

مقاله علمی - پژوهشی

مدل سازی تلاطم در فضاپیما با استفاده از مدل توپ پالسی متحرک

محمد نوابی^{۱*} و احمد ابراهیمی^۲

۱ و ۲ - دانشکده فناوری های نوین، دانشگاه شهید بهشتی، تهران ایران

*m_navabi@sbu.ac.ir

تلاطم در مخازن فضاپیما در حین انجام مانور مداری اثرات نامطلوبی دارد. بنابراین با توجه اهمیت مانور مداری صحیح برای رسیدن به مدار هدف، باید قبل از انجام مانورهای مداری تلاطم مدل سازی و روشی مناسبی برای کنترل آن انتخاب شود. در این مقاله با استفاده از یک روش جدید به مدل سازی تلاطم در مخازن پرداخته و همچنین برای اولین بار کنترل وضعیت فضاپیما و کنترل تلاطم به طور همزمان با استفاده از این مدل شبیه سازی شده است. تلاطم سوخت با استفاده از مدل توپ پالسی مدل سازی و معادلات دینامیکی کل سیستم با استفاده از معادلات کرشلف استخراج شده است. مانور فضاپیما و حرکت توپ پالسی در صفحه در نظر گرفته شده و در نتیجه سیستم فضاپیما و توپ پالسی دارای چهار درجه آزادی خواهد شد. نتایج شبیه سازی نشان دهنده موفقیت آمیز بودن مدل سازی ارائه شده و کنترل همزمان تلاطم و وضعیت می باشد.

واژه های کلیدی: مدل سازی تلاطم، توپ پالسی، کنترل تلاطم، کنترل وضعیت، دینامیک ترکیب شده تلاطم و فضاپیما.

علائم و اختصارات

L	لاگرانژین
ζ	بردار موقعیت زاویه ای توپ پالسی
R	تابع اتلاف رایلی
τ_t	بردار نیروها
τ_r	مومنوم های کلی
V	بردار سرعت محوری مرکز جرم مخزن
ϵ	ضریب دمپینگ توپ پالسی
a_y و a_x	مولفه های شتاب مرکز جرم مخزن
F	نیروی تراسم موتور اصلی

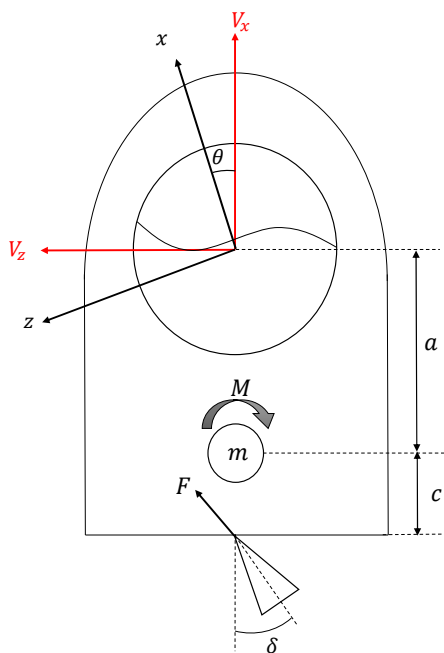
مقدمه

رسیدن به مدار مأموریتی در بسیاری از ماهواره ها مستلزم انجام مانور مداری است. این موضوع به دلیل کاربرد گسترده ماهواره ها در

مدارهای با ارتفاع بالاست که نشان دهنده اهمیت انجام صحیح مانور مداری است. مانور مداری به انتقال فضاپیما از مدار اولیه به مدار نهایی گفته می شود و برای انجام صحیح این امر باید فضاپیما در زمان و وضعیت از پیش تعیین شده، در مدار نهایی قرار گیرد. وضعیت فضاپیما در حین انجام مانور مداری تحت تأثیر عوامل مختلفی دستخوش تغییرات شده و این باعث خارج شدن فضاپیما از حالت مطلوب می شود. بنابراین، کنترل وضعیت [۱ و ۲] یکی از اساسی ترین مسائل در انجام این قبیل مأموریت های فضایی است که البته کنترل وضعیت خود به دو بخش مدل سازی [۳-۵] و طراحی کنترلر [۶ و ۷] تقسیم بندی می شود. یکی از مهمترین عوامل تأثیر گذار در وضعیت فضاپیما تلاطم سوخت موجود در مخزن فضاپیما می باشد. این سوخت که درصد آن نسبت به جرم کل فضاپیما درصد قابل توجهی است، با هدف تولید نیروی تراسم برای انجام مانور مداری در فضاپیما تعبیه شده است. به عنوان مثال، ۴۰ درصد از جرم ماهواره های زمین آهنگ به سوخت اختصاص دارد [۸]. در نتیجه اگر این میزان سوخت تحت تأثیر شتاب دورانی و یا محوری دچار تلاطم شود، به راحتی می تواند وضعیت فضاپیما را از

۱. دانشیار (نویسنده مخاطب)
۲. دانشجوی کارشناسی ارشد

است. برای به کار گیری کنترلر کلاسیک معادلات سیستم باید خطی شوند. بنابراین، با استفاده از یک تقریب مناسب حول نقطه تعادل پارامترهای سیستم توپ پالسی و فضاپیما، معادلات دینامیکی خطی شده و براساس معادلات خطی شده به طراحی کنترلر کلاسیک پرداخته شده است. همان طور که در شکل ۱ می‌توان مشاهده کرد، ورودی‌های کنترلر طراحی شده که در واقع متغیرهایی هستند که به وسیله آن‌ها تالطم و وضعیت فضاپیما کنترل می‌شوند، انحراف زاویه گیمبال و ممان حول مرکز جرم فضاپیما می‌باشند. برای بررسی عملکرد مدل توپ پالسی یک مثال فیزیکی شبیه‌سازی شده و نتایج آن مورد مطالعه قرار گرفته است.



