

# Vibration Control Design of Fuel Sloshing in a Spacecraft Using Virtual Actuator

Abdolmajid Khoshnood<sup>1\*</sup> , Ali Aminzadeh<sup>2</sup>, and Peyman Nikpey<sup>3</sup>

1. Associate Professor, Department of Aerospace Engineering, K.N. Toosi University of Technology, Tehran, Iran
2. Ph.D. Student, Department of Aerospace Engineering, K.N. Toosi University of Technology, Tehran, Iran
3. Educator, Satellite Research Institute, Iranian Research Center, Tehran, Iran

\*Corresponding Author's E-mail: [khoshnood@kntu.ac.ir](mailto:khoshnood@kntu.ac.ir)

## Abstract

*This paper is dedicated to modeling of fuel sloshing dynamics and its effect on the stability and control of the space vehicle. Sloshing due to the liquid movement in the fuel tank of a space vehicle's propulsion system can be effective on the vehicle's control and stability. Force and moment interaction between fuel sloshing and space vehicle's control system will be appeared as a feedback in the control system. With respect to simplicity of analyzing of a rigid body's equations of motion in comparison with a fluid dynamics equations and as a result reducing computational efforts, it is possible to apply a mechanical model instead. So in this paper fuel sloshing is modelled as a linear mechanical system to investigate its effect on the stability and control of the vehicle. For this purpose, two mechanical models, mass-spring and pendulum systems, are applied to model dynamics of a space vehicle with fuel sloshing and each system's parameters are evaluated for simulat.*

**Keywords:** Fuel sloshing, Spacecraft, Mass-spring model, Virtual actuator, LQR



## COPYRIGHTS

© 2022 by the authors. Published by Aerospace Research Institute. This article is an open access article distributed under the terms and conditions of [the Creative Commons Attribution 4.0 International \(CC BY 4.0\)](https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/).

## How to cite this article:

A. Khoshnood, A. Aminzadeh and P. Nikpey, "Vibration Control Design of Fuel Sloshing in a Spacecraft Using Virtual Actuator," *Journal of Space Science and Technology*, Vol. 15, No 1, pp. 63-71, 2022 (in Persian), <https://doi.org/10.30699/jsst.2021.1326>.

# طراحی کنترل ارتعاشات تلاطم سوخت در یک فضاپیما با استفاده از عملگر مجازی

عبدالمجید خوشنود<sup>۱\*</sup>، علی امینزاده<sup>۲</sup> و پیمان نیکپی<sup>۳</sup>

۱- ۲- دانشکده مهندسی هوافضا، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، تهران، ایران

۳- پژوهشکده سامانه‌های ماهواره، پژوهشگاه فضایی ایران، تهران، ایران

\*ایمیل نویسنده مخاطب: [khoshnood@kntu.ac.ir](mailto:khoshnood@kntu.ac.ir)

## چکیده

تلاطم سیال در سیستم مخازن سوخت یکی از منابع تولید ارتعاشات در سیستم‌های دینامیکی است. مشکل اصلی حذف این ارتعاشات این است که پارامترهای آن زیرتحرک هستند و عملگر مستقیمی برای کنترل ارتعاشات آن وجود ندارد. در این مقاله از ایده عملگر مجازی برای کاهش ارتعاشات حاصل از تلاطم استفاده شده است. برای این هدف، مدل‌سازی اثر تلاطم با بهره‌گیری از مدل جرم و فنر انجام شده و سپس کنترل‌کننده مورد نظر با بهره‌گیری از روش‌های بهینه خطی و ایده عملگر مجازی طراحی و شبیه‌سازی شده است. ایده عملگر مجازی بر اساس وجود فرضی عملگر در پارامترهای تلاطم عمل کرده و عملاً موجب حذف یکی از عملگرهای واقعی سیستم می‌شود. نتایج شبیه‌سازی نشان می‌دهد، روش ارائه شده می‌تواند اثر ارتعاشات تلاطم را به طور چشمگیری بدون اضافه‌کردن عملگر واقعی جدید کاهش دهد. این موضوع در نمودارهای عددی با درصد حدودی یک درصد اختلاف، نسبت به روش بهینه با عملگر واقعی نمایش داده شده است.

واژه‌های کلیدی: تلاطم سوخت، فضاپیما، مدل جرم و فنر، عملگر مجازی، کنترلر LQR

## علائم و اختصارات

|   |                                       |
|---|---------------------------------------|
| u | متغیر کنترلی                          |
| X | متغیر حالت                            |
| K | ماتریس بهره کنترل                     |
| Q | ماتریس‌های وزنی مثبت نیمه معین متقارن |
| R | ماتریس‌های وزنی مثبت معین             |

## مقدمه

جایجایی و اصطلاحاً تلوتلوخوردن سیال در داخل یک مخزن را تلاطم می‌نامند. تلاطم می‌تواند تأثیر مهمی بر عملکرد و پایداری

وسایل فضایی بگذارد که این تأثیر از تداخل نیرویی و گشتاوری تلاطم با سیستم کنترل فضاپیما ناشی می‌شود. در میان محصولات مختلف صنعتی می‌توان به سامانه‌های گوناگونی اشاره کرد که در آنها تلاطم ظاهر می‌شود. از وسایل نقلیه حمل سوخت گرفته تا سامانه‌های هوافضایی همه، در معرض این پدیده هستند. در این میان در سامانه‌های فضایی، محصولاتی که تأثیر چشمگیری از تلاطم می‌گیرند، فضاپیماها و ماهواره‌ها هستند.

برای بررسی اثر دینامیک تلاطم سوخت مایع بر روی کنترل و پایداری فضاپیماها، تلاطم سوخت را می‌توان به صورت یک مدل مکانیکی خطی در نظر گرفت. اغلب برای این کار، مدل مکانیکی جرم و فنر یا پاندول انتخاب می‌شود [۱]. البته بعضاً تحلیل‌های سیالاتی جداگانه‌ای نیز برای بررسی این موضوع انجام شده‌است که به دلیل بالا رفتن حجم محاسبات و سایر ملاحظات، کمتر در مدل‌سازی رفتار دینامیکی سامانه یکپارچه، به کار می‌روند [۲].

