nonlinear Finite Element Modeling of Vibration Control of Plane Rod-type Structural Members with Integrated Piezoelectric Patches", *Continuum Mechanics and Thermodynamics*, Vol. 31, No. 1, 2019, pp. 147-188.
- [5] Gedeon, D. and S.J. Rupitsch, "Finite Element Based System Simulation for Piezoelectric Vibration Energy Harvesting Devices", *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, Vol. 29, No. 7, 2018, pp. 1333-1347.
- [6] Benjeddou, A., "Advances in Piezoelectric Finite Element Modeling of Adaptive Structural Elements: a Survey", *Computers & Structures*, Vol. 76, No's. 1-3, 2000, pp. 347-363.
- [7] Crawley, E.F. and De Luis, J. "Use of Piezoelectric Actuators as Elements of Intelligent Structures", *AIAA journal*, Vol. 25, No. 10, 1987, pp. 1373-1385.
- [8] Daraji, A.H., Hale, J.M., and Ye, J., "New Methodology for Optimal Placement of Piezoelectric Sensor/Actuator Pairs for Active Vibration Control of Flexible Structures", *Journal of Vibration and Acoustics*, Vol. 140, No. 1, 2018, pp. 011015.
- [9] Zhang, J., et al. "The Design of LQR Controller Based on Independent Mode Space for Active Vibration Control", in *International Symposium on Intelligence Computational and Applications*. 2008. Springer.

- Nanocomposite Sensor and Actuator Based on Linear Quadratic Regulator Method", *European Journal of Mechanics-A/Solids*, Vol. 74, 2019, pp. 449-461.
- [25] Ferrari, G. and Amabili, M. "Active Vibration Control of a Sandwich Plate by Non-collocated Positive Position Feedback", *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 342, 2015, pp. 44-56.
- [26] Weldegiorgis, R., Krishna, P., and Gangadharan, K., "Vibration Control of Smart Cantilever Beam Using Strain Rate Feedback", *Procedia Materials Science*, Vol. 5, 2014, pp. 113-122.
- [22] Amer, Y., et al., "Positive Position Feedback Controller for Nonlinear Beam Subject to Harmonically Excitation", *Asian Research Journal of Mathematics*, 2019: p. 1-19.
- [23] Sun, L., et al., "Active Vibration Control of a Conical Shell Using Piezoelectric Ceramics", *Journal of Low Frequency Noise, Vibration and Active Control*, Vol. 36, No. 4, 2017, pp. 366-375.
- [24] AkhavanAlavi, S., Mohammadimehr, M., and Edjtahed, S., "Active Control of Micro Reddy Beam Integrated with Functionally Graded