

مقاله علمی - پژوهشی

هدایت تناسبی با بازخورد شتاب خطی و شتاب زاویه‌ای خط‌دید

سید حمید جلالی نائینی^{۱*} و علی عربیان آرنی^۲

۱ و ۲- دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه تربیت مدرس، تهران، ایران

*shjalalinaini@modares.ac.ir

در این مقاله، قانون هدایت تناسبی با بازخورد ترکیب وزنی شتاب خطی و شتاب زاویه‌ای خط‌دید پیشنهاد شده است. برای این منظور، تحلیل فاصله خطای جامعی برای هدایت تناسبی با بازخورد شتاب خطی و هدایت تناسبی با بازخورد شتاب زاویه‌ای خط‌دید ناشی از خطای سمت اولیه، مانور هدف و نویز جستجوگر صورت پذیرفته است. سیستم هدایت و کنترل با تابع تبدیل دوجمله‌ای مرتبه پنجم مدل شده است. در حالت خاص و بر مبنای تحلیل فاصله خطا، هدایت تناسبی با بازخورد شتاب زاویه‌ای با اصلاح بهره برای جستجوگرهای مادون قرمز پیشنهاد شده است. مقایسه استراتژی‌های هدایت تناسبی با استفاده از ضریب ناوبری مؤثر معادل که بر اساس حل پروفیل نرخ چرخش خط‌دید تعریف شده، صورت پذیرفته است. به علاوه، قانون هدایت بهینه مرتبه اول به فرم هدایت تناسبی با بلوک تناسبی- مشتقی با بهره‌های متغیر تبدیل شده است.

واژه‌های کلیدی: ناوبری تناسبی، بازخورد شتاب زاویه‌ای خط‌دید، تحلیل فاصله خطا، ضریب ناوبری مؤثر، هدایت بهینه

علائم و اختصارات

t_f	زمان اصابت به هدف		
T	ثابت زمانی معادل سیستم		
T_j	ثابت زمانی اجزای سیستم کنترل	a	بردار شتاب
u_N	نویز اندازه‌گیری زاویه خط‌دید	e_r	بردار یکه در راستای خط‌دید
u_{GL}	ورودی مدل نویز تابش	e_σ	بردار یکه در راستای عمود بر خط‌دید
u_{FN}	ورودی نویز مستقل از فاصله	n	مرتبه سیستم کنترل
u_{RN}	ورودی مدل نویز وابسته به فاصله (نیمه‌فعال)	n_L	شتاب موشک
u_{RNA}	ورودی مدل نویز وابسته به فاصله (فعال)	n_T	شتاب هدف
v	بردار سرعت، بردار سرعت نسبی	N_{eff}	ضریب ناوبری مؤثر
v_c	سرعت نزدیک شدن رهگیر به هدف	N_p, N_D	ضرایب ثابت
x_j	متغیرهای حالت سیستم هدایت و کنترل	r	بردار موقعیت نسبی
λ, σ	زاویه خط‌دید	r	فاصله نسبی
$\dot{\sigma}$	نرخ چرخش خط‌دید	R_A	فاصله مرجع
Φ	چگالی طیفی توان برای ورودی مدل نویز	s	متغیر حوزه لاپلاس
ω	ضریب وزنی	t	زمان
	پایین نویس:	t_{go}	زمان باقیمانده تا اصابت به هدف
c	نمایانگر مقدار فرمان		
LOS	مؤلفه در راستای خط‌دید		
M	رهگیر		

۱. دانشیار گروه هوافضا (نویسنده مخاطب)

۲. دانشجوی دکتری

در دسته‌ای از قوانین هدایت نئوکلاسیک، دستور شتاب هدایت تناسبی از یک تابع تبدیل پیش فاز-پس فاز یا به‌طور کلی یک تابع تبدیل عبور داده می‌شود [۸-۹]. برای این دسته از قوانین هدایت با استفاده از روش‌های کنترل کلاسیک و تحلیل فاصله خطا، تابع تبدیل مذکور طراحی می‌شود. البته ذکر عبور نرخ چرخش خطدید یا دستور شتاب از بلوک PD/PID در منابع به زمان قبل‌تری بر می‌گردد [۲]. استفاده از فیدبک شتاب زاویه‌ای خطدید در مرجع [۱۰] آمده است. اگرچه در مقاله مذکور قانون هدایت به‌صورت سه‌بعدی توسعه یافته اما تحلیل فاصله خطای ضعیفی در حضور نویز دارد.

یک دسته از استراتژی‌های بهبودیافته در هدایت تناسبی، طراحی/تنظیم ضریب ناوبری مؤثر به‌صورت متغیر است. انتخاب ضریب ناوبری مؤثر تنها به صورت تابعی از زمان یا تابعی از زمان باقیمانده تا اصابت، در هدایت تناسبی به عنوان هدایت پایانی نتایج مطلوبی نداشته است. یک نمونه از این تحلیل در مرجع [۱۱] ارائه شده است. در اکثر مطالعات در این خصوص، ضریب ناوبری مؤثر تابعی از خطای روش هدایت (خطای زاویه سمت یا نرخ چرخش خطدید) اتخاذ شده است. بطور نمونه مرجع [۱۲] به صورت تجربی، ضریب ناوبری مؤثر را تابعی از خطای زاویه پیشنهاد داده است؛ اما در دسته‌ای دیگر، ضریب ناوبری شامل توان‌های غیر واحد برای نرخ چرخش خطدید می‌باشد [۱۵-۱۳].

در مقاله حاضر، فرم دیگری از استراتژی‌های هدایت تناسبی با جایگزینی کمیت شتاب خطی در روابط هدایت با عبارتی شامل شتاب زاویه‌ای (و برعکس) ارائه شده است. به علاوه، قانون هدایت تناسبی به فرم PD «با بهره‌آ اصلاح شده و متغیر» برای رهگیرهای با سیستم مادون قرمز پیشنهاد شده است. در ادامه و در حالت خاص، قانون هدایت بهینه مرتبه اول به فرم هدایت تناسبی با بلوک PD با بهره‌های متغیر تبدیل شده است، که دید قابل توجهی در درک و اصلاح قوانین هدایت دوتقطه‌ای ایجاد می‌کند. این ساختار، زمینه ترکیب این قوانین هدایت و سوئیچ هموار به یکدیگر را فراهم می‌آورد.

معادلات غیر خطی سیستم در مختصات قطبی

در شکل ۱ هندسه درگیری رهگیر M و هدف T به صورت جرم نقطه‌ای در مختصات قطبی (r, σ) نشان داده شده است، که در آن معادلات بردار سرعت و شتاب هدف نسبت به رهگیر به صورت زیر نوشته می‌شود [۳]:

$$\mathbf{v} = dr/dt = \dot{r}\mathbf{e}_r + r\dot{\sigma}\mathbf{e}_\sigma \quad (1)$$

$$\mathbf{a} = (\ddot{r} - r\dot{\sigma}^2)\mathbf{e}_r + (r\ddot{\sigma} + 2\dot{r}\dot{\sigma})\mathbf{e}_\sigma \quad (2)$$

که در روابط فوق، \mathbf{v} و \mathbf{a} به ترتیب بردارهای موقعیت، سرعت و شتاب هدف نسبت به رهگیر است. همچنین،

مؤلفه در راستای عمود بر خطدید PLOS
مؤلفه در راستای خطدید r
هدف T
مؤلفه در راستای عمود بر خطدید σ

بالانویس:

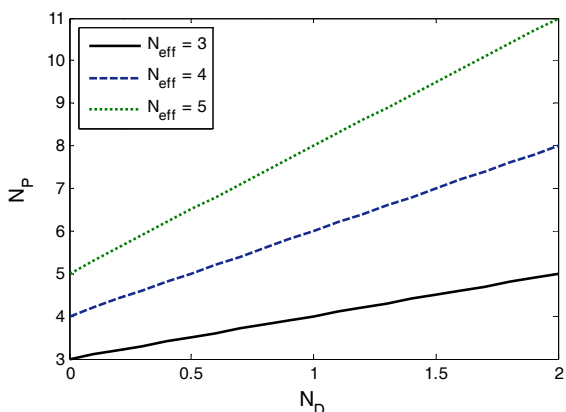
($\dot{\quad}$) مشتق اول نسبت به زمان
($\ddot{\quad}$) مشتق دوم نسبت به زمان

مقدمه

هدایت ناوبری تناسبی و استراتژی‌های بهبود یافته آن برای بیش از نیم قرن است که در هدایت انواع وسایل متحرک به ویژه در مسئله رهگیری اهداف متحرک بکار می‌رود. در این روش، دستور شتاب متناسب با نرخ چرخش خطدید محاسبه می‌شود [۱-۳]. اگرچه قانون هدایت ناوبری تناسبی یا به اختصار «هدایت تناسبی» حل بهینه برای مسئله خطی شده است [۴]، اما از ابتدای ابداع آن در دسته قوانین هدایت کلاسیک منظور شده است. بخشی از استراتژی‌های بهبود یافته هدایت تناسبی در چهارچوب روش‌های کلاسیک دسته‌بندی می‌شود.

قوانین هدایت مدرن که با ظهور روش‌های کنترل مدرن توسعه یافته‌اند، معایب و مزایای خاص خود را دارند. از جمله این روش‌ها می‌توان از کنترل بهینه، کنترل مود لغزشی، کنترل پیش‌بین، کنترل مقاوم نام برد. به‌طور نمونه در قوانین هدایت مبتنی بر کنترل بهینه، فرض بر این است که مسیر آتی هدف برای رهگیر از پیش معلوم است؛ اما در قوانین هدایت مبتنی بر تئوری بازی‌ها این پیش‌فرض اعمال نمی‌شود [۴-۶]. تعداد پارامترهای لازم در قوانین هدایت مدرن به‌طور معمول بیشتر از هدایت تناسبی است و با توجه به عدم قطعیت، نویز اندازه‌گیری و اغتشاش، به‌طور تقریبی تخمین زده می‌شود. لذا عملکرد قوانین هدایت مدرن وابسته به این عوامل بوده و در خطای نهایی تعیین‌کننده است [۷]. به علاوه، بررسی عملکرد و پایداری قوانین هدایت مدرن اغلب در مقایسه با قوانین هدایت کلاسیک پیچیده است.

