

# Reliability Allocation to Launch Vehicle Subsystems by Using AHP Method in Conceptual Design Phase

**M. Mirshams<sup>1\*</sup>, S. Irani<sup>2</sup>, A. M. Akhlaghi<sup>3</sup>, H. Naseh<sup>4</sup>**

Department of Aerospace Engineering, K.N. Toosi University of Technology

\* Estern Vafadar St., Tehranpars, Tehran, IRAN

**mirshams@kntu.ac.ir**

*The goal of this paper is presenting a methodology for reliability allocation to launch vehicle subsystems using Analytical Hierarchy Process (AHP) method in conceptual design phase. In this methodology, the goal function is reliability and the main considered criterions are technology, complexity, operational time of each subsystem and cost. For applying AHP method to launch vehicle subsystems reliability allocation, a Matlab code( for investigating compatibility and determining allocation weight factors by employing Matrix Eigen Vector Method) and a Excel sheet( for forming the comparison matrix) are employed. To this point, by using the outcomes of liquid-propellant launch vehicle conceptual design software (LVCD) which developed by authors, the launch vehicle specifications and operational time of each subsystems is derived and is feed to this methodology as input. The results of applying this method to launch vehicle reliability allocation for the second stage of a launch vehicle, shows the error of this method below 2%. It is clear that this small error in reliability issues in conceptual design phase is acceptable.*

**Keywords:** Reliability Allocation, Launch Vehicle, Analytical Hierarchy Process (AHP)

- 
1. Assistance Professor (Corresponding Author)
  2. Assistance Professor
  3. Student MS.c
  4. PhD Candidate

# تخصیص قابلیت اطمینان زیرسامانه‌های ماهواره‌بر با تحلیل سلسله مراتبی در فاز طراحی مفهومی

مهران میرشمسم<sup>۱\*</sup>، سعید ایرانی<sup>۲</sup>، امیرمهدی اخلاقی<sup>۳</sup> و حسن ناصح<sup>۴</sup>

۱، ۲، ۳ و ۴- دانشکده مهندسی هوافضا، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی

\*تهران، تهرانپارس، خ وفادار شرقی

mirshams@kntu.ac.ir

هدف از این مقاله، ارائه متدلوزی تخصیص قابلیت اطمینان زیرسامانه‌های ماهواره‌بر با استفاده از روش تحلیل سلسله مراتبی در فاز طراحی مفهومی است. تابع هدف در استفاده از این متدلوزی، قابلیت اطمینان است و معیارهای اصلی، فناوری، پیچیدگی، زمان عملکرد هر زیرسامانه و هزینه در نظر گرفته شده‌اند. برای به کارگیری روش تحلیل سلسله مراتبی در تخصیص قابلیت اطمینان زیرسامانه‌های ماهواره‌بر، از لیک کد مطلب (به منظور بررسی سازگاری و تعیین وزن‌های تخصیص با استفاده از روش بردارهای ویژه ماتریسی) و نرم‌افزار اکسل (برای تشکیل ماتریس‌های مقایسه زوجی) استفاده می‌شود. برای این منظور، با استفاده از خروجی‌های نرم‌افزار طراحی مفهومی ماهواره‌بر ساخت مایع (LVCD) که توسط نویسنده‌گان مقاله توسعه یافته است، مشخصه‌های زیرسامانه‌های ماهواره‌بر و زمان عملکرد هر زیرسامانه استخراج می‌شود و به عنوان ورودی این متدلوزی قرار خواهد گرفت. نتایج بدست آمده برای تخصیص قابلیت اطمینان به زیرسامانه‌های بلوک مرحله دوم یک ماهواره‌بر ساخت مایع، میزان خطای روش را کمتر از ۲٪ برآورد می‌کند که در بحث قابلیت اطمینان در فاز طراحی مفهومی قابل قبول است.

**واژه‌های کلیدی:** تخصیص قابلیت اطمینان، ماهواره‌بر، تحلیل سلسله مراتبی

<i>W</i>	ماتریس بردارهای ویژه	اختصارات
$W^*$	وزن مطلق گزینه $\lambda$ ام نسبت به هدف	ماتریس مقایسه زوجی
$W_j$	وزن نسبی معیار $j$ ام نسبت به هدف	درایه‌های ماتریس مقایسه زوجی
$W_{ij}$	وزن نسبی گزینه $\lambda$ ام نسبت به معیار $j$ ام	مقدار ویژه
$R^*$	مقدار قابلیت اطمینان الزام شده برای ماهواره‌بر	بیشینه مقدار ویژه
$R_i^*$	قابلیت اطمینان تخصیص داده شده به زیرسامانه $i$ توسط مهندس طراح	ابعاد ماتریس (طول ماتریس)
$h$	معرف یک ارتباط تابعی بین قابلیت اطمینان سامانه ماهواره‌بر و زیرسامانه‌های آن	شاخص ناسازگاری
		شاخص ناسازگاری ماتریس تصادفی
		نرخ ناسازگاری

## مقدمه

در مهندسی، قابلیت اطمینان توانایی یک سامانه یا جزء را برای اجرای توابع مورد نیازش تحت شرایط معین برای دوره زمانی خاص

۱. دانشیار (نویسنده مخاطب)

۲. استادیار

۳. دانشجوی کارشناسی ارشد مهندسی فضایی

۴. دانشجوی دکتری مهندسی فضایی

تخصیص یافته در هر سه سطح همزمان مورد بررسی قرار گیرند. در ادامه پژوهش‌های انجام شده در این زمینه مرور خواهد شد. روش فرآیند تحلیل سلسله مراتبی، اولین بار در سال ۱۹۹۰ توسط آقای ساتی<sup>۷</sup> به عنوان یک مدل تصمیم‌گیری چند معیاره مورد قبول محققان و دانشگاهیان قرار گرفت [۵-۳]. در مرجع [۶]، یک روش جدید فرآیند تحلیل سلسله مراتبی به نام تحلیل سلسله مراتبی بهبود یافته (MAHP)<sup>۸</sup> ارائه شد که در آن ادعا شده که بردارهای ویژه راست و چپ به طور مؤثر می‌تواند مسئله ناسازگاری را بهبود بخشد. در این مرجع بحث قابلیت اطمینان و طراحی مفهومی مورد بحث قرار نگرفته است.

در مرجع [۷]، برای مقایسه دو روش<sup>۹</sup> AHP و MAHP، ۴۲ مدل مورد استفاده قرار گرفت و با استفاده از ۲۹۴ ماتریس مورد بررسی قرار گرفته شد که نتیجه به دست آمده نشان داده شد که AHP بهتر از MAHP است.

در مرجع [۸]، بور و همکارانش<sup>۱۰</sup> از این فرآیند تحلیل سلسله مراتبی در شرکت<sup>۱۱</sup> IBM برای کامپیوتر AS-400 استفاده کردند. در مرجع [۹] در سال ۲۰۰۸، طی مقاله‌ای تمامی کاربردها و بهره‌برداری‌هایی را که پس از ۱۸ سال از ارائه این روش انجام گرفته است ارائه کردند. برخی از این استفاده‌ها را می‌توان در کمیته‌های مشورتی صنایع هسته‌ای، تعیین مکان مجدد زمین لرزه در شهر ترکیش<sup>۱۲</sup>، کمپانی فورد در سال ۱۹۹۹، پیش‌بینی مسابقات فوتبال در سال ۱۹۹۵ و دفاع موشکی... نام برد.

