

# طراحی بهینه چندموضوعی یک ماهواره بر سبک از روش تحلیل حساسیت سیستم

م. ابراهیمی<sup>۱\*</sup>، ج. جدی<sup>۱</sup> و ج. روشنیان<sup>۱</sup>

۱. دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، دانشکده هوافضا

\* تهران، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، دانشکده هوافضا، آزمایشگاه MDO

ebrahimi\_k\_m@yahoo.com

در این پژوهش روش تحلیل حساسیت سیستم برای بهینه‌سازی طراحی مفهومی چندموضوعی یک ماهواره بر دومرحله‌ای سوخت جامد توسعه یافته است. بدین منظور از میان ساختارهای گوناگون، ساختاری با سه موضوع مسیر، پیشرانش و هندسه با چیدمان مناسب انتخاب شده است. همچنین تابع هدف، قیود و متغیرهای طراحی در سطح سیستم و موضوعات معرفی شده‌اند. برای ساختار به دست آمده معادله عمومی حساسیت استخراج و حل شده است. پس از محاسبه گرادینان تابع یک روش شبه‌نیوتن برای محاسبه جهت جستجو و روش درونی‌یابی درجه دوم برای جستجوی خطی به کار رفته و برای نقطه شروع از اطلاعات آماری استفاده شده است. در نهایت نتایج بهینه‌سازی ارائه شده که حاکی از کارایی روش تحلیل حساسیت سیستم است.

**واژه‌های کلیدی:** بهینه‌سازی، طراحی چندموضوعی، تحلیل حساسیت سیستم، معادله عمومی حساسیت

## مقدمه

در طراحی وسایل پرنده بسیاری از شاخه‌های تخصصی مهندسی مانند آیرودینامیک، پیشرانش، سازه و کنترل دخیل هستند. تصمیم‌گیری در طراحی هر موضوع شدیداً به تصمیماتی که در سایر موضوعات گرفته می‌شود، بستگی دارد. در فرایند مرسوم طراحی، مهندسان هر رشته سعی می‌کنند بهترین طرح را در حوزه خود ارائه کنند، بدون اینکه توجه ویژه‌ای به نیازمندی‌های سایر موضوعات داشته باشند. این امر معمولاً باعث ارائه نتایج متناقض از سوی تیم‌های مختلف می‌شود، که تیم‌های طراحی را مجبور به بازنگری در طرح خود و تکرار مجدد فرایند طراحی می‌کند. این تکرارها که تا رسیدن به همگرایی و مصالحه بین همه موضوعات انجام می‌شوند، زمان زیادی گرفته و در نتیجه هزینه طراحی را به شدت بالا می‌برد. برای حل این مشکل رویکردی جدید در طراحی با نام طراحی چندموضوعی در اواخر دهه ۸۰ و اوایل دهه ۹۰ توسط مهندسان طراح بنیان‌گذاری شد. در این روش نگرش موضوعی جای

خود را به نگرش سیستمی می‌دهد و اثرات متقابل موضوعات مختلف در طراحی لحاظ می‌شوند [۱، ۲].

هرچند نگرش چندموضوعی در طراحی باعث حذف تکرارهای زمانبر و پرهزینه سیکل طراحی شده و زمان رسیدن به طرحی مطابق با نیاز مشتری را به شدت کاهش می‌دهد، اما در دنیای پرقابیت امروز اینکه سیستمی طراحی شود که عملکرد آن مطابق خواسته مشتری باشد، کافی نیست؛ بلکه لازم است آن سیستم بهترین باشد. بهترین سیستم یعنی سیستمی کم‌هزینه‌تر، با بازدهی بیشتر، قابلیت اطمینان بالاتر و نگهداری راحت‌تر. این موضوع طراحان را به فکر استفاده همزمان از مزایای رویکرد طراحی چندموضوعی و روش‌های بهینه‌سازی عددی، که تا آن زمان حدود نیم قرن از عمر آنها می‌گذشت و پیشرفت چشمگیری کرده بودند، انداخت؛ تا علاوه بر کاهش زمان و هزینه طراحی، یک طرح بهینه نیز به دست آورند. حاصل این تفکرات روش بهینه‌سازی طراحی چندموضوعی است. این ابزار به طراحان اجازه خواهد داد تا مطالعات

هیچ کدام از فنون تحلیل حساسیت مذکور به صورت مستقیم و عملی در سیستم‌های چندموضوعی قابل استفاده نیست، بنابراین یک فن ویژه برای چنین سیستم‌هایی توسط سویسکی توسعه یافته است [۱۰]. این فن با نام تحلیل حساسیت سیستم از مشتقات حساسیت برای دستیابی به مشتقات سیستم استفاده می‌کند. این امر از طریق کاربرد هریک از فنون تحلیل حساسیت موضوعی، برای ساخت مجموعه‌ای از معادلات خطی یا جبری صورت می‌پذیرد. این معادلات مشتقات حساسیت رفتار سیستم را با توجه به متغیرهای طراحی همراه با تأثیرات متقابل در میان موضوع‌های مورد نظر ارائه می‌کند. مثال‌های مربوط به کاربردهای فن مذکور توسط بارسلمی مورد بحث و بررسی قرار گرفته است [۱۱].

در این روش به جای محاسبه گرادیان در سطح سیستم، از روش تفاضل محدود که با تغییری کوچک در یک متغیر طراحی و طراحی مجدد کل سیستم همراه است از یک روش محاسبه‌ای پربازده‌تر در سطح موضوعات استفاده می‌شود. روش تحلیل حساسیت در عین اینکه از مزایای روش‌های گرادیانی برخوردار است معایب آنها را ندارد؛ یعنی حتی در مسائلی که قابلیت یکپارچه‌سازی کدهای موضوعی به شکل یک کد واحد وجود ندارد، قابل کاربرد بوده و زمان محاسبات را به شدت کاهش می‌دهد [۱۰].

روش تحلیل حساسیت سیستم در حوزه‌های گوناگونی مانند صنایع الکترونیک و هوافضا مورد استفاده قرار گرفته و به نتایج جالب توجهی انجامیده است. از جمله این موارد می‌توان به طراحی هواپیمای ترابری غیرنظامی توسط آقای بارون در دانشگاه ویرجینیا [۱۲]، طراحی هواپیمای رهگیر توسط آقای سویسکی [۱۳]، طراحی ماهواره‌بر یک مرحله‌ای توسط آقای اولمز [۱۴] و طراحی پکیج الکترونیک توسط آقای کامگلد و همکاران اشاره کرد [۱۵].

