

طراحی بهینه مدار انتقال در موشک‌های ماهواره‌بر

رضا زردشتی^{۱*} و امیرعلی نیکخواه^۲

۱. دانشجوی دکتری، دانشکده مهندسی هوافضا، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی

۲. دانشیار، دانشکده مهندسی هوافضا، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی

*تهران، ص. پ. ۳۳۸۱-۱۶۷۶۵

rzard2008@gmail.com

در این مقاله به طراحی مسیر پروازی در فاز موتور خاموش (فاز سُرش) که در مدار انتقالی ماهواره‌برها و فضایپیماها به‌عنوان ابزار مهمی برای کاهش انرژی استفاده می‌شود، پرداخته شده است. با استفاده از پارامترهای مؤثر بر هندسه مسیر و استفاده از روابط حاکم بر مکانیک مدار، مقدار ضربه (اختلاف) سرعت در دوطرف مسیر (بین مدار اولیه و مدار نهایی) به‌صورت تابع پارامتریک از هندسه مسیر توصیف شده است و سپس با استفاده از تکنیک‌های ساده کمینه‌سازی مانند روش جستجوی فیبوناچی و استفاده همزمان از یک روش هدایت مسیر مبتنی بر سرعت لازمه در هر لحظه، مسیر بهینه طراحی شده است. مطالعه عددی با استفاده از مشخصات یک ماهواره‌بر سه‌مرحله‌ای با یک فاز سُرش بین مراحل دوم و سوم انجام شده است. نتایج نشان می‌دهد که براساس شرایط مرزی خواسته شده، طراحی مسیر پروازی لازمه به‌صورت مناسب به‌دست آمده است و درعین حال، قابلیت آن را به‌عنوان یک روش با کاربرد طراحی Online به‌دلیل همزمانی با سیستم هدایت مسیر، نشان می‌دهد.

واژه‌های کلیدی: ماهواره‌بر، مسیر پروازی، فاز سُرش، بهینه‌سازی، مکانیک مدارهای فضایی، مدار انتقالی

مقدمه

بهینه‌سازی مسیر پروازی خصوصاً در حوزه موشک‌های ماهواره‌بر و فضایپیماها، موضوع تحقیقاتی مهمی در ۵۰ سال اخیر بوده است. پیش از توسعه کامپیوترهای دیجیتال، بسیاری از فعالیت‌ها در این زمینه بر روی تعیین روش‌های تحلیلی متمرکز می‌شد که حل آنها نیازمند ساده‌سازی‌ها و فرضیات زیادی بود. در حال حاضر با استفاده از قدرت بالای پردازش، می‌توان حجم پیچیدگی روابط و توابع حاکم بر مسئله موردنظر را به نحو مطلوبی افزایش داد تا شرایط دقیق‌تری مورد بررسی قرار گیرد.

مسئله طراحی مسیر بهینه، به صورت‌های مختلفی مورد بررسی قرار گرفته است. مثلاً این مسئله را می‌توان به صورت یک مسئله کنترل بهینه فرمول‌بندی کرد، که متناظر با یک مسئله مقدار مرزی دو نقطه‌ای است [۸-۱]. علاوه بر اینکه این روش عموماً به‌صورت Offline به‌کار گرفته می‌شود، چون معادلات الحاقی این مسئله کاملاً غیرخطی هستند، محاسبه آنها در سیستم‌های پیچیده

بسیار مشکل است. از یک طرف، علاوه بر مشکل همگرایی الگوریتم‌های تکرارشونده در این روش‌ها و وابستگی زیاد آنها به حدس اولیه، بعضی از پارامترهای بهینه‌سازی تحلیل عددی روش‌های فوق عموماً زمان‌بر است. از طرف دیگر هیچ تعبیر فیزیکی از این پارامترها وجود ندارد که بر اساس آن بتوان حدس اولیه خوبی به دست آورد. معایب روش فوق باعث شده است که روش‌های دیگری نیز برای طراحی مسیر بهینه مورد توجه قرار گیرند که از بین آنها می‌توان به «الگوریتم‌های ریاضی طراحی مسیر» اشاره کرد. الگوریتم‌های ریاضی طراحی مسیر، یا مبتنی بر گراف هستند یا مبتنی بر شبکه‌بندی^۱، که هر یک محاسن و معایب مختص به خود را دارند. روش‌های مبتنی بر گراف معمولاً خیلی دقیق هستند ولی سرعت همگرایی آنها بسیار کم است و از نظر پیچیدگی محاسباتی مرتبه‌نمایی دارند [۹]. در روش‌های مبتنی بر گراف نظیر روش‌های هندسی، ابتدا با در نظر گرفتن سینماتیک