در مرجع [۱۰]، میرشمس و همکاران، با استفاده از روش فرآیند تحلیل سلسله مراتبی به ارزیابی ماهواره‌های سنجش از دور پرداخته‌اند.

در مرجع [۱۱]، در سال ۲۰۰۸، الگوریتم طراحی مفهومی ماهواره‌بر ساخت مایع با بهینه‌سازی ترکیبی پارامترهای اصلی طراحی بهوسیله نویسندها مقاله ارائه شد. در این مرجع موضوع قابلیت اطمینان ماهواره‌بر و تخصیص قابلیت اطمینان زیرسامانه‌ها مورد بررسی قرار نگرفته است. در مرجع [۱۲]، در سال ۲۰۰۹ نرم‌افزار طراحی مفهومی ماهواره‌بر ساخت مایع چند مرحله‌ای (LVCD) با نگرش چند پارامتری بهوسیله نویسندها مقاله ارائه شد طراحی مفهومی موشک حامل بدون درنظر گرفتن موضوع قابلیت اطمینان ماهواره‌بر و تخصیص قابلیت اطمینان زیرسامانه‌ها ارائه شد.

7. Thomas L. Saaty

8. Modified Analytical Hierarchy Process

9. Analytical Hierarchy Process (AHP)

10. Bauer et al.

11. International Business Machines (IBM)

12. Turkish City Adapazari

نشان می‌دهد [۱]. طراحی بر مبنای قابلیت اطمینان یعنی طراحی و انتخاب اجزا و زیرسامانه‌های یک سامانه به طوری که محصول نهایی به قابلیت اطمینان مورد نظر دست یابد.

در طراحی مفهومی ماهواره‌بر ساخت مایع بر مبنای قابلیت اطمینان با توجه به مشخص نبودن قابلیت اطمینان زیرسامانه‌های ماهواره‌بر در شروع طراحی، لازم است تا از تخصیص قابلیت اطمینان زیرسامانه‌ها استفاده شود. در مراجع مختلف روش‌های مختلفی برای تخصیص قابلیت اطمینان مورد استفاده قرار گرفته‌اند که هر روش مزایا و معایبی دارد. به عنوان مثال، تکنیک تخصیص تساوی، تئوری ارینک<sup>۱۳</sup>، روش تخصیص اگری<sup>۱۴</sup> و روش‌های متداول، هیچکدام برخلاف سادگی اجرا، محدودیت‌ها، معیارها و الزامات طراحی را در نظر نمی‌گیرند [۲]. به عبارت دیگر تخصیص قابلیت اطمینان بدون درنظر گرفتن محدودیت‌ها منجر به عدم سازگاری و دور از واقیت بودن زیرسامانه‌ها خواهد شد.

در تحقیق حاضر، روش پیشنهادی (روش تحلیل سلسله مراتبی) با هدف درنظر گرفتن معیارهای اثرگذار بر تخصیص قابلیت اطمینان زیرسامانه‌ها برای افزایش قابلیت اطمینان ماهواره‌بر ارائه شده است. در این روش، ضمن تشکیل ماتریس‌های زوجی معیارها، سازگاری با استفاده از روش بردارهای ویژه ماتریسی بررسی و وزن هر زیرسامانه در قابلیت اطمینان کل استخراج می‌شود.

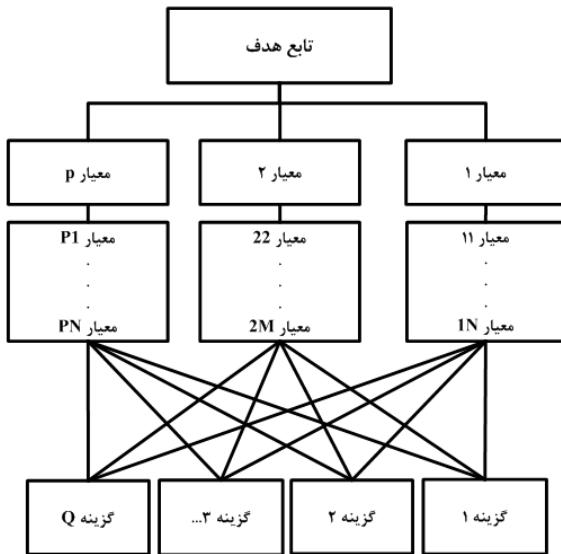
با تخصیص قابلیت اطمینان به زیرسامانه‌های ماهواره‌بر در فرآیند طراحی مفهومی، ضمن بهینه‌سازی پارامترهای اصلی طراحی و توانمندی‌های فناوری، الزامات قابلیت اطمینان هر زیرسامانه مشخص می‌شود، به طوری که اگر طرح خروجی، این الزامات را ارضاء کند در نهایت سامانه ماهواره‌بر به قابلیت مورد نظر دست می‌یابد. البته بیشینه کردن قابلیت اطمینان ماهواره‌بر تنها در صورتی اعتبار دارد که تخصیص قابلیت اطمینان اجزای اصلی ماهواره‌بر دور از واقعیت نباشد. در واقعیت تخمین قابلیت اطمینان ماهواره‌بر، باید بر مبنای یک مدل سامانه، زیرسامانه‌ها، مؤلفه‌ها یا سطوح پایین‌تر انجام شود. با توجه به نبود داده‌های آماری از آزمایش مؤلفه‌ها و مشخص نبودن شما دقيق طرح در فاز طراحی مفهومی، اغلب، تخمین قابلیت اطمینان در سطح مؤلفه در فاز طراحی مفهومی دور از واقعیت است. بنابراین تخصیص قابلیت اطمینان در فاز طراحی مفهومی در سطح سامانه بسیار توجیه‌پذیر است.

لازمه تخصیص قابلیت اطمینان به زیرسامانه‌های ماهواره‌بر در فاز طراحی مفهومی، داشتن روش تصمیم‌گیری مناسب است، به طوری که ضمن درنظر گرفتن معیارهای طراحی، میزان اثر هر معیار در تابع هدف (قابلیت اطمینان سامانه) و سازگاری مقادیر

5. ARINK

6. AGREE

آنها محاسبه می‌شوند که وزن نسبی<sup>۱۳</sup> نام دارد.



شکل ۱- نمایش گرافیکی نمودار سلسله مراتبی

سپس با تلفیق وزن‌های نسبی، وزن نهایی هر گزینه که وزن مطلق<sup>۱۴</sup> نام دارد مشخص می‌شود. در این مقایسه‌ها تصمیم‌گیرندگان از قضاوت‌های شفاهی استفاده کرده، به طوری که اگر عنصر  $i$  با عنصر  $j$  مقایسه شود، تصمیم‌گیرنده اهمیت عنصر  $i$  بر عنصر  $j$  را با یکی از مقادیر عددی جدول (۱) تعیین کرده و در قالب ماتریس مقایسه زوجی (A) به صورت زیر ثبت می‌کند. در این ماتریس مؤلفه  $a_{ij}$  ترجیح عنصر  $i$  به عنصر  $j$  است.

$$A = [a_{ij}] \quad i, j = 1, 2, \dots, n$$

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{bmatrix} \quad (1)$$

مزیت استفاده از فرآیند تحلیل سلسله مراتبی این است؛ در صورتی که با تشکیل ماتریس زوجی، قضاوت تصمیم‌گیرنده در قالب مقایسه زوجی دور از واقعیت باشد (جدول ۱)، نرخ ناسازگاری<sup>۱۵</sup> (I.R) زوجی ماتریسی از مقدار مجاز، تجاوز و نشان‌دهنده ضعف مقایسه تصمیم‌گیرنده است. در این حالت باید اصلاحات ماتریسی تا رسیدن به مقدار نرخ ناسازگاری ماتریسی به انجام برسد. در ادامه نحوه محاسبه نرخ ناسازگاری ماتریسی ارائه خواهد شد.