شکل ۱- مدل فضاپیما همراه با مخزن

مدل‌سازی و معادلات دینامیکی

برای بررسی تعامل بین دینامیک تالطم سوخت و دینامیک فضاپیما مطالعاتی صورت گرفته است. در این مطالعات از مدل‌های مکانیکی مانند پاندول و یا جرم و فنر و همچنین توپ پالسی استفاده شده است که نشان می‌دهند به خوبی می‌توانند دینامیک پیچیده تالطم سوخت را مدل کنند. بررسی‌های انجام شده نشان می‌دهند که مدل توپ پالسی که اخیراً برای بررسی دینامیک تالطم سوخت استفاده شده است، در حالت حرکت در صفحه فضاپیما در یک مانور مداری به خوبی می‌تواند رفتار سیال تالطم را شبیه‌سازی کند. لذا در این بخش برای اولین بار مدل‌سازی توپ پالسی برای تالطم سوخت در حرکت صفحه‌ای ارائه و سپس معادلات دینامیکی آن با استفاده از معادلات لاگرانژ استخراج می‌شود.

حالت مطلوب خارج کند. بنابراین تالطم سوخت یکی از مسائل بسیار مهم کنترل وضعیت فضاپیما در حین انجام مانور مداری است که در چند دهه اخیر مورد بحث و مطالعه قرار گرفته است [۹ و ۱۰]. در مطالعات انجام‌شده در این زمینه نشان داده شده است که مدل‌های مکانیکی پاندول [۱۱ و ۱۲]، جرم-فنر [۱۳] و توپ پالسی^۳ [۱۵ و ۱۶] به خوبی می‌توانند دینامیک پیچیده تالطم را تقریب بزنند. برخی از این مطالعات کل جرم سوخت را متالطم و برخی دیگر قسمتی از سوخت که به مخزن چسبیده که همراه آن حرکت می‌کند را غیرمتالطم و قسمتی دیگر را متالطم در نظر گرفته‌اند. در این مطالعات برای بررسی اولین مود تالطم از مدل تک پاندول، تک جرم-فنر و یا یک توپ پالسی استفاده شده است. بدین صورت که جرم غیرمتالطم به وسیله یک جرم صلب که به مخزن چسبیده و همراه آن در حرکت می‌کند، مدل شده است. همچنین برای بررسی تعداد مودهای بیشتر از مدل چند پاندول [۱۷] یا چند جرم-فنر [۱۸] استفاده شده است.

در این مقاله برای اولین بار به مدل‌سازی تالطم سوخت با استفاده از مدل توپ پالسی در صفحه پرداخته شده است و علاوه بر آن برای اولین بار کنترل تالطم سوخت و کنترل وضعیت فضاپیما با استفاده از مدل مکانیکی توپ پالسی به طور همزمان انجام شده است. در این مقاله فضاپیمایی در حین انجام مانور مداری در صفحه و دارای یک مخزن کروی سوخت، در نظر گرفته شده است. تنها بخشی از مخزن پر بوده و سوخت موجود در آن دچار تالطم شده است. همچنین در این جا بخشی از سوخت متالطم و بخشی دیگر غیرمتالطم در نظر گرفته شده است. برای مدل‌سازی قسمت تالطم سوخت از مدل توپ پالسی در صفحه و برای مدل‌سازی قسمت غیرمتالطم از یک جسم صلب کروی که در مرکز جرم سوخت غیرمتالطم قرار داشته و همراه با مخزن حرکت می‌کند، استفاده شده است. حرکت فضاپیما در صفحه و دارای سه درجه آزادی می‌باشد. همچنین، توپ پالسی دارای یک درجه آزادی می‌باشد. بنابراین در مجموع سیستم فضاپیما و توپ پالسی معرفی شده دارای چهار درجه آزادی می‌باشند. پس از مشخص شدن مدل‌سازی، معادلات دینامیک ترکیب شده فضاپیما و توپ پالسی با استفاده از معادلات کرشهف^۴ [۱۹] استخراج شده است. سپس به بخش دوم کنترل وضعیت یعنی طراحی کنترلر خواهیم پرداخت. معادلات دینامیکی به دست آمده، معادلات غیرخطی هستند و برای رسیدن به اهداف کنترلی با استفاده از کنترلرهای خطی بهتر است از معادلات دینامیکی خطی شده استفاده کرد. سپس کنترلر کلاسیک برای کنترل همزمان وضعیت فضاپیما و توپ پالسی طراحی شده

3. Pulsating ball
 4. Kirchhoff

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{V}} \right) + \widehat{\Omega} \times \frac{\partial L}{\partial V} = \tau_t \quad (1)$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\Omega}} \right) + \widehat{\Omega} \times \frac{\partial L}{\partial \Omega} + \widehat{V} \times \frac{\partial L}{\partial V} = \tau_r \quad (2)$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\zeta}} \right) - \frac{\partial L}{\partial \zeta} + \frac{\partial R}{\partial \zeta} = 0 \quad (3)$$

در این معادلات L لاگرانژین است و به دلیل این فرض که فضاپیما در حال انجام مانور در محیط بدون گرانش است، داریم:

$$L = T - U, U = 0 \Rightarrow L = T \quad (4)$$

در اینجا V_c ، V_0 و V_s به ترتیب بردار سرعت خطی جرم‌های m ، m_0 و m_s می‌باشند.