بهینه V_c^* موشک در X روی مدار c ، ثبت می‌شود. سرعت لازمه V_T در این حالت به‌عنوان V_c^* بهینه تعریف خواهد شد.

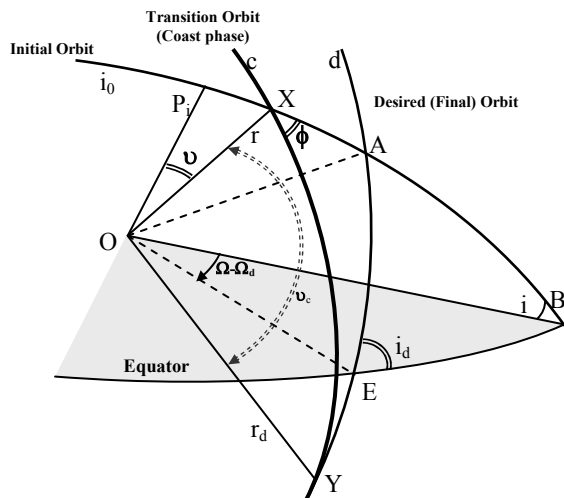
تعریف پارامترهای هندسی

در اینجا المان‌های مداری به‌عنوان متغیرهای حالت در مسئله تعیین مدار انتقال بهینه در نظر گرفته می‌شوند. در شرایط پروازی، پارامترهای هندسی مداری براساس اصل مومنوم و برحسب بردار موقعیت و سرعت مطابق زیر تعیین می‌شوند [۱۳ و ۱۴]:

$$\{a, e, i, \omega, v, \Omega\} = f(r, V), \text{ for Initial Orbit} \quad (1)$$

$$\{a_c, e_c, i_c, \omega_c, v_c, \Omega_c\} = f(r_c, V_c), \text{ for Coasting Orbit}$$

در شکل (۱)، OA فصل مشترک صفحات مدارهای اولیه و نهایی و OX فصل مشترک صفحات مدارهای اولیه و انتقالی است. مدار اولیه i_0 صفحه استوا را در B و با زاویه میل i قطع می‌کند. مدار d نیز صفحه استوا را در E و با زاویه میل i_d قطع می‌کند. زاویه v به عنوان المان true anomaly خط OX که از نقطه حقیض مدار اولیه اندازه‌گیری می‌شود در نظر گرفته می‌شود.



شکل ۱- هندسه مدارهای مرتبط و نسبت آنها به صفحه استوا

زاویه v_c عبارت است از زاویه انتقال اندازه‌گیری شده در صفحه مدار انتقال که از المان true anomaly نقطه X در صفحه انتقال مداری به‌دست می‌آید.

زاویه ϕ ، چرخش صفحه مداری را از مدار اولیه به مدار انتقالی نمایان می‌سازد. با استفاده از روابط مکانیک مداری خواهیم داشت:

$$\cos \phi = \frac{\mathbf{h}_i \cdot \mathbf{h}_c}{\|\mathbf{h}_i\| \cdot \|\mathbf{h}_c\|} \quad (2)$$

که در آن \mathbf{h}_i و \mathbf{h}_c به ترتیب، بردارهای مومنوم زاویه‌ای مخصوص مدارهای اولیه و انتقالی هستند. این دو بردار از حاصل ضرب خارجی بردارهای موقعیت و سرعت متناظر خود به‌دست می‌آیند. زاویه فوق