13. Local Priority  
14. Overall Priority  
15. Inconsistency Ratio

هدف اصلی نویسنده‌گان مقاله، توسعه نرم‌افزار LVCD برای طراحی مفهومی ماهواره‌بر ساخت مایع بر مبنای قابلیت اطمینان و واردکردن مقوله تخصیص قابلیت اطمینان و سازگاری زیرسامانه‌ها در فاز طراحی مفهومی ماهواره‌بر ساخت مایع است. برای دستیابی به هدف فوق در این مقاله، روش تحلیل سلسله مراتبی، اولاً در تخصیص قابلیت اطمینان به زیرسامانه‌ها و ثانياً در انتخاب و تصمیم‌گیری ساختار زیرسامانه‌ها و سازگاری آنها با یکدیگر مورد استفاده قرار خواهد گرفت. در تحقیقات بعدی، الگوریتم طراحی ماهواره‌بر ساخت مایع بر مبنای قابلیت اطمینان ارائه خواهد شد.

## فرآیند تحلیل سلسله مراتبی

همواره در تصمیم‌گیری‌ها و انتخاب، معیارهای مختلفی وجود دارند که هر کدام به اندازه‌ای در انتخاب تأثیر دارند و البته وزن اثرگذاری تمام این معیارها هم لزوماً به یک اندازه نیست. از طرفی وجود گزینه‌های مختلف در تصمیم‌گیری، باعث می‌شود تا تصمیم‌گیری و انتخاب مشکل‌تر شود، زیرا لزوم لحاظ کردن تمام معیارها برای تک‌تک گزینه‌ها و نبود استاندارد برای معیارهای کیفی از سرعت و دقیقیت تصمیم‌گیری به مقدار زیادی کاسته و باعث شده تا تصمیم‌گیری به مقدار زیادی به فرد تصمیم‌گیرنده وابسته باشد. به طور کلی، سامانه تصمیم‌گیری چند معیاره دو مشکل اساسی دارد:

۱. فقدان استاندارد برای اندازه‌گیری معیارهای کیفی

۲. فقدان وجود پیمانه برای تبدیل تمام معیارها (اعم از کیفی و کمی) به یکدیگر

برای حل مشکلات فوق فرآیند تحلیل سلسله مراتبی توسط ساتری پایه‌گذاری شده است. اصولاً روند تحلیل سلسله مراتبی را می‌توان به سه مرحله زیر خلاصه کرد:

الف- تشکیل گراف سلسله مراتبی

ب- تشکیل ماتریس مقایسات زوجی

ج- و نهایتاً محاسبه وزن‌های نسبی نسبت به هدف

شکل (۱) ساختمان یک دیاگرام سلسله مراتبی برای سه سطح را نشان می‌دهد<sup>[۴]</sup> که در آن سطح یک، معرف هدف مسئله برای تصمیم‌گیری انتخاب بهترین گزینه در فرآیند تحلیل سلسله مراتبی است. سطح دو، معرف معیارهایی است که در انتخاب و تصمیم‌گیری تأثیر گذارند و سطح سه، معرف گزینه‌های مطرح شده برای تصمیم‌گیری و انتخاب است.

در فرآیند تحلیل سلسله مراتبی عناصر هر سطح نسبت به عنصر مربوطه خود در سطح بالاتر به صورت زوجی مقایسه شده و وزن

تقریبی و ... از روش‌های مطرح برای محاسبه وزن ماتریس‌های ناسازگار هستند.<sup>[۳]</sup>

از روش‌های نامبرده، تنها روش بردار ویژه است که دقت مناسبی برای رسیدن به جواب دارد و در برنامه کامپیوتری، از این روش استفاده می‌شود. در این روش  $w_i$  ها به‌گونه‌ای حساب می‌شود که روابط زیر صادق باشد:

$$\begin{aligned} a_{11}w_1 + a_{12}w_2 + \dots + a_{1n}w_n &= \lambda \cdot w_1 \\ a_{21}w_2 + a_{22}w_2 + \dots + a_{2n}w_n &= \lambda \cdot w_2 \end{aligned} \quad (2)$$

که در آن  $a_{ij}$  ترجیح عنصر  $i$  ام به عنصر  $j$  ام،  $w_i$  وزن عنصر  $i$  ام و  $\lambda$  یک عدد اسکالر (ثابت) است. با تشکیل دستگاه معادلات فوق،

(مقدار ویژه) و  $W$  بردار ویژه، به‌دست می‌آید.

اگر ماتریس سازگار باشد، یک مقدار ویژه آن (بزرگ‌ترین مقدار ویژه) برابر طول ماتریس  $n$  بوده و بقیه مقادیر ویژه برابر صفر است. اما در ماتریس‌های ناسازگار همواره ( $\lambda_{MAX} \geq n$ ) است و بقیه مقادیر ویژه الزاماً صفر نیستند. از طرفی به‌ازای ناسازگارتر شدن ماتریس، فاصله  $\lambda$  از  $\lambda_{max}$  بیشتر می‌شود. تفاضل  $\lambda$  و  $\lambda_{max}$  ( $\lambda_{max} - n$ ) می‌تواند معیار خوبی برای اندازه‌گیری ناسازگاری ماتریس باشد. توجه شود که رابطه فوق برای سایر  $\lambda$  ها هم صادق است، لیکن  $\lambda$  از آنجا که به  $n$  نزدیک بوده، می‌تواند  $w_i$  های صحیح را محاسبه کند.

در قدم اول، برای محاسبه میزان ناسازگاری ماتریس لازم است تا شاخص ناسازگاری<sup>۲۱</sup> (I.I.R.) محاسبه شود.

$$I.I.R. = \frac{\lambda_{MAX} - n}{n - 1} \quad (3)$$

از طرفی مقادیر شاخص ناسازگاری برای ماتریس‌هایی که اعداد آنها کاملاً تصادفی اختیار شده باشند، محاسبه شده است که شاخص ناسازگاری ماتریس تصادفی<sup>۲۲</sup> (I.I.R.) نامیده می‌شود و مقادیر آنها برای ماتریس‌های  $n$  بعدی مطابق جدول (۲) است.

