

# تدوین یک سناریوی هدایت چند منظوره در بازگشت به جو

علیرضا عالمی نائینی<sup>۱\*</sup> و جعفر روشنی یان<sup>۲</sup>

۱ و ۲ - قطب طراحی و شبیه سازی سامانه های فضایی، دانشکده مهندسی هوافضا، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی

\* تهران، کد پستی: ۱۶۵۶۹-۸۳۹۱۱

aalemi@mail.kntu.ac.ir

در این مقاله، روش هدایت چند منظوره ای برای فاز بازگشت به جو ماژول های زیرمداری توسعه داده خواهد شد. این سناریو در سه فاز تنظیم شده که هر یک اهداف خاص خود را دنبال می کند. در فاز نخست، سناریو مبتنی بر مسیر نامی است و با بهره گیری از روش توابع حساسیت که حجم محاسباتی و ذخیره سازی پایین و در عین حال دقت بالایی را در بر دارد، خطای اولیه را تصحیح می کند. با اتمام این فاز و نزدیک شدن به لایه های غلیظتر اتمسفر، بخش دوم سناریو که شکل دهی به مسیر حرکت است، پیاده سازی خواهد شد. از آنجا که بسته به مأموریت، ملاقات با هدف در مسیرهای مختلفی مورد نیاز خواهد بود، این فاز هدف طراحان مسیر را در دستیابی به مسیر بهینه و مطلوب محقق خواهد ساخت. امکان طراحی به هنگام مسیر حرکت در صورت لزوم با بهره گیری از این سناریو نیز وجود دارد. در بخش پایانی که در ارتفاعات پایین انجام می گیرد، هدف افزایش دقت و تصحیح خطای نهایی بدون وابستگی به مسیر نامی خواهد بود. در این مقاله، بخش های مختلف سناریوی هدایت تشریح شده و مبنای تئوریک حاکم بر آن ارائه خواهد شد. نهایتاً یک مسئله خاص با بهره گیری از سناریوی تشریح شده حل شده و روش ارائه شده ارزیابی می شود.

واژه های کلیدی: هدایت، توابع حساسیت، شکل دهی به مسیر، شبیه سازی پرواز، بازگشت به جو

## علائم و اختصارات

UV	بردار یکه سرعت	$R_E$	شعاع زمین در موقعیت مکانی تحت بررسی
UR	بردار یکه موقعیت	$r_M$	بردار موقعیت وسیله پرنده
G	بهره هدایت	$r_T$	بردار موقعیت هدف
$\phi$	زاویه بردار برا در صفحه YZ دستگاه سرعت	$\alpha$	زاویه حمله
		$\beta$	زاویه لغزش جانبی
		$\psi$	زاویه سمت بردار سرعت
		$\delta$	اختلاف فاصله باقیمانده تا هدف تا مقدار نامی
		UL	بردار یکه برآ
		UD	بردار یکه مبدأ دستگاه شکل دهی

## مقدمه

از جمله روش های اتخاذ شده در هدایت ورود به جو، روش های هدایت بر مبنای مسیر نامی است. این روش ها مزیت کاهش بار محاسباتی را در حین انجام مأموریت دارد. در این روش ها، متغیرهای حالت برای مسیر نامی از قبل محاسبه و در کامپیوتر پرواز ذخیره می شود. اختلاف متغیرهای اندازه گیری شده با مقادیر ذخیره شده، در هدایت برای تعقیب مسیر نامی (کنترل مسیر) یا طراحی یک مسیر جدید به منظور رسیدن به موقعیت نهایی مطلوب

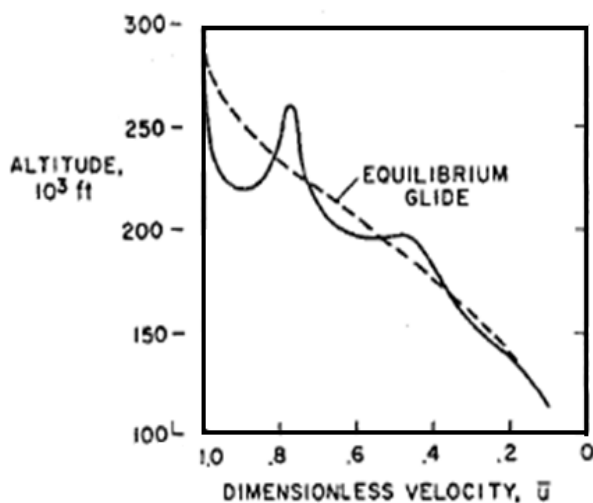
۱. دانشجوی دکتری (نویسنده مخاطب)

۲. استاد

هدایت نهایی اجرا خواهد شد که دقت مطلوب را تضمین می کند. برای پیشگیری از تغییر ناگهانی فرامین صادر شده، برای تغییر هر بخش از سناریوی هدایت، محدوده ارتفاعی در نظر گرفته شده که تضمین کننده پیشگیری از تغییر ناگهانی فرامین خواهد بود.

