

گزارش فنی

# استفاده از طرح رویه پاسخ (RSM) در تخصیص بهینه تکرانس

مهدی نقی‌خانی<sup>۱</sup> و حمیدرضا علی‌محمدی<sup>۲</sup>

۱- دانشکده اقتصاد، دانشگاه علامه طباطبائی

۲- دانشکده مهندسی هوافضا، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی

\* تهران، خ بخارست

naghikhani\_m@yahoo.com

یکی از مسائل مهم و پیچیده در طراحی قطعات و محصولات به‌خصوص در صنایع حساس و دقیق (مانند صنایع هوایی، فضایی و ...) انتخاب مقدار بهینه تکرانس برای اجزای تشکیل‌دهنده است. عموماً مهندسان طراحی تمایل دارند تکرانس‌ها را بسته در نظر گیرند تا محصول از لحاظ عملکردی و قابلیت اطمینان در سطح بالایی قرار گیرد و این در حالی است که مهندسان ساخت و تولید تمایل دارند تا از تکرانس‌های باز استفاده کنند تا فرایند تولید راحت‌تر، ارزان‌تر و عملیاتی‌تر باشد. در این مواقع مهم‌ترین مسئله، مطالعه توازن بین دو مقوله تکرانس و سایر عوامل متأثر از آن از قبیل کیفیت، هزینه، تولید و غیره است. در این زمینه، مقالات و روش‌های متعددی وجود دارد. در این مقاله سعی داریم با استفاده از یکی از ابزارهای آمار و ریاضی تحت عنوان «روش رویه پاسخ (RSM)» ابتدا طریقه تشخیص تکرانس‌های بحرانی را تشریح کرده و در ادامه طریقه تخصیص بهینه تکرانس - در حالتی که هزینه تولید یا مشخصه کیفی بهینه می‌شود - مورد بررسی قرار گیرد.

واژه‌های کلیدی: روش رویه پاسخ، تخصیص تکرانس، هزینه، طرح آزمایش‌ها

## مقدمه

عموماً در فرایند طراحی و توسعه محصولات، سه مرحله طراحی سیستم، طراحی پارامتر و طراحی تکرانس وجود دارد [۱]. در طراحی سیستم (طراحی مفهومی) یک مهندس از اصول مهندسی و علمی برای تعیین ساختار و آرایش اولیه استفاده می‌کند. مثلاً اگر بخواهیم مقاومت نامعلومی را اندازه‌گیری کنیم، ابتدا باید از دانش مدار الکتریکی برای تعیین سیستم اولیه که ساختار پل واتسن دارد استفاده کنیم. در مرحله طراحی پارامتر، مقادیر خاص برای پارامترهای سیستم تعیین می‌شود و هدف تعیین مقادیر اسمی بر اساس یکسری از معیارها و الزامات است. در این مرحله از دو کلاس طراحی تحت عنوان «روش‌های

تجربی و روش‌های استوار<sup>۳</sup> استفاده می‌شود و در مرحله طراحی تکرانس، بهترین تکرانس برای پارامترها تعیین می‌شود. در این مرحله تکرانس‌های حساس براساس روش‌های مختلف تعیین و بر اساس آن تکرانس انتخاب می‌شود [۳]. در حقیقت تکرانس (ابعادی و هندسی)، مؤلفه‌ای در طراحی است که پل ارتباطی بین مهندسان طراح و مهندسان ساخت و تولید و بازاریابی و غیره است و باید مشخصه‌های مختلفی از جنس کیفیت و تولید مانند هزینه تولید، توانایی تولید، کیفیت نهایی، قابلیت مونتاژ، قابلیت بازرسی و مونتاژ، ... را در نظر گرفت. لذا با توجه به رشد روزافزون صنایع و ایجاد بازار رقابتی، صنایع ملزم به استفاده از فناوری‌ها و روش‌های نوین طراحی و ساختی در راستای ارتقای کیفیت محصولات و کاهش هزینه شده‌اند. یکی از ابزارهایی که مهندسان طراحی و تولیدی را در این زمینه

۱- کارشناس ارشد، آمار کاربردی

۲- کارشناس ارشد (نویسنده مخاطب)

3. Robust Design

۱- توانایی ارتباط بین انواع توابع تolerانس - هزینه برای مسائل خاص

۲- توانایی در تشخیص پارامترهای حساس در هزینه که در صورت عدم رعایت موارد فوق، خطای نسبتاً زیاد در برازش مدل و جواب‌های حاصله ایجاد می‌شود. لذا استفاده از این روش‌ها به سختی و با خطای نسبتاً زیاد همراه است. برای فائق آمدن بر این مشکلات، روش رویه پاسخ به عنوان یک روش علمی مناسب برای طرح‌ریزی آزمایش‌ها و برازش یک مدل چند جمله‌ای تابع هزینه تولید - تolerانس، معرفی می‌شود. مهم‌ترین مزیت روش رویه پاسخ این است که علاوه بر رفع مشکلات ذکر شده توانایی شناسایی پارامترهای حساس و بحرانی را نیز دارد.