با توجه به ظهور اهداف چابک و سریع و بدون سرنشین با قابلیت مانور بالا و ابعاد کوچک‌تر، مسئله اساسی در این زمینه، رهگیری این نوع اهداف با دقت بالا و در محیطی با حضور نویز و عدم قطعیت است [۶]. با توجه به قدمت هدایت تناسبی و مطالعات انجام شده و منتشر شده از سال ۱۹۴۸ تاکنون و شناسایی جنبه‌های مختلف تئوری، عملی و پیاده‌سازی آن، در صنعت علاقه وافر برای اصلاح هدایت تناسبی به روش کلاسیک وجود دارد. البته شایان ذکر است که مرز دقیقی بین قوانین منتج هدایت کلاسیک و مدرن وجود ندارد. به عبارت دیگر، ممکن است دو روش کلاسیک و مدرن منجر به یک استراتژی بهبود یافته هدایت تناسبی شود.



شکل ۲- نمودار \$N_p\$ برحسب \$N_D\$ به ازای مقادیر ثابت ضریب ناوبری مؤثر \$N_{eff} = 3, 4, 5\$

$$a_c = N_p v_c \dot{\sigma} + N_D r \ddot{\sigma} + N_a a_{TPLOS} \quad (9)$$

قانون هدایت فوق، هدایت تناسبی با بازخورد شتاب زاویه‌ای است که در آن \$N_a\$ ضریب شتاب هدف، متناظر با هدایت تناسبی افزوده است. دو ترم اول قانون هدایت (۹) بدون احتساب \$v_c\$ (با فاکتورگیری از آن)، در واقع عبور نرخ چرخش خطادید از بلوک PD با بهره مشتق‌گیر متغیر است.

در صورتی که رابطه (۸) در رابطه (۹) جایگذاری شود، قانون هدایت مذکور به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$a_c = \left(2 + \frac{1+N_D}{N_{eff}-2}\right) v_c \dot{\sigma} + N_D r \ddot{\sigma} + N_a a_{TPLOS} \quad (10)$$

با جایگذاری برای \$r \ddot{\sigma}\$ از رابطه (۴) در رابطه قانون هدایت می‌توان نوشت:

$$a_c = (N_p + 2N_D) v_c \dot{\sigma} - N_D a_{MPLOS} + (N_D + N_a) a_{TPLOS} \quad (11)$$

و یا با حذف \$N_p\$:

$$a_c = (1 + N_D) \left(\frac{2N_{eff}-3}{N_{eff}-2}\right) v_c \dot{\sigma} - N_D a_{MPLOS} + (N_D + N_a) a_{TPLOS} \quad (12)$$

در صورتی که سیستم توانایی تخمین شتاب هدف را نداشته باشد، دو قانون هدایت به صورت زیر منتج می‌شود:

$$a_c = N_p v_c \dot{\sigma} + N_D r \ddot{\sigma} \quad (13)$$

$$a_c = (N_p + 2N_D) v_c \dot{\sigma} - N_D a_{MPLOS} \quad (14)$$

شایان ذکر است که در حالت سیستم کنترل ایده‌آل (ثابت زمانی صفر) دو رابطه فوق در حالت هدف بدون مانور از لحاظ ریاضی برابر بوده اما در صورت وجود مانور هدف، متفاوت می‌شوند. البته در پیاده‌سازی به علت حضور نویز در حالت هدف بدون مانور نیز دو قانون فوق بیان شده نتایج یکسانی نخواهند داشت. البته باید توجه داشت که دو رابطه مذکور در حالت سیستم کنترل ایده‌آل، از لحاظ فیزیکی امکان‌پذیر نیست (حداقل مرتبه سیستم باید مرتبه

بردارهای یکه در راستای «خطادید رهگیر به هدف» و عمود بر آن به ترتیب با \$e_r\$ و \$e_\sigma\$ نشان داده شده‌است. در حالت کلی روابط زیر برقرار است:

$$\dot{r} - r\dot{\sigma}^2 = (a_T - a_M)_{LOS} \quad (3)$$

$$r\ddot{\sigma} + 2\dot{r}\dot{\sigma} = (a_T - a_M)_{PLOS} \quad (4)$$

که در آن، پایین نویس LOS و PLOS به ترتیب نمایانگر مؤلفه در راستای خطادید و عمود بر خطادید است. به عبارت دیگر، \$a_{MPLOS}\$ و \$a_{TPLOS}\$ به ترتیب مؤلفه‌های شتاب رهگیر و هدف در راستای عمود بر خطادید هستند.

اگر فرض کنید که معادلات دیفرانسیل حاکم در جهت عمود بر خطادید به صورت زیر باشد:

$$r\ddot{\sigma} + 2\dot{r}\dot{\sigma} = N_p \dot{r}\dot{\sigma} - N_D r \ddot{\sigma} \quad (5)$$

رابطه نرخ چرخش خطادید (\$\dot{\sigma}\$) و فاصله نسبی (\$r\$) در حالت بی‌بعد به صورت زیر حاصل می‌شود:

$$\dot{\sigma}/\dot{\sigma}_0 = (r/r_0)^{N_{eff}-2} \quad (6)$$

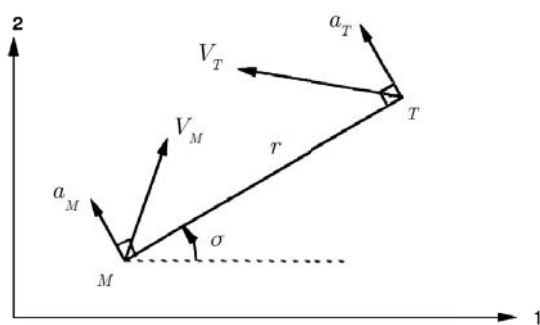
$$N_{eff} = 2 + (N_p - 2)/(1 + N_D) \quad (7)$$

که در آن، \$N_p\$ و \$N_D\$ ضرایب ثابت هستند. همان‌طور که از رابطه (۶) ملاحظه می‌شود، \$N_{eff}\$ همان اثر ضریب ناوبری مؤثر در هدایت تناسبی حقیقی را خواهد داشت. در مقاله حاضر، ملاک مقایسه استراتژی‌های هدایت تناسبی به ازای مقادیر یکسان \$N_{eff}\$ خواهد بود. این موضوع برای بحث پایداری اهمیت ویژه‌ای پیدا می‌کند. در پیوست الف نشان داده شده‌است که بهره DC برای تابع تبدیل \$a_{MPLOS}/v_c \dot{\sigma}\$ می‌باشد.

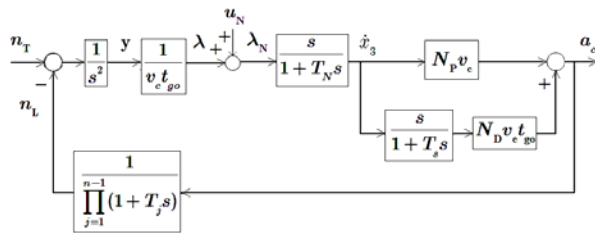
در شکل ۲ نمودار \$N_p\$ برحسب \$N_D\$ به ازای مقادیر ثابت ضریب ناوبری مؤثر نشان داده شده‌است. رابطه آن نیز با بازنویسی رابطه (۷) به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$N_p = 2 + (1 + N_D)(N_{eff} - 2) \quad (8)$$

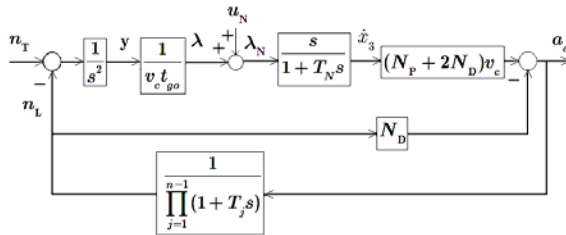
با استفاده از نتایج حاصل، دستور شتاب به صورت رابطه (۹) در نظر گرفته می‌شود:



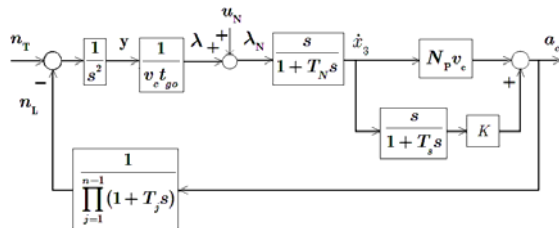
شکل ۱- هندسه درگیری رهگیر و هدف در مختصات قطبی



شکل ۳- نمودار بلوکی مسئله خطی برای قانون هدایت رابطه (۱۳)



شکل ۴- نمودار بلوکی مسئله خطی برای قانون هدایت رابطه (۱۴)



شکل ۵- نمودار بلوکی مسئله خطی برای قانون هدایت رابطه (۱۶)

که در آن، u_{GL} ورودی مدل نویز تابش (بر حسب متر)، u_{FN} ورودی نویز مستقل از فاصله (بر حسب رادیان)، u_{RN} ورودی مدل نویز وابسته به فاصله برای سیستم نیمه فعال (بر حسب رادیان) و u_{RNA} ورودی مدل نویز وابسته به فاصله برای سیستم فعال (بر حسب رادیان) است. این ورودی‌ها به صورت نویز سفید فرض شده و چگالی طیفی توان آنها با Φ و همان اندیس ورودی متناظر نمایش داده می‌شود. شایان ذکر است که واحد Φ_{GL} متر مربع بر هرتز و واحد چگالی نویز بقیه برابر مجذور رادیان بر هرتز است. چگالی طیفی نویزهای وابسته به فاصله به ازای یک فاصله مرجع R_A داده می‌شود. تابع تبدیل سیستم کنترل با توابع تبدیل دوجمله‌ای به صورت رابطه (۱۸) مدل شده است ($n \geq 2$):

$$\frac{n_L}{a_c}(s) = \frac{1}{\prod_{j=1}^{n-1} (1 + T_j s)} \quad (18)$$

در رابطه فوق، T_j نمایانگر ثابت‌های زمانی اجزای سیستم کنترل و $(n-1)$ مرتبه تابع تبدیل سیستم کنترل است. مقدار K در بلوک دیاگرام شکل ۵ با توجه به رابطه (۱۹) و تقریب $r = v_c t_{go}$ به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$K = \begin{cases} N_D v_c t_{go} & \text{for } t_{go} > \beta T \\ N_P v_c \alpha T & \text{for } t_{go} \leq \beta T \end{cases} \quad (19)$$

یک باشد). در حالت هدف با مانور، قانون هدایت (۱۳) به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$a_c = N_P v_c \dot{\sigma} + N_D r \ddot{\sigma} = (N_P + 2N_D) v_c \dot{\sigma} - N_D a_{M_{PLOS}} + N_D a_{T_{PLOS}} \quad (15)$$

قانون هدایت با بازخورد شتاب زاویه‌ای مطابق رابطه (۱۳) در مقایسه با قانون هدایت با بازخورد شتاب خطی مطابق رابطه (۱۴)، به طور ذاتی کسری از شتاب هدف را (با ضریب N_D) جبران می‌کند. با این وصف، انتظار می‌رود که در مجموع، قانون هدایت (۱۳) در حالت هدف با مانور، خطای نهایی کمتری داشته باشد.