جدول ۲- شاخص ناسازگاری ماتریس تصادفی [۱]

$n$	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰
I.I.R.	•	•	•/۵۸	•/۹	۱/۱۲	۱/۲۴	۱/۳۲	۱/۴۱	۱/۴۵	۱/۴۵

برای هر ماتریس حاصل تقسیم شاخص ناسازگاری بر شاخص ناسازگاری ماتریس تصادفی هم‌بعدش، معیار مناسبی برای قضاوت

#### جدول ۱- مقادیر ترجیحات شفاهی برای مقایسه‌های زوجی

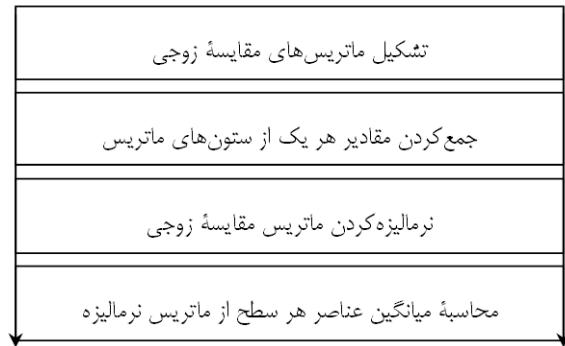
مقدار عددی	ترجیحات (قضایت شفاهی)
۹	با اهمیت بهشت زیاد <sup>۱۶</sup>
۷	با اهمیت خیلی بیشتر <sup>۱۷</sup>
۵	با اهمیت بیشتر <sup>۱۸</sup>
۳	کمی مهم‌تر <sup>۱۹</sup>
۱	اهمیت یکسان <sup>۲۰</sup>
۲، ۴، ۶، ۸	ترجیحات بین فوائل

نرخ ناسازگاری ابزاری است برای تشخیص میزان سازگاری و اینکه تا چه حد می‌توان به اولویت‌های حاصل از مقایسه‌ها اعتماد کرد [۸].

در ماتریس‌های سازگار نرخ ناسازگاری صفر است و مقدار وزن عناصر از طریق نرم‌الیزه کردن عناصر ستون‌ها به‌دست می‌آید، یعنی هر عنصر در ماتریس مقایسه زوجی به مجموع اعداد ستون خودش تقسیم می‌شود (جمع مقادیر ستون‌ها در یک ماتریس نرم‌الیزه معادل عدد یک است).

همچنین، مقدار ویژه در این ماتریس‌ها برابر طول ماتریس است ( $\lambda = n$ ).

در شکل (۲) الگوریتم محاسبه وزن نسبی در ماتریس‌های سازگار، نشان داده شده است.



شکل ۲- الگوریتم محاسبه وزن نسبی در ماتریس‌های سازگار

اما در ماتریس‌های ناسازگار، محاسبه وزن به سادگی ماتریس‌های سازگار نیست و لازم است تا با روش‌های مناسبی که سرعت و دقت مناسبی در محاسبات دارند وزن نسبی را محاسبه کرد. روش حداقل مربعات، روش حداقل مریعات لگاریتمی، روش بردار ویژه، روش‌های

16. Extremely prefer

17. Very strongly prefer

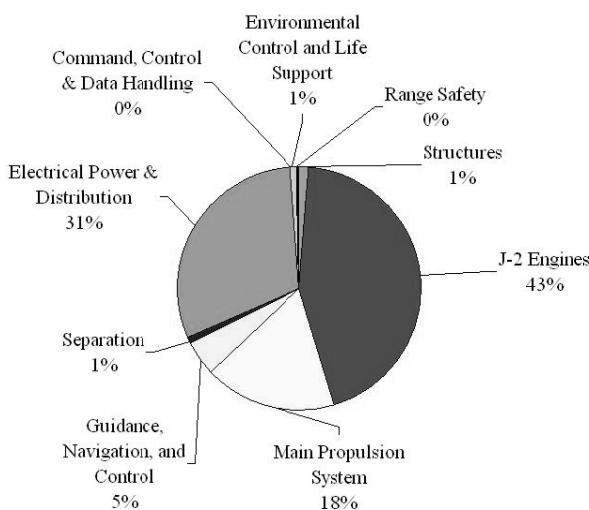
18. Strongly prefer

19. Moderately prefer

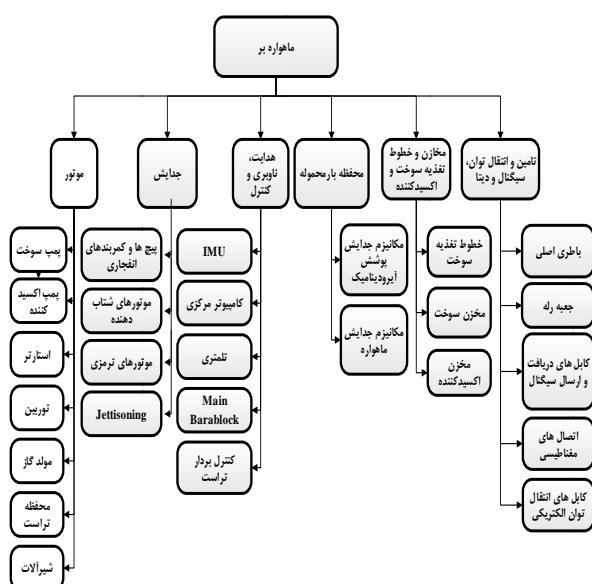
20. Equally prefer

پایان نامه خود اشاره کرده است [۱۳]، موتور، سهم عمده‌ای از خرایی‌ها و شکستهای ماهوارهبر را به خود اختصاص داده است (شکل ۴). از این رو در مطالعات قابلیت اطمینان، موتور از سایر مؤلفه‌های پیشراش جدا شده و به طور مستقل در سطح زیرسامانه بررسی می‌شود.

اما زیرسامانه‌های درنظرگرفته شده در این مقاله عبارتند از زیرسامانه موتور، زیرسامانه جدایش، زیرسامانه هدایت، ناویری و کنترل، زیرسامانه بار محموله، زیرسامانه مخازن و خطوط تغذیه، زیرسامانه تأمین و انتقال توان، سیگنال و دیتا. با این تقسیم‌بندی نمودار تجزیه ماهوارهبر به دو سطح زیرسامانه‌ها و مؤلفه‌ها مطابق شکل (۵) خواهد بود.



شکل ۴- سهم زیرسامانه‌های مختلف در شکست مأموریت ماهوارهبرها [۱۳]



شکل ۵- تجزیه موشک حامل به دو سطح زیرسامانه‌ها و مؤلفه‌ها

در مورد ناسازگاری است که نرخ ناسازگاری<sup>۳۳</sup> (*I.R.*) نامیده می‌شود و چنانچه این عدد کوچک‌تر یا مساوی عدد (۰/۱) باشد، سازگاری سامانه قابل قبول است، در غیراین‌صورت چنانچه گفته شد تجدیدنظر در قضاوتها ضروری است.