### فرمول‌بندی مسئله تخصیص تolerانس براساس هزینه

یک روش برای مسئله حداقل هزینه تولید - تخصیص تolerانس، تعیین تolerانس‌های بهینه اجزاء و مؤلفه‌ها از طریق حداقل کردن هزینه‌های تولید با توجه به محدودیت‌های انباشتگی تolerانس و دیگر محدودیت‌های طراحی است. فرض کنید فرایند مونتاژ یک محصول یا قطعه، شامل  $n$  مؤلفه یا جزء مختلف باشد و فرایند تولید هر جزء تحت کنترل آماری است و همچنین  $t_i$  تolerانس مؤلفه نام  $T$  و تolerانس انباشته یا تolerانس مونتاژ است. در این صورت فرمول‌بندی مسئله تخصیص تolerانس به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\text{Minimize } \eta(t_1, t_2, \dots, t_n)$$

subject to

$$t_1 + t_2 + \dots + t_n \leq T \quad (1)$$

$$l_i \leq t_i \leq u_i \quad i = 1, 2, \dots, n$$

Other restrict

که  $u_i, l_i$  حدود پایین و بالای تolerانس جزء نام،  $t_i$  و  $\eta(t_1, t_2, \dots, t_n)$  تابع هزینه کلی نامعلوم است. اما در اغلب مسائل صنعتی، رابطه و مدل بین هزینه‌های کل تولید و تolerانس‌های اجزاء ناشناخته است. در این زمینه تحقیقات مختلفی انجام شده است. اطهری و موحدی (۱۳۸۴) با استفاده از الگوریتم ژنتیک به بهینه‌سازی تابع هزینه - تolerانس با در نظر گرفتن قید مربوط به کیفیت محصول با استفاده از روش DLM، RSS و بدترین حالات پرداخته است. در این زمینه می‌توان به مراجع [۵] و [۴] اشاره کرد. جینگ (۲۰۰۲) با استفاده از شبیه‌سازی کامپیوتری داده‌های مسئله را ایجاد و با استفاده از رویه پاسخ<sup>۴</sup> (RSM) تابع هزینه را

یاری می‌کند؛ تخصیص بهینه تolerانس است. معمولاً تکنیک‌های تخصیص بهینه تolerانس به دو دسته تقسیم می‌شود [۳]:  
الف- روش‌های تجربی و سنتی که عبارتند از:

- مراجع و استانداردهای بین‌المللی
- تحلیل خطی و غیرخطی تolerانس بدترین حالت<sup>۴</sup> (WC)
- روش‌های خطی و غیرخطی آماری (مانند ریشه مجموع مربعات<sup>۵</sup> (RSS))
- روش‌های تحلیل حساسیت و موضوعات مرتبط (خطی‌سازی مستقیم<sup>۶</sup> (DLM)، شبیه‌سازی مونت کارلو، تجزیه و تحلیل واریانس (ANOVA و ... [۱۳ و ۸])
- تکنیک‌های طراحی به کمک کامپیوتر (CAD) [۸]

ب- تحلیل تolerانس بهینه براساس هزینه  
در فصل ۱۰ مرجع [۳]، نقاط قوت و ضعف این روش‌ها (سنتی و تجربی) ارائه شده است. البته روش‌های دیگری نیز وجود دارد: ممان‌های سیستم<sup>۷</sup>، هاسوفر-لیند<sup>۸</sup> و انتگرال‌گیری اشاره کرد [۱۶ و ۵].  
ب- روش‌های استوارسازی

این روش در نیمه دوم دهه ۱۹۸۰، توسط پرفسور تاگوچی ارائه شده است که هدف از آن طراحی محصول است؛ به گونه‌ای که نسبت به شرایط اغتشاش غیرحساس یا استوار باشد. این روش، اخیراً، توسط شرکت‌ها و سازمان‌هایی با محصولات پیچیده و با قابلیت اطمینان بالا «تحت عنوان طراحی استوار» استفاده می‌شود. اما امروزه، مفاهیم اقتصادی همراه با تolerانس‌گذاری مؤلفه‌ها و اثر آن در کیفیت و هزینه تولید و مونتاژ، یکی از موضوعات روز دنیا در طراحی و ساخت است. مسئله تخصیص بهینه تolerانس براساس هزینه، اغلب همانند مسئله بهینه‌سازی غیرخطی، فرمول‌بندی می‌شود که اغلب از توابع هزینه تولید - تolerانس به عنوان متغیر پاسخ استفاده می‌شود [۴ و ۱]. بدین صورت که هزینه کل تولید یا مشخصه کیفی به عنوان متغیر پاسخ و تolerانس‌ها، متغیرهایی است که روی هزینه تولید تأثیر می‌گذارند. جدول (۱) انواع توابع هزینه را نشان می‌دهد [۳]. اگرچه تخصیص تolerانس با استفاده از این روابط در صنایع به خوبی پذیرفته شده است اما در استفاده از این مدل‌ها، مهندسان طراح باید چند مهارت زیر را داشته باشند [۳]:

- ۱- توانایی مدل‌سازی و حل معادلات پیچیده ریاضی (جدول ۱)
- ۲- توانایی در حل معادلات غیرخطی هندسی

4. Linear and Nonlinear Worst-Case Tolerance Analysis  
5. Root of Sum Square  
6. Direct Linear Methodology  
7. System Moments  
8. Hasofer-Lind

- کنترل و پیش‌بینی مشخصه کیفی با توجه به تغییرات دلخواه روی متغیرهای ورودی به منظور پیدا کردن سطوحی از عوامل که مشخصه کیفی را بهینه می‌کند (بهینه‌سازی فرایند).