در قانون هدایت رابطه (۱۳) می‌توان بجای r از تقریب $v_c t_{go}$ استفاده کرد [۱]. به علاوه در انتهای مسیر پرواز که مقدار r به صفر نزدیک می‌شود، رابطه (۱۳) به قانون هدایت تناسبی تبدیل شده و اثر مشتق‌گیر در PD از بین می‌رود. اگر در یک بازه زمانی بسیار کوتاه در انتهای مسیر پرواز، حداقل مقداری برای ضریب مشتق‌گیر لحاظ شود، انتظار می‌رود در اصلاح مسیر، نتایج بهبود یابد؛ به عبارت دیگر،

$$a_c = \begin{cases} N_P v_c \dot{\sigma} + N_D r \ddot{\sigma} & \text{for } t_{go} > \beta T \\ N_P v_c (\dot{\sigma} + \alpha T \ddot{\sigma}) & \text{for } t_{go} \leq \beta T \end{cases} \quad (16)$$

که در آن، T تقریبی از ثابت زمانی معادل سیستم است و α و β ضرایب ثابتی هستند.

شایان ذکر است ضریب ناپوری N_P را بطور مشابه می‌توان از رابطه (۸) در روابط (۱۳)، (۱۴) و (۱۶) جایگزین کرد.

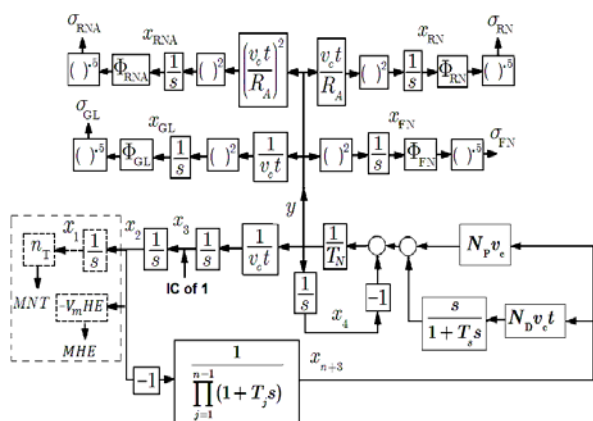
استخراج معادلات سیستم الحاقی

نمودار بلوکی مسئله خطی شده هدایت بر اساس روابط (۱۳)، (۱۴) و (۱۶) در شکل‌های ۳ تا ۵ ترسیم شده است که در آن s متغیر حوزه لاپلاس است. زاویه خطادید (λ) کوچک فرض شده است و نسبت به خطادید اولیه (محور ۱ در شکل ۱) سنجیده می‌شود (λ همان σ در بخش قبل است). شتاب موشک ($n_L = a_{M_{PLOS}}$) و شتاب هدف (n_T) تنها در راستای عمود بر خطادید اولیه (راستای محور ۲ در شکل ۱) در نظر گرفته شده است. در نمودارهای بلوکی مذکور، v_c سرعت نزدیک شدن رهگیر به هدف (که ثابت فرض شده)، Y تصویر فاصله هدف از رهگیر در راستای محور ۲، T_N و T_S ثابت زمانی فیلترهای مرتبه اول و $t_{go} = t_f - t$ زمان باقیمانده تا اصابت (یا کمترین فاصله) است. زمان نهایی t_f نیز از قبل مقداری می‌شود. همچنین، u_N نویز اندازه‌گیری زاویه خطادید است که در مرجع [۱] به صورت رابطه (۱۷) مدل شده است:

$$u_N = \frac{u_{GL}}{v_c t_{go}} + u_{FN} + \frac{v_c t_{go}}{R_A} u_{RN} + \left(\frac{v_c t_{go}}{R_A} \right)^2 u_{RNA} \quad (17)$$

معادلات روش الحاقی در حالت معین (بدون حضور نویز) به منظور محاسبه فاصله خطا ناشی از خطای سمت اولیه (MHE) و فاصله خطا ناشی از مانور ثابت هدف (MNT) با فعال نمودن بلوک خطچین و حذف بخش فوقانی نمودار بلوکی شکل ۶ حاصل می‌شود. برای این حالت باید رابطه $\dot{x}_1 = \dot{x}_2$ به ابتدای معادلات بخش قبل افزوده و معادلات (۲۷) تا (۳۰) حذف شود. در این حالت نیز مقادیر اولیه متغیرهای حالت، بجز $x_3(0) = 1$ برابر صفر است. در ادامه، فاصله خطای قوانین هدایت دونقطه‌ای مورد بحث به ازای $\Phi_{FN} = 2 \times 10^{-8} \text{ Rad}^2/\text{Hz}$, $v_c = 800 \text{ m/s}$, $n = 5$ و $\Phi_{GL} = 0.93 \text{ m}^2/\text{Hz}$ و همچنین مقادیر $T_N = T_j = T/n$ بررسی شده است ($T = 0.4 \text{ s}$). در ابتدا نمودار فاصله خطا ناشی از انحراف سمت اولیه (۲۰ درجه)، مانور هدف (۱۰g) و نویزهای مستقل از فاصله و تابش تحت «قانون هدایت با بازخورد شتاب زاویه‌ای مطابق رابطه (۱۳)» به ترتیب در شکل‌های ۹ تا ۱۲ ترسیم شده‌است. در این نمودارها مقادیر N_D و N_P مطابق رابطه (۷) بگونه‌ای انتخاب شده‌است که ضریب ناپوری N_{eff} ثابت و برابر مقدار ۳ باشد ($T_s = 0.05 \text{ s}$).

همان‌طور که از نمودارهای شکل ۹ ملاحظه می‌شود، در حالت خطای سمت اولیه در بازه $0 \leq N_D \leq 0.9$ ، افزایش N_D سبب کاهش فاصله خطا در قله اول و افزایش در سایر قله‌ها شده‌است؛ اما مطابق شکل ۱۰ در حالت هدف با مانور، در مجموع، افزایش N_D سبب کاهش فاصله خطا می‌شود. در شکل‌های ۱۱ و ۱۲ به ترتیب نمودارهای ریشه مجموع مربعات فاصله خطا ناشی از نویز مستقل از فاصله و نویز تابش، برحسب N_D به ازای $N_{\text{eff}} = 3, 4, 5$ ترسیم شده که نمایانگر افزایش مجموع مربعات فاصله خطا با افزایش مقادیر N_D و N_{eff} است. در این دو شکل، نتایج مونت کارلو به منظور صحت‌گذاری شبیه‌سازی در حضور نویز جستجوگر اضافه شده است.



شکل ۶- مدل الحاقی نمودار بلوکی شکل ۳

معادلات رسته یک برای مسئله خطی شده در پیوست ب ارائه شده‌است. از این معادلات برای محاسبه فاصله خطا در روش مستقیم (به منظور صحت‌گذاری) استفاده شده‌است.

با اعمال قواعد روش الحاقی مطابق مرجع [۱]، نمودارهای بلوکی شکل‌های ۳ تا ۵ به ترتیب به نمودارهای بلوکی شکل‌های ۶ تا ۸ تبدیل می‌شود، که معادلات رسته یک آن تنها در حضور نویز (و لذا با حذف بلوک خطچین در نمودارهای بلوکی مذکور) به صورت زیر می‌شود.

$$\dot{x}_2 = x_3 \quad (20)$$

$$\dot{x}_3 = y/v_c t \quad (21)$$

$$\dot{x}_4 = y \quad (22)$$

$$\dot{x}_5 = - \begin{cases} \frac{x_2 + x_5}{T_1} & \text{for TPN, Eqs. (13,16)} \\ \frac{x_2 + x_{n+3}N_D + x_5}{T_1} & \text{for Eq. (14)} \end{cases} \quad (23)$$

$$\begin{cases} \text{for } j = 6:1:n+3 \\ \dot{x}_j = (x_{j-1} - x_j)/T_j \\ \text{end} \end{cases} \quad (24)$$

$$\dot{x}_{n+4} = \begin{cases} -\frac{x_{n+4}}{T_s} + \frac{x_{n+3}N_D v_c t}{T_s} & \text{for Eq. (13)} \\ N/A \text{ or } 0 & \text{for TPN, Eq. (14)} \\ -\frac{x_{n+4}}{T_s} + \frac{v_c x_{n+3}}{T_s} k & \text{for Eq. (16)} \end{cases} \quad (25)$$

که در سطر سوم آن، مقدار k برابر است با:

$$k = \begin{cases} N_D t & \text{for } t > \beta T \\ N_P \alpha T & \text{for } t \leq \beta T \end{cases} \quad (26)$$

$$\dot{x}_{FN} = y^2 \quad (27)$$

$$\dot{x}_{RN} = (y v_c t / R_A)^2 \quad (28)$$

$$\dot{x}_{RNA} = y^2 (v_c t / R_A)^4 \quad (29)$$

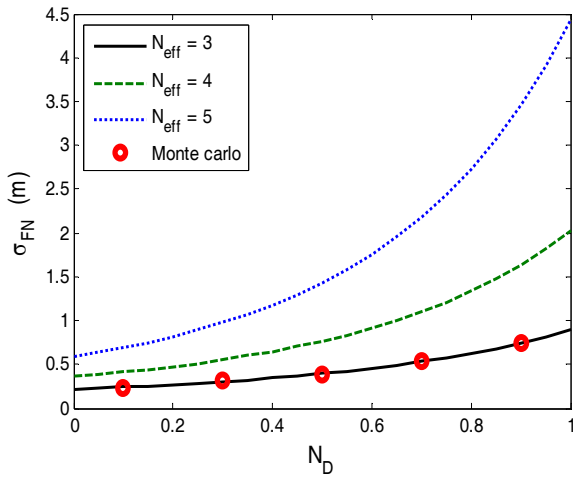
$$\dot{x}_{GL} = (y / v_c t)^2 \quad (30)$$