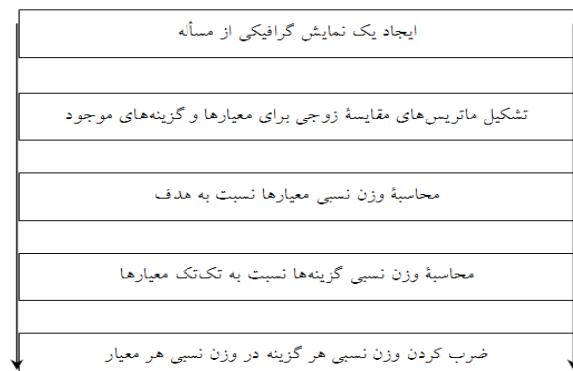
$$I.R. = \frac{I.I.}{I.I.R.} \quad (4)$$

در صورت پذیرفته بودن میزان سازگاری ماتریس زوجی هر سطح نهایتاً مقادیر وزن‌های مطلق گزینه‌ها نسبت به هدف از تتفیق وزن‌های نسبی گزینه‌ها در وزن نسبی هر معیار با توجه به رابطه (۵) محاسبه می‌شود:

$$W_i^* = \sum_{j=1}^n (W_j \times W_{ij}) \quad (5)$$

که در آن  $W_i^*$  وزن مطلق گزینه  $i$  نسبت به هدف،  $W_j$  وزن نسبی معیار  $j$  نسبت به هدف و  $W_{ij}$  وزن نسبی گزینه  $i$  نسبت به معیار  $j$  است.

الگوریتم توضیح داده شده برای محاسبه وزن‌ها به طور خلاصه در شکل (۳) نشان داده شده است.



شکل ۳- الگوریتم محاسبه وزن مطلق در ماتریس‌های سازگار و ناسازگار

### تجزیه ماهوارهبر

برای تخصیص قابلیت اطمینان به ماهوارهبر در ابتدا لازم است تا سامانه ماهوارهبر را به زیرسامانه‌های آن تجزیه کرد. در اینجا مجموعه ماهوارهبر را مطابق شکل (۵) به شش زیرسامانه اصلی تقسیم‌بندی می‌کنیم و هر کدام شامل تعدادی مؤلفه است که زیرسامانه را تشکیل می‌دهند. معمولاً در مطالعات مربوط به عملکرد ماهوارهبر، تقسیم‌بندی ماهوارهبر به زیرسامانه‌ها به این صورت است که یک زیرسامانه با نام پیشراش (شامل موتور، مخازن و خطوط تغذیه و شیرها) درنظر می‌گیرند اما همان‌طور که زارکاری در

## معیارهای تخصیص

همان طورکه در بخش قبل گفته شد، عمل تخصیص قابلیت اطمینان عبارت است از برگزیدن اهداف قابلیت اطمینانی  $R_n^*, R_2^*, \dots, R_1^*$  به گونه‌ای که نامساوی (۶) ارضاء شود. از نقطه نظر ریاضی تعداد نامحدودی از این مجموعه‌ها وجود دارد. واضح است که تمام این مجموعه‌ها مناسب نیستند و حتی برخی از آن‌ها اصلاً عملیاتی (قابل دستیابی) نیستند. برای مثال برخی مجموعه‌ها اهداف قابلیت اطمینانی بسیار بالایی را به مؤلفه‌های مشخص تکلیف می‌کنند که ممکن است از لحاظ اقتصادی یا فناوری قابل دستیابی نباشند. از طرف دیگر برخی مجموعه‌ها ممکن است اهداف قابلیت اطمینانی پایینی را به مؤلفه‌های بحرانی تخصیص دهند که خراب شدن آن‌ها باعث بروز عواقب ایمنی، محیطی و قانونی نامطلوب شود. از این رو بسیار مهم است که معیارهای مناسی برای موضوع قابلیت اطمینان درنظر گرفته شود. معیارهای مناسب بسته به هر محصول می‌تواند متفاوت باشد. معیارهایی که در این مطالعه برای تخصیص قابلیت اطمینان به زیرسامانه‌های ماهوواره‌بر درنظر گرفته‌ایم عبارتند از فناوری، پیچیدگی، هزینه و زمان عملیاتی که هر کدام از اینها در کاربردهای مختلف، تعریف و مفهوم خاص آن کاربرد است. اما برداشت‌هایی که در این مطالعه به صورت قراردادی از این معیارها مدنظر قرار گرفته است به این شرح است:

### - فناوری

در بحث فناوری، دو رویکرد اصلی مدنظر است که عبارتند از: اول، قابلیت ساخت هر محصول در داخل کشور و دوم سهولت ساخت و تأمین امکانات تست مورد نیاز برای دستیابی به کیفیت مناسب محصول. به عنوان مثال، زیرسامانه پیشran از زیرسامانه‌های ماهوواره‌بر اگر غیرسرمزا باشد فناوری آن قابل دستیابی است (فناوری ساخت و آزمایش آن در کشور موجود است) در غیراین صورت فناوری آن موجود نیست. همچنین در مورد قیاس دو فناوری که در کشور موجود است، با توجه به رویکرد دوم تعریف فناوری (سهولت ساخت، آزمایش و دستیابی به کیفیت مناسب) زیرسامانه‌ها وزن دهنده می‌شوند. نهایتاً در انجام مقایسات باید این موضوع درنظر گرفته شود که با افزایش فناوری (به روزتر بودن فناوری) هر زیرسامانه ماهوواره‌بر، قابلیت اطمینان به آن فناوری کاهش می‌یابد.

### - پیچیدگی

در بحث پیچیدگی محصول، دو دیدگاه اصلی نسبت به پیچیدگی وجود دارد که عبارتند از: دیدگاه اول، پیچیدگی در ساخت و تولید محصول است که این دیدگاه در اینجا در بحث فناوری پوشش داده می‌شود. دیدگاه دوم که در مقوله قابلیت اطمینان بسیار حائز

## مسئله تخصیص قابلیت اطمینان ماهوواره‌بر

در هر محصول پیچیده مثل ماهوواره‌بر که مؤلفه‌های آن اغلب توسط پیمان کاران داخلی و خارجی مختلف برنامه‌ریزی، طراحی، ساخته و آزمایش می‌شوند، این موضوع بسیار مهم است که تمام بخش‌ها در رساندن سامانه به قابلیت اطمینان هدف تعریف شده توسط مشتری، سهم و نقش دارند. از نقطه نظر مدیریت پروژه برای رسیدن به این هدف هر کدام از این بخش‌ها و قسمت‌ها باید مکلف به تأمین سطح خاصی از قابلیت اطمینان باشند. فرآیند تخصیص قابلیت اطمینان به تعریف یک قابلیت اطمینان منصفانه برای هریک از زیرسامانه‌ها و مؤلفه‌ها با توجه به معیارهای تعریف شده می‌پردازد. از طرفی اهداف کمی قابلیت اطمینان برای زیرسامانه‌ها و مؤلفه‌ها، بخش‌های مسئول را وادر به ارتقای قابلیت اطمینان از طریق به کارگیری فون بهبود قابلیت اطمینان، طراحی مهندسی بهتر، فرآیندهای ساخت مناسب‌تر و روش‌های آزمایش دقیق‌تر و سخت‌گیرانه‌تر می‌کند. پس تعیین الزامات قابلیت اطمینان باعث می‌شود که فعالیت‌های قابلیت اطمینانی در فرآیند شناسایی محصول، در سطحی برابر با دیگر فعالیت‌های مهندسی مورد انتظار مشتریان که اهدافی همچون وزن، هزینه و عملکرد را برابر می‌تابد، مورد توجه قرار گیرند.