همچنین I_0 و I_s ممان اینرسی جرم‌های m_0 و m_s و m_b ممان اینرسی جرم m می‌باشد. علاوه بر این، ω_s بردار سرعت زاویه‌ای توپ پالسی و Ω بردار سرعت زاویه‌ای فضاپیما می‌باشد. برای بردار دلخواه b ، \widehat{b} ماتریس پادمتقارن است.

$$b = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{bmatrix} \Rightarrow \widehat{b} = \begin{bmatrix} 0 & b_3 & b_2 \\ -b_3 & 0 & -b_1 \\ -b_2 & b_1 & 0 \end{bmatrix}$$

در این جا با توجه به حرکت توپ پالسی در صفحه داریم:

$$\omega_s = \begin{bmatrix} \dot{\varphi} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (5)$$

$$\Omega = \begin{bmatrix} 0 \\ \Omega_2 \\ 0 \end{bmatrix}$$

بردارهای سرعت خطی نیز به صورت زیر خواهند بود:

$$V_c = \dot{r}_c + \widehat{\Omega} \times r_c = \begin{bmatrix} \dot{x} \\ 0 \\ \dot{z} \end{bmatrix} + \widehat{\Omega} \times \begin{bmatrix} x - a \\ 0 \\ z \end{bmatrix} \quad (6)$$

$$V_0 = \dot{r}_0 + \widehat{\Omega} \times r_0 = \begin{bmatrix} \dot{x} \\ 0 \\ \dot{z} \end{bmatrix} + \widehat{\Omega} \times \begin{bmatrix} x - h_0 \\ 0 \\ z \end{bmatrix} \quad (7)$$

$$V_s = \dot{r}_s + \widehat{\Omega} \times r_s = \begin{bmatrix} \dot{x} + l\dot{\varphi} \sin\varphi \\ 0 \\ \dot{z} + l\dot{\varphi} \cos\varphi \end{bmatrix} + \widehat{\Omega} \times$$

$$\begin{bmatrix} x - l \cos\varphi \\ 0 \\ z + l \sin\varphi \end{bmatrix} \quad (8)$$

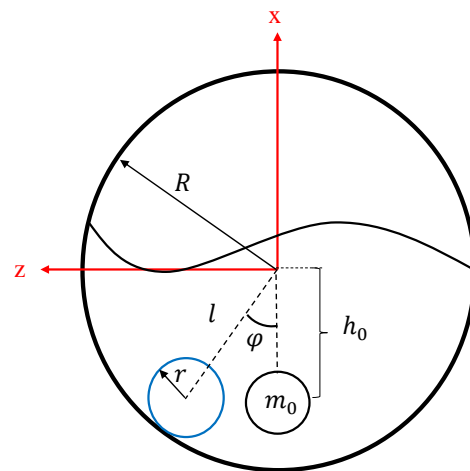
در معادلات (۱) و (۲)، τ_t و τ_r به ترتیب بردار نیروی کل و گشتاور کل هستند که بر مرکز جرم فضاپیما اعمال می‌شوند و V بردار سرعت خطی مرکز جرم فضاپیما می‌باشد.

$$\tau_t = \begin{bmatrix} F \cos\delta \\ 0 \\ F \sin\delta \end{bmatrix}, \tau_r = \begin{bmatrix} 0 \\ M + F(a+c)\sin\delta \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \dot{V}_x \\ 0 \\ \dot{V}_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{x} \\ 0 \\ \dot{z} \end{bmatrix} + \widehat{\Omega} \times \begin{bmatrix} x \\ 0 \\ z \end{bmatrix} \quad (9)$$

$$\Omega_2 = \dot{\theta}$$

همانطور که در شکل ۱ می‌توان مشاهده کرد، فضاپیمایی را در نظر بگیرید که در حال انجام مانور در صفحه است. این فضاپیما دارای یک مخزن کروی است که تنها بخشی از آن پر از سوخت است. همچنین این فضاپیما دارای سه درجه آزادی می‌باشد و میزان انحراف آن از محور ثابت در امتداد محور طولی فضاپیما با θ نشان داده می‌شود. در این جا فرض شده است که کل جرم فضاپیما به جز جرم سوخت، به صورت یک جرم نقطه‌ای (m) در مرکز جرم فضاپیما قرار دارد. فاصله این نقطه تا مفصل گیمبال با c و تا مرکز جرم مخزن با a نشان داده می‌شود.



شکل ۲- مدل توپ پالسی

در این مقاله سوخت موجود در مخزن به دو قسمت متلاطم و غیر متلاطم تقسیم بندی شده است. همان طور که در شکل ۲ می‌توان مشاهده کرد، جرم غیرمتلاطم سوخت توسط یک جسم صلب کروی (m_0) که همراه با مخزن و فضاپیما حرکت کرده و در مرکز جرم سوخت غیرمتلاطم قرار دارد، مدل شده است. جرم متلاطم نیز توسط یک توپ پالسی (m_s) که همواره با دیواره مخزن کروی در تماس است و توصیف کننده ویژگی‌های مود اول تلاطم سوخت می‌باشد و در فاصله l از مرکز هندسی مخزن کروی در حال حرکت روی دیواره مخزن می‌باشد، مدل شده است. این توپ پالسی دارای یک درجه آزادی می‌باشد. برای بدست آوردن معادلات دینامیک ترکیب شده فضاپیما و توپ پالسی، مرکز مختصات را در مرکز هندسی مخزن قرار می‌دهیم. فاصله مرکز مختصات تا جرم‌های m_0 و m_s با h_0 و l و موقعیت زاویه‌ای توپ پالسی نسبت به امتداد محور x که یک زاویه کمتر از 90° درجه است، با زاویه φ نشان داده شده است. معادلات دینامیکی مورد نظر با استفاده از معادلات کرشهف که برای سیستم‌های چندجسمی است، به صورت معادلات (۱) تا (۳) می‌باشند، به دست خواهند آمد [۲۰].