که در آن،

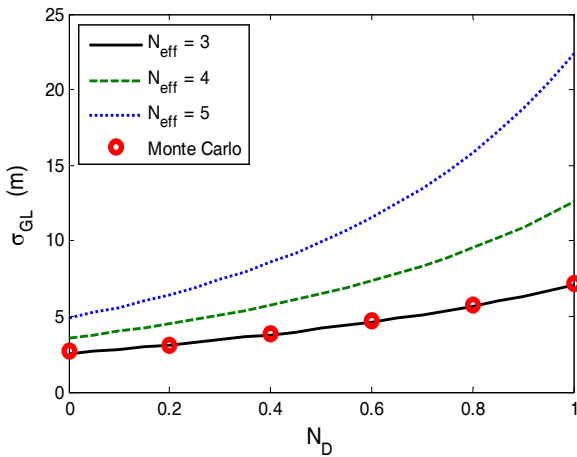
$$y = \frac{N_P v_c x_{n+3} - x_4}{T_N} + \begin{cases} 0 & \text{for TPN} \\ \dot{x}_{n+4} & \text{for Eqs. (13,16)} \\ 2N_D v_c x_{n+3} & \text{for Eq. (14)} \end{cases} \quad (31)$$

و x_{RNA} و x_{RN} (بر حسب m^2/s) و x_{GL} (بر حسب $1/\text{s}$) متغیرهای حالت بعد از بلوک‌های انتگرال‌گیر در مدل الحاقی مربوط به نویزهای متناظر در شکل ۶ است. البته در حل عددی، مقادیر اولیه متغیرهای حالت، بجز $x_3(0) = 1$ برابر صفر لحاظ می‌شود [۱]. با توجه به شکل ۶ انحراف استاندارد فاصله خطای نهایی ناشی از نویز جستجوگر (σ) به صورت زیر نوشته می‌شود [۱]:

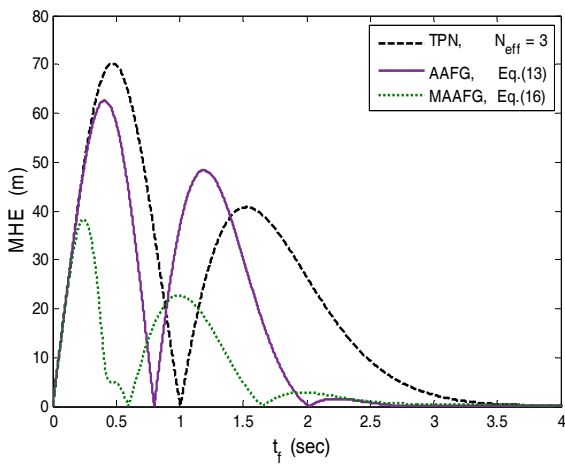
$$\sigma_j = \sqrt{\Phi_j x_j(\infty)}, \quad j = \text{GL, FN, RA, RNA} \quad (32)$$



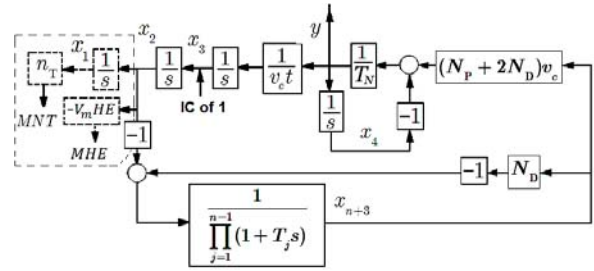
شکل ۱۱- خطای ناشی از نویز مستقل از فاصله تحت قانون «هدایت با بازخورد شتاب زاویه‌ای مطابق رابطه (۱۳)»



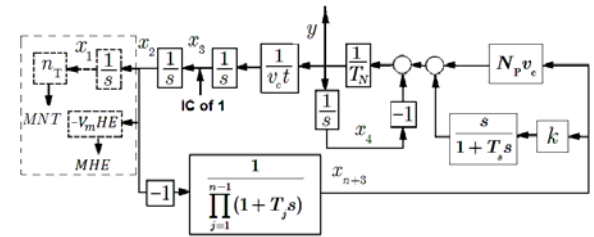
شکل ۱۲- خطای ناشی از نویز تابش تحت قانون «هدایت با بازخورد شتاب زاویه‌ای مطابق رابطه (۱۳)»



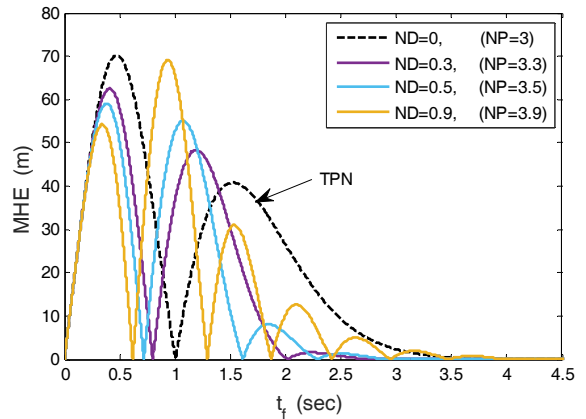
شکل ۱۳- مقایسه فاصله خطای قوانین هدایت با بازخورد شتاب زاویه‌ای و اصلاح بهره آن مطابق روابط (۱۳) و (۱۶) ناشی از انحراف سمت اولیه ($\alpha = \beta = 1, N_{eff} = 3, N_D = 0.3$)



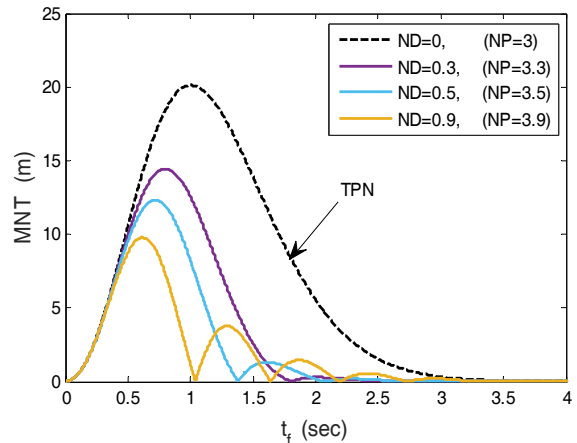
شکل ۷- مدل الحاقی نمودار بلوکی شکل ۴



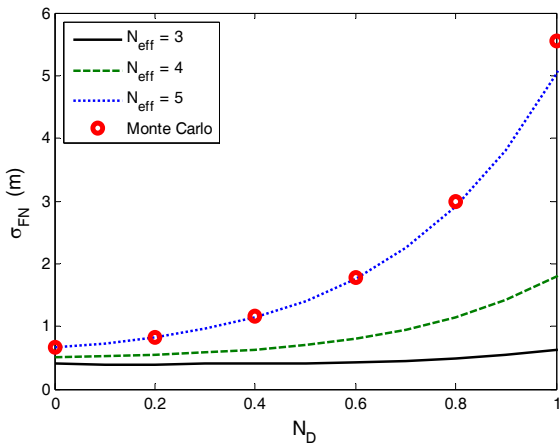
شکل ۸- مدل الحاقی نمودار بلوکی شکل ۵



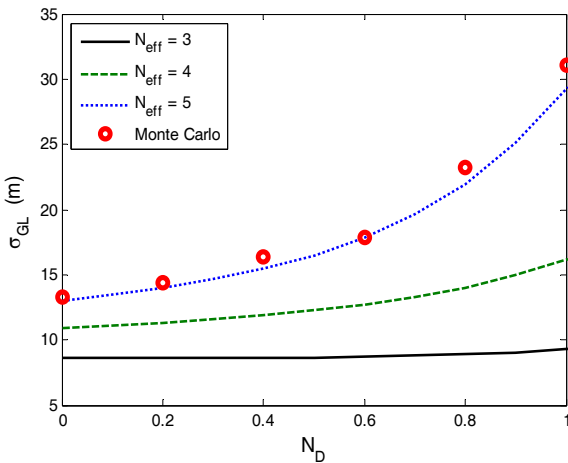
شکل ۹- فاصله خطای «هدایت با بازخورد شتاب زاویه‌ای مطابق رابطه (۱۳)» ناشی از انحراف سمت اولیه ($N_{eff} = 3$)



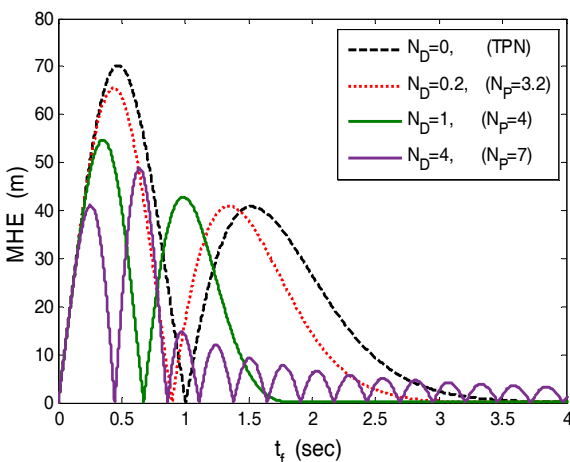
شکل ۱۰- فاصله خطای «هدایت با بازخورد شتاب زاویه‌ای مطابق رابطه (۱۳)» ناشی از مانور ثابت هدف ($N_{eff} = 3$)



شکل ۱۵- خطای ناشی از نویز مستقل از فاصله تحت قانون «هدایت با بازخورد شتاب زاویه‌ای با اصلاح بهره مطابق رابطه (۱۶)»



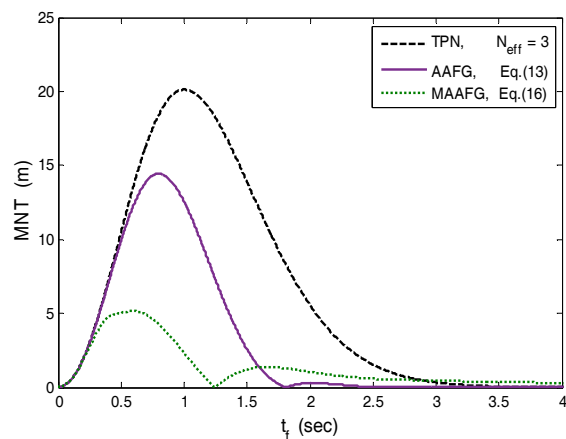
شکل ۱۶- خطای ناشی از نویز تابش تحت قانون «هدایت با بازخورد شتاب زاویه‌ای با اصلاح بهره مطابق رابطه (۱۶)»



شکل ۱۷- فاصله خطای «هدایت با بازخورد شتاب خطی مطابق رابطه (۱۴)» ناشی از انحراف سمت اولیه ($N_{eff} = 3$)

در ادامه، تحلیل مشابهی تحت «قانون هدایت با بازخورد شتاب زاویه‌ای با اصلاح بهره (با نماد MAAF)» مطابق رابطه (۱۶) صورت پذیرفته و با قانون اصلاح نشده آن (با نماد AAF) در نمودارها) مقایسه شده‌است. قانون اصلاح شده به مقدار قابل توجهی فاصله خطا ناشی از انحراف سمت اولیه را کاهش داده اما به ازای $t_f > 1.5s$ کمی خطای شبه ماندگار مشاهده می‌شود (شکل‌های ۱۳ و ۱۴). همچنین با افزایش مقادیر N_{eff} و N_D ، ریشه مجموع مربعات فاصله خطا ناشی از نویز مستقل از فاصله و نویز تابش نیز افزایش می‌یابد (شکل‌های ۱۵ و ۱۶).