۱. دانشیار

۲. دانشجوی دکتری

۳. مربی

در میان کلیه روش‌های فوق که با کاربری‌های گوناگون ارائه شده‌اند، اصل توجه به خاصیت زیر تحریک بودن یا کمبود عملگر، موضوع مهمی است که تاکنون بر مبنای کاهش اثرات تلاطم، به این موضوع به طور متمرکز توجه نشده‌است. سیستم دینامیکی فضاپیما و تلاطم با مدل مکانیکی، در اصل یک سیستم با کمبود عملگر هستند. علت این موضوع به عدم وجود عملگر مستقل برای متغیرهای تلاطم برمی‌گردد. لذا در این مقاله، با توجه به خاصیت کمبود عملگری، ایده جدیدی با عنوان عملگر مجازی طرح می‌شود. این ایده قبلاً نیز توسط نویسندگان در کنترل ارتعاشات سازه‌ای به کار رفته‌است [۲۱]. البته به صورت محدود در برخی فعالیت‌های داخلی نیز به طور غیرمستقیم به روش عملگر مجازی در طراحی کنترل‌کننده برای سیستم‌های دینامیکی اشاره شده است [۲۲]. لکن اعمال این روش با توجه به نو بودن آن، بسیار کمتر در فعالیت‌ها آمده‌است و خصوصاً در مورد کنترل ارتعاشات و تلاطم سوخت، برای نخستین بار ارائه می‌شود. شایان ذکر است، ایده عملگر مجازی از ایده سنسورهای مجازی و نرم، اقتباس شده است. اساس این ایده بر این محور استوار است که در سیستم با کمبود عملگر، به جای هریک از عملگرهایی که در سیستم وجود ندارند و منجر به زیرتحریک<sup>۴</sup> شدن سیستم شده‌اند، عملگرهای مجازی قرار گیرد. در واقع عملگرهای مجازی، نقش عملگرهای واقعی را در سیستم بازی می‌کنند و تا حد مطلوب طراحان می‌توانند، سیستم را از زیرتحریک بودن بیرون آورند یا درجه زیرتحریک بودن آن را کاهش دهند. پس از معماری عملگرهای مجازی در سیستم و طراحی کنترل‌کننده با هریک از روش‌های مرسوم، با فرض حضور عملگرهای مجازی به جای واقعی، عکس‌العمل سیستم به وجود عملگرهای مجازی محاسبه می‌شود و به‌عنوان ورودی کنترل‌کننده واقعی سیستم طی یک فرآیند لحاظ می‌گردد. در واقع، یکبار طراحی با حضور عملگرهای مجازی، عکس‌العملی را در سیستم ایجاد می‌کند که می‌تواند به‌عنوان بهترین اصلاح‌کننده برای کنترل اصلی سیستم به کار رود. توضیحات تکمیلی این روش، خصوصاً برای پیاده‌سازی در کنترل تلاطم سیال، در بخش‌های آتی این مقاله آمده‌است. شایان ذکر است که فضای عملگرهای مجازی و مدل دینامیکی، در قالب یک مدل نرم‌افزاری تدوین می‌شود.

در این مقاله، با مدل‌سازی دینامیک تلاطم سوخت مایع درون مخزن به صورت سیستم جرم و فنر، اثر تلاطم بر روی دینامیک فضاپیما بررسی می‌شود. بدین منظور معادلات غیرخطی دینامیک فضاپیما با حضور تلاطم سوخت، برای مدل جرم و فنر، استخراج شده و معادلات حول نقطه تعادل خطی‌سازی شده و سپس یک

اما زمانی که مایع، به طور کامل حجم محفظه را پر نکرده باشد و سطح مایع بتواند آزادانه حرکت کند، تلاطم حاصل از حرکت مایع، یک یا تعداد بیشتری، فرکانس طبیعی خواهد داشت و دیگر نمی‌توان آن را به‌عنوان یک جسم صلب، مدل‌سازی کرد. تئوری‌ها نشان می‌دهند که در این حالت، مدل مکانیکی موردنظر باید شامل جرم‌هایی باشد که قادر به نوسان هستند [۳]. به عبارت ساده‌تر، مسئله معادل کردن مدل خطی دینامیک تلاطم سوخت مایع با یک مدل دینامیکی خطی دیگر است. در صورتی که دیواره‌های مخزن سوخت مایع صلب باشند، پارامترهای این مدل مکانیکی معادل، فقط به شکل مخزن سوخت و ویژگی‌های سوخت مایع بستگی دارد [۴]. فعالیت‌های بسیار زیادی در زمینه مدل‌سازی تلاطم سوخت در فضاپیماها و طراحی کنترل‌کننده برای آنها انجام شده‌است [۵-۹]. همچنین روش‌های متعددی برای مدل‌سازی دینامیک تلاطم سوخت مایع درون مخزن پیشنهاد شده‌است. مرجع [۱۱]، با در نظر گرفتن دینامیک تلاطم سوخت به صورت مدل جرم و فنر، مسئله کنترل فضاپیما در مانور صفحه‌ای را بررسی کرده‌است. بدین منظور دو سیستم جرم و فنر برای لحاظ کردن مدهای غالب تلاطم استفاده شده‌است. مرجع [۱۲]، با در نظر گرفتن تأثیر حرکت سوخت مایع داخل مخزن بر روی دینامیک ماهواره، اثر مخرب تلاطم سوخت مایع داخل مخزن بر روی عملکرد کنترلر و میزان مقاوم بودن کنترلر طراحی شده، نسبت به تلاطم سوخت را پیش‌بینی کرده‌است. در این مقاله، دینامیک تلاطم سوخت، به صورت یک سیستم پاندول مدل شده که پارامترهای آن از طریق روش فیلتر کالمن شناسایی شده‌اند [۱۳]. مرجع [۱۴]، دینامیک فضاپیما را در حضور تلاطم بررسی کرده که در آن از مدل پاندول برای مدل‌سازی دینامیک تلاطم بهره برده و یک کنترلر غیرخطی، بر اساس لیاپانوف، برای کنترل تلاطم ناشی از نوسانات سطح آزاد مایع درون مخزن طراحی و اعمال کرده‌است. کنترل وضعیت فضاپیما در حضور یک اغتشاش سینوسی فرکانس پایین، در مرجع [۱۵]، طراحی شده‌است. دینامیک تلاطم به صورت پاندول مدل شده و پارامترهای تلاطم با استفاده از روش مشاهده‌گر حالت توسعه‌یافته شناسایی شده‌است. مرجع [۱۶] نیز، به بررسی اثر تلاطم با دامنه نوسانات بزرگ پرداخته‌است. برای این منظور، تلاطم را به صورت توپ در حال حرکت نوسانی، مدل کرده است. مرجع [۱۷]، با مدل‌سازی تلاطم به صورت پاندول، کنترل‌کننده تناسبی- مشتق‌گیر- انتگرال‌گیر را برای کنترل اثر تلاطم بر روی پایداری وضعیت فضاپیما طراحی کرده‌است. در سال‌های اخیر نیز، مطالعات تجربی روی پارامترهای تلاطم به طور گسترده‌ای انجام شده است [۱۸]. علاوه بر این در سال‌های اخیر نیز، مطالعات مختلفی در زمینه کنترل تلاطم در سیستم‌های دینامیکی انجام شده‌است [۱۹-۲۰].