## تدوین مرحله اولی فرایند هدایت

نمایی از نحوه بازگشت به مسیر نامی در شکل (۱) ارائه شده است. در روش انتخاب شده برای اولین مرحله از هدایت، که مبتنی بر مسیر نامی است، ابتدا از طریق اجرای متعدد شبیه سازی روی مسیر نامی، میزان حساسیت مسافت باقیمانده تا نقطه نهایی نسبت به متغیرهای کنترلی، سنجیده می شود. برای پیشگیری از بروز فرامین کنترلی با مقدار بالا، فرض می شود کنترل مورد نظر از لحظه جاری تا انتهای مسیر اعمال شود. با استفاده از میزان حساسیت یاد شده در ارتفاعات مختلف، در پرواز واقعی، با داشتن موقعیت و سرعت لحظه ای و موقعیت نقطه نهایی مطلوب، فاصله باقیمانده واقعی محاسبه شده و اختلاف آن با فاصله مطلوب، از طریق اعمال فرامین کنترلی بر اساس توابع حساسیت محاسبه شده، جبران می شود. طبیعتاً با اعمال این سیاست هدایتی، مسیر طی شده قابل تصحیح خواهد بود، اما این الگوریتم به تنهایی، خطای برخورد در راستای جانبی را جبران نخواهد ساخت. برای رفع این نقیصه، خطای مزبور با جبران سازی خطای زاویه ای بردار سرعت نسبت به صفحه لحظه ای حاصله از بردارهای موقعیت وسیله پرنده و نقطه نهایی، انجام خواهد شد. با چرخش بردار سرعت و قراردادی آن در صفحه لحظه ای مزبور، در کنار جبران خطای حاصله در صفحه حرکت، دقت، به شکل زیادی افزایش خواهد یافت.



شکل ۱- نمایی از بازگشت به مسیرنامی در فاز ورود مجدد به جو [۱]

(کنترل نهایی) مورد استفاده قرار می گیرد. مسیر نامی مطلوب از قبل با حل مسئله ورود به جو مشخص شده و ذخیره سازی می شود. مروری بر مهم ترین فعالیت های انجام شده در خصوص هدایت بازگشت به جو تا سال ۱۹۶۳ در مرجع [۱] ارائه شده است. از مهم ترین پروژه هایی که در هدایت آن از روش های وابسته به مسیر نامی استفاده می شود، می توان به شاتل فضایی اشاره کرد. مراجع [۲ و ۳] به روش هدایت این وسیله پر کاربرد که چندی پیش بازنشسته شد، اختصاص دارد. از مراجع دیگری که در زمینه هدایت بازگشت به جو، بر اساس مسیر نامی است، می توان به مراجع [۴] الی [۱۳] اشاره کرد. به طور خاص در مرجع [۴]، مسیر مرجع برای تولید برخط فرامین هدایتی به روش LQR مورد استفاده قرار می گیرد. به عبارت دیگر بر اساس مسیر مرجع ذخیره شده و متغیر مستقل که مسافت باقیمانده تا نقطه نهایی است، فرامین هدایتی مطلوب صادر می شود. در این راستا، کریدورهای پروازی مجاز نیز تعریف شده و مورد استفاده قرار گرفته است. مرجع [۵] از روش های تطبیقی برای اصلاح ضرایب و تعقیب مسیر مرجع در هدایت ورود به مریخ، که مدل سازی اتمسفر آن همراه با عدم قطعیت ها و نوسانات زیادی است استفاده کرده است. مرجع [۶] نیز از روش LQR استفاده کرده است. در مرجع [۷]، به جای استفاده از خطی سازی مسیر، از روش های غیرخطی استفاده شده و متغیر کنترلی نیز ارتفاع در نظر گرفته شده است. متغیر مستقل در نظر گرفته شده در این مقاله، انرژی است. مرجع [۸] برای تعقیب منحنی نامی شتاب درگ برحسب سرعت، از روش های فازی استفاده می کند. در این مقاله کنترل تنها با تغییر زاویه غلت انجام شده تا از بروز بارهای دینامیکی و حرارتی شدید اجتناب شود. مرجع [۹]، از روش های بهینه و با هدف حداقل کردن اختلاف شتاب واقعی با مقدار مرجع، تعقیب مسیر را به انجام می رساند. مراجع [۱۰] الی [۱۳] نیز تعقیب مسیر مرجع را بر اساس قوانین منطقی خاصی در بازه های مختلف مسیر حرکت به انجام می رساند.