معمولاً RSM در فرایندهایی به کار می‌رود که رابطه بین مشخصه‌های کیفی و متغیرهای ورودی بسیار پیچیده و ناممکن است. در این نوع مدل‌ها معمولاً برای برآورد رابطه بین متغیر پاسخ و متغیرهای ورودی از یک مدل چندجمله‌ای مرتبه دوم به صورت زیر استفاده می‌شود [۱۱]:

$$\hat{y}(x) = \hat{\beta}_0 + \sum_1^n \hat{\beta}_i x_i + \sum_1^n \hat{\beta}_{ii} x_i^2 + \sum_1^n \sum_1^n \hat{\beta}_{ij} x_i x_j \quad (1)$$

که در این مدل  $x_i$  متغیر ورودی و  $\hat{\beta}_0, \hat{\beta}_i, \hat{\beta}_{ii}, \hat{\beta}_{ij}$  برآورد اثرهای ثابت، خطی، درجه دوم و متقابل متغیرهای ورودی است. این مدل در روش رویه پاسخ نقش بسیار مهمی ایفا می‌کند زیرا:

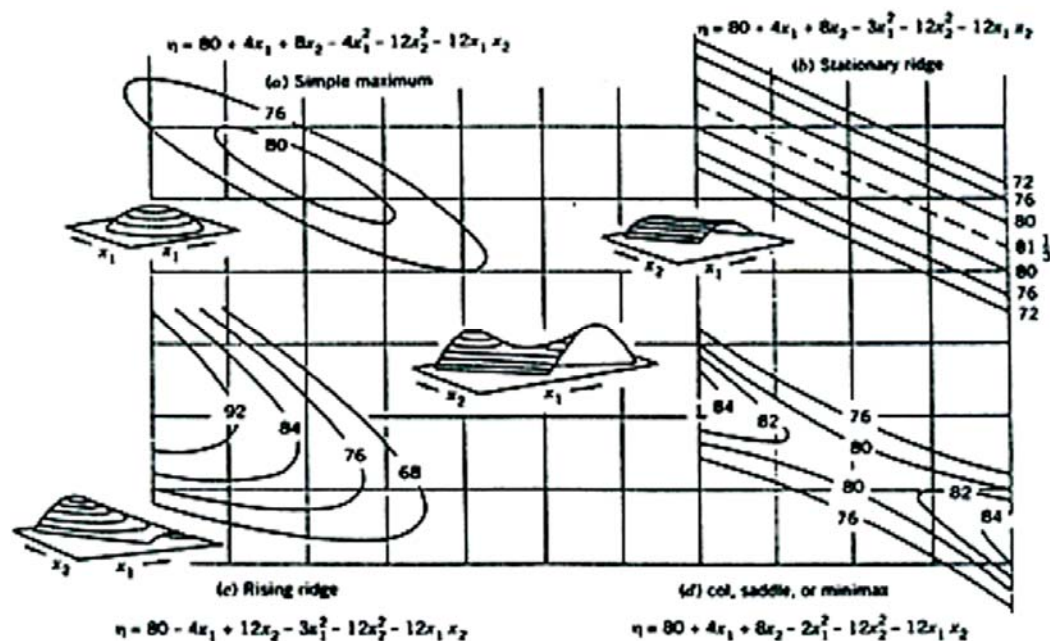
- ۱- مدل مرتبه دوم توانایی زیادی برای نمایش حالت‌های مختلف توابع منحنی دارد. شکل (۱) انواع حالت‌های مختلف این توابع را نشان می‌دهد.
- ۲- برآورد پارامترهای این مدل بسیار راحت است (از روش حداقل مربعات معمولی).
- ۳- از طریق تجربی ثابت شده است که مدل مرتبه دوم کامل برای مدل‌بندی سامانه (فرایند تولید) بسیار مناسب است و اثرات مرتبه سوم و بالاتر معمولاً مهم نیست.

بهینه‌سازی کرده است. مرجع [۱۲] با استفاده از طرح‌های آزمایش آمیخته و RSM تابع هزینه- تلرانس را بهینه‌سازی کرده است.

در این مقاله سعی شده است؛ ابتدا، انواع طرح‌های رویه پاسخ (BDD, CCD, ..) بررسی شود و سپس با استفاده از RSM طریقه مدل‌سازی رابطه بین هزینه تولید، به‌عنوان متغیر پاسخ و تلرانس‌های اجزاء، به‌عنوان متغیرهای ورودی تشریح می‌شود و در نهایت بعد از تعیین تلرانس‌های حساس با استفاده از تحلیل واریانس (ANOVA) تلرانس‌هایی که منجر به بهینه شدن هزینه‌های تولید می‌شود را در یک مثال کاربردی پیدا می‌کنیم.