استخراج معادلات کاهش یافته برای طراحی کنترلر

در این بخش به طراحی کنترلر برای کنترل همزمان وضعیت فضاپیما و تالطم سوخت خواهیم پرداخت. فرض می‌کنیم ورودی‌های کنترل صفر باشند و نیروی تراست موتور اصلی ثابت و برابر F باشد، آنگاه یک رابطه تعادل نسبی به صورت زیر برقرار خواهد بود:

$$V_z = \bar{V}_z, \theta = \bar{\theta}, \Omega_2 = 0, \zeta = \omega_s = 0 \quad (19)$$

در اینجا \bar{V}_x و $\bar{\theta}$ مقادیر ثابت و دلخواه هستند که در اینجا صفر در نظر گرفته شده‌اند.

با این فرض دومین معادله از معادلات دینامیکی برای حالت خطی و غیرخطی به صورت زیر بدست می‌آیند:

$$a_x = \frac{F}{m+m_0+m_s} \quad (20)$$

$$\dot{V}_x = \frac{F}{m+m_0+m_s} \quad (21)$$

با تبدیل ورودی‌های کنترل (M و δ) به ورودی‌های جدید (u_1 و u_2) سایر معادلات غیرخطی به صورت زیر به فرم کاهش یافته نوشته می‌شوند:

$$\dot{V}_z = u_1 + \Omega_2 V_x \quad (22)$$

$$\dot{\Omega}_2 = u_2 \quad (23)$$

$$\ddot{\varphi} = \left(\frac{-1}{m_s l^2 + I_s} \right) (m_s l (\dot{V}_x + \Omega_2 V_z) \sin \varphi + m_s l (\dot{V}_z + \Omega_2 V_x) \cos \varphi + \epsilon \dot{\varphi}) - \dot{\Omega}_2 \quad (24)$$

همچنین با تبدیل ورودی‌های جدید و برای حالت خطی به فرم کاهش یافته داریم:

$$\dot{V}_z = u_1 + \Omega_2 V_x \quad (25)$$

$$\dot{\Omega}_2 = u_2 \quad (26)$$

$$\ddot{\varphi} = \left(\frac{-1}{m_s l^2 + I_s} \right) (m_s l \dot{V}_x \varphi + m_s l (\dot{V}_z + \Omega_2 V_x) \cos \varphi + \epsilon \dot{\varphi}) - \dot{\Omega}_2 \quad (27)$$

کنترلر کلاسیک

در این بخش با توجه به معادلات کاهش یافته خطی، با استفاده از قوانین کنترلی تناسبی (P) و مشتق‌گیر-تناسبی (PD) به طراحی کنترلر برای رسیدن به اهداف کنترلی می‌پردازیم:

$$u_1 = k_{p1} V_z \quad (28)$$

$$u_2 = k_{p2} \theta + k_{d2} \dot{\Omega}_2 \quad (29)$$

در معادله (۳) نیز ζ بردار وضعیت زاویه‌ای توپ پالسی، R تابع اتلاف رایلی است که برای در نظر گرفتن اتلافات اجزای داخلی در این معادله ظاهر شده‌اند که به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$\zeta = [\varphi] \quad (10)$$

$$R = \frac{1}{2} \epsilon \varphi^2$$

در اینجا ϵ ضریب دمپینگ (اصطکاک) توپ پالسی است. با توجه به رابطه لاگرانژین و معادلات (۱) و (۲) که نشان‌دهنده دینامیک فضاپیما و معادله (۳) که نشان‌دهنده دینامیک اجزای داخلی سیستم (توپ پالسی) هستند، می‌توان دریافت که دینامیک فضاپیما تحت تأثیر دینامیک توپ پالسی می‌باشد و بالعکس.

با مشخص شدن پارامترهای استفاده شده در معادلات (۳-۱)، با اعمال این معادلات، معادلات دینامیک ترکیب شده فضاپیما و توپ پالسی به صورت زیر به دست خواهند آمد:

$$(m + m_0 + m_s) \dot{V}_x + \Omega_2 V_z (m + m_0 + m_s) + m \Omega_2^2 a + m_0 \Omega_2^2 h_0 + m_s l (\dot{\varphi} + \dot{\Omega}_2) \sin \varphi - m_s l (\varphi + \Omega_2)^2 \cos \varphi = F \cos \delta \quad (11)$$

$$(m + m_1 + m_s) \dot{V}_z - \Omega_2 V_x (m + m_0 + m_s) + m \dot{\Omega}_2 a + m_0 \dot{\Omega}_2 h_0 + m_s l (\dot{\varphi} + \dot{\Omega}_2) \cos \varphi - m_s l (\varphi + \Omega_2)^2 \sin \varphi = F \sin \delta \quad (12)$$