روش ارائه شده در این مقاله، با توجه به حجم پایین محاسبات و دقت مطلوب، گزینه مناسبی برای استفاده در مأموریت های یاد شده است. در این روش با بهره گیری از یک سناریوی چند قسمتی، سعی در جبران سازی خطا و اصلاح مسیر می شود. در ابتدای ورود به جو، فاز اولیه هدایت که مبتنی بر مسیر نامی است اجرا خواهد شد. با اتمام این فاز، مسیر حرکت، به مسیر طرح ریزی شده نزدیک شده و دقت اولیه مطلوبی حاصل می شود. در فاز میانی که به دلخواه قابل پیاده سازی خواهد بود، شکل دهی به مسیر حرکت انجام می گیرد. اجرای این فاز در صورتی توصیه می شود که علاوه بر افزایش دقت، دستیابی به شیب مورد نظری برای مسیر حرکت یا محدوده خاصی برای سرعت در فاز نهایی نیز مد نظر باشد. در آخرین بخش، فاز

مسافت نهایی با اعمال تغییر در فرامین ورودی، از طریق زیر قابل بیان است:

$$\delta = R - R_{nom} = \frac{\partial R}{\partial \alpha}(h) \Delta \alpha \quad (4)$$

طبیعتاً با استفاده از رابطه فوق، با توجه به میزان  $\delta$  در هر ارتفاع، فرمان زاویه حمله مورد نیاز قابل محاسبه خواهد بود. در محاسبه میزان حساسیت، زوایای مثبت و منفی به طور جداگانه بررسی شده و برای هر کدام، در طول مسیر، میزان حساسیت محاسبه شده است. توجه به این نکته نیز ضروری است که منفی بودن  $\delta$  به مفهوم آن است که مسافت طی شده تا این لحظه، بزرگتر از مقدار نامی آن بوده است و لذا تغییر زاویه حمله، لازم است از طریق کاهش آن انجام گیرد تا با تغییر مناسب مسیر حرکت، خطای حاصله جبران شود. در رویکرد دوم تنها با بهره‌گیری از مقدار خطا در مسافت باقیمانده تا موقعیت نهایی مورد نظر ( $\delta$ )، با رابطه ۵ اندازه فرامین محاسبه می‌شود:

$$\Delta \alpha = K_1 \delta + K_2 \delta \quad (5)$$

البته لازم است حدود فرمان در شرایط مختلف در نظر گرفته شود. در این پژوهش رویکرد اول انتخاب شده و بخش ابتدایی سناریوی هدایت را شکل داده است. هر چند بررسی‌های انجام شده نشان داد رویکرد دوم نیز عملکرد بسیار مناسبی دارد. در بررسی‌هایی که در خصوص سیستم‌های هدایت ورود به جو انجام شده، متغیر مستقل زمان، سرعت، ارتفاع و انرژی بوده است که در این بررسی متغیر مستقل، ارتفاع در نظر گرفته شده است.

### محاسبه توابع حساسیت

در محاسبه توابع حساسیت، دو نوع نگاه به مسئله امکان‌پذیر است. یکی اعمال کنترل در یک بازه حرکتی با شدت بالاتر و دیگری اعمال کنترل با شدت پایین‌تر و در بخش وسیعی از مدت زمان انجام مأموریت که در این بررسی، نگاه کاملی به این اثرات صورت گرفته است. قبل از ورود به این بخش لازم است توجه شود میزان حساسیت کاملاً تابع فرامین نامی تولید شده است. مشاهده شکل (۲) نشان می‌دهد پارامتر نسبت برا به پسا که بر میزان برد تأثیر مستقیمی دارد، تابع میزان زاویه حمله است و لذا در محدوده‌هایی با فرمان اولیه مختلف برای زاویه حمله، حساسیت کنترلی نسبت به فرامین کاملاً متفاوت است و این مسئله لازم است در الگوریتم هدایت لحاظ شود.