در سال‌های اخیر وسایل نقلیه فضایی پیشرفت چشمگیری داشته و بهبود یافته‌اند، و در طول همین مدت قیمت‌های پرتاب نسبت به میزان اولیه آن کاهش زیادی یافته است، اما این قیمت‌ها برای بسیاری از شرکت‌های تحقیقاتی و سازمان‌های ارائه‌کننده خدمات ماهواره‌ای که مایل به پرتاب محموله‌های گوناگون هستند، همچنان بالاست. راهکارهای گوناگون برای حل این مشکل در دست بررسی است که از آن جمله وسایل حمل با قابلیت استفاده مجدد است. اما این راهکار هنوز کاربردی نشده و به عقیده بعضی از صاحب‌نظران با تکنولوژی فعلی برای کمتر از صد پرتاب اقتصادی نیست [۹، ۱۰]. از سوی دیگر، ماهواره‌برهای یکبار مصرف سالیان طولانی برای این امر استفاده شده‌اند و از قابلیت اطمینان بالایی برخوردارند؛ بنابراین برای کاهش هزینه‌ها ناچاریم به فکر بهینه‌سازی طراحی این نوع از ماهواره‌برها باشیم. در سال‌های اخیر ماهواره‌برهای سوخت جامد به دلیل هزینه پایین و قابلیت عملیات

آلترناتیو سنجی را در یک طیف گسترده و با سرعت و راندمان بسیار بالا به انجام رسانند [۳].

امروزه با رشد خواسته‌ها از طراحان و مطرح شدن خواسته‌هایی نظیر قابلیت اطمینان، پشتیبانی، تعمیر و نگهداری، هزینه و همچنین پیچیده‌تر شدن سیستم‌های هوافضایی، طراحی بدون استفاده از روش بهینه‌سازی طراحی چندموضوعی اگر غیرممکن نباشد بسیار مشکل و پرهزینه خواهد بود. بهینه‌سازی طراحی چندموضوعی که توسط جامعه مهندسين هوافضا پا به عرصه وجود نهاد، به دلیل اثربخشی فوق‌العاده به سرعت حوزه‌های صنایع خودرو و الکترونیک را فرا گرفت و در حال ورود به عرصه‌های جدید مانند صنایع کشتی‌سازی و صنایع ریلی است [۴].

روش‌های بهینه‌سازی کلاسیک برای کاربرد در مسائل چندموضوعی دارای محدودیت‌هایی در اندازه و شدت کوپل بودن موضوعات هستند و در مسائل با تعداد متغیرهای زیاد و به شدت همبسته دچار مشکل می‌شوند. این امر باعث شد تا محققان برای ایجاد روش‌های جدیدی که در این قبیل مسائل قابل کاربرد باشند، به تکاپو بيفتند. روش‌های پارامتری بر مبنای طراحی آزمایشات، روش‌های اتفاقی مانند ژنتیک الگوریتم و روش تحلیل حساسیت سیستم حاصل این تلاش‌ها هستند [۵-۷].

بعد از پیدایش روش‌های بهینه‌سازی عددی و توسعه آنها، این سؤال برای محققان مطرح شد که اگر پارامترهای مسئله تغییر کنند، جواب مسئله چگونه تغییر می‌کند؟ در حقیقت یکی از مسائل مورد توجه در طراحی، سؤال‌های "چه می‌شود اگر...؟" هستند که فنون تحلیل حساسیت برای پاسخ به آنها توسعه یافتند. منظور از تحلیل حساسیت تعیین تغییرات جواب‌های نهایی نسبت به تغییر مقادیر پارامترهای به کار رفته در مسئله است.

روش تحلیل حساسیت به طور کامل در شیمی محاسباتی، تئوری کنترل و در تحلیل سازه‌ای توسعه یافته است. توانایی دستیابی به مشتقات جابه‌جایی، تنش و فرکانس ارتعاشات نسبت به ابعاد سطح مقاطع و متغیرهای شکل وجود دارد. این موضوع در مقالاتی توسط هافتکا و آدلمن ارائه شده است [۸]. توسعه‌های مشابهی اخیراً در تحلیل آیرودینامیکی توسط نیومن و بایسال تحت بررسی است [۹] و در مورد سایر موضوعات مهندسی نیز فعالیت‌هایی انجام شده است.

فنون مختلفی برای تحلیل حساسیت در موضوعات مختلف مهندسی به کار رفته است. از جمله این فنون می‌توان به انواع روش‌های تفاضل محدود، کدهای مشتقگیر خودکار، استفاده از شرایط کان-تاکر، مفهوم جهات امکان‌پذیر و شبکه‌های عصبی اشاره کرد.

هیچ‌گونه محدودیتی از ابزارهای طراحی موجود که ممکن است پلتفرم‌های مختلفی داشته باشند، استفاده کند [۱۰].

برای محاسبه تغییرات متغیرهای خروجی با توجه به تغییرات متغیرهای ورودی، روش SSA ابتدا تأثیر موضوعات مختلف روی یکدیگر را بررسی می‌کند. سپس در مرحله دوم، تأثیر تغییر یک متغیر ورودی را در حالی که دیگر متغیرها ثابت در نظر گرفته می‌شوند روی هر یک از موضوعات بررسی می‌کنند. به‌عنوان مثال، چنانچه بخواهیم حساسیت موضوع آیرودینامیک را نسبت به تغییر سایر موضوعات ارزیابی کنیم، فرض می‌کنیم نسبت منظری یک متغیر طراحی باشد. موضوع آیرودینامیک می‌تواند تغییر در ضریب لیفت تعادل را در اثر افزایش نسبت منظری محاسبه کند (از این موضوع که افزایش نسبت منظری باعث افزایش وزن می‌شود و غیرمستقیم روی ضریب لیفت تعادل اثر می‌گذارد صرف‌نظر می‌کنیم).

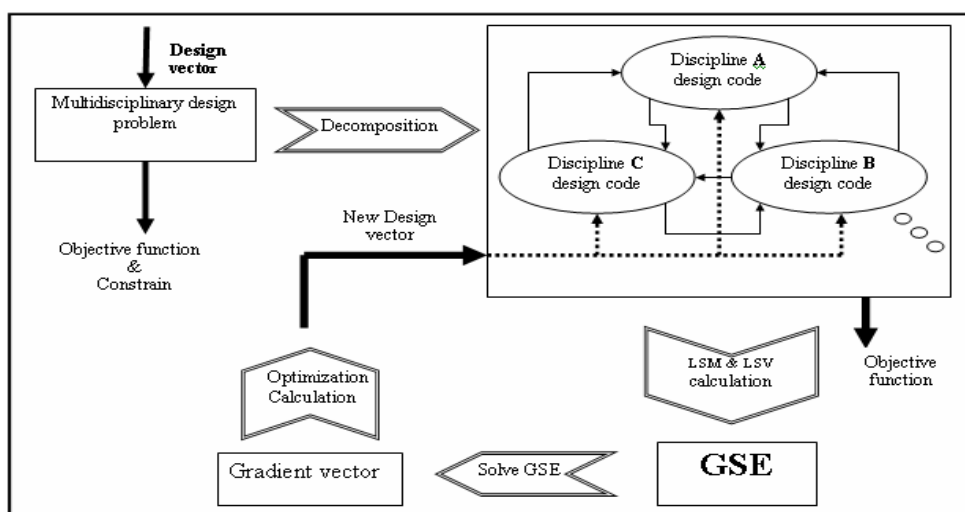
با معین بودن اطلاعات حساسیت لازم می‌توان معادلات عمومی حساسیت را حل کرده و اثرات تغییر متغیرهای طراحی روی کل سیستم را محاسبه کرد. این مشتقات حساسیت سیستم در حقیقت گرادیان در سطح سیستم هستند و می‌توانند به شکل شهودی یا عددی برای بهبود مستمر سیستم به کار روند. شکل ۱ الگوریتم طراحی از روش تحلیل حساسیت سیستم را نشان می‌دهد. مطابق این شکل هفت گام زیر را می‌توان برای طراحی بهینه از روش تحلیل حساسیت سیستم در نظر گرفت:

بالا برای پرتاب محموله‌های زیر ۱۰۰۰ کیلوگرم به‌شدت مورد توجه قرار گرفته‌اند [۱۶، ۱۷].

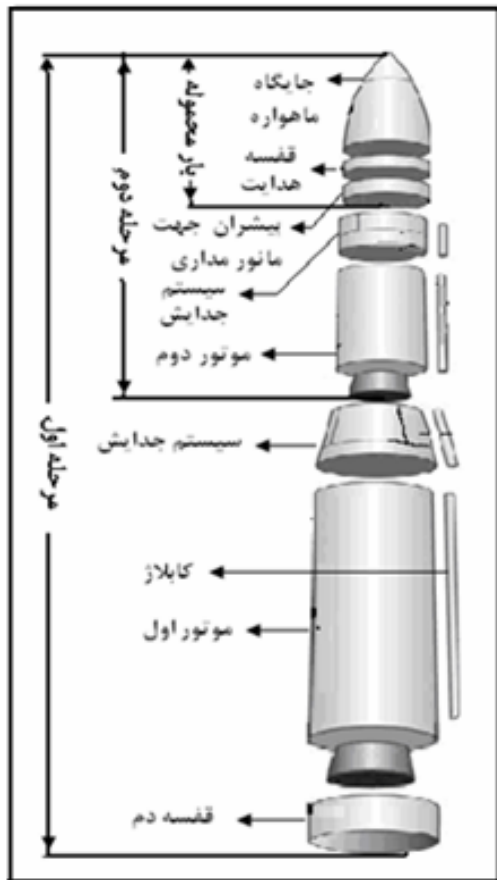
در پژوهش حاضر روش تحلیل حساسیت سیستم برای بهینه‌سازی طراحی یک ماهواره بر سوخت جامد دومرحله‌ای بر مبنای حداقل جرم به کار رفته است. متغیرهای طراحی مناسب در سطح سیستم و در سطح موضوعات برای بهینه‌سازی در سطح سیستم و در سطح موضوعات انتخاب شده و انواع قيود تکنولوژیک و عملکردی لحاظ شده‌اند. کدهای موضوعی پیش‌رانش و وزن، هندسه و شبیه‌سازی در یک ساختار مناسب به کار رفته‌اند. معادله عمومی حساسیت تشکیل و حل شده و نتایج آن برای بهینه‌سازی استفاده شده است. آنگاه با انتخاب روش مناسب، بهینه‌سازی انجام شده و نتایج ارائه شده‌اند.

## فرایند طراحی از روش تحلیل حساسیت سیستم

آنالیز حساسیت سیستم، سیستم را به صورت یک سری مسائل شدیداً کویله که ممکن است از روش تجزیه به دست آمده باشند در نظر می‌گیرد. این زیرمسائل، عموماً شامل موضوعات متداول طراحی هستند و کدهای طراحی مربوط به خودشان را دارند. این کدها می‌توانند به‌عنوان واحدهای طراحی جداگانه و به شکل جعبه سیاه در نظر گرفته شده و ورودی‌ها و خروجی‌ها را با دیگر جعبه‌های سیاه مبادله کنند. این قابلیت به طراح اجازه می‌دهد تا بدون



شکل ۱. الگوریتم طراحی از روش آنالیز حساسیت سیستم



شکل ۲. شمای کلی ماهواره‌بر دومرحله‌ای سوخت جامد

جدول ۱. متغیرهای طراحی همراه با محدوده مجاز آنها

حد بالایی	حد پایینی	توضیح	متغیر طراحی و واحد	
۲/۵	۱/۳	قطر موتور مرحله اول	X1 (m)	هندسی
۲/۵	۱/۳	قطر موتور مرحله دوم	X2 (m)	
۱۷۰۰	۱۵۰۰	تراست متوسط موتور مرحله اول	X3 (kN)	پیشرانش
۹۰	۶۰	زمان سوزش موتور مرحله اول	X4 (sec)	
۱۷۰	۱۰۰	زمان سوزش موتور مرحله دوم	X5 (sec)	
۸	۰	حداکثر زاویه حمله در مرحله اول	X6 (deg)	مسیر

دلیل انتخاب پنج متغیر طراحی اول تقریباً روشن است. چراکه قطر موتورهای مراحل از یک سو تعیین‌کننده مشخصات جرمی و ابعادی موتورهایست و از سوی دیگر، در تعیین نیروهای

۱۷. تعریف مسئله به گونه‌ای که متغیرهای طراحی، قيود و تابع هدف مشخص شود.
۱۸. تجزیه مسئله موجود به زیر مسائل موضوعی با جریان اطلاعات مشخص.
۱۹. تشکیل معادله عمومی حساسیت و انتخاب یک نقطه شروع و الگوریتم بهینه‌سازی مناسب.
۲۰. استفاده از هریک از کدهای موضوعات و تحلیل تفاضل محدود که منجر به حاصل شدن بردار حساسیت محلی، LSM، و ماتریس حساسیت محلی، LSM، می‌گردد.
۲۱. تشکیل معادله عمومی حساسیت با استفاده از LSM و LSV و حل آن برای به دست آوردن بردار گرادیان.
۲۲. به کار بردن بردار گرادیان برای به دست آوردن متغیرهای طراحی جدید.
۲۳. ادامه مراحل ۴ تا ۶ تا رسیدن به جواب بهینه و برآورده شدن شرایط همگرایی.

### تعریف مسئله

چنانکه بیان شد، در تحقیق حاضر استفاده از روش تحلیل حساسیت سیستم برای بهینه‌سازی طراحی مفهومی چندموضوعی یک ماهواره‌بر سوخت جامد مد نظر است. شمای کلی این ماهواره‌بر همراه با اجزای آن در شکل ۲ نمایش داده شده است. این ماهواره‌بر از عرض جغرافیایی ۳۴ درجه و به سمت شرق پرتاب می‌شود و مأموریت آن قرار دادن جرم ۵۰۰ کیلوگرمی در مدار دایروی با ارتفاع ۳۵۰ کیلومتر با شیب ۳۴ درجه است.