## روش رویه پاسخ

روش رویه پاسخ (RSM) یک مجموعه‌ای از طرح‌های آماری و تکنیک‌های بهینه‌سازی عددی است که به منظور توسعه، بهبود و بهینه‌سازی فرایند و محصولات به کار گرفته می‌شود [۱۰]. این تکنیک برای مدل‌بندی و آنالیز مسائلی که چندین متغیر ورودی تأثیر بالقوه‌ای بر معیار عملکرد یا مشخصه کیفی از محصول یا فرایند دارند مفید و مؤثر است. این روش از دهه ۱۹۵۰ توسط باکس و ویلسون با دیدگاه حل مسائل صنعتی و در زمینه بهبود کیفیت مطرح شد و در بیست سال اخیر به صورت گسترده‌ای در بسیاری از علوم در حال استفاده است. در حقیقت روش رویه پاسخ با مدل‌بندی کردن مشخصه کیفی با متغیرهای ورودی فرایند اهداف زیر را دنبال می‌کند:

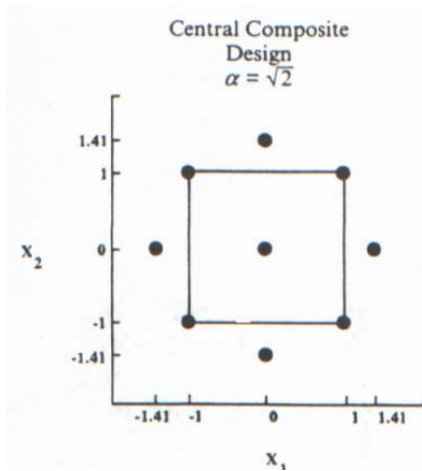


شکل ۱- شناسایی میزان و نوع اثر عوامل مهم و تأثیرگذار روی مشخصه کیفی

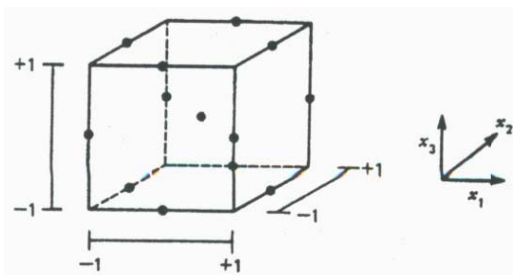
جدول ۱- توابع هزینه تولید - ترانس

Math Principle	Cost model	Analysis Model	Model author
Reciprocal	$A+B/T$	Lagrange multiplier	Chase & Greenwood
Reciprocal squared	$A + B/T^2$	Lagrange multiplier	Sports
Reciprocal power	$A + B/T^k$	Lagrange multiplier	Sutherland & Roth
Reciprocal power	$B/T^{ki}$	Nonlinear programming	Lee & Woo
Exponential	$Be^{-mT}$	Lagrange multiplier	Speckhart
Exponential/ Reciprocal power	$Be^{-mT/Tk}$	Nonlinear programming	Michael & Siddall
Piecewise linear	$A_i - B_i T_i$	Linear programming	Bjork & Patel
Empirical data	Discrete parts	Zero - one programming	Ostwald & Hung
Empirical data	Discrete parts	Combinatorial	Monte & Datseries
Empirical data	Discrete parts	Branch and bound	Lee & Woo

طرح‌های CCD و BDD یکی از انواع طرح‌هایی است که توانایی برازش مدل مرتبه دوم را دارد. که شکل (۲) و (۳) ساختار ساده طرح آزمایش CCD و BDD را نشان می‌دهد.



شکل ۲- طرح مرکزی مرکب (CCD)



شکل ۳- طرح باکس- بنکن (BDD)

در روش رویه پاسخ برای بهینه‌سازی سه گام زیر تعریف می‌شود:

الف) طرح‌ریزی مناسب جمع‌آوری اطلاعات و داده‌های مورد نیاز در این گام، طرح‌ریزی جمع‌آوری داده‌ها باید به‌گونه‌ای باشد که بتوان به‌وسیله آن مدل چندجمله‌ای مرتبه دوم را برازش داد که از فن طرح آزمایش‌ها<sup>۱</sup> (DOE) و از طرح‌های مخصوص رویه پاسخ استفاده می‌شود. فن طرح آزمایش‌ها مجموعه‌ای از روش‌های آماری است که برای طرح‌ریزی سازمان‌یافته آزمایش‌ها در راستای اهداف از پیش تعیین یافته است. مهم‌ترین ویژگی طرح آزمایش‌ها توانایی طراحی آزمایش‌ها با کم‌ترین هزینه و تعداد آزمایش و حداکثر اطلاعات فرایند مورد بررسی است. در این روش متناسب با نوع مسئله، انواع آزمایش‌ها از جمله طرح‌های بلوکی، طرح‌های عاملی، طرح‌های عاملی کسری و ... می‌توان نام برد. مرجع [۱۰] اطلاعات بسیار کاملی از انواع طرح‌های آزمایش و زمینه‌های کاربرد آن ارائه کرده است. تعداد زیادی از رده طرح‌های آزمایش برای برازش مدل مرتبه دوم وجود دارد، که این‌گونه طرح‌ها براساس معیارهای مختلف و مهم ایجاد شده است. در حالت کلی طرح‌های رویه پاسخ به دو دسته تقسیم می‌شود:

۱. طرح‌های استاندارد: (طرح مرکزی مرکب<sup>۲</sup> (CCD)، طرح باکس- بنکن<sup>۳</sup> (BDD) و ...)
۲. طرح‌های غیراستاندارد: (D-optimal، G-optimal و ...)