مسافت باقیمانده تا موقعیت نهایی براساس بردارهای مکان لحظه‌ای وسیله پرنده و نقطه نهایی، بر اساس رابطه (۱)، قابل محاسبه است:

$$R_{TOGO} = R_E \text{Arc cos} \left( \frac{\vec{r}_M \cdot \vec{r}_T}{r_M r_T} \right) \quad (1)$$

این رابطه مبتنی بر ارتباط فاصله بین دو نقطه واقع بر یک کره با زاویه بین آنهاست. البته رابطه دقیق محاسبه مسافت روی بیضی‌گون پیچیده‌تر است اما به دلیل کوتاهی مسافت از ورود به جو تا انتهای پرواز، رابطه فوق با دقت بسیار خوبی نتیجه می‌دهد. البته چنانچه مأموریت‌های خاصی با مدت زمان طولانی به عنوان مثال با خروج مقطعی از جو و ورود مجدد، مد نظر باشد، دقت رابطه فوق ممکن است کافی نباشد اما به هر حال در اینجا، رابطه ارائه شده قابل قبول است.

زاویه بردار سرعت با صفحه متشکل از بردارهای موقعیت نقطه نهایی و جسم پرنده نیز که ملاک محاسبه خطای سمت است با رابطه ۲ قابل محاسبه است:

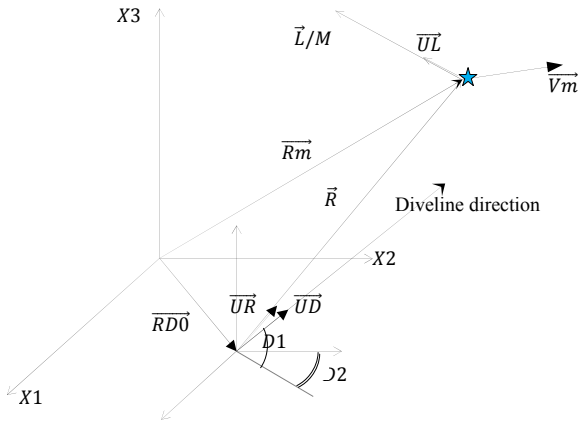
$$\psi = \frac{\pi}{2} - \text{Arc cos} \left( \frac{\dot{\vec{r}}_M \cdot (\vec{r}_M \times \vec{r}_T)}{|\dot{\vec{r}}_M| |\vec{r}_M \times \vec{r}_T|} \right) \quad (2)$$

در واقع در رابطه فوق، زاویه بین بردار سرعت با بردار شاخص صفحه در برگیرنده بردارهای لحظه‌ای وسیله و هدف برای محاسبه زاویه لحظه‌ای با این صفحه استفاده می‌شود. در استفاده از رابطه فوق و محاسبه خطای سمت، توجه به این نکته حائز اهمیت است که چنانچه مقدار زاویه محاسبه شده کوچک‌تر از صفر باشد، بردار سرعت در سمت راست صفحه حرکت واقع شده و لذا باید به سمت چپ چرخانده شود. از طرفی، زاویه لغزش جانبی مثبت، بردار سرعت را به سمت چپ می‌چرخاند و لذا علامت زاویه لغزش جانبی مورد نیاز معکوس علامت زاویه انحراف بردار سرعت نسبت به صفحه لحظه‌ای خواهد بود. بنابراین فرمان مورد نیاز در راستای زاویه لغزش جانبی بر اساس رابطه (۳) قابل محاسبه خواهد بود:

$$\Delta \beta = -k \cdot \gamma, k > 0 \quad (3)$$

نکته دیگر آنکه، طراحی مسیر نامی، در ابتدا و با لحاظ کردن قيود موجود انجام شده و اعمال هدایت با در نظر گرفتن آن انجام می‌گیرد. برای محاسبه فرمان زاویه حمله دو رویکرد قابل فرض است. در رویکرد اول با بهره‌گیری از توابع حساسیت، ارتباط تغییر

$$\begin{cases} UD1 = \cos(D1) \sin(D2) \\ UD2 = \cos(D1) \cos(D2) \\ UD3 = \sin(D1) \end{cases} \quad (7)$$



شکل ۳- هندسه خط شیرجه

واضح است فقط با دو زاویه  $D_1$ ،  $D_2$  راستای مطلوب تعریف شده و با تعریف دو کمیت دیگر می توان مبدأ آن را روی زمین مشخص کرد.