برای مسائل بهینه‌سازی از این دست توابع هدف مختلفی را می‌توان در نظر گرفت. مثلاً حداقل هزینه، حداکثر کردن بار محموله برای وزن پرتاب ثابت، حداکثر دقت تزریق در مدار و حداقل وزن برای قرار دادن بار محموله مشخص در مدار. در اینجا تابع هدف حداقل کردن وزن پرتاب برای قراردادن محموله مشخص در مدار در نظر گرفته شده است.

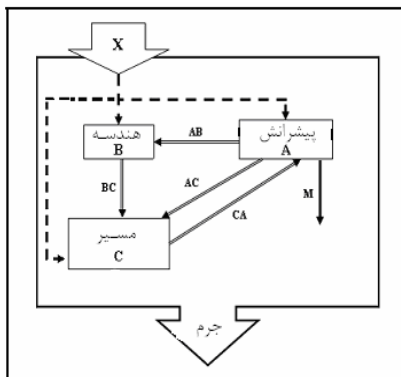
متغیرهای طراحی مسئله در سطح سیستم باید طوری انتخاب شوند که ضمن اینکه توصیف کاملی از طرح ارائه می‌کنند، تأثیر قابل ملاحظه‌ای بر مقدار قيود و تابع هدف داشته باشند. این انتخاب چالش بزرگی برای طراح و عامل مهمی در رسیدن به یک طرح بهینه واقعی و همچنین تعیین‌کننده زمان محاسبات است. انتخاب متغیرهای طراحی مناسب به تجربه و خلاقیت طراح بستگی فراوانی دارد. متغیرهای طراحی انتخاب شده برای مسئله فعلی عبارتند از: دو متغیر هندسی، سه تغییر پیشرانش و یک متغیر مسیر که در جدول ۱ نمایش داده شده‌اند. محدوده مجاز پارامترها نیز در این جدول مشخص شده است.

## تجزیه مسئله طراحی

### چیدمان کدها

تعیین ساختار مسئله طراحی تا حدودی زیادی به تجربه طراح، بستگی دارد و طراح می‌بایست با توجه به فاز طراحی و دقت‌های مورد نیاز و کدهای موضوعی موجود ساختار مسئله را طوری تعیین کند که دقت‌های مورد نظر برآورده شوند، هزینه محاسباتی حتی‌الامکان پایین باشد و برنامه‌های موجود به تغییرات نیاز نداشته باشند و یا این تغییرات اندک باشد.

در استفاده از روش تحلیل حساسیت سیستم، موضوع هزینه محاسباتی اهمیت ویژه‌ای پیدا می‌کند، زیرا با افزایش پهنای باند اثرات متقابل موضوعات (تعداد متغیرهایی که بین موضوعات رد و بدل می‌شوند) و تعداد محاسبات لازم برای تولید مشتقات جزئی به شکل چشمگیری افزایش پیدا می‌کند. در مسئله مورد نظر، پس از بررسی ساختارهای مختلف و مزایا و معایب آنها، ساختاری مطابق شکل ۳ انتخاب شد. متغیرهای میان‌موضوعی در این ساختار مطابق جدول ۳ است.



شکل ۳. ساختار مسئله طراحی ماهواره بر و ارتباطات میان موضوعی

در ادامه توضیح مختصری در مورد هر یک از کدهای طراحی آورده می‌شود.

### پیش‌رانش و وزن

برای این موضوع از کد RAPSMD استفاده شده است. این کد اطلاعاتی همچون مشخصات سوخت، مشخصات سازه موتور و مشخصات عایق را به‌عنوان داده‌های فنی و پارامترهایی همچون حداکثر ایمپالس ویژه و حداکثر نسبت پرشده‌گی را با عنوان قیود تکنولوژیکی می‌گیرد. آنگاه با دریافت قطر، تراست متوسط و زمان سوزش موتوری طراحی می‌کند که در عین ارضا کردن قیود تکنولوژیکی، دارای وزن کمینه باشد. خروجی‌های کد موتور، جرم

آیرودینامیکی نقش دارد و در نتیجه بر عملکرد کلی ماهواره بر تأثیرگذار خواهد بود. تراست و زمان سوزش خصوصیات انرژی‌تیک موتور مراحل را مشخص می‌کنند، که این مشخصه تا حدود زیادی معرف عملکرد ماهواره بر است.

انتخاب حداکثر زاویه حمله در مرحله اول به‌عنوان متغیر طراحی به این دلیل است که این پارامتر هم بر مسیر ماهواره بر تأثیرگذار است و هم موجب تغییر نیروهای وارد بر سازه ماهواره بر می‌شود، که این نیروها در تعیین جرم سازه ماهواره بر نقش دارند. بنابراین این متغیر یک متغیر میان‌موضوعی بوده و به‌عنوان متغیر سطح سیستم در نظر گرفته می‌شود.

در طراحی یک ماهواره بر قیود زیادی وجود دارد که باید ارضا شوند. این قیود به مرحله طراحی که در آن قرار داریم بستگی دارند و با پیشرفت طراحی سختگیرانه‌تر می‌شوند. در مرحله طراحی مفهومی تنها قیود مهم در نظر گرفته می‌شوند و با تکمیل شدن تدریجی طرح، سایر قیود نیز وارد مسئله می‌شوند. قیود در نظر گرفته شده شامل قیود مأموریتی، ایمنی و قابلیت اطمینان، تکنولوژیکی، سازه و مسیر بوده و مطابق جدول ۲ هستند.

البته چنانچه در سطح سیستم قیدی وجود نداشته باشد، فرایند بهینه‌سازی بسیار ساده‌تر خواهد بود؛ بنابراین انتخاب تابع هدف، متغیرهای طراحی، قیود و چیدمان طوری صورت گرفته که همه قیود امکان ارضا شدن در سطح موضوعات را داشته باشند و نیازی به اعمال آنها در سطح سیستم نباشد.

جدول ۲. قیود موجود بر روی مسئله طراحی ماهواره بر در مرحله طراحی مفهومی

قیود	توضیح
۱	سرعت انتهایی برابر با سرعت مدار مورد نظر ( $\pm 0.4$ )
۲	ارتفاع نهایی برابر با ارتفاع مدار مورد نظر ( $\pm 0.3$ )
۳	زاویه مسیر نهایی برابر با صفر درجه ( $\pm 1$ )
۴	فشار دینامیکی کمتر از ۱۹۰ مگاپاسکال
۵	بزرگ‌تر بودن قطر مرحله اول از قطر مرحله دوم
۶	نسبت طول به قطر کلی ماهواره بر بین ۶-۱۰
۷	حداکثر ایمپالس ویژه موتور
۸	حداکثر نسبت پرشده‌گی موتور
۹	حداقل نسبت جرم سازه خشک به جرم کل
۱۰	ارتفاع جدایش بیشتر از ۳۰ کیلومتر
۱۱	محل برخورد اجزای جداشده بزرگ‌تر از ۸۰۰ کیلومتر
۱۲	حداکثر سرعت زاویه‌ای مجاز در مرحله اول

محاسبه می‌شود، در غیر این صورت،  $T_2$  برای رسیدن به سرعت لازمۀ مورد نظر اصلاح می‌شود. این کار تا رسیدن به محدوده خطای مجاز ادامه پیدا می‌کند و آنگاه جرم ماهواره بر به‌عنوان خروجی محاسبه می‌شود.