$$(m_s l^2 + I_s) (\ddot{\varphi} + \dot{\Omega}_2) + m_s l (\dot{V}_x - \Omega_2 V_z) \sin \varphi + m_s l (\dot{V}_z + \Omega_2 V_x) \cos \varphi + m \dot{V}_x a + m \dot{\Omega}_2 a^2 + m_0 \dot{V}_x h_0 + m_0 \dot{\Omega}_2 h_0^2 + (I_b + I_0) \dot{\Omega}_2 - V_z (m \Omega_2 a + m_0 \Omega_2 h_0) = M + F(a + c) \sin \delta \quad (13)$$

$$(m_s l^2 + I_s) (\ddot{\varphi} + \dot{\Omega}_2) + m_s l (\dot{V}_x + \Omega_2 V_z) \sin \varphi + m_s l (\dot{V}_z + \Omega_2 V_x) \cos \varphi + \epsilon \dot{\varphi} = 0 \quad (14)$$

معادلات دینامیکی بدست آمده غیرخطی هستند و برای اعمال کنترلر کلاسیک باید این معادلات خطی‌سازی شوند. بنابراین با فرض تغییرات کوچک حول نقطه تعادل پارامترهای سیستم $(\varphi, \theta, \Omega_2, V_z)$ را خطی خواهیم کرد:

$$(m + m_0 + m_s) (\dot{V}_x + \Omega_2 V_z) = F \cos \delta \quad (15)$$

$$(m + m_0 + m_s) (\dot{V}_z - \Omega_2 V_x) + m \dot{\Omega}_2 a + m_0 \dot{\Omega}_2 h_0 + m_s l (\ddot{\varphi} + \dot{\Omega}_2) = F \sin \delta \quad (16)$$

$$(m_s l^2 + I_s) (\ddot{\varphi} + \dot{\Omega}_2) + m_s l (\dot{V}_z + \Omega_2 V_x) + m \dot{V}_x a + m \dot{\Omega}_2 a^2 + m_0 \dot{V}_x h_0 + m_0 \dot{\Omega}_2 h_0^2 + (I_b + I_0) \dot{\Omega}_2 = M + F(a + c) \sin \delta \quad (17)$$

$$(m_s l^2 + I_s) (\ddot{\varphi} + \dot{\Omega}_2) + m_s l \dot{V}_x \varphi + m_s l (\dot{V}_z + \Omega_2 V_x) \cos \varphi + \epsilon \dot{\varphi} = 0$$

واحد	مقدار	پارامتر
$kg \cdot m^2$	10	I_s
m	0.6	R
m	0.05	h_0
m	0.2	l
$kg \cdot m^2/s$	1.7	ϵ
N	2350	F
m	1.1	c
m	1.5	a
m	0.3	r

جدول ۲- مقادیر شرایط اولیه

واحد	مقدار	پارامتر
m/s	3000	V_{x0}
m/s	100	V_{z0}
deg	2	θ_0
deg/s	0	Ω_0
deg	30	φ_0
deg/s	0	$\dot{\varphi}_0$

جدول ۳- پارامترهای کنترلی برای کنترلر کلاسیک

مقدار	ضرایب بهره
1.06×10^{-2}	k_{p1}
9.6×10^{-5}	k_{p2}
1.06×10^{-2}	k_{d2}

شکل‌های ۳ الی ۶ پاسخ زمانی موقعیت زاویه‌ای توپ پالسی، وضعیت فضایما، سرعت عمود بر جهت حرکت و سرعت مانور مداری را با و بدون اعمال کنترل نشان می‌دهند. همان‌طور که از شکل‌ها مشخص است موقعیت زاویه‌ای توپ پالسی، وضعیت فضایما و سرعت عمود بر جهت حرکت در حالتی که کنترلر بر سیستم اعمال می‌گردد، پس از گذشت حدود ۱۲۰۰ ثانیه به صفر میل می‌کنند.

در روابط بالا k_{p1} ، k_{p2} و k_{d2} بهره‌های کنترلی می‌باشند. این ضرایب، با استفاده از روش سعی و خطا برای رسیدن به بهترین پاسخ کنترلی تعیین می‌شوند. این مقادیر در جدول ۳ آمده است.

شبیه‌سازی

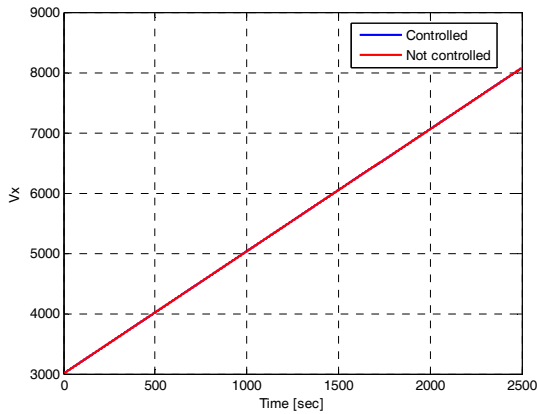
در این بخش برای بررسی عملکرد مدل توپ پالسی برای تلاطم سوخت، یک مثال فیزیکی شبیه‌سازی شده است. در این مثال یک فضایمای دارای یک مخزن کروی سوخت در حین انجام مأموریت فضایی مانور مداری در صفحه xz ، در نظر گرفته شده است. فرض شده است که فضایما در محیط بدون گرانش و تنها بخشی از مخزن آن پر است. برای مدل‌سازی تلاطم سوخت در این فضایما از مدل توپ پالسی استفاده شده است. پارامترهای فیزیکی سیستم فضایما و توپ پالسی از جدول ۱ و شرایط اولیه از جدول ۲ استخراج می‌شوند.