برای اجرای هدایت میانی لازم است بردار  $\vec{W}$  تعریف شود:

$$\vec{W} = \vec{UR}(\vec{UR} \cdot \vec{UD}) - (G) \vec{UD} \quad (8)$$

به طوری که  $G$  بهره هدایت و علامت نقطه، نشانه ضرب اسکالر است. برای اینکه معادله فوق، مفهومی هندسی پیدا کند بردار  $\vec{Q}$  به صورت زیر تعریف می شود:

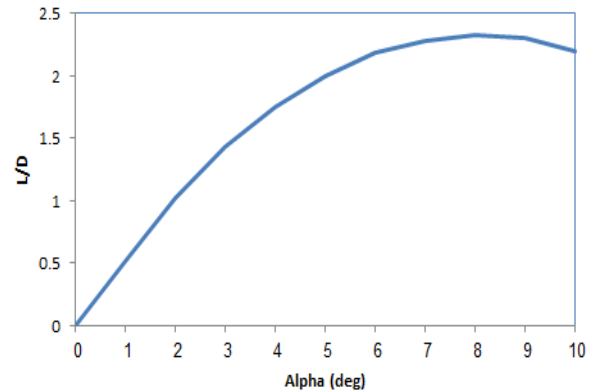
$$\vec{Q} = (\vec{UD} \times \vec{UR}) \times \vec{UR} = \vec{UR} \times (\vec{UR} \times \vec{UD}) \quad (9)$$

بردار  $\vec{Q}$  در صفحه ای که توسط بردارهای  $\vec{UR}$  و  $\vec{UD}$  تعریف می شود قرار داشته و علامت  $\times$  نشانه ضرب برداری است. با استفاده از یک قضیه در ضرب برداری، معادله فوق را می توان بدین صورت نوشت:

$$\vec{Q} = \vec{UR}(\vec{UD} \cdot \vec{UR}) - \vec{UD} = \vec{UR} \cos \theta - \vec{UD} \quad (10)$$

که در آن  $|\vec{Q}| = \sin \theta$  است و  $\theta$  زاویه بین بردارهای  $\vec{UR}$  و  $\vec{UD}$  است.

با مقایسه معادلات (۸) و (۱۰) می توان نتیجه گرفت اگر بهره  $G$  برابر با یک باشد آنگاه  $\vec{W} = \vec{Q}$ . از طرف دیگر اگر  $G=0$ ، راستای  $\vec{W}$  بر  $\vec{UR}$  منطبق شده و مقداری برابر با  $\cos \theta$  خواهد داشت. بنابراین با تغییر بهره از صفر تا یک جهت بردار  $\vec{W}$  از امتداد  $\vec{UR}$  تا عمود بر آن تغییر خواهد کرد.



شکل ۲- نحوه تغییر ضریب برا به پسا با تغییر زاویه حمله برای اجسام بازگشت پذیر [۱۵]

## مسیر نامی

علاوه بر توابع حساسیت، فاصله نامی باقیمانده تا موقعیت نهایی مطلوب نیز روی مسیر نامی باید محاسبه و ذخیره سازی شود تا اعمال هدایت میسر گردد.

## تدوین مرحله میانی و پایانی سناریو

در روش هدایتی انتخاب شده، علاوه بر کسب دقت مطلوب و رفع خطاها، شکل دهی به مسیر حرکتی نیز مدنظر است. برای این منظور دستگاه مختصاتی به صورت متصل به هدف تعریف شده و در هر لحظه سرعت وسیله پرنده و بردار موقعیت آن نسبت به مرکز دستگاه مذکور محاسبه می شود. علاوه بر این با تعریف یک راستای مطلوب در دستگاه مورد اشاره، سعی می شود مسیر حرکتی در راستای مذکور قرار گیرد. این کار از طریق بردار نیروی برا انجام می گیرد که زوایای مطلوب برای تولید نیروی مورد نیاز، در این بخش محاسبه می شود. ممکن است شکل دهی به مسیر حرکت، با در نظر گرفتن دستگاه های ثانویه در چندین مرحله انجام شده و در نهایت، برخورد با هدف و شکل دهی نهایی از طریق دستگاه نهایی انجام گیرد.