مسئله تخصیص قابلیت اطمینان ماهوواره‌بر را می‌توان به صورت زیر فرموله کرد:

$$h(R_1^*, R_2^*, \dots, R_n^*) \geq R^* \quad (6)$$

که در آن  $R^*$  مقدار قابلیت اطمینان الزام شده مشتری برای ماهوواره‌بر است،  $R_i^* (i=1,2,3,\dots,n)$  مقدار قابلیت اطمینان  $h$  تخصیص داده شده به زیرسامانه  $i$  توسط مهندس طراح است و معرف یک ارتباط تابعی بین قابلیت اطمینان سامانه ماهوواره‌بر و زیرسامانه‌های آن است. این ارتباط تابعی را می‌توان از تحلیل قابلیت اطمینان سامانه به دست آورد. در حالت کلی برای تخصیص قابلیت اطمینان کافی است با درنظر گرفتن معیارهای تخصیص مناسب، مقادیر  $R_i^*$  را به گونه‌ای بیاییم که نامعادله (۶) ارضاء شود. ما در اینجا ابتدا با استفاده از روش تحلیل سلسه مراتبی به محاسبه مقادیر وزن‌های مطلق ( $W_i^*$ ) پرداخته و سپس با استفاده از رابطه

(۷) مقادیر  $R_i^*$  ها محاسبه می‌شوند:

$$R_i^* = R^{*(W_i^*)} \quad (7)$$

نهایتاً برای ارزیابی جواب از نامعادله (۶) استفاده می‌کنیم که در آن فرض می‌شود زیرسامانه‌ها از لحاظ کاری مستقل<sup>۲۴</sup> باشند پس می‌توان عملکرد آنها را به صورت سری درنظر گرفت و بنابراین تابع  $h$  به صورت زیر خواهد بود [۱۴].

$$h(R_1^*, R_2^*, \dots, R_n^*) = \prod_{i=1}^n R_i^* \quad (8)$$

قابلیت اطمینان مطلوب برای هر یک از این مؤلفه‌ها تأمین شود، قابلیت اطمینان مطلوب هدف برای سامانه ماهواره‌بر تأمین شده است. در متداول‌تری توسعه داده شده در این مطالعه، ابتدا ساخت دیاگرام سلسه مراتبی و تعیین هدف، معیارها و گزینه‌ها با به کارگیری فرآیند تحلیل سلسه مراتبی انجام می‌شود. در اینجا هدف (سطح اول دیاگرام سلسه مراتبی) قابلیت اطمینان ماهواره‌بر است. همچنین معیارها (سطح دوم دیاگرام سلسه مراتبی) همان‌طور که قبل‌اً گفته شد عبارتند از فناوری، پیچیدگی، هزینه و زمان عملیاتی. گزینه‌ها (سطح سوم دیاگرام سلسه مراتبی) هم عبارتند از زیرسامانه موتور، زیرسامانه جدایش، زیرسامانه هدایت، ناوبری و کنترل، زیرسامانه بار محموله، زیرسامانه مخازن و خطوط تغذیه، و زیرسامانه تأمین و انتقال توان / سیگنال / دیتا. پس می‌توان دیاگرام سلسه مراتبی ماهواره‌بر را همانند شکل (۸) رسم کرد.

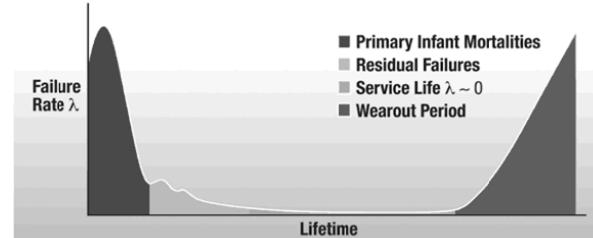
گام بعدی مقایسه زوجی (دو به دو) عناصر هر سطح از دیاگرام سلسه مراتبی با توجه به هر یک از عناصر سطح بالاتر است. در اینجا مقایسه عناصر سطح دوم (معیارها) با توجه به تأثیر مشتبی که بر روی هدف (قابلیت اطمینان) دارد مقایسه می‌شوند. خروجی این گام برای یک بلوک از ماهواره‌بر چند مرحله‌ای، ماتریس‌های مقایسه زوجی سطح ۲ و ۳ دیاگرام سلسه مراتبی ماهواره‌بر است که در جداول (۳) و (۴) (الف، ب، ج و د) آمده است. در نهایت، با فراخوانی هر یک از جدول‌های مذکور، در کد مطلب ضمن محاسبه نرخ ناسازگاری هر یک از ماتریس‌ها با استفاده از روش مقادیر ویژه و بردارهای ویژه، وزن هر معیار و گزینه به ترتیب در سطح دوم یا سوم محاسبه می‌شود. در ماتریس‌های سازگار، نرخ ناسازگاری صفر است و مقدار وزن عناصر از طریق نرم‌افزار کدن عناصر ستون‌ها به دست می‌آید، ولی در ماتریس‌های ناسازگار محاسبه وزن به سادگی ماتریس‌های سازگار نیست و لازم است تا با روش‌های مناسبی که سرعت و دقت مناسبی در محاسبات دارند (همچون روش حداقل مربعات، روش حداقل مربعات لگاریتمی، روش بردار ویژه، روش‌های تقریبی و ...) استفاده کرد. از روش‌های فوق، تنها روش بردار ویژه است که دقت مناسبی برای رسیدن به جواب دارد و در کد مطلب، از این روش برای محاسبه وزن زیرسامانه استفاده خواهد شد. به عنوان مثال، با استفاده از متداول‌تری مشروح فوق، قابلیت اطمینان هر زیرسامانه برای اینکه یک بلوک ماهواره‌بر به قابلیت اطمینان ۸۵٪ برسد، تخصیص می‌یابد. در جدول (۳)، وزن‌های محاسبه شده برای هر یک از معیارهای فناوری، پیچیدگی، زمان عملیات و هزینه در ستون آخر این جدول آورده شده است. همچنین در جدول (۴)، وزن‌های محاسبه شده برای هر زیرسامانه نسبت به معیارهای سطح دوم آورده شده است. نهایتاً از تلفیق وزن‌های نسبی، گزینه‌ها در وزن نسبی هر معیار با توجه به رابطه

اهمیت است، شاخص تعداد مؤلفه‌های محصول است. به عبارت دیگر هرچه تعداد مؤلفه‌های هر زیرسامانه در ماهواره‌بر بیشتر باشد باعث کاهش قابلیت اطمینان سامانه ماهواره‌بر خواهد شد و در مقایسه دو زیرسامانه با معیار پیچیدگی، آن زیرسامانه‌ای که دارای مؤلفه‌های بیشتری است، پیچیده‌تر است.

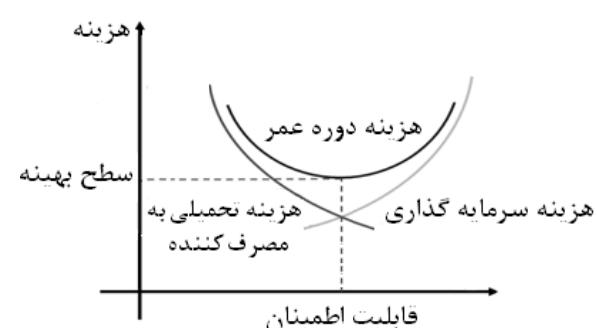
- زمان عملیاتی  
با توجه به نمودار وانی شکل (شکل ۶) سه بخش اصلی داریم، برای این معیار اینگونه فرض می‌شود که هرچه زمان عملیاتی بیشتر شود قابلیت اطمینان پایین‌تر می‌آید.