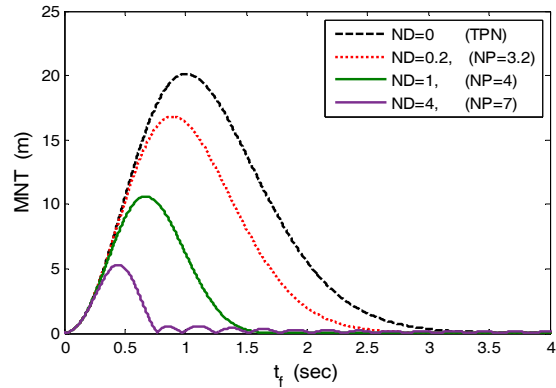
در مرحله بعد، تحلیل فاصله خطا ناشی از انحراف سمت اولیه (به میزان ۲۰ درجه)، مانور هدف (به مقدار ۱۰g) و همچنین ناشی از نویز تحت «قانون هدایت با بازخورد شتاب خطی (با نماد AFG)» مطابق رابطه (۱۴) صورت می‌پذیرد. همانطور که از نمودارهای شکل ۱۷ ملاحظه می‌شود، انتخاب مناسب N_D ، سبب بهبود قابل توجه فاصله خطا ناشی از خطای سمت اولیه شده است، همچنین در حالت هدف با مانور ثابت، با افزایش N_D از مقدار صفر، فاصله خطا به مقدار قابل توجهی کاهش می‌یابد (شکل ۱۸). شایان ذکر است که قانون هدایت مذکور به ازای $N_D = 0$ به هدایت TPN تبدیل می‌شود. مطابق شکل‌های ۱۹ و ۲۰ با افزایش مقادیر N_{eff} و N_D ، ریشه مجموع مربعات فاصله خطا ناشی از نویز مستقل از فاصله و نویز تابش نیز افزایش می‌یابد. همانطور که از این شکل‌ها ملاحظه می‌شود افزایش مقدار N_D باعث افزایش قابل توجه شیب نمودارها شده‌است. شایان ذکر است به منظور صحت‌گذاری شبیه‌سازی‌ها به روش الحاقی در حضور نویز جستجوگر، در شکل‌های ۱۵، ۱۶، ۱۹ و ۲۰ نتایج مونت کارلو به ازای ۱۰۰۰ اجرا به نمودارها افزوده شده است.



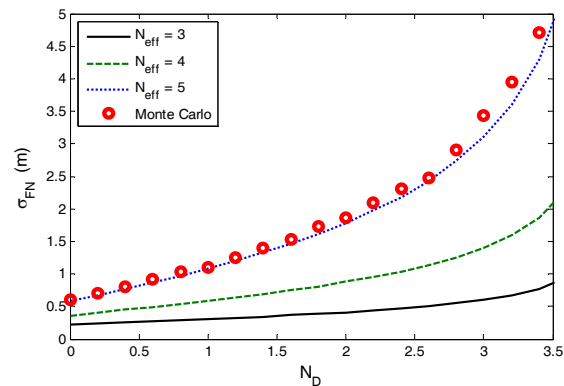
شکل ۱۴- مقایسه فاصله خطای قوانین هدایت با بازخورد شتاب زاویه‌ای و اصلاح بهره آن مطابق روابط (۱۳) و (۱۶) ناشی از مانور ثابت هدف ($\alpha = \beta = 1, N_{eff} = 3, N_D = 0.3$)

فاصله خطای ناشی از خطای سمت اولیه برای دو قانون هدایت با بازخورد شتاب زاویه‌ای و شتاب خطی، در مجموع تقریباً مشابه می‌باشد. این موضوع با توجه به تشابه معادلات ریاضی آنها در حالت سیستم کنترل ایده‌ال، قابل پیش‌بینی بود. البته با استفاده از قانون «هدایت با بازخورد شتاب زاویه‌ای با اصلاح بهره»، فاصله خطا کاهش قابل توجهی یافته - است (شکل ۲۱). با توجه به معادلات مسئله، انتظار می‌رود فاصله خطای ناشی از مانور هدف برای قانون «هدایت با بازخورد شتاب زاویه‌ای» کمتر از قانون «هدایت با بازخورد شتاب خطی» باشد؛ چرا که قانون هدایت با بازخورد شتاب زاویه‌ای نسبت به قانون هدایت با بازخورد شتاب خطی، کسری از شتاب هدف را در قانون هدایت اعمال می‌کند. نتایج شکل ۲۲ این موضوع را به ازای $N_D \approx 0.9$ برای $N_{eff} = 3$ تایید می‌کند. در این حالت نیز قانون «هدایت با بازخورد شتاب زاویه‌ای با اصلاح بهره» در «بخش اول نمودار شامل قله اول» بهبود قابل توجهی را نتیجه می‌دهد؛ اما مطابق نتایج نمودارهای شکل‌های (۲۳) و (۲۴)، فاصله خطا ناشی از نویز تحت قانون «هدایت با بازخورد شتاب خطی موشک»، کمتر از دو قانون دیگر (با مشتق‌گیری از سیگنال نویزی با استفاده از فیلتر مرتبه اول) است و این موضوع قابل انتظار بود؛ چرا که بازخورد شتاب خطی، ذاتاً شامل نویز عبوری فیلتر شده توسط دینامیک سیستم است. بر مبنای نتایج مذکور می‌توان گفت، قانون «هدایت با بازخورد شتاب زاویه‌ای با اصلاح بهره» برای رهگیری با جستجوگرهای مادون قرمز از لحاظ فاصله خطا عملکرد بهتری دارد. در ادامه، تأثیر N_D بر مقدار حداکثر نمودارهای فاصله خطا (عمدتاً قله اول) برحسب زمان نهایی پرواز در شکل‌های ۲۵ و ۲۶ بررسی شده‌است. مطابق شکل‌های مذکور، نمودارهای فاصله خطای حاصل از قوانین هدایت (۱۳) و (۱۶) از صفر تا مقدار معینی از N_D نزولی است و به ازای مقادیر بزرگتر N_D ، نمودارهای فاصله خطا با شیب زیادی افزایش یافته و واگرا می‌شود. نمودار حداکثر فاصله خطا برحسب N_D به ازای مقدار معینی از N_D کمینه می‌شود. این مقدار معین با $N_D = N_D^{Min(max)}$ نمایش داده می‌شود. بطور خلاصه، به ازای $N_D < N_D^{Min(max)}$ فاصله خطای قانون «هدایت با بازخورد شتاب زاویه‌ای با اصلاح بهره» مطابق رابطه (۱۶) در مواجهه با خطای سمت و مانور هدف، کاهش قابل ملاحظه‌ای دارد. اما به ازای $N_D > N_D^{Min(max)}$ قانون «هدایت با بازخورد شتاب خطی» مطابق رابطه (۱۴) فاصله خطای کمتری خواهد داشت. شایان ذکر است افزایش N_D سبب کاهش ثابت زمانی معادل سیستم می‌شود. این موضوع سبب می‌شود تا بتوان این پارامتر را از حد معینی به ویژه در حضور اثر رادوم افزایش داد. لذا در مجموع با توجه به مطالعه پارامتری حاصل، رابطه زیر پیشنهاد می‌شود. به ازای $N_D < N_D^{Min(max)}$ دستور شتاب برابر است با:

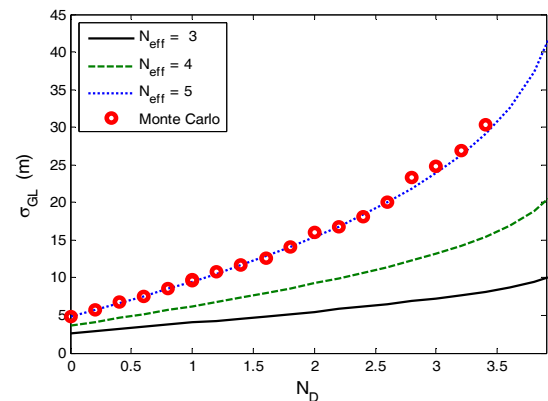
$$a_c = \begin{cases} N_p v_c \dot{\sigma} + N_D r \ddot{\sigma} & \text{for } t_{go} > \beta T \\ N_p v_c (\dot{\sigma} + \alpha T \ddot{\sigma}) & \text{for } t_{go} \leq \beta T \end{cases} \quad (الف \ ۳۳)$$



شکل ۱۸- فاصله خطای «هدایت با بازخورد شتاب خطی مطابق رابطه (۱۴)» ناشی از مانور ثابت هدف ($N_{eff} = 3$)



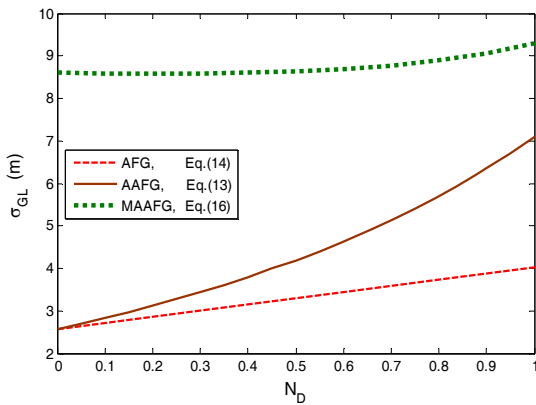
شکل ۱۹- فاصله خطای «هدایت با بازخورد شتاب خطی مطابق رابطه (۱۴)» ناشی از نویز مستقل از فاصله



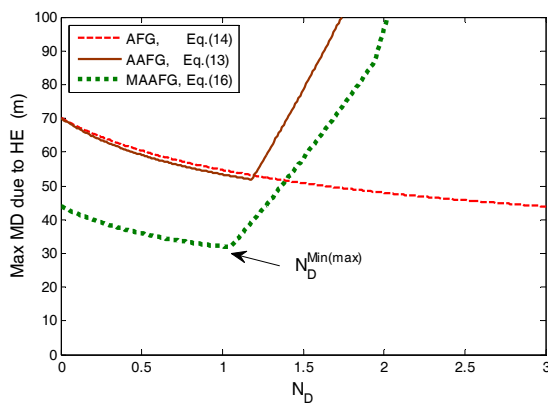
شکل ۲۰- فاصله خطای «هدایت با بازخورد شتاب خطی مطابق رابطه (۱۴)» ناشی از نویز تابش

نتایج و بحث

در بخش قبل، فاصله خطای قوانین «هدایت با بازخورد شتاب زاویه‌ای، با اصلاح بهره و شتاب خطی» بطور اجمال بررسی شد. در ادامه به مقایسه و ارزیابی کامل‌تر عملکرد قوانین هدایت مذکور به ازای ضریب ناوبری $N_{eff} = 3$ پرداخته می‌شود.