$$(m+m_f)a_x + mb\ddot{\theta}^2 + \sum_{i=1}^N m_i (s_i \ddot{\theta} + 2\dot{s}_i \dot{\theta}) = F \cos \delta \quad (1)$$

$$(m+m_f)a_z + mb\ddot{\theta} + \sum_{i=1}^N m_i (\ddot{s}_i - s_i \dot{\theta}^2) = F \sin \delta \quad (2)$$

$$m_i (\ddot{s}_i + a_z - h_i \ddot{\theta} - s_i \dot{\theta}^2) + k_i s_i + c_i \dot{s}_i = 0 \quad (3)$$

$i=1,2,\dots$

$$\hat{I} \ddot{\theta} + \sum_{i=1}^N m_i (s_i a_x - h_i \ddot{s}_i + 2s_i \dot{s}_i \dot{\theta}) + mba_z = M + F_p \sin \delta \quad (4)$$

که در آن:

$$\hat{I} = I + I_0 + mb^2 + m_0 h_0^2 + \sum_{i=1}^N [m_i (h_i^2 + s_i^2) + I_i]$$

$$m_f = m_0 + \sum_{i=1}^N m_i$$

$$p = b + d$$

کلیه پارامترهای به کاررفته در معادلات (۱) تا (۲) در جدول ۱

فهرست شده‌اند. معادلات کامل و جزئیات بیشتر در مرجع [۱۱]

آمده‌است. از معادلات (۱) و (۲) محاسبه و در معادلات (۳)

و (۴) جایگزین و سپس خطی‌سازی حول  $(0,0,0,0)$  و با بسط تیلور

و استفاده از ماتریس ژاکوبین انجام شده‌است و براساس آن معادلات

فضای حالت سیستم با در نظر گرفتن  $x = [\theta, \dot{\theta}, s_1, \dot{s}_1, s_2, \dot{s}_2]^T$

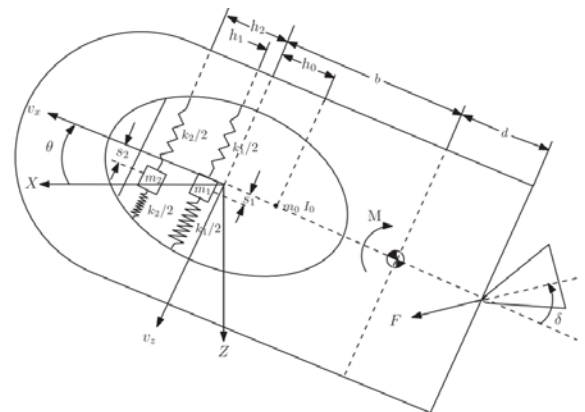
به دست آمده است.  $u = [\delta, M]^T$

**جدول ۱ - پارامترهای فیزیکی به کاررفته در روابط دینامیک فضاپیما در حضور**

تلاطم مدل شده به صورت جرم- فنر

| پارامتر  | توصیف  |
|----------|--|
| $m$      | جرم فضاپیما  |
| $m_f$    | مجموع جرم سوخت مایع و جرم معادل تلاطم ناشی از حرکت نوسانی سطح آزاد مایع درون مخزن    |
| $m_i$    | جرم معادل با هر کدام از مدهای تلاطم  |
| $c_i$    | میرایی هر کدام از مدهای تلاطم  |
| $k_i$    | فنریت معادل به هر کدام از مدهای تلاطم  |
| $s_i$    | جابجایی فنر معادل با هر یک از مدهای تلاطم در راستای محور Z دستگاه بدنه فضاپیما       |
| $a_x$    | شتاب فضاپیما در راستای محور X بدنه   |
| $a_z$    | شتاب فضاپیما در راستای محور Z بدنه   |
| $\delta$ | زاویه گیمبال   |
| $\theta$ | زاویه محور X دستگاه بدنه فضاپیما نسبت به محور X دستگاه مرجع                          |
| $M$      | گشتاور وارد بر مخزن  |
| $b$      | فاصله بین محور Z دستگاه بدنه و مرکز جرم فضاپیما در راستای محور طولی (X) دستگاه بدنه  |
| $d$      | فاصله بین گیمبال موتور پیشران و مرکز جرم فضاپیما در راستای محور طولی (X) دستگاه بدنه |
| $F$      | نیروی وارد بر مخزن   |
| $I$      | ممان اینرسی فضاپیما  |
| $I_0$    | ممان اینرسی سوخت مایع داخل مخزن  |
| $m_0$    | جرم سوخت مایع داخل مخزن که به صورت یک جسم صلب در نظر گرفته شده است                   |

کنترل‌کننده بهینه خطی LQR<sup>۵</sup>، طراحی و بر روی آن اعمال شده‌است. سپس با بکارگیری ایده عملگر مجازی، اثرات تلاطم به عنوان ارتعاشات نامطلوب برطرف شده است. شبیه‌سازی‌های انجام شده، نشان می‌دهد این روش، به خوبی اثرات تلاطم را کاهش داده است. این کاهش اثرات، در مقایسه با روش‌هایی که از عملگر واقعی استفاده کرده‌اند در حدود یک درصد است.