در ادامه، تئوری حاکم بر این روش هدایتی به اختصار تشریح می شود. این روش، جهت بردار نیروی برا را به گونه ای تنظیم می کند که بردار سرعت در راستای تعریف شده در مأموریت قرار گیرد. هندسه مسئله در شکل (۳) نشان داده شده است. بر این اساس، موقعیت وسیله نسبت به مبدأ دستگاه شکل دهی با بردار واحد  $\vec{UR}$  نمایش یافته و بردار واحد راستای مورد نظر برای شکل دهی عبارت است از:

$$\vec{UD}^T = [UD1, UD2, UD3]^T \quad (6)$$

به طوری که:

بنامیم، ماتریس تبدیل از دستگاه شیرجه به اینرسی با رابطه ۱۳ محاسبه خواهد شد:

$$C_T^I = C_{NT}^I C_T^{NT} \quad (13)$$

با استفاده از رابطه فوق، کلیه بردارهایی که لازم است در دستگاه شکل‌دهی بیان شوند، قابل حصول خواهد بود.

با توجه به اینکه بردار مکان وسیله پرنده و سرعت آن نسبت به مبدأ دستگاه شیرجه بیان خواهد شد، لازم است در هر لحظه موقعیت مبدأ این دستگاه که نقطه هدف است، داشته باشیم. سرعت هدف، به‌رغم وجود چرخش زمین، ناچیز در نظر گرفته خواهد شد و سرعت وسیله، نسبت به اتمسفر محلی، ملاک محاسبات است.

برای شکل‌دهی به بردار برا، لازم است ابتدا بردار  $\vec{W}$  تعریف شود. جزئیات و نحوه رسیدن به این رابطه در بخش قبل بیان شد. نحوه تعریف بردار مزبور، بر این اساس مطابق رابطه (۸) قابل محاسبه است. ضریب  $G$  بین صفر و ۱ انتخاب می‌شود که اثر تغییر آن در ادامه گزارش ارائه خواهد شد. با داشتن بردار فوق، راستای نیروی برا و راستای یکه آن با رابطه (۱۲) قابل محاسبه خواهد بود.

بررسی روش هدایتی معرفی شده، حاکی از عملکرد مناسب در جبران‌سازی خطا و اصلاح مسیر است اما در فاز پایانی مسیر که بخش کوچکی از کل مسیر حرکتی را تشکیل می‌دهد، برای افزایش بیشتر کارایی و دقت، می‌توان تغییری در سناریوی هدایت ایجاد کرد. برای این منظور از چرخش بردار سرعت لحظه‌ای وسیله پرنده به سمت بردار موقعیت نسبی وسیله پرنده و نقطه پایانی استفاده می‌شود. با توجه به نزدیک شدن وسیله پرنده به نقطه پایانی بر اثر اعمال هدایت در بخش اول سناریو، این روش عملکرد مناسبی را در بر خواهد داشت. برای این منظور، بردار برا در هر لحظه به‌گونه‌ای تنظیم می‌شود که چرخش بردار سرعت، در نتیجه آن، در جهت منطبق شدن بر بردار مزبور باشد. با توجه به شکل (۱) به راحتی می‌توان نشان داد، در هر لحظه برای محقق شدن آنچه گفته شد، کافی است بردار برا در راستایی که توسط بردار زیر تعریف می‌شود، قرار داشته باشد:

$$\vec{UL} = (\vec{UR} \times \vec{UV}) \times \vec{UV} \quad (14)$$

همانگونه که ملاحظه می‌شود، با در نظر گرفتن این قیدها که  $G=0$  و مبدأ دستگاه شکل‌دهی واقع بر نقطه نهایی مطلوب باشد، این رابطه حالت خاصی از رابطه (۱۲) است. برای پیاده‌سازی این قانون، با استفاده از فرامین زاویه حمله و لغزش جانبی برای ادامه‌دادن این بحث، لازم است دستگاه مختصات سرعت معرفی شود. محور ۱ این دستگاه در راستای بردار سرعت لحظه‌ای قرار دارد. محور ۲ با رابطه برداری  $\vec{r}_v = \vec{V} * \vec{k}$  تعریف می‌شود که بردار یکه  $k$  مربوط به دستگاه اینرسی است. محور ۳ نیز از قانون راستگرد

هدف اصلی هدایت، تنظیم بردار براست؛ به عبارت دیگر، محاسبه مقادیر عددی برای مؤلفه‌های برداری که  $\vec{UL}$  در دستگاه اینرسی مورد نظر است. طبق تعریف، نیروی برا همیشه عمود بر بردار سرعت  $\vec{UV}$  است. برای دستیابی به اهداف هدایت در فاز میانی، برداریکه برا بدین صورت تعریف می‌شود:

$$\vec{UL} = (\vec{W} \times \vec{UV}) \times \vec{UV} \quad (11)$$

با استفاده از معادله (۸) خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} \vec{UL} = \vec{UV} \times (\vec{UV} \times \vec{W}) &= \cos \theta \left[ (\vec{UR} \times \vec{UV}) \times \vec{UV} \right] - G \left[ (\vec{UD} \times \vec{UV}) \times \vec{UV} \right] \\ &= \cos \theta \left[ \vec{UV} \times (\vec{UV} \times \vec{UR}) \right] - G \left[ \vec{UV} \times (\vec{UV} \times \vec{UD}) \right] \end{aligned} \quad (12)$$