وسیله پرنده، گراف مشاهده‌پذیری ساخته می‌شود و سپس الگوریتم دایجسترا برای جستجوی کوتاه‌ترین مسیر از هر گره مورد استفاده قرار می‌گیرد. حاصل این الگوریتم‌ها عموماً مسیری در صفحه یعنی یک مسیر دو بعدی است [۹]. روش‌های مبتنی بر شبکه‌بندی عموماً قابلیت همگرایی در زمان بلادرنگ را دارند ولی اگر معیارهای دینامیکی وسیله پرنده در آنها لحاظ شود، با مشکل مواجه می‌شوند. از الگوریتم ژنتیک نیز برای طراحی مسیر استفاده شده است [۱۰]، که جواب نزدیک بهینه تولید می‌کند.

روش دیگر مسئله بهینه‌سازی مسیر در ماهواره‌ها بر مبنای کمینه‌کردن تغییرات سرعت لازمه صورت می‌پذیرد و این مسئله نیز معادل مصرف کمینه انرژی است [۱۱ و ۱۲]. هنگام رسیدن به فاز سُرش^۱ و زمان خاموشی موتور، سرعت حقیقی پرنده باید متناظر با سرعت لازمه باشد. سرعت لازمه (V_T) در لحظه خاموشی موتور، یک کمیت مشخصی نسبت به یک بردار موقعیت داده شده در همان لحظه و بردار موقعیت پایانی است، به طوری که ماهواره‌بر با این سرعت می‌تواند در یک مسیر پرواز آزاد پیش‌بینی شده جهت رسیدن به نقطه پایانی قرار گیرد.

در این مقاله، انتقال ناشی از دو ضربه (اختلاف) سرعت در دوطرف مسیر (بین مدار اولیه و مدار نهایی) به‌صورت بهینه برای تعیین سرعت لازمه به‌دست می‌آید. جهت احراز از پیچیدگی روابط هندسی که در مقاله [۱۲] به آن پرداخته شده، با تکیه بر روش‌های هندسی مبتنی بر روابط حاکم بر مکانیک مداری [۱۳ و ۱۴]، سعی بر این شده است که از مدل ریاضی مناسبی برای کسب سرعت بهینه در طراحی مسیر سُرش استفاده شود که در ادامه به آن پرداخته می‌شود. به‌طور همزمان، از روش هدایت Q نیز استفاده شده تا در هر لحظه پارامترهای مدار بهینه سُرش که مداری بیضوی است حاصل گردد.

مدل‌سازی مسئله

شکل (۱)، هندسه مسیر بیضوی اولیه i_0 را بعد از قطع تراست فرضی در t ، مسیر انتقال (سُرش) c و مدار دایره‌ای خواسته شده d نشان می‌دهد. بعد از به‌کارگیری ضربه ΔV_1 در محل X ، موشک به سرعت V_c در X دست می‌یابد و متعاقباً مسیر سُرش c را می‌پیماید. با اعمال ضربه دیگر ΔV_2 در Y ، سرعت مداری دایره‌ای $(\mu/r_d)^{1/2}$ حاصل می‌شود. محل Y که نقطه اوج^۲ مدار انتقالی است در ابتدا مشخص نیست. مقاله حاضر، مدار انتقال سُرش c را تعیین می‌کند درحالی‌که مقدار ضربه کل موردنیاز می‌نیمم باشد. برای مجموعه بهینه‌ای از ΔV_1 و ΔV_2 ، ورودی بهینه نقطه Y و سرعت

1. Coast phase
2. Apogee

در ادامه به روش مناسب جستجوی می‌نیم تابع پرداخته می‌شود.

روش جستجوی فیوناچی^۱

از آنجاکه تابع هزینه به صورت یک بعدی و برحسب v_c عنوان شد، کافی است که یکی از روش‌های جستجو برای توابع یک بعدی مورد استفاده قرارگیرد. روش‌های متعددی وجود دارد که می‌توان به روش‌هایی چون گلدن سکشن^۲، بی‌سکتور^۳، نیوتن^۴، فیوناچی و ... اشاره کرد که در میان آنها روش فیوناچی به دلیل استفاده از بازه‌های نامساوی (با به کارگیری سری فیوناچی) در محدوده مورد نیاز، توانایی مناسبی را در یافتن سریع‌تر نقطه کمینه تابع دارد [۱۵ و ۱۶].