### استخراج معادله عمومی حساسیت

با توجه به شکل ۳ می‌توان روابط زیر را نوشت:

$$AB = AB(X, CA) \quad (۱)$$

$$AC = AC(X, CA) \quad (۲)$$

$$BC = BC(X, AB) \quad (۳)$$

$$CA = CA(X, BC, AC) \quad (۴)$$

$$M = M(X, CA) \quad (۵)$$

با مشتق‌گیری از روابط (۱) تا (۵) به ترتیب روابط (۶) تا (۱۰) به دست می‌آیند:

$$dAB = \frac{\partial AB}{\partial X} dX + \frac{\partial AB}{\partial CA} dCA \quad (۶)$$

$$dAC = \frac{\partial AC}{\partial X} dX + \frac{\partial AC}{\partial CA} dCA \quad (۷)$$

$$dBC = \frac{\partial BC}{\partial X} dX + \frac{\partial BC}{\partial AB} dAB \quad (۸)$$

$$dCA = \frac{\partial CA}{\partial X} dX + \frac{\partial CA}{\partial BC} dBC + \frac{\partial CA}{\partial AC} dAC \quad (۹)$$

$$dM = \frac{\partial M}{\partial X} dX + \frac{\partial M}{\partial CA} dCA \quad (۱۰)$$

اکنون طرفین معادلات فوق را بر  $dX$  تقسیم می‌کنیم، با این کار روابط زیر به دست خواهند آمد:

$$\frac{dAB}{dX} = \frac{\partial AB}{\partial X} + \frac{\partial AB}{\partial CA} \frac{dCA}{dX} \quad (۱۱)$$

$$\frac{dAC}{dX} = \frac{\partial AC}{\partial X} + \frac{\partial AC}{\partial CA} \frac{dCA}{dX} \quad (۱۲)$$

$$\frac{dBC}{dX} = \frac{\partial BC}{\partial X} + \frac{\partial BC}{\partial AB} \frac{dAB}{dX} \quad (۱۳)$$

$$\frac{dCA}{dX} = \frac{\partial CA}{\partial X} + \frac{\partial CA}{\partial BC} \frac{dBC}{dX} + \frac{\partial CA}{\partial AC} \frac{dAC}{dX} \quad (۱۴)$$

سوخت، طول موتور، ایمپالس ویژه، فشار و سطح مقطع خروجی نازل هستند. بجز وزن سوخت که در کد موتور محاسبه می‌شود، وزن بقیه اجزا شامل محفظه موتور، نازل، سیستم جدایش، قفسه هدایت و کابلاژ نیز در این برنامه محاسبه می‌شود. این کار با استفاده از یک سری ضرایب تجربی که از داده‌های آماری به دست آمده‌اند، انجام می‌شود [۱۸، ۱۹].

### جدول ۳. ارتباطات بین موضوعی

بردار	توضیح
X	بردار طراحی شامل قطر مراحل، زمان سوزش مراحل، تراست متوسط موتور اول و حداکثر زاویه حمله
AB	بردار خروجی کد موتور و ورودی به هندسه شامل قطر موتور مرحله دوم
BC	بردار خروجی کد هندسه و ورودی به کد مسیر شامل ابعاد هندسی سر
AC	بردار خروجی کد موتور و ورودی به کد مسیر شامل جرم سازه و سوخت مراحل، سطح مقطع و فشار خروجی مراحل و طول مراحل
CA	بردار خروجی کد مسیر و ورودی به کد پیشرانش شامل تراست موتور مرحله دوم
M	

### هندسه

در این کد ابعاد هندسی جایگاه ماهواره به‌عنوان متغیر طراحی در نظر گرفته می‌شوند و طوری تغییر داده می‌شوند که فضای جابدهی ماهواره حداکثر شده و ضریب نیروی محوری حداقل گردد.

### مسیر

در این قسمت با توجه به مشخصات جرمی و انرژی‌تیک ارسالی از کدهای پیشرانش و وزن و همچنین ضرایب آیرودینامیکی، مسیر حرکت ماهواره بر شبیه‌سازی می‌شود. در این کد از مدل زمین کروی و اتمسفر استاندارد استفاده شده و معادلات حرکت شبه سه درجه آزادی توسط روش رانگ کوتا مرتبه ۴ انتگرال‌گیری می‌شوند. همچنین برنامه زاویه فراز با ساختار بهینه انتخاب شده و پارامترهای آن توسط کد بهینه‌سازی ADS بهینه می‌شوند [۲۰].

روند طراحی به این صورت است که ابتدا با مقادیر اولیه موتور مرحله ۱ و سپس مرحله ۲ اجرا شده، سپس طراحی آیرودینامیکی (هندسه) صورت می‌گیرد. آنگاه کد مسیر با استفاده از اطلاعات ورودی از کدهای هندسه و پیشرانش، مسیر را شبیه‌سازی می‌کند. چنانچه به سرعت لازمۀ مورد نظر برای انجام مأموریت برسیم، اجرا تمام شده و جرم ماهواره بر به ازای بردار طراحی اولیه

چنانکه بیان شد، درایه‌های موجود در معادله (۱۶) هریک خود ماتریس هستند و چنانچه ماتریس‌های مربوطه را جایگزین کنیم، ماتریس حساسیت محلی یک ماتریس  $22 \times 22$  و بردار مشتقات حساسیت و بردار حساسیت محلی هریک  $22 \times 6$  خواهند بود.

### فرایند بهینه‌سازی

در مسئله موجود با توجه به تمهیداتی که در مرحله تعیین ساختار مسئله اندیشیده شد، یعنی تغییر قیود از سطح سیستم به سطح موضوعات و حذف قید سرعت نهایی، شروع از یک نقطه امکان‌پذیر ضرورتی ندارد و فرایند بهینه‌سازی را می‌توان از هر نقطه‌ای شروع کرد. البته مسئله‌ای که وجود دارد تعداد تکرارهای لازم برای همگرا شدن به نقطه بهینه است. برای کاهش این تکرارها باید سعی شود حتی‌الامکان از یک نقطه امکان‌پذیر و یا نقطه‌ای که قیود را خیلی نقض نمی‌کند، فرایند آغاز شود.