معادلات دینامیکی سیستم در نظر گرفته شده همانند معادلات (۱۱-۱۴) است که البته این معادلات در فرم ساده و خطی شده همانند معادلات (۱۵-۱۸) هستند. برای برطرف کردن اثر مخرب پدیده تلاطم بر روی وضعیت فضایما از کنترلر کلاسیک طراحی شده در بخش قبل استفاده شده است. برای اعمال کنترلر کلاسیک از پارامترهای کنترلی موجود در جدول ۳ استفاده شده است. پارامترهای موجود در این جدول با استفاده از روش سعی و خطا برای رسیدن به بهترین نتایج، با توجه به زمان پایداری و اضافه جهش، تعیین شده‌اند. تعیین این پارامترها بستگی زیادی به ابعاد و پارامترهای فیزیکی فضایما دارد.

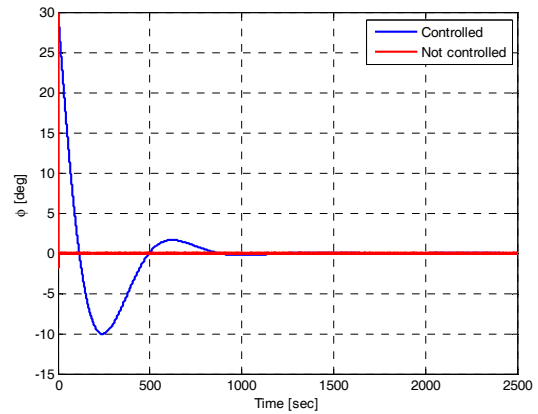
با اعمال کنترلر کلاسیک بر روی معادلات خطی کاهش‌یافته دینامیکی، می‌توان عملکرد مدل توپ پالسی را بر روی بردارهای سرعت و زاویه وضعیت فضایما و موقعیت زاویه‌ای وضعیت توپ پالسی مشاهده کرد. همچنین با در نظر گرفتن معادلات دینامیکی (۱۵-۱۷ و ۱۱-۱۳)، می‌توان پاسخ زمانی ممان حول مرکز جرم فضایما و زاویه انحراف گیمبال را مشاهده کرد.

جدول ۱- پارامترهای فیزیکی سیستم

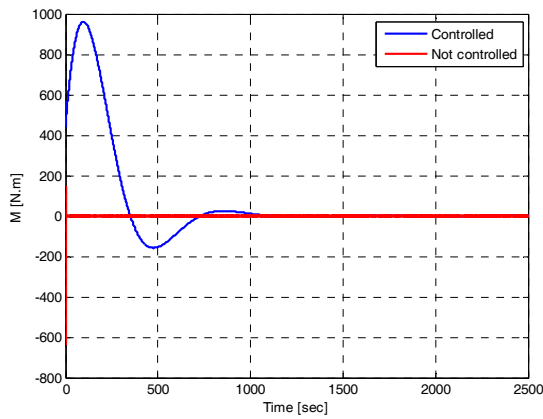
واحد	مقدار	پارامتر
kg	590	m
$kg \cdot m^2$	400	I
kg	480	m_0
$kg \cdot m^2$	75	I_0
kg	40	m_s



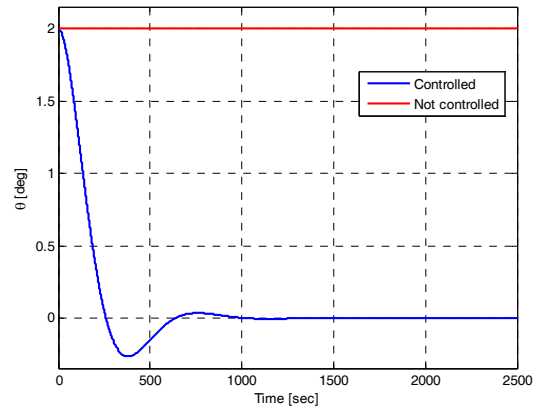
شکل ۶- پاسخ زمانی سرعت مانور



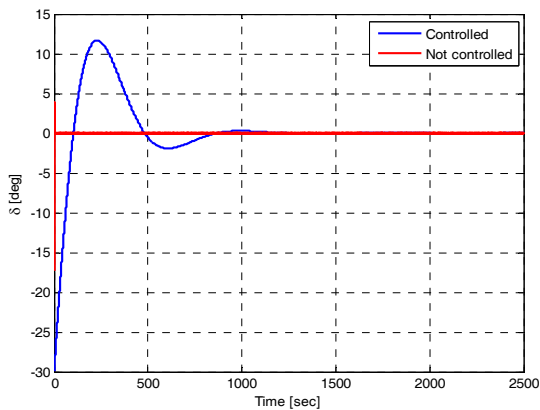
شکل ۳- پاسخ زمانی موقعیت زاویه‌ای توپ پالسی



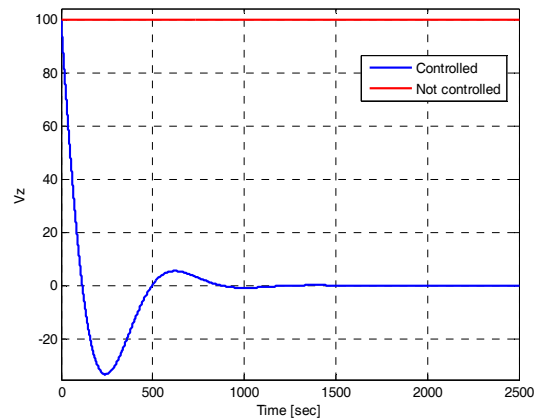
شکل ۷- پاسخ زمانی ممان حول مرکز جرم فضاپیما