شکل ۱- مدل جرم و فنر برای شبیه‌سازی دینامیک تلاطم سوخت مایع داخل مخزن یک فضاپیما [۱۰]

## مدلسازی دینامیک فضاپیما در حضور تلاطم سوخت

### داخل مخزن و معادلات فضای حالت سیستم

در این مقاله، دینامیک فضاپیما با در نظر گرفتن اثر تلاطم بررسی می‌شود. فضاپیما، به صورت یک جسم صلب و موده‌های تلاطم سوخت نیز به صورت جسم‌های داخلی در نظر گرفته می‌شوند. در این بخش معادلات دینامیک موده‌های تلاطم بر اساس بخش‌های سرعت انتقالی، سرعت زاویه‌ای و مختصات داخلی (شکل هندسی) فضاپیما ارائه شده که در ادامه مدل جرم و فنر بررسی شده است. در این مقاله از مدل جرم و فنر استفاده شده است.

### مدل جرم و فنر

مطابق توضیحات ارائه شده در مقدمه، مدل‌های مکانیکی پاندول و جرم و فنر برای مدلسازی تلاطم تأیید شده‌اند [۲۱]. در این میان تفاوت اندکی بین مدل‌های جرم و فنر و پاندول وجود دارد که به دلیل کاربری اولیه روش عملگر مجازی روی سیستم‌های جرم و فنر، برای مدلسازی دینامیک تلاطم سوخت داخل مخزن یک فضاپیما، مطابق شکل ۱، مدل جرم و فنر، در نظر گرفته شده‌است. با در نظر گرفتن مدل جرم و فنر برای دینامیک تلاطم سوخت مایع، معادلات دینامیک فضاپیما در حضور مدهای تلاطم سوخت به صورت نهایی زیر است [۶]:

5. Linear Quadratic Regulator (LQR)

### عملگر مجازی

مطابق توضیحات ارائه شده در بخش مقدمه، حال در مدل دینامیکی فرض می‌شود، یک عملگر مجازی روی مخزن متالطم نصب است. سیگنال کنترلی مربوطه با  $u_v$  مشخص می‌شود. این کنترل کننده می‌تواند با یک کنترل بسیار ساده برای یک جرم و فنر طراحی شود نظیر کنترل کننده خطی تناسبی- مشتق گیر. متغیر جابجایی جرم به سیستم بازخورد شده و کنترل کننده جابجایی جرم را به صفر می‌رساند. این عملکرد کنترل مجازی در فضای مجازی، یک عکس- العمل روی کنترل کننده اصلی بهینه ایجاد می‌کند که با  $u_h$  نمایش داده می‌شود. در نهایت کنترل کننده نهایی  $u_f$  از حاصل جمع سیگنال تغییرات و کنترل کننده اصلی بدست خواهد آمد:

$$u_f = u + u_d \quad (9)$$

بلوک دیاگرام روش عملگر مجازی در شکل ۲ آمده است. حال با اعمال پارامترهای ارائه شده در جدول ۲ ماتریس‌های نهایی حالت به صورت زیر استخراج خواهند شد:

### نتایج و شبیه‌سازی

در این تحقیق، برای مدل‌سازی دینامیک فضاپیما در حضور تالطم سوخت، از مدل جرم- فنر استفاده شده است که بدین منظور دو مود اول تالطم به صورت سیستم مکانیکی جرم- فنر شبیه‌سازی شد. پارامترهای فیزیکی با توجه به معادلات (۱) تا (۴) برای مدل جرم- فنر مطابق جدول ۱ محاسبه و به ترتیب در جدول ۲ فهرست شده است.

اگر تمامی پارامترهای تالطم در معادلات فوق را حذف کنیم، معادلات فضای حالت سیستم دینامیک فضاپیما بدون در نظر گرفتن اثر تالطم و با فرض  $x = [\theta, \dot{\theta}]^T$  و  $u = [\delta, M]^T$  به صورت زیر خواهد بود:

جدول ۱- پارامترهای فیزیکی به کاررفته در مدل جرم- فنر تالطم سوخت مایع

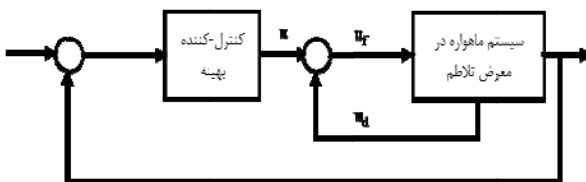
| پارامتر        | مقدار                 | پارامتر        | مقدار                  |
|----------------|-----------------------|----------------|------------------------|
| m              | ۹۷۵ kg                | F              | ۲۴۵۰ N                 |
| I              | ۴۰۰ kg.m <sup>2</sup> | I <sub>0</sub> | ۴۴/۱ kg.m <sup>2</sup> |
| I <sub>1</sub> | ۱۰ kg.m <sup>2</sup>  | I <sub>2</sub> | ۱ kg.m <sup>2</sup>    |
| m <sub>0</sub> | ۲۰۵ kg                | k <sub>1</sub> | ۱۱۷۴ N/m               |
| m <sub>1</sub> | ۱۹۵ kg                | k <sub>2</sub> | ۱۲۰ N/m                |
| m <sub>2</sub> | ۶/۵ kg                | c <sub>1</sub> | ۴۸ N.s/m               |
| h <sub>0</sub> | ۰/۱۳۵ m               | c <sub>2</sub> | ۲/۷۵ N.s/m             |
| h <sub>1</sub> | -۰/۱۴۵ m              | b              | -۰/۶ m                 |
| h <sub>2</sub> | -۰/۰۳۵ m              | d              | ۱/۲ m                  |

| پارامتر        | توصیف   |
|----------------|---|
| h <sub>0</sub> | فاصله جسم صلب m <sub>0</sub> تا مبدأ دستگاه بدنه در راستای محور x بدنه              |
| h <sub>i</sub> | فاصله جرم معادل با هر کدام از مدهای تالطم تا مبدأ دستگاه بدنه در راستای محور x بدنه |
| I <sub>i</sub> | ممان اینرسی جرم معادل با هر کدام از مدهای تالطم                                     |

### طراحی کنترل کننده

#### کنترل کننده بهینه خطی

همان‌طور که در بخش قبل توضیح داده شد، در این مقاله برای مدل سازی تالطم از مدل جرم و فنر استفاده شده است.