با استفاده از اطلاعات آماری [۲۳] ماهواره‌برهای موجود و استفاده از روابط ساده، نقطه شروعی به دست آمده که اطلاعات آن در جدول ۴ موجود است. این نقطه طوری انتخاب شده که یک نقطه امکان‌پذیر نیست ولی فاصله چندانی با قید ندارد.

جدول ۴. نقطه شروع و نقطه پایان بهینه‌سازی

مقدار بهینه	مقدار اولیه	پارامتر	
۳۶۱۰۳	۴۲۵۷۴	جرم سوخت (کیلوگرم)	موتور مرحله اول
۱۵۹۹	۱۶۰۰	تراست متوسط (کیلونیوتن)	
۶۳/۸	۷۵	زمان سوزش (ثانیه)	
۶	۱۲/۲	طول (متر)	
۲/۵	۱/۹	قطر (متر)	موتور مرحله دوم
۴۴۰۱	۵۵۴۵	جرم سازه (کیلوگرم)	
۸۶۹۳	۸۲۵۵	جرم سوخت (کیلوگرم)	
۲۰۵	۱۹۰	تراست متوسط (کیلونیوتن)	
۱۲۸/۶	۱۳۰	زمان سوزش (ثانیه)	
۵/۴	۳/۸	طول (متر)	
۱/۳	۱/۵	قطر (متر)	
۸۸۴	۱۰۸۸	جرم سازه (کیلوگرم)	
۵۰۵۷۲	۵۷۹۲۶	جرم کلی ماهواره بر (کیلوگرم)	

در اینجا برای پیدا کردن جهت جستجو از روش Davidon-Fletcher-Powell (DFP) استفاده شده است. DFP از جمله کارآمدترین روش‌های شبه‌نیوتن است که در ابتدا در سال ۱۹۵۹ توسط دیویدان پیشنهاد و سپس در سال ۱۹۶۳ توسط فلنچر و پاول

$$\frac{dM}{dX} = \frac{\partial M}{\partial X} + \frac{\partial M}{\partial CA} \frac{dCA}{dX} \quad (15)$$

چنانچه در معادلات (۱۱) تا (۱۵) بجز جمله اول سمت راست سایر جملات را به سمت چپ ببریم و دسته معادلات به دست آمده را به شکل ماتریسی بنویسیم، معادله عمومی حساسیت به شکل زیر حاصل شد:

$$\begin{bmatrix} I & 0 & 0 & -\frac{\partial B}{\partial CA} & 0 \\ 0 & I & 0 & -\frac{\partial A}{\partial CA} & 0 \\ -\frac{\partial B}{\partial AB} & 0 & I & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{\partial CA}{\partial AC} & -\frac{\partial CA}{\partial BC} & I & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{\partial M}{\partial CA} & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{dAB}{dX} \\ \frac{dA}{dX} \\ \frac{dB}{dX} \\ \frac{dCA}{dX} \\ \frac{dM}{dX} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial B}{\partial X} \\ \frac{\partial A}{\partial X} \\ \frac{\partial B}{\partial X} \\ \frac{\partial CA}{\partial X} \\ \frac{\partial M}{\partial X} \end{bmatrix} \quad (16)$$

ماتریس سمت چپ معادله عمومی حساسیت که شامل حساسیت هریک از موضوعات نسبت به خروجی دیگر موضوعات است و یا به عبارت دیگر درایه‌های آن، مشتقات جزئی متغیرهای داخلی نسبت به سایر متغیرهای داخلی بوده و نشان‌دهنده تغییرات ایزوله (غیرکوپل) در هر موضوع نسبت به تغییرات در سایر موضوعات هستند، ماتریس حساسیت محلی نامیده می‌شود.

بردار سمت راست معادله شامل مشتقات جزئی هریک از موضوعات نسبت به متغیرهای طراحی است و به آن بردار حساسیت محلی می‌گویند. این بردار تغییر هریک از موضوعات را با توجه به تغییر متغیرهای ورودی محاسبه می‌کند در حالی که تأثیر دیگر متغیرها در همان زمان ثابت در نظر گرفته می‌شود. بردار سمت چپ معادله شامل مشتقات سطح سیستم (مشتقات کامل) است و بردار مشتقات حساسیت نامیده می‌شود.

با در دست داشتن LSM و LSV می‌توان SDV را که شامل مشتقات حساسیت سیستم یا همان گرادینت متغیرهای خروجی نسبت به متغیرهای طراحی است توسط روش‌های موجود مانند ماتریس وارون به دست آورد. به عبارت دیگر، به جای یک تحلیل تفاضل محدود در سطح سیستم که ممکن است بسیار وقت‌گیر باشد، از یک مشتق‌گیری جزئی در سطح موضوعات استفاده می‌کنیم. نکته اینکه LSV به بردار طراحی بستگی داشته و باید برای هر بردار طراحی جدید، مجدداً محاسبه شود؛ اما LSM فقط به اثرات متقابل موضوعات بستگی دارد و در هر چند تکرار تنها یک بار محاسبه می‌شود.

1. Local Sensitivity Matrix- LSM
2. Local Sensitivity Vector-LSV
3. Sensitivity Derivative Vector-SDV

SDV = 1.0e+003 \*

0	0.0010	0	0	0	0
0	0	-0.0000	-0.5677	0	0
-0.0705	-0.0652	0.0000	0.0038	-0.0554	0.0029
0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0
0	0	-0.0000	0	0	0
-0.0000	-0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
0.0158	0	-0.0000	-0.0002	0	0
-0.0000	0.0054	0.0000	0.0000	-0.0000	0.0000
0.2189	0	-0.0000	-0.0680	0	0.2586
-0.0089	-0.1049	0.0000	0.0005	-0.0065	0.1006
0	-0.0002	0	0	0	0
0	-0.0000	0	0	0	0
0	0.0030	0	0	0	0
0	0.0277	0	0	0	0
0	0.0023	0	0	0	0
0	0.0001	0	0	0	0
0	0.0010	0	0	0	0
0	-0.0149	0	0	0	0
0	-0.0091	0	0	0	0
1.6275	1.5051	-0.0000	-0.0868	-0.1814	-0.0665
0.1395	-0.1701	-0.0000	-0.6314	-0.0620	0.3621

برای همگرایی می‌توان از سه شرط استفاده کرد که عبارتند از اینکه تغییر در مقدار تابع هدف کمتر از یک مقدار معین شود، تغییر در متغیرهای طراحی اندک باشد و یا بزرگی گرادیان تابع هدف به صفر نزدیک شود. در گام انتهایی فرایند انجام شده، این سه شرط ارضا شده‌اند.