شکل ۴- پاسخ زمانی وضعیت فضاپیما



شکل ۸- پاسخ زمانی انحراف زاویه گیمبال



شکل ۵- پاسخ زمانی سرعت عمود بر جهت حرکت

شکل‌های ۷ و ۸ نشان می‌دهند که پس از گذشت حدود ۱۲۰۰ ثانیه ممان اعمالی و زاویه گیمبال تراستر در حالت اعمال کنترل به صفر می‌رسند. در این زمان پایداری سیستم حاصل شده است. همان طور که از این شکل‌ها مشخص است، بدون اعمال کنترل ورودی کنترل مقدار صفر خواهد بود.

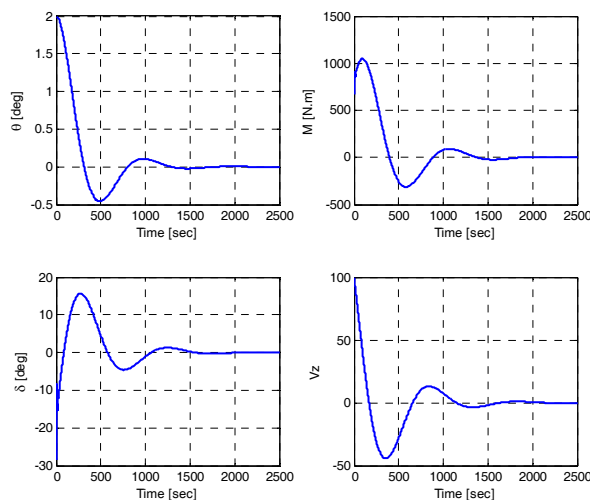
در شکل ۶ با توجه به این که هیچ کنترلی بر روی سرعت در جهت مانور مداری وجود ندارد، هر دو حالت کنترل شده و بدون کنترل بر هم منطبق‌اند.

مخزن حرکت می‌کند، استفاده شده است. سیستم فضاپیما و توپ پالسی معرفی شده دارای چهار درجه آزادی می‌باشد. پس از مشخص شدن مدل‌سازی، معادلات دینامیک ترکیب شده فضاپیما و توپ پالسی با استفاده از معادلات کرشهف، استخراج شده است. سپس به دلیل غیرخطی بودن معادلات دینامیکی به دست آمده، برای رسیدن به اهداف کنترلی، این معادلات خطی‌سازی شده است. برای کنترل همزمان وضعیت فضاپیما و تلاطم سوخت، کنترلر کلاسیک طراحی شده است. برای بررسی عملکرد مدل مکانیکی توپ پالسی به‌عنوان مدل معادل رفتار تلاطم سوخت، یک مثال فیزیکی شبیه‌سازی شده و نتایج آن مورد مطالعه قرار گرفته است. نتایج شبیه‌سازی‌ها نشان می‌دهد که مدل مکانیکی توپ پالسی به خوبی می‌تواند تلاطم سوخت موجود در مخزن نیمه‌پر فضاپیما را شبیه‌سازی کند. کنترلر کلاسیک طراحی شده نیز برای رسیدن به همه اهداف کنترلی مناسب می‌باشد. با توجه به نتایج، بعد از گذشت حدود ۱۲۰۰ ثانیه فضاپیما به حالت پایداری می‌رسد که در این حالت، فضاپیما شرایط لازم برای انجام مانور پژوهش و نتایج بدست آمده از سایر مدل‌های دینامیکی مانند جرم- فنر یا پاندول، صحت نتایج حاصل شده را تأیید می‌کند و می‌توان برای وسایل متحرک دارای مخزن نیمه‌پر از مدل ارائه شده استفاده کرد.

مراجع

- [1] M. Deng, Y. Baozeng and Y. Jiarui, "Position and Attitude Control of Spacecraft with Large Amplitude Propellant Slosh and Depletion," *Journal of Aerospace Engineering*, Vol. 30, Issue 6, pp. 1-12, 2017
- [2] C. Pukdeboon and P. Kumam, "Robust Optimal Sliding Mode Control for Spacecraft Position and Attitude Maneuvers," *Journal of Aerospace science and Technology*, Vol. 43, pp. 329-342, 2015.
- [3] L. Meirovitch and M.K. Kwak, "State Equation for a Spacecraft with Maneuvering Flexible Appendages in Terms of Quasi-Coordinates," *Applied Mechanics Reviews*, Vol. 42, Issue 11, pp. 161-170, 1989.
- [4] L.D. Peterson, E.F. Crawley and R. J. Hansman, "Nonlinear Fluid Slosh Coupled to the Dynamics of Spacecraft," *AIAA Journal*, Vol. 27, No. 9, pp. 1230-1240, 1989.
- [5] R.J. Hung, Y.T. Long and Y.M. Chi, "SloshDynamics Coupled with Spacecraft Attitude Dynamics Part1: Formulation and Theory," *Journal of Spacecraft and Rockets*, Vol. 33, No. 4, pp. 575-581, 1996.