شکل ۲۴- مقایسه فاصله خطای قوانین هدایت ناشی از نویز تابش
($N_{eff} = 3, v_c = 800 \text{ m/s}, \Phi_{GL} = 0.93 \text{ m}^2/\text{Hz}$)



شکل ۲۵- تأثیر N_D بر حداکثر فاصله خطا (نسبت به زمان نهایی) ناشی از انحراف سمت اولیه ($N_{eff} = 3, HE = 20^\circ$)

در ادامه، اثر ضریب ناوبری مؤثر در مقدار $N_D^{\text{Min(max)}}$ در نمودارهای شکل‌های ۲۷ و ۲۸ ملاحظه می‌شود. در هر دو شکل، با افزایش N_{eff} ، مقدار $N_D^{\text{Min(max)}}$ کاهش یافته است اما در مجموع مقادیر $N_D^{\text{Min(max)}}$ به ازای قانون «هدایت با بازخورد شتاب خطی» بزرگتر است. به عبارت دیگر، مقادیر بزرگتری از N_D را می‌توان با قانون «هدایت با بازخورد شتاب خطی» استفاده کرد (به ویژه در مقابله با هدف با مانور ثابت مطابق شکل ۲۸).

مطابق نتایج حاصل از مطالعه حاضر، ساختار قانون هدایت با ترکیب وزنی شتاب خطی و زاویه‌ای به صورت رابطه (۳۴) پیشنهاد می‌شود.

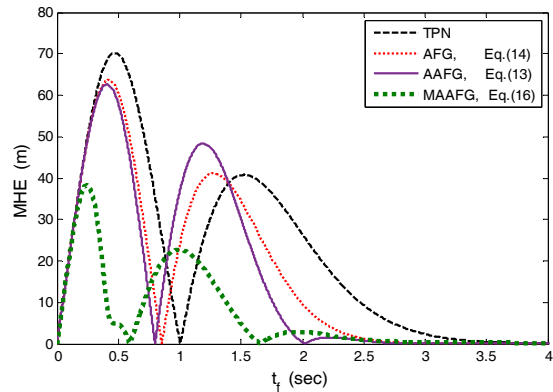
$$a_c = [N_P + 2(1 - \omega)N_D]v_c\dot{\sigma} + \omega N_D r \ddot{\sigma} - (1 - \omega)N_D a_{M_{PLOS}} \quad (34)$$

که در آن ω ضریب وزنی است. رابطه اخیر به ازای $\omega = 0$ به قانون هدایت با بازخورد شتاب خطی مطابق رابطه (۱۴) و به ازای $\omega = 1$ به قانون هدایت با بازخورد شتاب زاویه‌ای مطابق رابطه (۱۳) تبدیل می‌شود. مقدار ضریب وزنی با تحلیل فاصله خطا با توجه به دینامیک سیستم و میزان نویز تعیین می‌شود.

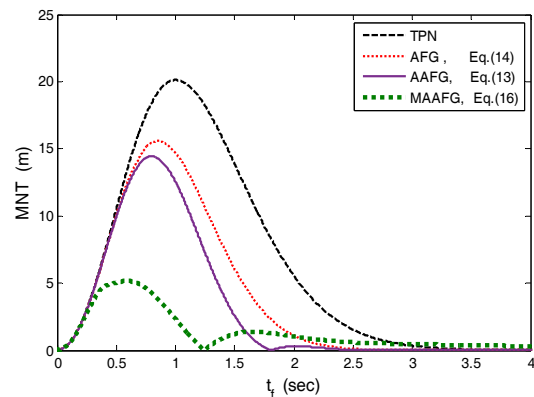
و به ازای $N_D > N_D^{\text{Min(max)}}$ برابر است با:

$$a_c = (N_P + 2N_D)v_c\dot{\sigma} - N_D a_{M_{PLOS}} \quad (33)$$

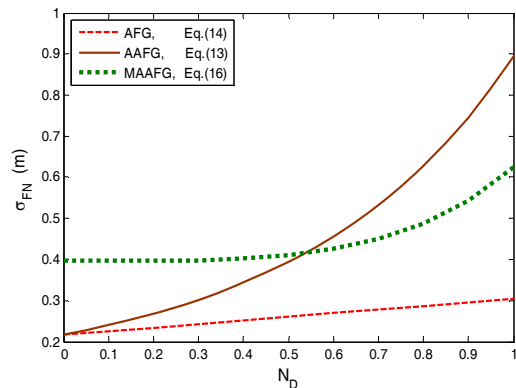
انتخاب $N_D^{\text{Min(max)}}$ برای رابطه اخیر با توجه به نمودارهای قانون «هدایت با بازخورد شتاب زاویه‌ای با اصلاح بهره» تعیین می‌شود. به علاوه، رابطه مذکور در توسعه قانون هدایت با مقدار N_D متغیر، قابل استفاده خواهد بود.



شکل ۲۶- فاصله خطای قوانین هدایت ناشی از انحراف سمت اولیه ($N_{eff} = 3, N_D = 0.3, HE = 20^\circ$)



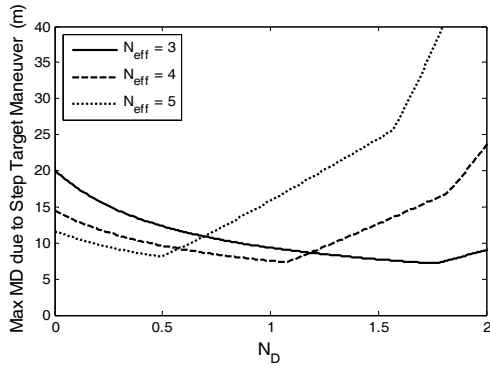
شکل ۲۷- فاصله خطای قوانین هدایت ناشی از مانور هدف ($N_{eff} = 3, N_D = 0.3, a_T = 10g$)



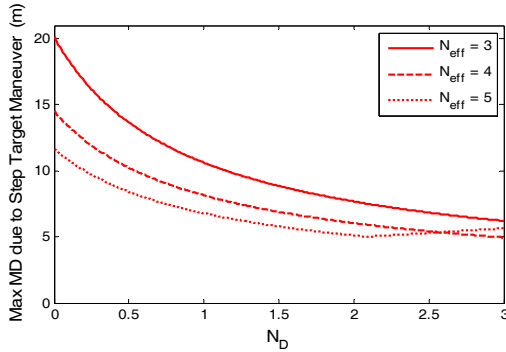
شکل ۲۸- مقایسه خطای قوانین هدایت ناشی از نویز مستقل از فاصله
($N_{eff} = 3, v_c = 800 \text{ m/s}, \Phi_{FN} = 2 \times 10^{-8} \text{ Rad}^2/\text{Hz}$)

شایان ذکر است که راهکار مذکور برای اصلاح ساختار قوانین هدایت شامل شتاب خطی و/یا شتاب زاویه‌ای قابل اعمال است. اگر برای پارامتر Z دو تخمین Z_1 و Z_2 موجود باشد، می‌توان نوشت:

$$\hat{z} = (1 - \omega)z_1 + \omega z_2 \quad (35)$$



الف) قانون هدایت با بازخورد شتاب زاویه‌ای مطابق رابطه (۱۳)



ب) قانون هدایت با بازخورد شتاب خطی مطابق رابطه (۱۴)

شکل ۲۸- بررسی جابجایی $N_D^{\text{Min(max)}}$ با تغییر ضریب ناپبری مؤثر ناشی از مانور ثابت هدف ($a_T = 10g$)

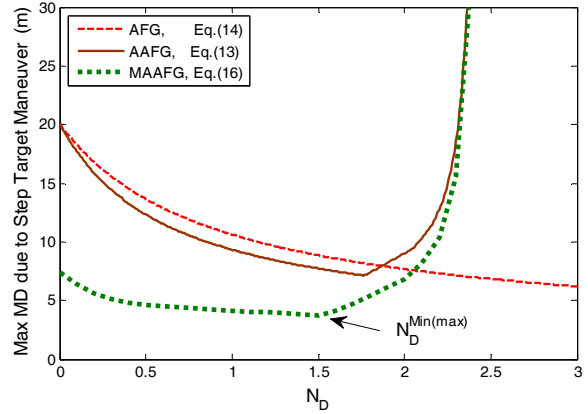
بنابراین با اندازه‌گیری شتاب خطی توسط شتاب‌سنج و تخمین آن در حالت هدف بدون مانور مطابق رابطه $a_{M_{PLOS}} = -r\ddot{\sigma} - 2\dot{r}\dot{\sigma}$ تخمین ترکیبی به صورت زیر حاصل می‌شود:

$$a_{M_{PLOS}} \rightarrow (1 - \omega)a_{M_{PLOS}} + \omega(-r\ddot{\sigma} - 2\dot{r}\dot{\sigma}) \quad (36)$$