1. Design of Experiments  
2. Central Composite Design  
3. Box Behken Design

## روش رویه پاسخ برای بهینه‌سازی مسئله تخصیص تلرانس بهینه

در روش رویه پاسخ برای برآورد پاسخ  $\eta(t_1, t_2, \dots, t_n)$  فرض می‌شود که  $t_1, t_2, \dots, t_n$  متغیرهای ورودی طرح هستند. همان‌طور که گفته شد در روش RSM از متغیرهای کدبندی شده استفاده می‌شود که فرمول کدبندی به صورت زیر است:

$$x_i = \frac{2t_i - (u_i + l_i)}{u_i - l_i} \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (2)$$

که  $x_i$  متغیرهای کدبندی متناظر با  $t_i$  است. حال با توجه به این که متغیرهای  $t_i$  در دامنه  $(l_i, u_i)$  قرار دارند؛ طبق رابطه بالا متغیرهای کدبندی شده در بازه  $(-1, 1)$  تغییر می‌کند و به همین صورت می‌توان رابطه محدودیت انباشتگی را در حالتی که متغیرها کدبندی شده‌اند به صورت زیر بازنویسی کرد:

$$\sum_{i=1}^n x_i \frac{(u_i - l_i) + (u_i + l_i)}{2} \leq T \quad (3)$$

و همچنین می‌توان تابع پاسخ  $\eta(t_1, t_2, \dots, t_n)$  وقتی که متغیرهای ورودی کدبندی شده‌اند به صورت  $y(x_1, x_2, \dots, x_n)$  در نظر گرفت یعنی:

$$\eta(t_1, t_2, \dots, t_n) \equiv y(x_1, x_2, \dots, x_n) \quad (4)$$

فرض کنید  $\hat{y}(x_1, x_2, \dots, x_n)$  برآورد تابع پاسخ  $y(x_1, x_2, \dots, x_n)$  است پس تابع پاسخ را در  $u$  آمین آزمایش را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$y_u(x_1, x_2, \dots, x_n) = \hat{y}_u(x_1, x_2, \dots, x_n) + \varepsilon_u \quad u = 1, \dots, m \quad (5)$$

که  $m$  تعداد کل آزمایش طرح‌ریزی شده است و  $\varepsilon_u$  خطای تصادفی است که دارای توزیع نرمال با میانگین صفر و واریانس ثابت می‌باشد. حال طبق روش RSM می‌توان مسئله تخصیص تلرانس بهینه را به صورت زیر تعریف کرد:

Minimize

$$COST = \hat{y}(x) = \hat{\beta}_0 + \sum \hat{\beta}_i x_i + \sum \hat{\beta}_{ii} x_i^2 + \sum \sum \hat{\beta}_{ij} x_i x_j \quad (6)$$

subject to

$$\sum_{i=1}^n x_i \frac{(u_i - l_i) + (u_i + l_i)}{2} \leq T$$

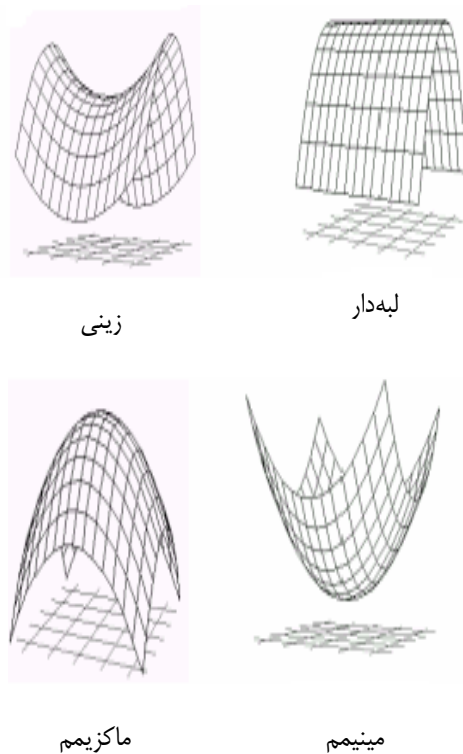
$$-1 \leq x_i \leq 1 \quad i = 1, 2, \dots, n$$

Other Restrict

چند نکته مهم:

- ۱- در بیان قیدها می‌توان از قیدهای طراحی که از تحلیل‌های بدترین حالات (WC)، RSS و ... استفاده کرد.
- ۲- در مسائل طراحی که تلرانس‌های مستقل  $(x_i)$  و وابسته  $(y)$  و تلرانس‌های هندسی وجود داشته می‌توان