همان طور که در نتایج نشان داده شده است، در صورتی که کنترل بر سیستم اعمال نشود، با گذشت زمان فضاپیما به حالت مطلوب برای انجام مانور مداری نخواهد رسید. در این صورت مقادیر وضعیت فضاپیما و سرعت در جهت عمود بر حرکت در مقادیر اولیه خود و بدون تغییر ثابت می‌ماند.



شکل ۹- پاسخ زمانی مدل جرم- فنر با کنترلر کلاسیک

برای صحت‌سنجی مدل‌سازی ارائه شده برای تلاطم سوخت، فرآیند مدل‌سازی بیان شده به طور کامل برای مدل جرم- فنر در حالت تقریباً مشابه انجام شده است که نتایج آن در شکل ۹ نشان داده شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود روند کلی تغییرات وضعیت فضاپیما، ورودی‌های کنترل و سرعت عمود بر جهت حرکت در هر دو مدل مشابه یکدیگر می‌باشند. بنابراین بررسی این نتایج و مقایسه آن‌ها با نتایج مدل توپ پالسی ارائه شده در این مقاله، نشان‌دهنده صحت مدل‌سازی و طراحی کنترلر است.

بحث و نتیجه‌گیری

در این مقاله برای اولین بار به مدل‌سازی تلاطم سوخت با استفاده از مدل مکانیکی توپ پالسی در صفحه پرداخته شده است و علاوه بر آن برای اولین بار کنترل تلاطم سوخت و کنترل وضعیت فضاپیما با استفاده از مدل مکانیکی توپ پالسی به‌طور همزمان انجام شده است. در این مقاله فضاپیمایی در حین انجام مانور مداری در صفحه و دارای یک مخزن کروی سوخت، در نظر گرفته شده است. تنها بخشی از مخزن پر بوده و سوخت موجود در آن دچار تلاطم شده است. برای مدل‌سازی قسمت متلاطم سوخت از مدل توپ پالسی در صفحه و برای مدل‌سازی قسمت غیرمتلاطم از یک جسم صلب کروی که در مرکز جرم سوخت غیر متلاطم قرار داشته و همراه با

- [14] M. Reyhanoglu, "Maneuvering Control Problem for a Spacecraft with Unactuated Fuel Slosh Dynamics," *IEEE Conference on Control Applications*, pp. 695-699, 2003
- [15] M.L. Deng, and B. Z. Yue, "Nonlinear model and attitude dynamics of flexible spacecraft with large amplitude slosh." *Acta Astronaut*, pp. 111-120, 2017.
- [16] J. P. B. Vreeburg, "Dynamics and control of a spacecraft with a moving, pulsating ball in a spherical cavity." *Acta Astronaut*. Vol. 40, No. 2-8, 257-274, 1997.
- [17] M. Reyhanoglu, and J.R. Hervas, "Nonlinear Control of a Spacecraft with Multiple Fuel Slosh Modes," *Conference on Decision and Control and European Control Conference*, pp. 6192-6197, 2011
- [18] J.R. Hervas, and M. Reyhanoglu, "Observer-Based Nonlinear Control of Space Vehicles with Multi-Mass Fuel Slosh Dynamics," *IEEE International Symposium on Industrial Electronics*, pp. 178-182, 2014.
- [19] S. Cho, N. H. McClamroch and M. Reyhanoglu, "Dynamics of Multibody Vehicles and Their Formulation as Nonlinear Control Systems," *American Control Conference*, pp. 3908-3912, 2000.
- [20] M. Reyhanoglu, A. Van der Schaft, I. Kolmanovski, and N.H. McClamroch, "Dynamics and Control of a Class of Underactuated Mechanical Systems," *IEEE Transaction on Automatic Control*, Vol. 44, No. 9, pp. 1663-1671, 1999.
- [6] S.R. Vadali, "Variable-Structure Control of Spacecraft Large-Angle Maneuvers," *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, Vol. 9, No. 2, pp. 235-239, 1986.
- [7] H. Shageer, and G. Tao, "Modeling and Adaptive Control of Spacecraft with Fuel Slosh: Overview and Case Studies," *AIAA Guidance, Navigation and Control Conference and Exhibit*, AIAA 2007-6434, pp. 1-19, 2007.
- [8] Sidi, M.J., *Spacecraft Dynamics and Control, a Practical Engineering Approach*, Cambridge University Press, 1997, pp. 291-316.
- [9] D.E. Hill and J.R. Baumgarten, "Control of Spin-Stabilized Spacecraft with Sloshing Fluid Stores," *Journal of Dynamics Systems, Measurement, and Control*, Vol. 114, Issue 4, pp. 1-4, 1992.
- [10] S. Xing Yu and Q. Rui Yun, "Using Sliding Mode Control Method to Suppress Fuel Sloshing of a Liquid-Filled Spacecraft," *27th Chinese Control and Decision Conference*, pp. 1268-1273, 2015.
- [11] B. Bandyopadhyay, P.S. Gandhi, and S. Kurode, "Sliding Mode Observer Based Sliding Mode Controller for Slosh-Free Motion Through PID Scheme," *IEEE Transaction on Industrial Electronics*, Vol. 56, No. 9, pp. 3432-3442, 2009.
- [12] A.G. De Souza and L.C.G De Souza, "Design of Satellite Attitude Control System Considering the Interaction Between Fuel Slosh and Flexible Dynamics," *11th International Conference on Vibration problems*, pp. 1-10, 2013.
- [13] R. A., Ibrahim, *Liquid Sloshing Dynamics, Theory and Applications*, Cambridge University Press, 2005, pp. 296-334.