### نتایج بهینه‌سازی

شکل‌های (۴-۱۰) تاریخچه متغیرهای طراحی و تابع هدف را در طی فرایند بهینه‌سازی نشان می‌دهند. البته در این نمودارها مقدار اولیه متغیرها با شماره ۱ مشخص شده است.

چنانکه مشاهده می‌شود، مقادیر متغیرها در دو تکرار آخر نسبت به تکرار ماقبل آن تغییر چندانی ندارد، یعنی همان‌طور که بیان شد، می‌توان فرض کرد که فرایند همگرا شده و با ادامه فرایند بهینه‌سازی کاهش چشمگیری در تابع هدف نخواهیم داشت.

با توجه به جدول ۴، جرم کلی ماهواره‌بر در نقطه بهینه نسبت به نقطه شروع ۱۲/۶٪، جرم سازه ۲۰/۲٪ و جرم سوخت ۱۱/۸٪ کاهش داشته است. همچنین شاهد افزایش ۳۱/۵٪ در قطر مرحله اول، ۳۳٪ در حداکثر زاویه حمله و کاهش ۱۳/۳٪ در قطر مرحله دوم، ۱۱/۷٪ در زمان سوزش مرحله اول و ۱٪ در زمان سوزش مرحله دوم هستیم.

تکمیل و اصلاح شد. همچنین روش درون‌یابی درجه دوم به‌عنوان الگوریتم جستجوی خطی انتخاب شده است.

برای به دست آوردن بردار گرادیان تابع هدف، لازم است ماتریس حساسیت محلی و بردار حساسیت محلی محاسبه شوند؛ آنگاه با قرار دادن مقادیر عددی در معادله عمومی حساسیت (رابطه ۱۶) و حل آن، بردار مشتقات حساسیت به دست می‌آید. بردار گرادیان تابع هدف آخرین سطر از بردار مشتقات حساسیت خواهد بود.

با توجه به اینکه مشتق‌گیری تحلیلی از کدهای موجود امکان‌پذیر نیست، باید برای مشتق‌گیری از روش‌های عددی استفاده شود. انواع روش‌های تفاضل محدود مانند پیشرو، پسرو، مرکزی و ... می‌توانند به کار روند. در اینجا از روش پیشرو استفاده شده است (رابطه ۱۷) که دقت آن برای طراحی مفهومی قابل قبول است.

$$\frac{\Delta f}{\Delta x} = \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x} \quad (11)$$

همچنین مقدار  $\Delta x$  برابر ۲٪ مقدار نامی در نظر گرفته می‌شود. به‌عنوان مثال، در تکرار اول مقادیر بردار حساسیت محلی و بردار مشتقات حساسیت به صورت زیر خواهند بود:

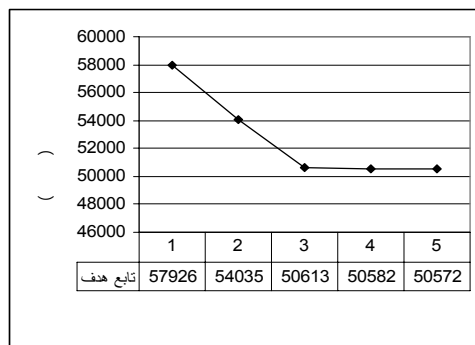
LSV =

0	1.0000	0	0	0	0
0	0	-0.0266	-567.6614	0	0
0	0	0	0	-63.2735	0
0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0
0	0	-0.0000	0	0	0
0	0	0	0	0	0
15.7983	0	-0.0000	-0.1632	0	0
0	5.4541	0	0	-0.0364	0
218.8910	0	-0.0037	-68.0150	0	258.6141
0	-96.6756	0	0	-7.5291	100.2014
0	-0.0750	0	0	0	0
0	-0.0210	0	0	0	0
0	1.5000	0	0	0	0
0	13.8410	0	0	0	0
0	1.1300	0	0	0	0
0	0.0630	0	0	0	0
0	0.5000	0	0	0	0
0	-7.4260	0	0	0	0
0	-4.5620	0	0	0	0
90.2734	19.3059	-0.0048	-94.7593	-120.5069	-260.2051
218.8914	-96.6756	-0.0303	-635.6764	-70.8027	358.8155

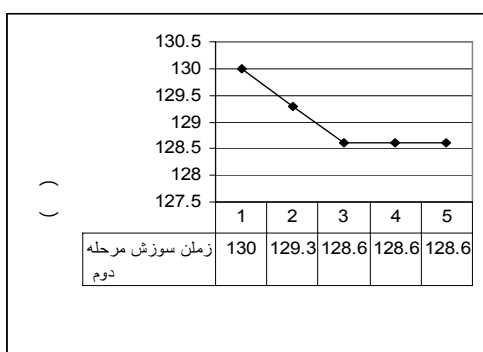




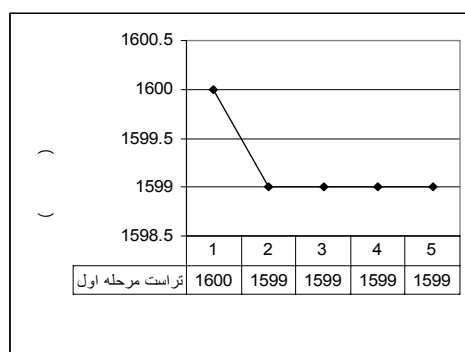
شکل ۸. تاریخچه تغییرات زمان سوزش مرحله اول در طی فرایند بهینه‌سازی



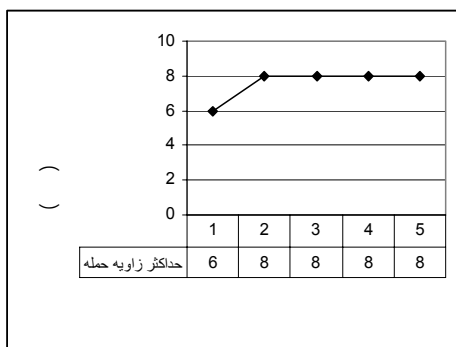
شکل ۴. تغییرات تابع هدف در فرایند بهینه‌سازی



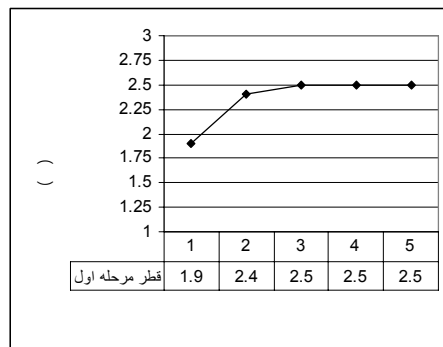
شکل ۹. تاریخچه تغییرات زمان سوزش مرحله دوم در طی فرایند بهینه‌سازی