- هزینه

تغییرات قابلیت اطمینان نسبت به هزینه، یک نقطه اپتیمم دارد (شکل ۷) که تا آن نقطه هرچه هزینه بیشتری برای کیفیت قطعات بکنیم قابلیت اطمینان بالاتر می‌رود [۱۳، ۱۷]. در اینجا فرض می‌شود در ناحیه صعودی تغییرات قابلیت اطمینان نسبت به هزینه هستیم پس هرچه هزینه بیشتر شود قابلیت اطمینان نیز افزایش می‌یابد.



شکل ۶- نمودار وانی شکل [۱۵]



شکل ۷- سطح بهینه قابلیت اطمینان و هزینه [۱۶]

## روش تخصیص قابلیت اطمینان در ماهواره‌بر

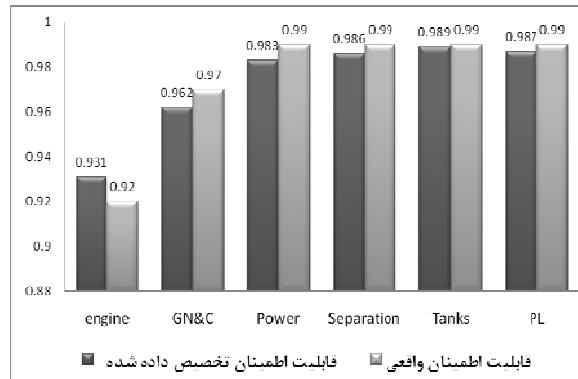
در این بخش به شرح فرآیند بالا به پایین می‌پردازیم که در آن قابلیت اطمینان الزامشده به سامانه ماهواره‌بر شکسته شده و به هریک از زیرسامانه‌ها تخصیص داده می‌شود، به‌طوری که وقتی

Paired Comparison matrix of level 3 with respect to Cost							w(level3_Cost)
engine	GNC	separation	Tanks	Power	PL_Accm		
1	3	7	5	5	8		0.499702479
0.333333	1	2.333333	1.666667	1.666667	2.666667		0.166567493
0.142857	0.428572	1	0.714286	0.714286	1.142857		0.071386085
0.2	0.600002	1.399999	1	1	1.6		0.099940556
0.2	0.600002	1.399999	1	1	1.6		0.09994055
0.125	0.375001	0.875	0.625	0.625	1		0.062462837

(d)

جدول ۵- تخصیص وزن هر زیرسامانه

درصد خطای (%)	قابلیت اطمینان واقعی بلوک مرحله دوم ماهواره بر ۲ زنیت	تخصیص قابلیت اطمینان روش پیشنهادی	وزن مطلق سطح سوم نسبت به هدف	نام زیرسامانه
۱/۱	۰/۹۲	۰/۹۳۱	۰/۴۳۶۰	موتور
۰/۸	۰/۹۷	۰/۹۶۲	۰/۲۳۳۶	هدایت، ناوبری و کنترل
۰/۴	۰/۹۹	۰/۹۸۶	۰/۰۸۶۵	جداش
۰/۴	۰/۹۹	۰/۹۸۹	۰/۰۶۲۷	مخازن
۰/۴	۰/۹۹	۰/۹۸۳	۰/۱۰۲۳	تامین توان
۰/۴	۰/۹۹	۰/۹۸۷	۰/۰۷۷۰	فیرینگ

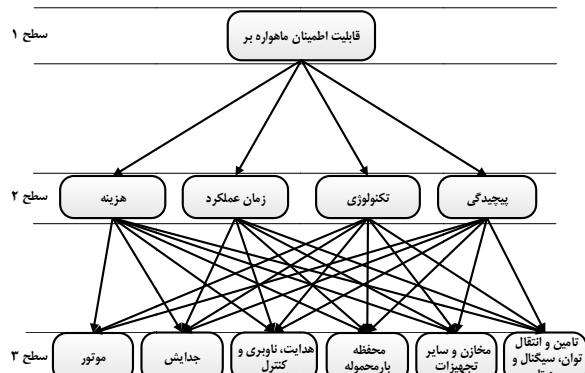


شکل ۶- نمودار قابلیت اطمینان تخصیص یافته به هر زیرسامانه

## بحث و نتیجه گیری

در این مقاله، متداول‌زی جدیدی برای تخصیص قابلیت اطمینان به زیرسامانه‌های ماهواره‌بر با استفاده از روش تحلیل سلسه مراتبی در فاز طراحی مفهومی ارائه شد. مزیت استفاده از این روش چنانچه ارائه شد، تخصیص قابلیت اطمینان زیرسامانه‌های ماهواره‌بر در فاز طراحی مفهومی ضمن درنظرگرفتن سازگاری زیرسامانه‌هاست. در این متداول‌زی، با توجه به تعریف معیارها، جدول (۲) به عنوان مقایسه زوجی معیارها (سطح دوم) محاسبه می‌شوند. در حین مقایسه زوجی با لینکی که بین نرم‌افزار اکسل و کد متلب وجود دارد، سازگاری مقایسه صحت‌سنجی می‌شود. در جداول ۳ (الف تا د)

(۵)، وزن مطلق سطح سوم (زیرسامانه‌ها) نسبت به سطح یک (قابلیت اطمینان) به دست می‌آید که مقادیر آنها در جدول (۵) آورده شده است. این وزن‌ها به عنوان وزن تأثیر هر زیرسامانه در قابلیت اطمینان هدف مد نظر قرار گرفته و تخصیص قابلیت اطمینان با توجه به آنها انجام می‌شود. مقادیر قابلیت اطمینان برای ماهواره‌بر زنیت ۲ در جدول (۵) ارائه شده است [۲۰-۱۸]. میزان خطا محاسبه شده نسبت به مقدار واقعی کمتر از ۲٪ است که این قرابت در نمودار میله‌ای شکل (۹) قابل مشاهده است و نشانه صحبت متداول‌زی ارائه شده است.