شکل ۲- شماتیک سیستم کنترل بهینه با عملگر مجازی

باید دقت کرد که برای کنترل تالطم تنها دو مود اول تالطم که مدهای غالب هستند، در نظر گرفته شده و از بقیه مدها که اثر ناچیزی بر روی دینامیک فضاپیما دارند، صرف نظر شده است [۲۱]. بنابراین جهت کنترل دینامیک فضاپیما در حضور تالطم، کنترلر پسخور به صورت زیر است. شایان ذکر است برای کنترل ارتعاشات از ایده عملگر مجازی استفاده شده که در ادامه مقاله به آن اشاره خواهد شد:

$$u = -Kx \quad (5)$$

به صورتی که تابع هزینه زیر را کمینه سازد:

$$J = \int_0^{\infty} (x^T Q x + u^T R u) dt \quad (6)$$

که در آن  $u$ ,  $x$  و  $K$  به ترتیب بیانگر متغیر کنترلی، متغیر حالت و ماتریس بهره کنترل بوده و همچنین ماتریس‌های وزنی  $Q$  و  $R$  به ترتیب مثبت نیمه معین متقارن<sup>۶</sup> و مثبت معین<sup>۷</sup> هستند. ماتریس بهره کنترل بهینه ( $K$ ) برای سیستم با معادله فضای حالت  $\dot{x} = Ax + Bu$  از حل معادله ریکاتی زیر به دست می‌آید:

$$\dot{P} + PA + A^T P - PBR^{-1}B^T P + Q = 0 \quad (7)$$

از معادله (۷) ماتریس  $P$  محاسبه شده و سپس کنترلر به دست آمده بر سیستم واقعی (غیرخطی) اعمال خواهد شد.

$$u = -(R^{-1}B^T P)x = -Kx \quad (8)$$

6. Symmetric Positive-Semidefinite

7. Positive-Definite

**جدول ۲-** اثر اضافه شدن دینامیک تلاطم به دینامیک فضاپیما در جابجایی قطب‌های حلقه باز سیستم و ناپایدار کردن سیستم

| سیستم                  | قطب            | نسبت میرایی |
|------------------------|----------------|-------------|
| دینامیک فضاپیما بدون   | ۰              | -۱          |
| در نظر گرفتن اثر تلاطم | ۰              | -۱          |
| دینامیک فضاپیما با در  | ۰              | -۱          |
| نظر گرفتن دو مد اول    | $-.157+2/78i$  | $-.0563$    |
| تلاطم به صورت مدل      | $-.157-2/78i$  | $-.0563$    |
| جرم- فنر               | $-.0434+4/32i$ | $.00101$    |
|                        | $-.0434-4/32i$ | $.00101$    |

حال بر اساس مدل‌سازی‌های انجام‌شده و با استفاده از روش کنترل LQR معرفی‌شده در بخش قبل، برای کنترل اثر تلاطم مدل شده به صورت جرم- فنر بر روی دینامیک فضاپیما، کنترل‌کننده به شرح زیر طراحی شده‌است. روش طراحی، مبتنی بر بهینگی خطی است و صرفاً لازم است توابع وزنی کنترل‌کننده تعیین و در معادلات ذکر شده جایگذاری شوند. لذا ماتریس‌های Q و R بر این اساس که وزن متغیرهای وضعیت یکسان لحاظ می‌شوند و ماتریس ورودی کنترلی بر اساس نقش کمتر مؤلفه گشتاوری نسبت به نیرو تعیین می‌شوند:

$$Q = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$R = \begin{bmatrix} 10 & 0 \\ 0 & 0.1 \end{bmatrix}$$

$$K = \begin{bmatrix} 0.3162 & 0.5543 & -0.3048 & -0.2459 & -1.2365 & -0.1374 \\ -0.0152 & 0.0258 & -0.0186 & -0.0037 & -0.0366 & 0.0006 \end{bmatrix}$$

پس از اعمال کنترل‌کننده‌های به‌دست‌آمده از روش LQR، مقایسه‌ای بین سیستم حلقه بسته و حلقه باز در مدل جرم- فنر انجام شده است (جدول ۴). همان‌طور که مشاهده می‌شود قطب‌های سیستم حلقه بسته پایدار هستند.

**جدول ۳-** مقایسه سیستم حلقه باز و حلقه بسته

| سیستم              | قطب‌های حلقه باز | قطب‌های حلقه بسته |
|--------------------|------------------|-------------------|
| دینامیک فضاپیما با | ۰                | $-.0681+4/22i$    |
| در نظر گرفتن دو مد | ۰                | $-.0681-4/22i$    |
| اول تلاطم به صورت  | $-.157+2/78i$    | $-.113+0/483i$    |
| مدل جرم- فنر       | $-.157-2/78i$    | $-.113-0/483i$    |
|                    | $-.0434+4/32i$   | $-.0813+2/59i$    |
|                    | $-.0434-4/32i$   | $-.0813-2/59i$    |

$$\dot{x} = Ax + Bu$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 4.5501 & 0.0018 \end{bmatrix}$$

و همچنین با قرار دادن پارامترهای فیزیکی فهرست شده در جدول ۱ و معادلات فضای حالت سیستم دینامیک فضاپیما در حضور تلاطم با مدل جرم- فنر، به صورت زیر است:

$$\dot{x} = Ax + Bu$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1.0000 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1.1412 & 0.0493 & 0.1166 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1.0000 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -7.7738 & -0.3219 & -0.1792 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1.0000 \\ 0 & 0 & -1.5478 & -0.4899 & -18.6183 & 0 \end{bmatrix}$$