سری فیوناچی $\{F(k)\}$ به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$F_0 = F_1 = 1 \quad ; \quad F_{k+1} = F_k + F_{k-1}, \text{ for } k = 1, 2, \dots \quad (A)$$

اگر $[a_k, b_k]$ ، k امین فاصله نامعلوم باشد، قرار می‌دهیم:

$$\lambda_k = a_k + \left(1 - \frac{F_{n-k}}{F_{n-k+1}}\right)(b_k - a_k) = a_k + \frac{F_{n-k-1}}{F_{n-k+1}}(b_k - a_k), k = 1, \dots, n-1 \quad (9)$$

$$\mu_k = a_k + \frac{F_{n-k}}{F_{n-k+1}}(b_k - a_k), k = 1, \dots, n-1 \quad (10)$$

اگر $J(\lambda_k) < J(\mu_k)$ آنگاه، فاصله جدید نامعلوم عبارت است از $[a_{k+1}, b_{k+1}] = [a_k, \mu_k]$ در غیر این صورت؛ $[a_{k+1}, b_{k+1}] = [\lambda_k, b_k]$ این مسئله تکرار می‌شود تا اینکه $b_{k+1} - a_{k+1} < \varepsilon$, for some tolerance $\varepsilon > 0$

$$v_c^* = \frac{a_{k+1} + b_{k+1}}{2} \text{ می‌دهیم.}$$

روش هدایت مسیر

در این مسئله، هدایت مسیر ماهواره‌بر به شرایط پایانی، معادل با هدایت بردار سرعت حصول V_g به سمت صفر است. برای این منظور از مکانیزم الگوریتم هدایتی Q استفاده شده است [۱۱]. ایده سیاست هدایتی که در اینجا اتخاذ شده عبارت است از ثابت کردن نقطه روانه‌سازی در هر لحظه و سپس هدایت بهینه موشک از حالت اغتشاشی به یک نقطه روانه‌سازی جدید. مؤلفه‌های بردار r در ماتریس Q مستقیماً از واحد اندازه‌گیری اینرسیال (IMU) فراهم شده و مؤلفه‌های سرعت لازمه V_r (یا V_c^*) از مسیر بهینه‌ای که توسط v_c^* به دست آمده حاصل می‌شوند. ورودی‌های ماتریس Q در هر سیکل، به‌هنگام‌سازی می‌شود.

برای انتقال بردار سرعت از صفحه مدار انتقال به صفحه مدار اولیه مورد استفاده قرار می‌گیرد.

پارامترهای مداری مسیر انتقالی $\{a_c, e_c, i_c, \omega_c, \Omega_c\}$ که در این لحظه مشخص نبوده و از یک مدار انتقالی به مدار دیگر فرق می‌کنند موضوع بهینه‌سازی هستند. الباقی متغیرها از پارامترهای مداری از قبل تعیین شده (مانند $i, \theta, \omega, \Omega$) برای مدارهای اولیه و نهایی قابل حصول است. زاویه v_c که نقطه Y در شکل فوق را مشخص می‌کند، یک متغیر آزاد مستقل در نظر گرفته می‌شود و المان‌های دیگر می‌توانند به‌عنوان تابعی از متغیر v_c و پارامترهای شناخته شده دیگر بیان شوند.