شکل ۸- دیاگرام سلسه مراتبی ماهواره‌بر

جدول ۳- ماتریس مقایسه زوجی عناصر سطح دوم نسبت به قابلیت اطمینان

Paired Comparison matrix of Level2 with respect to Reliability							w(level2_1)
Technology	Competency	Operation time	Cost				
1	5	7	3				0.451603137
0.2	1	3	3				0.262773561
0.2	0.142857143	1	0.25				0.218211841
0.333333333	0.333333333	4	1				0.055440902

جدول ۴- ماتریس مقایسه زوجی عناصر سطح سوم نسبت به الف- فناوری ب- پیچیدگی ج- زمان عملکرد- هزینه

Paired Comparison matrix of level 3 with respect to Technology							w(lcvl3_Tch)
engine	GNC	separation	Tanks	Power	PL_Accm		
1	3	5	7	5	7		0.451603137
1	1	3	4	3	4		0.262773561
0.333333	0.2	1	2	1	2		0.094059046
0.142857	0.25	0.5	1	0.5	0.5		0.046146557
0.2	0.333333	1	2	1	0.75		0.076759552
0.142857	0.25	0.5	2	1.333333	1		0.068658047

(الف)

Paired Comparison matrix of level 3 with respect to Complexity							w(lcvl3_Com)
engine	GNC	separation	Tanks	Power	PL_Accm		
1	3	5	9	3	7		0.105991324
0.333333	1	3	6	1	4.5		0.20176548
0.2	0.333333	1	3	0.6	2		0.090039541
0.111111	0.166667	0.333333	1	0.333333	0.777777778		0.036087624
0.333333	1	1.666667	3	1	2.5		0.13808175
0.142857	0.142857	0.5	4	1	1		0.12603128

(ب)

Paired Comparison matrix of level 3 with respect to Operation time							w(level3_Time)
engine	GNC	separation	Tanks	Power	PL_Accm		
1	1	7	1	1	9		0.235074627
1	1	7	1	1	9		0.235074627
0.142857	0.142857	1	0.142857	0.142857	1.285714286		0.03358209
1	1	7	1	1	9		0.235074627
1	1	7	1	1	9		0.235074627
0.111111	0.111111	0.777778	0.111111	0.111111	1		0.026119403

(ج)

- [6] Donegan, H. A., Dodd, F. J. and McMaster, T. B. M., "A New Approach to AHP Decision-Making", *The Statistician*, Vol. 41, No. 3, 1992, pp. 295-302.
- [7] Tung, S. L. and Tang, S. L., "A Comparison of the Saaty's AHP and Modified AHP for Right and Left Eigenvector Inconsistency", *European Journal of Operational Research*, , Vol. 106, No. 1, 1998, pp. 123-128.
- [8] Bauer, R. A., Collar, E. and Tang, V., *The Silverlake Project*, New York: Oxford University Press, 1992.
- [9] Saaty, T. L., "Decision Making with the Analytic Hierarchy Process", *International Journal Services Sciences*, Vol. 1, No. 1, 2008, pp. 83-98
- [10] Mirshams, M. and Hassani, M. "Remote Sensing Satellites Evaluation Software (RSSE Software)," *Aircraft Engineering and Aerospace Technology*, Vol. 81, No. 4, 2009, pp. 323- 333.
- [11] Mirshams, M., Karimi, H. and Naseh, H., "Multi-stage Liquid Propellant Launch Vehicle Conceptual Design Based on Combinatorial Optimization of Major Design Parameters," *Journal of Space Science and Technology (JSST)*, Vol. 1, No. 1, 2008, pp. 21-36 (In Persian).
- [12] Mirshams, M., Karimi, H., and Naseh, H., "Multi-Stage Liquid Propellant Launch Vehicle Conceptual Design (LVCD) Software Based on Combinatorial Optimization of Major Design Parameters," *Journal of Space Science and Technology (JSST)*, Winter 2009, pp.17-25 (In Persian).
- [13] Zachary, C. Krevor, Alan Wilhite, an Approach for Calculating the Cost of Launch Vehicle Reliability," *AIAA SPACE 2007 Conference & Exposition*, 2007, Long Beach, California.
- [14] Bilton, R. and Allen, R., "Reliability of Engineering Systems Assessment, Translation," Translator Dr. M. Rezaean, *Amir Kabir University of Technology Publication, Second Edition*, 2000 (In Persian).
- [15] Available: [on line], <http://www.gonesolar.blogspot.com>.
- [16] Akhlaghi, A. M., Consideration of Cost Estimation and Reliability Assessment Models in Space System Design, (M.Sc. Lecture), *Aerospace Faculty, K. N. Toosi University of Technology*, Fall 2008 (In Persian).
- [17] Villeneuve, F., Mavris, D. N., A Method for Concept and Technology Exploration of Aerospace Architectures, (Ph.D. Thesis), School of Aerospace Engineering, Georgia Institute of Technology, 2007.
- [18] Guikema, S. D. and Pat'e-Cornell, M. E., "Bayesian Analysis of Launch Vehicle Success Rates," *Journal of Spacecraft and Rockets*, Vol. 41, No. 1, 2004, pp. 93-102.
- [19] Available: [on line], <http://www.b14643.de>
- [20] Isakowitz, S. J., Hopkins, J. B., Hopkins, J. P., *International Reference Guide to Space Launch Vehicle Systems*, Published by AIAA, 2004.

مقایسه زوجی (سطح سوم) زیرسamanههای مختلف ماهوارهبر برای هریک از معیارها صورت پذیرفته و سازگاری نیز مورد بررسی قرار می‌گیرد که با استفاده از نتایج بدست آمده در نهایت قابلیت اطمینان تخصیص یافته به هر زیرسamanه ماهوارهبر برای بلوک مرحله دوم ماهوارهبر زنیت ۲ با قابلیت اطمینان ۸۵٪ در ستون سوم جدول (۵) ارائه شده است [۲۰-۱۸]. در ستون چهارم این جدول مقادیر واقعی قابلیت اطمینان هر زیرسamanه ارائه شده است. درصد خطای محاسبه شده در ستون آخر این جدول کمتر از ۲٪ است که در مقوله قابلیت اطمینان در فاز طراحی مفهومی قابل قبول است. در نمودار میله‌ای شکل (۹) قابلیت اطمینان هر زیرسamanه محاسبه شده از روش پیشنهادی و روش واقعی با هم مقایسه شده است. در پایان نتایج بدست آمده از روش پیشنهادی علاوه بر قابل قبول بودن میزان خطا نسبت به حالت واقعی در فاز طراحی مفهومی، اینگونه صحه‌گذاری می‌شود که با توجه به شکل (۴) و بیشترین سهم موتور در تاریخچه شکست ماهوارهبرهای پیشین، ملاحظه می‌شود که در متداول‌تری ارائه شده (با توجه به معیارهای طراحی) درصورتی که قابلیت اطمینان از ۹۲٪ به ۹۳٪ افزایش یابد و قابلیت اطمینان زیرسamanههای دیگر (نسبت به میزان افزایش قابلیت اطمینان موتور در دو حالت واقعی و روش پیشنهادی) کمی کاهش یابد، در نهایت قابلیت اطمینان بلوک ماهوارهبر در حالت تئوری ۸۵٪ خواهد شد در حالی که بهدلیل وجود عدمقطعیت‌ها در شرایط واقعی آزمایش، نتایج کمی متفاوت خواهد شد.

## مراجع

- [1] Akhlaghi, A. M., Mirshams, M. and Naseh, H., Expendable Launch Vehicle Reliability Modeling by Using Stochastic Method, *1<sup>st</sup> Conference of Aerospace System Reliability*, 1388 (In Persian).
- [2] Yang, G., *Life Cycle Reliability Engineering*, John Wiley & Sons, 2007.
- [3] Saaty, T. L., *The Analytic Hierarchy Process*, Mc Graw-Hill, New York, 1980.
- [4] Saaty, T. L., and Vargas, L. G., Inconsistency and Rank Preservation, *Journal of Mathematical Psychology*, Vol. 28, No. 2, 1984, pp. 205-214.
- [5] Saaty, T. L., "Eigenvector and Logarithmic Least Squares", *European Journal of Operational Research*, , Vol. 48, No. 1, 1990, pp. 156-160.