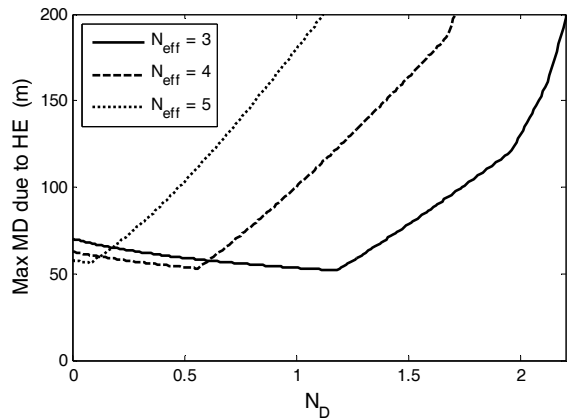
در نتیجه در قوانین هدایتی که تنها شامل شتاب خطی است، با جایگزینی شتاب خطی با عبارتی از ترکیب وزنی شتاب خطی و شتاب زاویه‌ای مطابق رابطه (۳۶)، رابطه قانون هدایت پیشنهادی حاصل می‌شود. این جایگزینی بطور نمونه در پیوست ج برای قانون هدایت بهینه مرتبه اول انجام شده‌است. نکته قابل توجه در این پیوست، استخراج هدایت بهینه مرتبه اول به صورت PD با ضرایب متغیر با زمان (به ازای ضریب وزنی واحد) است. به طور مشابه، با محاسبه شتاب زاویه‌ای از طریق فیلتراسیون و تخمین آن در حالت هدف بدون مانور مطابق رابطه $r\ddot{\sigma} = -a_{M_{PLOS}} - 2\dot{r}\dot{\sigma}$ تخمین ترکیبی به صورت زیر حاصل می‌شود.

$$r\ddot{\sigma} \rightarrow \omega r\ddot{\sigma} + (1 - \omega)(-a_{M_{PLOS}} - 2\dot{r}\dot{\sigma}) \quad (37)$$

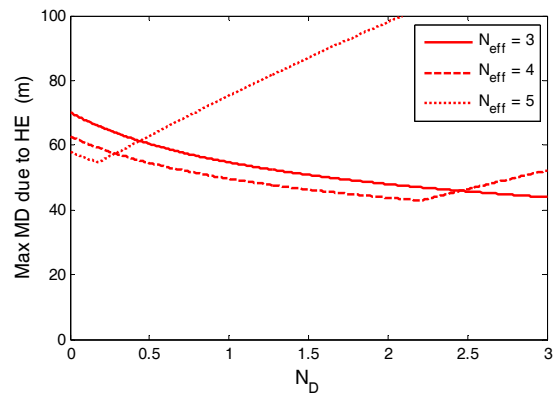
در نتیجه در قوانین هدایتی که تنها شامل شتاب زاویه‌ای است، با جایگزینی شتاب زاویه‌ای با عبارتی از ترکیب وزنی شتاب خطی و شتاب زاویه‌ای مطابق رابطه (۳۷)، ساختار پیشنهادی حاصل می‌شود.



شکل ۲۶- تأثیر N_D بر حداکثر فاصله خطا (نسبت به زمان نهایی) ناشی از مانور ثابت هدف ($N_{\text{eff}} = 3, a_T = 10g$)



الف) قانون هدایت با بازخورد شتاب زاویه‌ای مطابق رابطه (۱۳)



ب) قانون هدایت با بازخورد شتاب خطی مطابق رابطه (۱۴)

شکل ۲۷- بررسی جابجایی $N_D^{\text{Min(max)}}$ با تغییر ضریب ناپبری مؤثر ناشی از انحراف سمت اولیه ۲۰ درجه

پیوست الف: تابع تبدیل حلقه بسته و ضریب ناوبری معادل

با جایگذاری تابع تبدیل سیستم کنترل $F(s) = a_M(s)/a_c(s)$ در رابطه (۱۱)، می‌توان نوشت:

$$a_c = \frac{(N_P + 2N_D)v_c \dot{\sigma}}{1 + N_D F(s)} + \frac{N_a + N_D}{1 + N_D F(s)} a_{T_{PLOS}} \quad (38)$$

تابع تبدیل از نرخ چرخش خطادید به دستور شتاب در حالت هدف بدون مانور به صورت زیر ساده می‌شود:

$$\frac{a_c}{\dot{\sigma}} = \frac{(N_P + 2N_D)v_c}{1 + N_D F(s)} \quad (39)$$

اگر تابع تبدیل سیستم کنترل مرتبه اول فرض شود، $F(s) = 1/(1 + Ts)$ ، رابطه (۳۹) به صورت زیر ساده می‌شود.

$$\frac{a_{M_{PLOS}}(s)}{\dot{\sigma}} = \frac{N_{eff} v_c}{1 + T_{eq} s} \quad (40)$$

که در آن،

$$N_{eff} = \frac{N_P + 2N_D}{1 + N_D} \quad (41)$$

$$T_{eq} = \frac{T}{(N_P - 2)/(N_{eff} - 2)} \quad (42)$$

رابطه اخیر نشان می‌دهد که باید $N_P, N_{eff} > 2$ باشد.

در صورتی که تابع تبدیل سیستم کنترل، مرتبه دوم استاندارد باشد، تابع تبدیل بلوک هدایت و کنترل مطابق رابطه (۴۴) می‌شود.

$$F(s) = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2} \quad (43)$$

$$\frac{a_{M_{PLOS}}(s)}{\dot{\sigma}} = \frac{\left(\frac{N_P + 2N_D}{1 + N_D}\right) v_c}{1 + \frac{2\xi}{\omega_n(1 + N_D)} s + \frac{1}{\omega_n^2(1 + N_D)} s^2} \quad (44)$$

به همین ترتیب برای سیستم کنترل دوجمله‌ای مرتبه n ، تابع تبدیل سیستم هدایت و کنترل مطابق رابطه (۴۶) حاصل می‌شود.

$$F(s) = \omega_n^2 / \left(1 + \frac{T}{n} s\right)^n \quad (45)$$

$$\frac{a_{M_{PLOS}}(s)}{\dot{\sigma}} = \frac{(N_P + 2N_D)v_c}{\left(1 + \frac{T}{n} s\right)^n + N_D} \quad (46)$$

بنابراین،

$$\frac{a_{M_{PLOS}}(s)}{\dot{\sigma}} = \frac{N_{eff} v_c}{1 + \frac{T}{1 + N_D} s + HOT} \quad (47)$$

شایان ذکر است، راهکار پیشنهادی برای قوانین هدایت متعددی (نظیر قوانین هدایت مبتنی بر کنترل مد لغزشی و قوانین هدایت نتوکلاسیک) قابل اعمال است [۱۶-۱۹]؛ به علاوه، در ساختار اصلاح شده می‌توان اصلاح بهره را نیز اعمال کرده و مقدار بهره را با توجه به تحلیل فاصله خطا بدست آورد.

نتیجه‌گیری

در این مقاله، با تحلیل فاصله خطا برای استراتژی هدایت تناسبی با بازخورد شتاب خطی و زاویه‌ای، قانون هدایت مبتنی بر ترکیب وزنی شتاب خطی و زاویه‌ای پیشنهاد شده است. به منظور مقایسه منصفانه، تحلیل حاضر با ضریب ناوبری معادل صورت پذیرفته است.

با توجه به معادلات مسئله و نتایج شبیه‌سازی، در مجموع، فاصله خطای ناشی از مانور هدف برای قانون هدایت با بازخورد شتاب زاویه‌ای کمتر از قانون هدایت با بازخورد شتاب خطی است؛ چرا که قانون هدایت با بازخورد شتاب زاویه‌ای نسبت به قانون هدایت با بازخورد شتاب خطی، کسری از شتاب هدف را در قانون هدایت اعمال می‌کند. بطور مشابه انتظار می‌رود بازخورد شتاب زاویه‌ای همین اثر را نسبت به سایر اغتشاشات وارده داشته باشد، که نیاز به بررسی در مدل شبیه‌سازی شش درجه آزادی دارد.

در ادامه، قانون «هدایت با بازخورد شتاب زاویه‌ای با اصلاح بهره» برای کاهش فاصله خطا ناشی از خطای سمت اولیه و مانور هدف، توسعه داده شده است. فاصله خطا ناشی از نویز در قانون «هدایت با بازخورد شتاب زاویه‌ای خطادید» نسبت به هدایت تناسبی (با و بدون بازخورد شتاب) بیشتر می‌شود. فاصله خطا ناشی از نویز در قانون هدایت با بازخورد شتاب خطی موشک، کمتر از دو قانون دیگر بوده و این موضوع به دلیل مشتق‌گیری از سیگنال نویزی قابل انتظار می‌باشد. البته افزایش ضریب ترم بازخورد شتاب خطی / زاویه‌ای باعث کاهش ثابت زمانی معادل سیستم می‌شود. این موضوع سبب می‌شود تا بتوان این پارامتر را از حد معینی به ویژه در حضور اثر رادوم افزایش داد. در تحلیل حاضر، قانون «هدایت با بازخورد شتاب زاویه‌ای با اصلاح بهره» برای رهگیر با جستجوگر مادون قرمز ارجح است. شایان ذکر است که نتایج حاصل برای قانون «هدایت با بازخورد شتاب زاویه‌ای» با استفاده از مشتق‌گیر مرتبه اول بوده است؛ در صورتی که با استفاده از فیلترهای دیجیتال می‌توان نتایج بهتری برای فاصله خطا ناشی از نویز بدست آورد.

در حالت خاص، جایگزینی شتاب خطی با عبارتی شامل شتاب زاویه‌ای (و برعکس) در روابط هدایت اعمال شده است. در این راستا، نتیجه جالب توجه این که قانون هدایت بهینه مرتبه اول به فرم تناسبی- مشتقی با بهره‌های متغیر با زمان استخراج شده است.

و بطور مشابه

$$N_{\text{eff}} = \frac{N_P + 2N_D}{1 + N_D} \quad (48)$$

در تابع تبدیل (۴۷) با افزایش مقدار N_D ضریب S که ثابت زمانی معادل است، کاهش می‌یابد (مشابه رابطه (۴۲) $(N_P, N_{\text{eff}} > 2)$). کاهش «ثابت زمانی معادل سیستم» در حضور اثر رادوم مخاطره آمیز خواهد بود، لذا مقدار N_D را تا حد معینی می‌توان افزایش داد. این مقدار از تحلیل پایداری سیستم تعیین می‌شود.