مونته‌کرمی (۲۰۰۰) اطلاعات بسیار جامعی از انواع روش‌های درباره استفاده از طرح‌های CCD را ارائه داده است. در گام دوم، با استفاده از روش‌های مدل‌سازی آماری رابطه خطی مرتبه دوم بین متغیرهای ورودی (تلرانس) متغیر پاسخ (هزینه تولید یا دقت) با استفاده از روش حداکثر درست‌نمایی (MLE) به دست می‌آید و بعد از بررسی صحت مدل، نمودار رویه پاسخ و نمودار تراز رویه پاسخ درجه دوم به دست می‌آید. با توجه به نوع مسئله، عموماً چهار رویه به صورت لبه‌دار، زینی، ماکزیمم و مینیمم است (شکل ۴). در این فاز می‌توان با استفاده از تکنیک تجزیه و تحلیل واریانس (ANOVA) و آزمون‌های آماری تلرانس‌های حساس را مشخص کرد. در گام سوم با استفاده از روش‌های بهینه‌سازی مانند روش لاگرانژ چندگانه، روش سیمپلکس نلدر-مید<sup>۴</sup>، GRG<sup>۵</sup>، تابع مطلوبیت<sup>۶</sup>، الگوریتم ژنتیک<sup>۷</sup> (تک متغیره و چند متغیره)، شبکه‌های عصبی<sup>۸</sup> و ... استفاده کرد.



شکل ۴- چهار رویه لبه‌دار، زینی، ماکزیمم و مینیمم

4. Nelder- Mid Simplex
5. Generalized Reduced Gradients
6. Desirability Function
7. Genetic Algorithm
8. Neurotic Networks

باشند می‌توان استفاده کرد که از جمله آن می‌توان طرح‌های مرکزی مرکب و طرح‌های باکس-بنکن و ... را نام برد. در مثال فوق از یک طرح مرکزی مرکب برای طرح‌ریزی آزمایش‌ها استفاده می‌کنیم که در جدول (۲) نشان داده شده است.

جدول ۲- یک طرح CCD برای مثال شفت

u	$t_1$	$t_2$	$t_3$	T	$y_u$	$x_2$	$x_3$	$y_u$
۱	-۰.۲	-۰.۳	-۰.۴	-۰.۹	-۱	-۱	-۱	۱۶/۱
۲	-۰.۵	-۰.۳	-۰.۴	-۰.۱۲	۱	-۱	-۱	۱۴/۳
۳	-۰.۲	-۰.۷	-۰.۴	-۰.۱۲	-۱	۱	-۱	۱۴/۷
۴	-۰.۵	-۰.۷	-۰.۴	-۰.۱۶	۱	۱	-۱	۱۰/۶
۵	-۰.۲	-۰.۳	-۰.۸	-۰.۱۲	-۱	-۱	۱	۱۴
۶	-۰.۵	-۰.۳	-۰.۸	-۰.۱۶	۱	-۱	۱	۱۱/۴
۷	-۰.۲	-۰.۷	-۰.۸	-۰.۱۷	-۱	۱	۱	۱۲/۷
۸	-۰.۵	-۰.۷	-۰.۸	-۰.۲	۱	۱	۱	۷/۴
۹	-۰.۱	-۰.۵	-۰.۶	-۰.۱۲	-۱/۶۸۲	.	.	۱۴/۷
۱۰	-۰.۶	-۰.۵	-۰.۶	-۰.۱۷	۱/۶۸۲	.	.	۱۰/۵
۱۱	-۰.۳۵	-۰.۱۶	-۰.۶	-۰.۱۱۱	.	-۱/۶۸۲	.	۱۴/۱
۱۲	-۰.۳۵	-۰.۸۴	-۰.۶	-۰.۱۷۹	.	۱/۶۸۲	.	۹/۵
۱۳	-۰.۳۵	-۰.۵	-۰.۲۶	-۰.۱۱۱	.	.	-۱/۶۸۲	۱۵/۳
۱۴	-۰.۳۵	-۰.۵	-۰.۹۴	-۰.۱۷۹	.	.	۱/۶۸۲	۱۱/۳
۱۵	-۰.۳۵	-۰.۵	-۰.۶	-۰.۱۴۵	.	.	.	۱۲/۵
۱۶	-۰.۳۵	-۰.۵	-۰.۶	-۰.۱۴۵	.	.	.	۱۲/۶
۱۷	-۰.۳۵	-۰.۵	-۰.۶	-۰.۱۴۵	.	.	.	۱۲
۱۸	-۰.۳۵	-۰.۵	-۰.۶	-۰.۱۴۵	.	.	.	۱۲/۵
۱۹	-۰.۳۵	-۰.۵	-۰.۶	-۰.۱۴۵	.	.	.	۱۲/۷
۲۰	-۰.۳۵	-۰.۵	-۰.۶	-۰.۱۴۵	.	.	.	۱۱/۹

در گام دوم با استفاده از نرم‌افزار مینی‌تاب<sup>۱</sup> مدل مرتبه دوم بین هزینه کل تولید و تیرانس‌های کدبندی شده به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\hat{y}(x) = 12.36 - 1.56x_1 - 1.33x_2 - 1.25x_3 - 0.33x_3^2 - 0.03x_1x_2 \quad (9)$$

و مطابق با آماره F و  $R^2$  و نمودارهای باقیمانده‌ها و نرمالیتی مدل مرتبه دوم بالا مدل کارایی برای مسئله فوق است و طبق جدول تحلیل واریانس (ANOVA) همچنین تمام تیرانس‌ها به همراه اثر متقابل تیرانس جزء ۱ و ۲ در هزینه کل تولید تأثیر معنی‌داری دارند. حال مسئله بهینه‌سازی تیرانس را با توجه به سایر محدودیت‌ها به صورت زیر تعریف می‌شود:

صورت مسئله را به صورت سیستم پاسخ دوگان<sup>۹</sup> زیر تعریف کرد:

Minimize

$$\begin{cases} COST = \hat{y}(x) = \hat{\beta}_0 + \sum \hat{\beta}_i x_i + \sum \hat{\beta}_{ii} x_i^2 + \sum \sum \hat{\beta}_{ij} x_i x_j \\ y = f(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n) \text{ or } Deviation(y) \end{cases}$$

(۷)

subject to

$$\sum_{i=1}^n \frac{x_i(u_i - l_i) + (u_i + l_i)}{2} \leq T$$

$$-1 \leq x_i \leq 1 \quad i = 1, 2, \dots, n$$

Other Restrict

که در آن متغیرهای پاسخ هزینه و دقت تیرانس‌های وابسته (y) است. مرجع (۱۲) اطلاعات مفیدی در زمینه سیستم پاسخ دوگان و روش‌های بهینه‌سازی پاسخ‌های چند متغیره ارائه کرده است.

### مثال کاربردی

در ادامه برای تشریح مسئله تخصیص تیرانس بهینه از مثالی ساده برای طرح‌ریزی آزمایش و مدل‌سازی رویه پاسخ استفاده می‌شود.

برای تشریح چگونگی استفاده از روش RSM در مسئله تخصیص بهینه تیرانس، فرایند مونتاژ و ساخت یک شفت و همچنین اجزای آن را، که در شکل (۵) نمایش داده شده است، در نظر بگیرید. در این مسئله، هدف، تعیین تیرانس‌های  $t_1, t_2, t_3$  به گونه‌ای است که هزینه کل تولید حداقل شود. همچنین فرض می‌کنیم که طبق روش‌ها و اطلاعات مهندسی تیرانس‌ها در بازه‌های زیر تغییر می‌کنند:

$$0.02 \leq t_1 \leq 0.05$$

$$0.03 \leq t_2 \leq 0.07$$

$$0.04 \leq t_3 \leq 0.08$$

(۸)

$$T = 0.145$$

حال برای حل مسئله تخصیص بهینه تیرانس باید در گام اول طرحی را برای جمع‌آوری داده‌ها طراحی کرد که توانایی برآورد و برازش هر مدل مرتبه دوم را داشته باشد. بدین منظور باید سطوح عوامل (تیرانس‌ها) حداقل سه سطحی باشند و به عبارت دیگر از طرح‌های عاملی  $3^k$  یا عاملی کسری  $3^{k-p}$  استفاده کرد. اما این طرح‌ها به علت اینکه با افزایش تعداد متغیرها، تعداد آزمایش‌های آن بسیار زیاد می‌شود، مقرون به صرفه یا عملی نیست. در این حالت از طرح‌های دیگری که توانایی برازش مدل مرتبه دوم را با کم‌ترین تعداد آزمایش داشته

می‌رود و این توانایی را دارد که هم در حالت تک متغیره و هم چند متغیره به کار گرفته شود. به طور مثال در طراحی قطعاتی به کار می‌روند که هم تلرانس‌های وابسته و هم تلرانس‌های مستقل دارند.

$$\begin{aligned} & \text{Minimize } \sum_{j=1}^n f_j(t_j) \\ & \text{Maximum } R(t) \\ & \text{subject to} \\ & t_1 + t_2 + \dots + t_n \leq T \\ & l_i \leq t_i \leq u_i \quad i = 1, 2, \dots, n \end{aligned} \quad (12)$$

## مراجع

- [1] Chase, K. W., Greenwood, W. H., Loosli, B. G. and Hauglund, L. F., "Least Cost Tolerance Allocation for Mechanical Assemblies with Automated Process Selection", *Manufacturing Reviv*, Vol. 3, No. 1, 1990, pp.49-59.
- [2] Chase, K. W. and Parkinson, A. R., "A Survey of research in the Application of Tolerance Analysis to the Design Mechanical Assemblies," *Research in Engineering Design*, Vol. 3, No. 1, 1991, pp. 23-37.
- [3] Creveling, C. M., *Tolerance Design: A Handbook for Developing Optimal Pacification*, Wesley Longman, 1997.
- [4] Dong, Z., *Advanced Tolerancing Techniques: Tolerance Synthesis by Manufacturing Cost Modeling and Design Optimization*, Edited by H. C. Zhang, John Wiley & Sons, New York, 1997, pp.233-260.
- [5] Gao, J., Chase, K. W. and Magleby, S. P., "Comparison of Assembly Tolerance Analysis by the Direct Linearization and Modified Monte Carlo Simulation Methods," *Proceeding of the ASME Design Engineering Technical Conferences*, Boston, M A, 1995, pp. 353-36.
- [6] Jeang, A., "Robust Tolerance Design by Response Surface Methodology," *Journal of Advaced Manufacturing Design*, Vol. 15, No. 6, 1999, pp. 399-403.
- [7] Jeang, A. & Chars, C., "Concurrent Optimisiong of Parameter and Telrance Design Via Computer Simulation, Statistical Model", *Journal of Advaced Manufacturing Design*, Vol. 19, No. 6, 2002, pp. 432-441.
- [8] Kusiak, A. and Feng, C. X., "Deterministic Tolerance Synthesis: A Comparative Study," *Computer - Aided Design*, Vol. 27, Issue 10, 1995, pp. 759-768.
- [9] Kusiak, A. and Feng, C.-x., "Robust, Tolerance Design for Quality," *Journal of Engineering for Industry*, Vol. 118, No. 1, 1996, pp. 166-169.
- [10] Myers, R. H. and Mntgomery, D. C., *Response Surface Methodology, Process and Product Optimazation Using Desuigned Experiments*, Second Edition, Jouh Wiley & sons, new yourk, 2002.