بسط توابع ضربه مورد نیاز

مدار انتقالی سرش بهینه به صورتی تعریف می‌شود که ضربه کل مورد نیاز (شامل ۲ ضربه سرعت در X و Y) کمینه باشد. V_c و V_d به ترتیب سرعت پرنده در مدارهای اولیه و سرش در محل X است. بنابراین مجذور افزایش سرعت مورد نیاز در این محل عبارت است از:

$$\Delta V_1^2 = (V_c - V)^2 = \left[\sqrt{\mu \left(\frac{2}{r} - \frac{1}{a_c} \right)} - \sqrt{\mu \left(\frac{2}{r} - \frac{1}{a} \right)} \right]^2 \quad (3)$$

همچنین V_d و V_{ca} ، به ترتیب سرعت پرنده در مدارهای سرش و نهایی در محل Y است. بنابراین مجذور افزایش سرعت مورد نیاز در این محل عبارت است از:

$$\Delta V_2^2 = (V_d - V_{ca})^2 = \left[\sqrt{\frac{\mu}{r_d}} - \sqrt{\mu \left(\frac{2}{r_d} - \frac{1}{a_c} \right)} \right]^2 \quad (4)$$

مجموع معادلات ۳ و ۴ عبارت است از کل ضربه مورد نیاز برای انتقال از مدار اولیه به مدار نهایی. محل Y و کل ضربه مورد نیاز بستگی به نحوه انتخاب مسیر سرش دارد.

تعریف تابع هزینه

برای بهینه‌سازی مسیر پروازی انتقالی سرش، تابع محدب هزینه به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$J = \Delta V_1^2 + \Delta V_2^2 \quad (5)$$

در معادله فوق، همگی پارامترها تابعی غیرخطی از متغیر آزاد v_c هستند. به عبارت دیگر، v_c تنها متغیر تحت کنترل است و مقدار بهینه آن مطابق مفهوم ریاضی زیر به دست می‌آید:

$$v_c^* = \min [J(v_c)] \quad (6)$$

و با حصول این کمیت و استفاده از شرایط مدار اولیه، پارامترهای مداری مسیر سرش بهینه به دست می‌آیند:

$$\{p_c^*, a_c^*, e_c^*, i_c^*, \omega_c^*, \Omega_c^*, V_c^*\} = f(r_c^*, v_c^*), \quad r_c^* = r \quad (7)$$

1. Fibonacci search method
2. Golden section
3. Bisection
4. Newton

مثال عددی

جهت بررسی الگوریتم، تولید مسیر پروازی برای قراردعی محموله ۲۰۰ کیلوگرمی در مدار دایره‌ای ۴۰۰ کیلومتری مدنظر قرار گرفته است. داده‌های لازم برای تحلیل عددی در جدول (۱) آورده شده است. همچنین شرایط نهایی خواسته شده نیز در جدول (۲) آمده است. با توضیحاتی که قبلاً داده شد، در ابتدای شبیه‌سازی پرواز، ماهواره‌بر در فاز قدرتی مراحل اول و دوم خود را براساس روش چرخش جاذبه‌ای انجام می‌دهد و سپس در طول فاز موتور روشن مرحله سوم، با استفاده از ظرفیت پیشرانشی، مبادرت به انجام افزایش سرعت تا رسیدن به شرایط نهایی می‌کند.

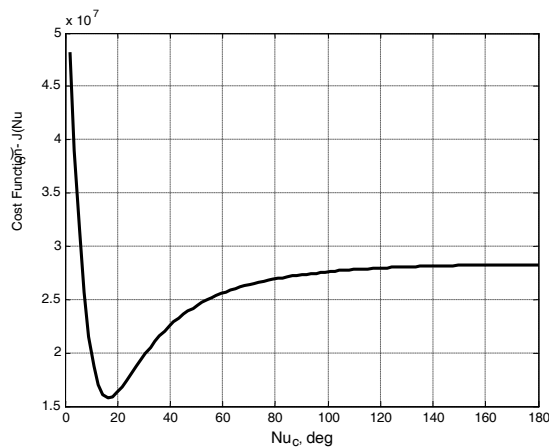
جدول ۱- داده‌های اولیه

W_{TOT}	20×10^3 kg
W_{PL}	250 kg
T_1	83×10^3 kgf
T_2	67.5×10^3 kgf
T_3	14.5×10^3 kgf
t_{b1}	26 sec
t_{b1}	18 sec
t_{b2}	120 sec
R_E	6378 km