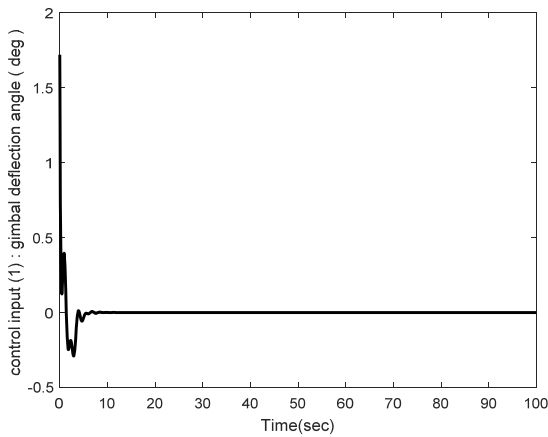
$$B = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 5.2639 & 0.0020 \\ 0 & 0 \\ -5.5743 & -0.0013 \\ 0 & 0 \\ -4.6255 & -0.0009 \end{bmatrix}$$

با توجه به جدول ۳ و از مقایسه محل قرارگیری قطب‌های سیستم حلقه باز این نکته قابل مشاهده است که دینامیک فضاپیما بدون در نظر گرفتن اثر تلاطم دارای پایداری بحرانی بوده و در مرز پایداری قرار دارد، به گونه‌ای که با وارد آمدن کوچک‌ترین اغتشاش، سیستم ناپایدار خواهد شد. بنابراین در نظر گرفتن اثر تلاطم در طراحی کنترل فضاپیما بسیار ضروری است چراکه تلاطم می‌تواند به‌عنوان یک اغتشاش سیستم را ناپایدار سازد. با در نظر گرفتن اثر تلاطم در دینامیک سیستم، این اثر مخرب، کنترل و نهایتاً سیستم پایدار خواهد شد. همان‌طور که در جدول ۳ نیز مشاهده می‌شود، با اضافه شدن دینامیک تلاطم به دینامیک فضاپیما در مدل جرم- فنر سیستم ناپایدار شده و دارای ضرایب میرایی بسیار کوچک است که نهایتاً نوسانات سیستم میرا نمی‌شوند.

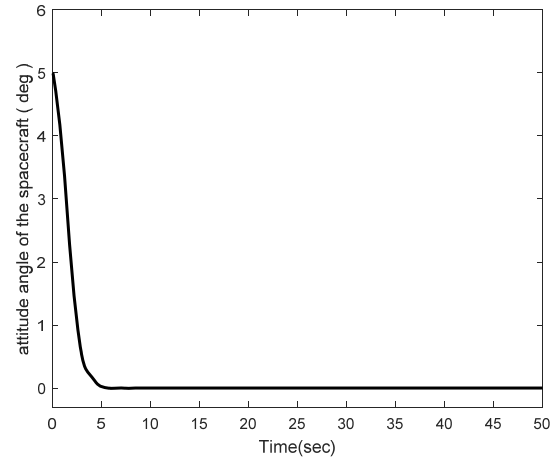
حال نکته مهم انجام شده در این مقاله، مقایسه عملکرد کنترل بهینه خطی و روش عملگر مجازی است. لذا دو حالت معادلات حالت بدون تلاطم و معادلات حالت باتلاطم، مطابق معادلات فضای حالت همین بخش، مبنای کار خواهند شد. در ادامه دو بحث اصلی بررسی می‌شود:

- پیاده‌سازی روش کنترل بهینه بر روی مدل فضای حالت به همراه تلاطم
- پیاده‌سازی روش عملگر مجازی بر روی مدل فضای حالت با روش بهینه خطی با تلاطم با فرض عملگر مجازی روی تلاطم
- در روش عملگر مجازی ورودی کنترلی M صرفاً مجازی تولید می‌شود و عملگر واقعی ندارد. لذا یکی از عملگرهای واقعی سیستم با این روش حذف خواهد شد.

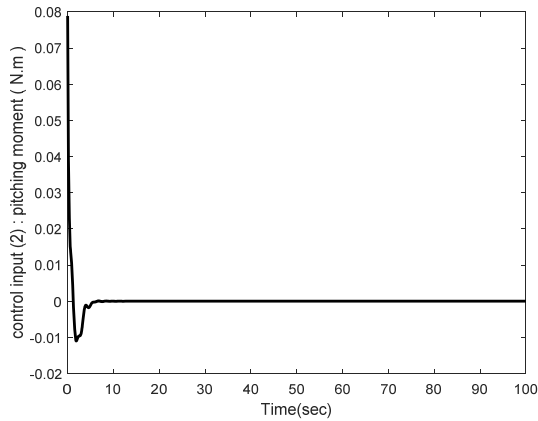
در نهایت با به کارگیری کنترلر LQR طراحی شده بر اساس مدل خطی سازی شده و سپس اعمال آن بر مدل واقعی (غیرخطی) نتایج زیر به دست آمده است.



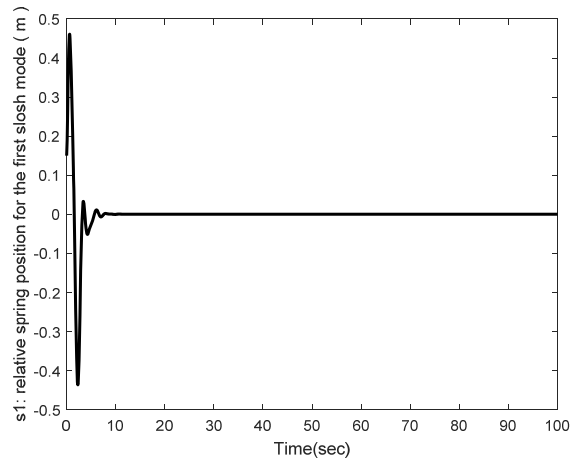
شکل ۴ (الف) - زاویه گیمبال  $\delta$  (ورودی کنترلی) در مدل جرم- فنر