مشاهده می‌شود بردار برا مرکب از مجموعه دو بردار که هر دو عمود بر بردار سرعتند است. بردار اول در صفحه  $\vec{UR}$  و  $\vec{UV}$  و بردار دوم در صفحه  $\vec{UD}$  و  $\vec{UV}$  قرار دارد. سهم هر یک از این بردارها با ضرایب  $\cos \theta$  کنترل می‌شود. یادآوری می‌شود  $\cos \theta$  زاویه بین  $\vec{UD}$  و  $\vec{UR}$  و  $G$  بهره‌الگوریتم هدایت است.

بهره هدایت حین مانور می‌تواند با تغییر زاویه بین  $\vec{UD}$  و  $\vec{UR}$  تغییر کرده یا مقدار ثابتی مثل ۰/۵ داشته باشد. در هر حالت بردار  $\vec{UL}$  از معادله (۱۲) قابل محاسبه است (با استفاده از بردار یکه  $\vec{UD}$ ،  $\vec{UR}$  و  $\vec{UV}$ ). بردار  $\vec{UD}$  تا زمان انتخاب خط شیرجه جدید، ثابت بوده و  $\vec{UR}$  و  $\vec{UD}$  در انتهای هر گام انتگرال‌گیری در دسترس هستند.

برای پیاده‌سازی عملی هدایت میانی معرفی شده، در نخستین مرحله، لازم است دستگاه مختصات شکل‌دهی، تعریف شود. قرارداد در نظر گرفته شده به این صورت است:

دستگاه‌های متعددی را برای شکل‌دهی به مسیر حرکت در بازه‌های مختلف می‌توان در نظر گرفت که هر یک از آنها می‌تواند در یک نقطه میانی و به صورت اختیاری در نظر گرفته شود اما طبیعتاً آخرین دستگاه شکل‌دهی لازم است متصل به نقطه نهایی انتخاب شود. به‌عنوان یک انتخاب، صفحه  $xy$  این دستگاه می‌تواند مماس بر سطح زمین، محور  $x$  آن در راستای آزیموت و به سمت نقطه اولیه و محور  $z$  آن عمود بر سطح زمین و به سمت خارج در نظر گرفته شود. بنابر آنچه گفته شد، چنانچه با ۳ زاویه اویلر با ترتیب ۳۲۱ بخواهیم از دستگاه شکل‌دهی معرفی شده به دستگاه افق محلی برسیم، زاویه‌های مزبور به ترتیب  $[-Az, 0, \pi]$  خواهد بود. بنابراین در هر لحظه وضعیت نسبی این دستگاه، نسبت به افق محلی قابل محاسبه خواهد بود. اگر ماتریس‌های تبدیل افق محلی به اینرسی و شکل‌دهی نسبت به افق محلی را به ترتیب  $C_{NT}^I, C_T^{NT}$

حمله و لغزش  $\alpha_1$  و  $\beta_1$  به  $\alpha_2$  و  $\beta_2$  رسید. دوران‌ها به ترتیب زیر هستند:

$$\left. \begin{matrix} \beta_1 \\ 0 \\ 0 \end{matrix} \right\} \text{ دوران اول حول محور } z \text{ دستگاه بدنی اولیه}$$

$$\text{ماتریس تبدیل: } \begin{bmatrix} \cos\beta_1 & \sin\beta_1 & 0 \\ -\sin\beta_1 & \cos\beta_1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\left. \begin{matrix} 0 \\ -\alpha_1 \\ 0 \end{matrix} \right\} \text{ دوران دوم حول محور } y \text{ دستگاه واسط } 1$$

$$\text{ماتریس تبدیل: } \begin{bmatrix} \cos\alpha_1 & 0 & \sin\alpha_1 \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin\alpha_1 & 0 & \cos\alpha_1 \end{bmatrix}$$

$$\left. \begin{matrix} 0 \\ \alpha_2 \\ 0 \end{matrix} \right\} \text{ دوران سوم حول محور } y \text{ دستگاه واسط } 2$$

$$\text{ماتریس تبدیل: } \begin{bmatrix} \cos\alpha_2 & 0 & -\sin\alpha_2 \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin\alpha_2 & 0 & \cos\alpha_2 \end{bmatrix}$$

$$\left. \begin{matrix} -\beta_2 \\ 0 \\ 0 \end{matrix} \right\} \text{ دوران چهارم حول محور } z \text{ دستگاه واسط } 3$$

$$\text{ماتریس تبدیل: } \begin{bmatrix} \cos\beta_2 & -\sin\beta_2 & 0 \\ \sin\beta_2 & \cos\beta_2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