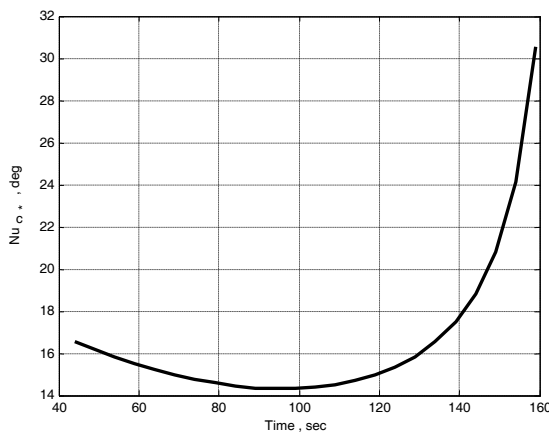
جدول ۲- شرایط نهایی خواسته شده

i_d	28.5 deg
Ω_d	50.0 deg
H_d	400 km

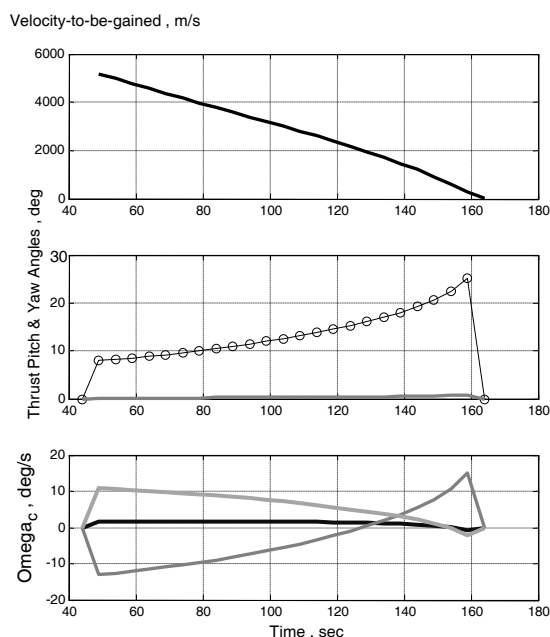
شکل (۲)، نمودار تابع هزینه J را براساس زاویه هندسی ν_c به ازای یک لحظه نشان می‌دهد. با استفاده از روش جستجوی فیبوناچی، مقدار ν_c بهینه در هر لحظه حاصل می‌شود. شکل (۳)، نمودار مقادیر بهینه ν_c^* را در مدت زمان مورد نظر نشان می‌دهد. به‌طور همزمان، از روش هدایت Q استفاده شده تا متعاقباً پارامترهای مدار بهینه سرش که مداری بیضوی است حاصل گردد. شکل (۴)، نمودار تغییرات کاهشی V_g ، زوایای بردار تراست موتور و سرعت زاویه‌ای پرنده در سه‌جهت برحسب زمان در مدت‌زمان استفاده الگوریتم هدایت مسیر (مرحله سوم) را نشان می‌دهد. حلقه شبیه‌سازی تا رسیدن به ارتفاع مداری خواسته شده ادامه می‌یابد. نمودار نهایی تغییرات سرعت و ارتفاع در شبیه‌سازی مسیر پروازی در شکل (۵) قابل مشاهده است. این شبیه‌سازی در محیط متلب توسعه یافته است.



شکل ۲- تغییرات تابع $J(\nu_c)$ تولیدشده برحسب ν_c برای یک لحظه



شکل ۳- نمودار ν_c^* بهینه تولیدشده در لحظات بهینه‌سازی

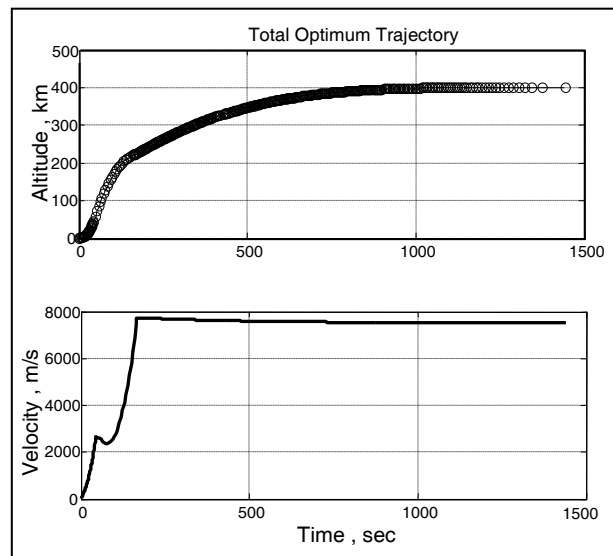


شکل ۴- نمودار تغییرات کاهشی V_g ، زوایای تراست موتور و سرعت زاویه‌ای در سه‌جهت برحسب زمان در مدت زمان هدایت مسیر