پیوست ب: استخراج معادلات رسته یک

در ادامه، معادلات رسته یک برای نمودارهای بلوکی مسئله خطی برای قوانین هدایت روابط (۱۳، ۱۴ و ۱۶) استخراج شده است:

$$\dot{x}_1 = v \quad (x_1 = y) \quad (49)$$

$$\dot{x}_2 = n_T - n_L \quad (50)$$

$$\dot{x}_3 = (\lambda_N - x_3)/T_N \quad (51)$$

$$\dot{x}_4 = (a_c - x_4)/T_1 \quad (52)$$

$$\begin{cases} \text{for } j = 5: 1: n + 2 \\ \dot{x}_j = (x_{j-1} - x_j)/T_j \\ \text{end} \end{cases} \quad (53)$$

$$\dot{x}_{n+3} = (x_3 - x_{n+3})/T_s \quad (\text{for Eqs. 13, 16}) \quad (54)$$

که در آن،

$$\lambda_N = u_N + x_1/v_c t_{go} \quad (55)$$

$$a_c = N_P v_c \dot{x}_3 + \begin{cases} 0 & \text{for TPN} \\ N_D v_c t_{go} \dot{x}_{n+3} & \text{for Eq. (13)} \\ 2N_D v_c \dot{x}_3 - N_D x_{n+2} & \text{for Eq. (14)} \end{cases} \quad (56)$$

در معادلات فوق، متغیر حالت \dot{x}_3 نرخ چرخش خطا پس از عبور از فیلتر مرتبه اول با ثابت زمانی T_N است و $n_L = x_{n+2}$ در صورتی که قانون هدایت رابطه (۱۶) مورد استفاده باشد، دستور شتاب بجای رابطه (۵۶) از رابطه (۵۷) استفاده می‌شود.

$$a_c = N_P v_c \dot{x}_3 + v_c \dot{x}_{n+3} \begin{cases} N_D t_{go} & \text{for } t_{go} > \beta T \\ N_P \alpha T & \text{for } t_{go} \leq \beta T \end{cases} \quad (57)$$

شایان ذکر است که معادلات فوق در روش مستقیم برای صحه‌گذاری روش الحاقی در حالت بدون نویز استفاده شده است. به علاوه، این معادلات در حالت با نویز برای شبیه‌سازی مونت کارلو بکار رفته است.

پیوست ج: قانون هدایت بهینه مرتبه اول

به فرم PD

قانون هدایت بهینه خطی برای سیستم کنترلی مرتبه اول به صورت زیر نوشته می‌شود [۲۰، ۱]:

$$a_c = N^* v_c \dot{\sigma} - N_D^* a_M \quad (58)$$

که در آن،

$$N^* = \frac{6x^2(e^{-x} + x - 1)}{2x^3 + 3 + 6x - 6x^2 - 12xe^{-x} - 3e^{-2x}} \quad (59)$$

$$N_D^* = N^* K_L, \quad K_L = \frac{e^{-x} + x - 1}{x^2}, \quad x = t_{go}/T \quad (60)$$

حال با اعمال ترکیب وزنی در رابطه (۵۸) می‌توان نوشت:

$$a_c = (N^* - 2N_D^* \omega) v_c \dot{\sigma} + \omega N_D^* r \ddot{\sigma} - (1 - \omega) N_D^* a_{M_{PLOS}} \quad (61)$$

به‌طور نمونه با جایگذاری $\omega = 1$ در رابطه (۶۱) و جایگزینی $r = v_c t_{go}$ می‌توان نوشت:

$$a_c = (N^* - 2N_D^*) v_c \dot{\sigma} + N_D^* v_c t_{go} \ddot{\sigma} \quad (62)$$

با جایگزینی $N_D^* = N^* K_L$ در رابطه (۶۲) رابطه زیر حاصل می‌شود:

$$a_c = N^* v_c [(1 - 2K_L) \dot{\sigma} + K_L t_{go} \ddot{\sigma}] \quad (63)$$

رابطه فوق به فرم PD بصورت زیر نمایش داده می‌شود:

$$a_c = N_P^* v_c (\dot{\sigma} + \alpha^* T \ddot{\sigma}) \quad (64)$$

که در آن،

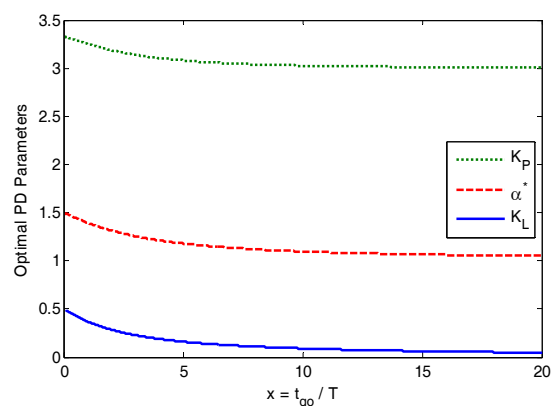
$$N_P^* = K_P = N^* (1 - 2K_L) \quad (65)$$

$$\alpha^* = \frac{K_L x}{(1 - 2K_L)}, \quad x = t_{go}/T \quad (66)$$

نتیجه جالب توجه، استخراج هدایت بهینه با ساختار «PD» با ضرایب متغیر» برحسب $x = t_{go}/T$ می‌باشد. در شکل ۲۹ این ضرایب متغیر بهینه برحسب $x = t_{go}/T$ به ازای $x > 0.01$ (به علت مشکلات محاسبات عددی) ترسیم شده است. نکته دیگر، توجه تغییرات اندک بهره K_P برحسب زمان است.

ایده جالبی که در اینجا مطرح می‌شود این است که بعضی از قوانین هدایت دونقطه‌ای را می‌توان بصورت PD با ورودی $\dot{\sigma}$ و ضرایب بهره متغیر نوشت. با مقایسه ضرایب بهره این قوانین هدایت به فرم PD، نکات زیادی آموخته می‌شود و به علاوه می‌توان پروفیل ترکیبی برای بهره‌ها پیشنهاد داد و یا این که بر حسب وضعیت سیستم، بصورت همواری از یک قانون به قانون دیگری سوئیچ نمود.

- [9] Balakrishnan, S. N., Tsourdos, A. and White, B. A., *Advances in Missile Guidance, Control, and Estimation*, Taylor & Francis Group, 2013.
- [10] Ma, K., Zhang, X., "A Novel Guidance Law with Line-of-Sight Acceleration Feedback for Missiles against Maneuvering Targets," *Hindawi Publishing Corporation Mathematical Problems in Engineering*, 2014.
- [11] Maklouf, O., Saleh Basha, and Eljubrani, A., "Performance Evaluation of Proportional Navigation Homing Guidance Law," *5th International Conference on Control Engineering & Information Technology*, Vol. 33, 2017, pp. 14-18.
- [12] Innocenti, M., "Nonlinear Guidance Techniques for Agile Missiles," *Control Engineering Practice*, 2001, pp. 1131-1144.
- [13] Yanushevsky, R., *Modern Missile Guidance*, CRC Press, Taylor & Francis Group, Boca Raton, 2008.
- [14] Jalali-Naini, S. H., *A New Guidance Law for Homing Missiles*, MS Thesis, Faculty of Engineering, University of Tehran, Aug. 1996 (in Persian).
- [15] Jalali-Naini, S. H., "Miss Distance Analysis of Proportional Navigation Using Normalized Equations with Radome Effect, Saturation, and Body Rate Feedback," *Journal of Aeronautical Engineering*, Vol. 14, No 1, 2012, pp. 1-11 (in Persian).
- [16] Nakagawa, S., Yamasaki, T., and Takano, H., and Yamaguchi, I., "Guidance Law Based on Line-of-Sight Rate Information Considering Uncertain Modeled Dynamics," *Advances in Science, Technology and Engineering Systems Journal*, Vol. 3, No. 6, 2018, pp. 195-203.
- [17] Mohammadzaman, I., Momeni, H. R., "PI Guidance Law Design with Finite Time Convergence," *Aerospace Mechanics Journal*, Vol. 7, No. 1, 2011 (in Persian).
- [18] Behnamgol, V., Vali, A., Mohammadi, A., "A New Backstepping Sliding Mode Guidance Law Considering Control Loop Dynamics," *Journal of Space Science and Technology*, Vol. 8, No. 4, 2016.
- [19] Jalali-Naini, S. H., "Normalized Miss Distance Analysis of Single-Lag Optimal Guidance Law with Radome Effect, Saturation and Fifth-Order Control System," *Scientia Iranica*, Transaction B, Vol. 21, No 5, Oct. 2014, pp. 1683-1692.
- [20] Cottrell, R. G., "Optimal Intercept Guidance for Short-Range Tactical Missiles," *AIAA Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, Vol. 9, No. 7, 1971, pp. 1414-1415.



شکل ۲۹- بهره‌های بهینه K_p و α^* در ساختار PD (به ازای $t_{go}/T > 0.01$)

مراجع

- [1] Zarchan, P., *Tactical and Strategic Missile Guidance*, Sixth ed., Progress in Astronautics and Aeronautics, Vol. 239, AIAA, 2012.
- [2] Blakelock, J., *Automatic Control of Aircraft and Missiles*, Second ed., A Wiley-Interscience Publication, Vol. 239, 1991.
- [3] Shneydor, N. A., *Missile Guidance and Pursuit: Kinematics, Dynamics, and Control*, Horwood Series in Engineering Science, 1998.
- [4] Ho, Y. C., Bryson, A. E., and Baron, S., "Differential Games and Optimal Pursuit-Evasion Strategies," *IEEE Transactions on Automatic Control*, AC-10, Oct. 1965, pp. 385-389.
- [5] Anderson, G. M., "Comparison of Optimal Control and Differential Game Intercept Missile Guidance Laws," *Journal of Guidance and Control*, Vol. 4, No. 2, 1981, pp. 109-115.
- [6] Ben-Asher, J. Z., Yaesh, I., *Advances in Missile Guidance Theory*, Progress in Astronautics and Aeronautics, 180, American Institute of Astronautics Aeronautics, Inc., Washington, DC, 1998.
- [7] Nesline, F. W., Zarchan, P., "A New Look at Classical vs Modern Homing Missile Guidance," *Journal of Guidance and Control*, Vol. 4, No. 1, 1981, pp. 78-85.
- [8] Gurfil, P., Jodorkovsky, M., Guelman, M., "Neoclassical Guidance for Homing Missiles," *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, Vol. 24, No. 3, 2001.