شکل ۳ (الف) - پاسخ زمانی زاویه وضعیت فضاپیما

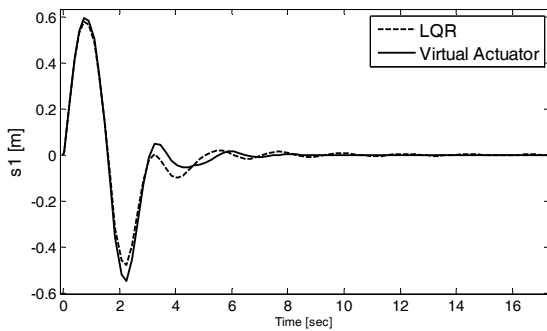


شکل ۴ (ب) - ممان M (ورودی کنترلی) در مدل جرم- فنر

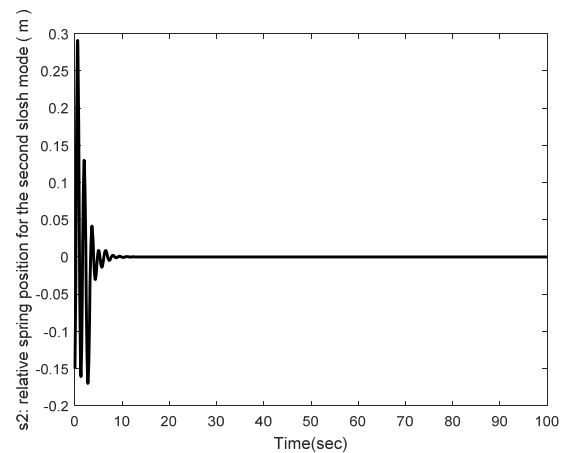


شکل ۳ (ب) - پاسخ زمانی جابجایی جرم مود اول تالطم

همان طور که در شکل های ۳ و ۴ مشاهده می شود، در سیستم جرم- فنر، متغیرهای حالت تالطم، به سمت نقطه تعادل در صفر، همگرا می شوند. در شکل های ۵ و ۶ و ۷ عملکرد ایده عملگر مجازی نشان داده شده است. در شکل ۵، جابجایی جرم متالطم اول، با دو روش کنترل بهینه و روش کنترل با عملگر مجازی با هم مقایسه شده اند. همچنین در شکل ۶ این روند، برای جرم متالطم دوم نشان داده شده است.



شکل ۵ - مقایسه جابجایی جرم متالطم اول با کنترل کننده بهینه و روش عملگر مجازی



شکل ۳- (ج) - پاسخ زمانی جرم مود دوم تالطم

معادلات دینامیک هر دو سیستم ساده و خطی‌سازی شده و سپس با قرار دادن مقادیر پارامترهای فیزیکی هر کدام از سیستم‌ها و با در نظر گرفتن متغیرهای حالت و کنترل، معادلات سیستم به فرم فضای حالت استخراج شده و در نهایت کنترلر LQR بر روی آن اعمال شد. برخلاف روش‌های معمول بهینه‌سازی و سایر روش‌های کنترلی که لازم است دو عملگر در سیستم مورد توجه باشند تا عملکرد کنترلر محقق شود، در این مقاله، از روش عملگر مجازی با توجه به ماهیت زیرتحریریک بودن یا کمبود عملگر بودن سیستم، استفاده شد. در این روش فرض شد که یک عملگر نرم افزاری در سیستم رایانه پرواز در حال عملکرد است و بر این اساس سیگنال ورودی کنترلی واقعی تولید شد. نتایج شبیه‌سازی نشان می‌دهند، با توجه به حذف عملگر مربوط به متغیر زیرتحریریک، پاسخ‌ها به روش‌های بهینه معمولی با وجود عدم استفاده از عملگر واقعی بسیار نزدیک بوده و اختلاف در حد یک درصد است. این نتایج نشان می‌دهند روش عملگر مجازی در مقایسه با روش‌های معمول، چند ویژگی برجسته دارد:

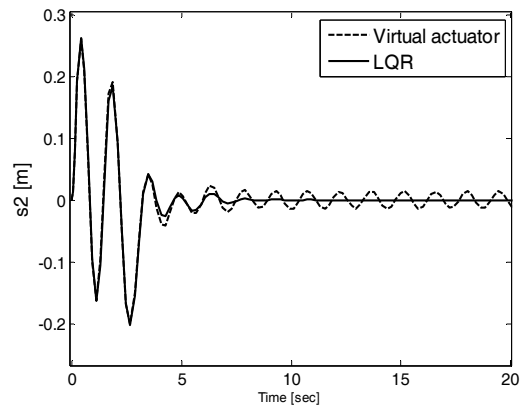
- کاربرد ارزشمند این روش در سیستم‌های کمبود عملگر یا زیرتحریریک
- حذف عملگرهای واقعی در حد ممکن و استفاده از فضای نرم‌افزاری
- بکارگیری روش‌های ساده و تثبیت شده کنترلی جهت اعمال روش عملگر مجازی
- بارگذاری روش، در بخش نرم بجای بخش سخت سامانه که معمولاً هزینه‌های زیادی متوجه این بخش است.

## تعارض منافع

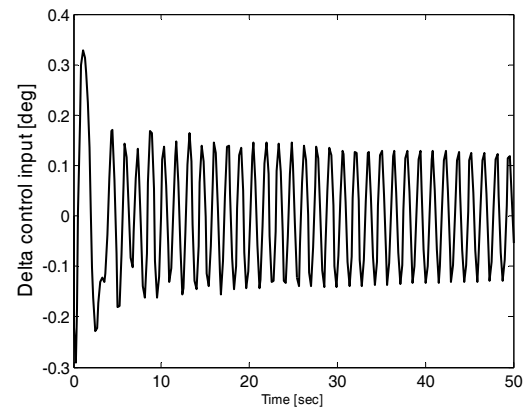
هیچگونه تعارض منافی توسط نویسندگان بیان نشده است.

## مراجع

- [1] N.E. Zhukovsky, "On the motion of a solid body having the cavities filled with a homogeneous droplet liquid," *Selected Works*, Vol. 1. Gostekhizdat, Moscow, Leningrad, 1948, P. 31-152.
- [2] S. Majidi, and M. Esmaili, "Numerical Simulation of Sloshing in a Container under Translational and Angular Accelerations," *J. Space, Sci and Tech*. 2017, (in persian)
- [3] D.E. Okhotsimskii, "Theory of the Motion of a Body with Cavities Partly Filled with a Liquid," NASA, (19980231029) (1960).
- [4] F.T. Dodge, "The new dynamic behavior of liquids in moving containers," Southwest Research Inst. San Antonio, TX, 2000.
- [5] A. Jafari, A. Khoshnood, and J. Roshanian, "Nonlinear dynamic modeling and active vibration control of a system with fuel sloshing," *World Acad. Sci., Eng. Technol*, vol. 61, pp. 269-274, 2010.