شکل ۵. تغییرات تراست مرحله اول در فرایند بهینه‌سازی



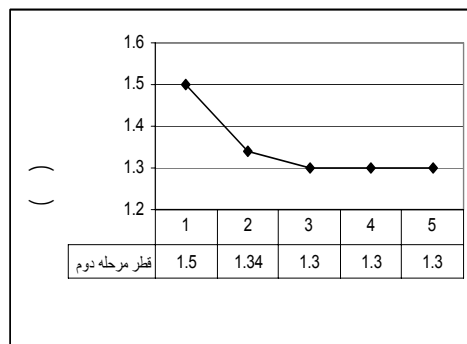
شکل ۱۰. تاریخچه تغییرات حداکثر زاویه حمله در طی فرایند بهینه‌سازی



شکل ۶. تغییرات قطر مرحله اول در فرایند بهینه‌سازی

### نتیجه‌گیری

چنانکه بیان شد در روش تحلیل حساسیت سیستم، به جای گزاردان‌گیری مستقیم در سطح سیستم، از مشتق‌گیری در سطح موضوعات استفاده می‌شود و سپس با حل یک معادله جبری ساده، گزاردیان در سطح سیستم به دست می‌آید. این کار سه امتیاز دارد: اولاً اینکه زمان محاسبات را کاهش می‌دهد، به خصوص در زمانی که از کدهای موضوعی پیچیده با زمان اجرای طولانی استفاده می‌شود؛ ثانیاً، سایر درایه‌های بردار مشتقات حساسیت می‌توانند به درک طراح از فضای طراحی کمک کنند تا بتواند تصمیمات بهتری



شکل ۷. تغییرات قطر مرحله دوم در فرایند بهینه‌سازی

11. Haftka R.T., and H. Adelman, "Recent Developments in Structural Sensitivity Analysis", *Structural Optimization*, Vol. 1, 1989, pp. 137-151.
12. Newman P.A., and A.C. Baysal, "Aerodynamic Optimization Studies Using a 3-D Supersonic Euler Code with Efficient Calculation of Sensitivity Derivatives", AIAA Paper 94-4270-CP, Proceedings of the 5<sup>th</sup> AIAA/NASA/USAF/ISSMO Symposium on Multidisciplinary Analysis and Optimization, Panama City Beach, Florida, September 7-9, 1994, Vol. 1, pp. 170-194.
13. Barthelemy J.-F., and J. Sobieszczanski - Sobieski, "Optimum Sensitivity Derivatives of Objective Functions in Nonlinear Programming", *AIAA Journal*, Vol. 21, No. 6, June 1983, pp. 913-915.
14. Barun J., "Advanced Transport Design Using Multidisciplinary Design Optimization", AIAA Paper 91-3082, Sep. 1991.
15. Hajela P., C.L. Bloebaum, and J. Sobieszczanski-Sobieski, "Application of Global Sensitivity Equations in Multidisciplinary Aircraft Synthesis", *Journal of Aircraft*, Vol. 27, No. 12, December 1990, pp. 1002-1010.
16. Olds J., "System Sensitivity Analysis Applied to the Conceptual Design of a Dual-Fuel Rocket SSTO", AIAA Paper 94-4339, Sept. 1994.
17. Komgold J., G. Gabriel, J. Renaund, and G. Kotu, "Application Of Multidisciplinary Design Optimization to Electronic Package Design", AIAA-92-4704-CP.
18. Mirshams M., "Expendable Launch Vehicle Mass Estimate Relationship", MDO Laboratory, Dept. of Aerospace Engineering, K.N. Toosi University of Technology, MDO-LAB-TR134 Mar. 2005.
19. Ebrahimi R., "Rapid Solid Rocket Motor Design Code", MDO Laboratory, Dept. of Aerospace Engineering, K.N. Toosi University of Technology, MDO-LAB-TR121, Feb. 2005.
20. Roshanian, J., "Trajectory Simulation and Optimization", MDO Laboratory, Dept. of Aerospace Engineering, K.N. Toosi University of Technology, MDO-LAB-TR115, Jan. 2005.10.25
21. Malyshev V. V., et al., "Aerospace Vehicle Control, Modern Theory and Applications", IAE Brazil and MAI Russia Cooperation, 1998.
22. ADS User's Guid, ver. 2
23. Isakowitz S. J., "International Reference Guide to Space Launch Systems", 2<sup>nd</sup> Ed., AIAA Inc., 1995.
24. Vanderplaats Garret N., "Numerical Optimization Techniques for Engineering Design (with application)", New York, McGraw-Hill, 1989.
25. Venkataraman P., "Applied Optimization with MATLAB Programming", New York, Wiley, 2002.

در مورد طرح بگیرد، در حالی که این اطلاعات در روش گرادیان گیری مستقیم تولید نمی شوند؛ ثالثاً، ممکن است کدهای موضوعی موجود در پلتفرمها یا نرم افزارهای مختلف موجود باشند و امکان یکپارچه سازی آنها برای گرادیان گیری مستقیم وجود نداشته باشد.

برای ادامه کار می توان استفاده از روش تحلیل حساسیت سیستم در فاز طراحی اولیه همراه با کدهای موضوعی پیچیده تر و یا استفاده از این روش برای طراحی دیگر تجهیزات فضایی مانند ماهواره را پیشنهاد کرد.

## مراجع

1. Blair J.C., R.S. Ryan, and L.A. Schutzenhofer, "Launch Vehicle Design Process: Characterization, Technical Integration, and Lessons Learned", NASA/TP-2001-210992.
2. Geethaikrishnan C., PhD Thesis, "Multidisciplinary Design Optimization Strategy in Multi-Stage Launch Vehicle Conceptual", Department of Aerospace Engineering Indian Institute of Technology, Bombay August, 2003.
3. Rowell L.F., and J.J. Korte, "Launch Vehicle Design and Optimization Methods and Priority for the Advanced Engineering Environment", NASA/TM-2003-212654.
4. Olds J., "Multidisciplinary Design Techniques Applied to Conceptual Aerospace Vehicle Design", PhD Thesis, North Carolina State University, 2001.
5. Kodiyalam S., "Multidisciplinary Design Optimization Some Formal Methods, Framework, Requirements and Application to Vehicle Design", *Int. J. Vehicle Design*, pp. 3-22, 2001.
6. Hammond W.E., "Space Transportation: A System Approach to Analysis and Design", AIAA Inc., 1999.
7. Hammond, W.E., "Design Methodologies for Space Transportation Systems", AIAA Inc., 2001.
8. Sobieszczanski-Sobieski J. "Sensitivity of Complex, Internally Coupled Systems", *AIAA Journal*, Vol. 28, No. 1, 1990, pp. 153-160.
9. Wertz J., and W.J. Larson, "Reducing Space Mission Cost", Microcosm Press and Kluwer Academic Publishers, 1996.
10. Wertz J.R., "Economic Model of Reusable vs. Expendable Launch Vehicles", IAF 51<sup>st</sup> International Astronautical Congress Rio de Janeiro, Brazil Oct. 2-6, 2000.