فرآیند به‌دست‌آمده را برای هر ماهواره‌بر یا فضاپیما که نیاز به مسیر سرش قابل توجه یا مدار انتقالی داشته باشد می‌توان به‌خوبی پیاده‌سازی و اجرا کرد و کافی است که با سیستم هدایت، ناوبری و کنترل، بتوان ماهواره‌بر را روی مسیر بهینه نگه داشت. بنابراین، یکپارچه‌سازی این مسئله با سیستم هدایت و کنترل پرنده به‌صورت ۶ درجه آزادی و دنبال کردن مسیر حاصل از روش فوق در کل زمان پرواز، می‌تواند ادامه تحقیقات این مقاله تلقی شود.

مراجع

- [1] Vincent T. L. and Grantham W. J., *Nonlinear and Optimal Control Systems*, John Wiley and Sons, Inc., 1997.
- [2] Betts, J. T., "Survey of Numerical Methods for Trajectory Optimization," *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, Vol. 21, No. 2, 1998, pp. 193-207.
- [3] Brinda V. and Dasgupta, S., "Nonlinear Tracking Guidance Algorithm for an Air-Breathing Launch Vehicle," *AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference and Exhibit*, 2005, pp.1-13.
- [4] Ross, I. M., D'Souza, C., Fahroo, F. and Ross, J. B., "A Fast Approach to Multi-Stage Launch Vehicle Trajectory Optimization," *AIAA Guidance, Navigation and Control Conference and Exhibit*, 2003-5639.
- [5] Vincent T. L. and Grantham W. J., *Nonlinear and Optimal Control Systems*, John Wiley and Sons, 1997.
- [6] Betts, J. T., and Huffman, W. P., "Path Constrained Trajectory Optimization Using Sparse Sequential Quadratic Programming," *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, Vol. 16, No. 1, pp. 59-68, 1993.
- [7] Ping, L. and Sun, H., "Closed-Loop Endo-Atmospheric Ascent Guidance," *AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference and Exhibit*, 2002-4558.
- [8] Brinda V. and Punnoose, L. S., "On-Line Trajectory Optimization of a Typical Air-Breathing Launch Vehicle using Energy State Approximation Approach", *Proceedings of the International Conference on Advances in Control and Optimization of Dynamical Systems* (ACODS2007).



شکل ۵- نمودار نهایی تغییرات ارتفاع و سرعت برحسب زمان تا رسیدن به مدار نهایی

خلاصه و نتیجه‌گیری

مسیر سه‌بعدی سرش یک ماهواره‌بر براساس هندسه مسیر و شرایط ابتدایی و انتهایی آن به‌صورت تحلیلی توسعه داده شد و برای بهینه شدن مسیر انتقالی، مقدار تغییرات سرعت موردنیاز به‌عنوان پارامتر اصلی در میزان مصرف انرژی پرنده و به‌صورت تابعی از یک پارامتر هندسه مسیر تبیین شده و از روش‌های جستجو همچون روش فیبوناچی، هندسه مسیر سایز شده و براساس الگوریتم فوق، المان‌های مداری مسیر انتقالی یک ماهواره‌بر نامی، از ابتدا تا انتها و به‌وسیله مدل‌سازی و شبیه‌سازی نرم‌افزاری تعیین شد. به دلیل استفاده همزمان با یک الگوریتم هدایتی مانند هدایت Q، روش فوق قابلیت استفاده به‌صورت Online را خواهد داشت و این مسئله یک برتری محسوب می‌شود.