شکل ۶ - مقایسه جابجایی جرم متلاطم دوم با کنترل کننده بهینه و روش عملگر مجازی



شکل ۷ - سیگنال کنترلی افزوده اصلاح‌کننده در روش عملگر مجازی

مطابق این نمودارها با حذف عملگر واقعی گشتاور و اعمال کنترل کننده عملگر مجازی، همچنان کار تنظیم جابجایی تالطم به خوبی انجام شده‌است و اختلاف روش‌های فوق در حد یک درصد ارزیابی می‌شود.

در شکل ۷، سیگنال کنترلی اصلاح‌کننده افزوده که در بلوک دیاگرام شکل ۲ معرفی شده بود، نمایش داده شده‌است.

## نتیجه‌گیری

در این مقاله، مدل مکانیکی برای مدل‌سازی دینامیک یک فضایما در حضور تالطم سوخت مایع داخل مخزن و طراحی کنترل‌کننده ارتعاشات آن انجام شده‌است. با توجه به سادگی تحلیل معادلات حرکت یک جرم متمرکز و جسم صلب نسبت به معادلات دینامیک سیال و به دنبال آن، کاهش یافتن حجم محاسبات، می‌توان دینامیک تالطم سوخت را با یک مدل مکانیکی جایگزین کرد. در این پژوهش، از مدل جرم- فنر استفاده شده‌است که بدین منظور دو مود اول تالطم، به صورت سیستم مکانیکی جرم- فنر شبیه‌سازی شد.



- Engineering and Innovation (KBEI), IEEE*, pp. 0913-0918, 2017, DOI: [10.1109/KBEI.2017.8324928](https://doi.org/10.1109/KBEI.2017.8324928)
- [15] Onghua Zhang, and Zeguo Wang, "Attitude control and sloshing suppression for liquid-filled spacecraft in the presence of sinusoidal disturbance," *J. of Sound and Vib (2016)*, Vol. 383, Pages 64-75, 2016, <https://doi.org/10.1016/j.jsv.2016.08.001>
- [16] M. Deng, and B. Yue, "Nonlinear model and attitude dynamics of flexible spacecraft with large amplitude slosh", *Acta Astro.* Vol. 133, pp. 111-120, 2017.
- [17] P. Gasbarri, M. Sabatini, and A. Pisculli, "Dynamic modelling and stability parametric analysis of a flexible spacecraft with fuel slosh," *Acta Astro.*, Vol. 127, pp. 141-159, 2016, <https://doi.org/10.1016/j.actaastro.2016.05.018>
- [18] J. Martinez-Carrascal, and L.M. González-Gutiérrez, "Experimental study of the liquid damping effects on a SDOF vertical sloshing tank," *J. of Fluids and Str.*, Vol. 100, January 2021, 103172
- [19] M. Navabi, A. Davoodi, and M. Reyhanoglu, "Optimum fuzzy sliding mode control of fuel sloshing in a spacecraft using PSO algorithm", *Acta Astro.*, Vol. 167, pp. 331-342, 2020, <https://doi.org/10.1016/j.actaastro.2019.11.017>
- [20] M. Y. Abdollahzadeh Jamalabadi, "Frequency analysis and control of sloshing coupled by elastic walls and foundation with smoothed particle hydrodynamics method," *J. of Sound and Vib.*, Vol. 476, 2020, 115310,
- [21] A.M. Khoshnood, I. Azad, and S. M. Hasani, "Vibration suppression of an underactuated dynamic system using virtual actuators," *J. Vib. Acoust.*, vol. 138, no. 6, Paper No: VIB-16-1123, 2016.
- [22] K. Nekooeil, M. Maghfoori Farsangi, and Barkhordari Yazdi Mojtaba, "Fault-Tolerant control for multi-rate networked control system with considering long time delay," *Tabriz J. of Elect. Eng.*, vol. 50, no. 3, autumn 2020 (in persian).
- [6] C. Y. Rodriguez, "Modeling and Parameter Estimation of Spacecraft Lateral Fuel Slosh," Theses M.Sc., Embry-Riddle Aeronautical University Daytona Beach, Florida September 2008.
- [7] S. Kurode, B. Bandyopadhyay, and P. Gandhi, "Sliding mode observer for estimation of slosh states in a moving container," 2009 *IEEE International Conference on Industrial Technology*, Australia 2009, pp. 1-6.
- [8] P.S. Thakar, B. Bandyopadhyay, P. Gandhi, and S. Kurode, "Robust control of rotary slosh using integral sliding modes, Variable Structure Systems (VSS)," 2012 *12<sup>th</sup> International Workshop on, IEEE*, 2012, pp. 440-445.
- [9] S. Cho, M. McClamroch, and M. Reyhanoglu, "Feedback control of a space vehicle with unactuated fuel slosh dynamics," *AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference and Exhibit*, 2000, pp. 4046.
- [10] M. Reyhanoglu, and J.R. Hervas, "Nonlinear control of a spacecraft with multiple fuel slosh modes," (CDC-ECC), 2011 *50<sup>th</sup> IEEE Conference on, IEEE*, pp. 6192-6197, 2011
- [11] M. Reyhanoglu, and J.R. Hervas, "Nonlinear dynamics and control of space vehicles with multiple fuel slosh modes," *Cont. Eng. Prac.*, vol. 20, no. 9. pp. 912-918, 2012.
- [12] L.C.G. de Souza, and A.G. de Souza, "Satellite attitude control system design considering the fuel slosh dynamics," *International Conference on Structural Engineering Dynamics 2013, Hindawi*, vol. 2014.
- [13] J.R. Hervas, and M. Reyhanoglu, "Thrust-vector control of a three-axis stabilized upper-stage rocket with fuel slosh dynamics," *Acta Astro.*, vol. 98, pp. 120-127, 2014.
- [14] M. Navabi, A. Davoodi, "3D modeling and control of fuel sloshing in a spacecraft," 2017 *IEEE 4th International Conference on Knowledge-Based*