Minimize

$$\hat{y}(x) = 12.36 - 1.56x_1 - 1.33x_2 - 1.25x_3 + 0.1x_1^2 - 0.18x_2^2 - 0.33x_3^2 - 0.03x_1x_2 - 0.25x_1x_3 - 0.03x_2x_3 \quad (10)$$

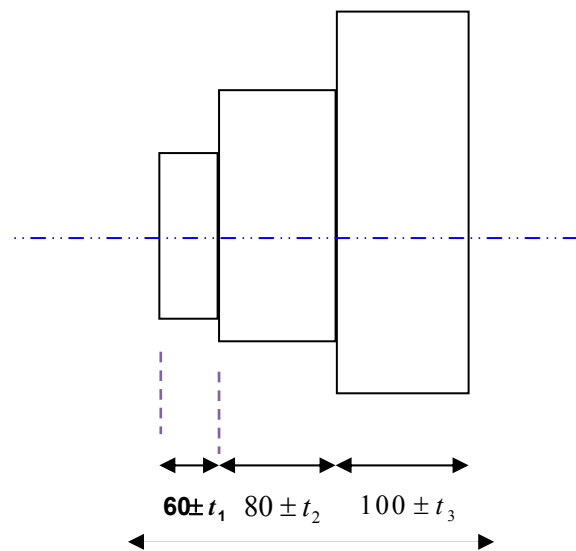
subject to

$$\frac{0.03x_1 + 0.07}{2} + \frac{0.04x_2 + 0.1}{2} + \frac{0.04x_3 + 0.12}{2} \leq 0.45$$

$$-1 \leq x_i \leq 1 \quad i = 1, 2, 3$$

برای حل این مسئله از نرم افزار اکسل (منوی Solver) که از الگوریتم GRG برای حل مسائل بهینه سازی استفاده می‌کند، استفاده می‌کنیم. حل بهینه این مسئله به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\begin{aligned} (x_1, x_2, x_3) &= (0.629, -0.018, -0.454) \\ (t_1, t_2, t_3) &= (0.444, 0.0496, 0.0506) \\ \text{total cost} &= 12.17 \end{aligned} \quad (11)$$



شکل ۵- استفاده از روش RSM در تخصیص بهینه تلرانس یک شفت

## نتیجه گیری و جمع بندی

تلرانس‌های مؤلفه‌ها می‌توانند به صورت یکنواخت در بین قسمت‌های هر محصول مونتاژی توزیع شود. به هر حال هر تلرانس مؤلفه می‌تواند هزینه‌های ساخت متفاوتی متناظر با پیچیدگی قطعه یا فرایند داشته باشد. به وسیله تعیین یک تابع تلرانس - هزینه برای مؤلفه تلرانس می‌توان هزینه تخصیص تولید را بهینه کرد. روش رویه پاسخ (RSM) روش نوینی است که با ایجاد طرح آزمایشی کارا و مدل سازی مناسب در زمینه تخصیص بهینه تلرانس‌ها به کار

- [14] Young, J. K. and Byung, R. C., "The Use of Response Surface Design in The Selection of Optimum Tolerance Allocation", *Quality Engineering*, Vol. 13, No.1, 2000-2001, pp. 35-42.
- [15] نقی‌خانی، مهدی، «بهینه‌سازی محصولات و فرایند ساخت بر اساس سیستم پاسخ دوگان»، [پایان‌نامه کارشناسی ارشد]، دانشگاه علامه طباطبایی، ۱۳۸۳.
- [16] اطهرفی‌فر، حسین و موحدی، محمدرضا، «تخصیص تلرانس و انتخاب تولید برای مجموعه‌های مکانیکی»، سیزدهمین کنفرانس بین‌المللی مکانیک، دانشگاه صنعتی شریف، ۱۳۸۴.
- [11] Myers, R. H., Montgomery, D. C., Vining, G. G. Borror, C. M. and Kowalski, S. M., "Response surface Methodology: Retrospective And Literative survey", *Journal of Quality Tecnonology*, Vol. 36, No.1, 2004, pp. 53-77.
- [12] Şehirlioğlu, A. K. and Özler, C., "The Use of Mixture Experiments in Tolerance Allocation Problems", *Journal of Advaced Manufacturing Design*, Vol. 35, No. 7-8, 2008, pp.769-777.
- [13] Bisgaard, S., Graves, S. and Shin, G. "Tolerancing Mechanical Assemblies with CAD and DOE", *Journal of Quality Technology*, Vol. 32, No. 3., 2000, pp. 231-240.