در روابط فوق داریم:

$$\alpha'_1 = \text{tg}^{-1}(\text{tg}\alpha_1 / \cos\beta_1) \quad (19)$$

$$\alpha'_2 = \text{tg}^{-1}(\text{tg}\alpha_2 / \cos\beta_2)$$

با اعمال چهار دوران فوق، ماتریس تبدیل بین دستگاه‌های بدنی اولیه و نهایی حاصل خواهد شد. با توجه به اینکه ستون اول ماتریس تبدیل از دستگاه بدنی به اینرسی، بیانگر بردار یک محور  $x$  بدنی در دستگاه اینرسی یا همان راستای محور وسیله است، به این ترتیب راستای اولیه ( $\vec{x}_1$ ) و نهایی ( $\vec{x}_2$ ) محور  $x$  بدنی در دستگاه اینرسی مشخص خواهد بود. بنابراین با بهره‌گیری از قانون حاصل ضرب خارجی، سرعت زاویه‌ای مطلوب برای فرمان محاسبه خواهد شد:

$$\vec{\omega}_{com} = k(\vec{x}_1 \times \vec{x}_2) \quad (20)$$

## الگوریتم روش هدایتی مرحله میانی و پایانی

- ۱) تعیین بردار سرعت لحظه‌ای وسیله پرنده نسبت به اتمسفر و بردار موقعیت هدف نسبت به وسیله پرنده و بردارهای یک مربوطه به عنوان ورودی هر گام هدایتی
- ۲) محاسبه بردارهای یک دستگاه سرعت در دستگاه اینرسی و تعیین ماتریس تبدیل از دستگاه سرعت به دستگاه اینرسی
- ۳) محاسبه بردار یک نیروی برا در دستگاه اینرسی
- ۴) تعیین زاویه بردار برا نسبت به محور  $y$  دستگاه سرعت و در صفحه  $yz$  این دستگاه
- ۵) تعیین مقدار لحظه‌ای زاویه حمله کلی که می‌تواند در بخش میانی تابعی از زاویه لحظه‌ای بین بردار سرعت و راستای

قابل تعیین است. بنابراین قرارگیری بردار لیفت در راستای محور ۲ به مفهوم وجود زاویه لغزش جانبی صرف و قرارگیری آن در راستای محور ۳ به مفهوم وجود زاویه حمله صرف خواهد بود.

$$\hat{x}_v = \hat{v} = \begin{bmatrix} u_l \\ v_l \\ w_l \end{bmatrix}$$

$$\hat{y}_v = \begin{bmatrix} v_l \\ -u_l \\ 0 \end{bmatrix} / \sqrt{u_l^2 + v_l^2} \quad (15)$$

$$\hat{z}_v = \begin{bmatrix} u_l w_l \\ v_l w_l \\ -u_l^2 - v_l^2 \end{bmatrix} / \sqrt{u_l^2 w_l^2 + v_l^2 w_l^2 + (u_l^2 + v_l^2)^2}$$

با محاسبه بردارهای یک دستگاه سرعت که در اینجا معرفی شد، ماتریس تبدیل از دستگاه اینرسی به دستگاه سرعت با رابطه زیر داده خواهد شد:

$$C_l^v = \begin{bmatrix} \hat{x}_v^T \\ \hat{y}_v^T \\ \hat{z}_v^T \end{bmatrix} \quad (16)$$

با توجه به تعریف دستگاه سرعت، بردار برا که با رابطه ۱۱ داده شد، در صفحه  $yz$  دستگاه سرعت قرار خواهد داشت و زاویه آن با محور  $y$  این دستگاه، میزان زاویه حمله و زاویه لغزش جانبی را مشخص خواهد ساخت. این زاویه را با استفاده از رابطه ۱۷ می‌توان محاسبه کرد:

$$\phi = \text{Arc cos}(\hat{L} \cdot \hat{y}_v) \quad (17)$$

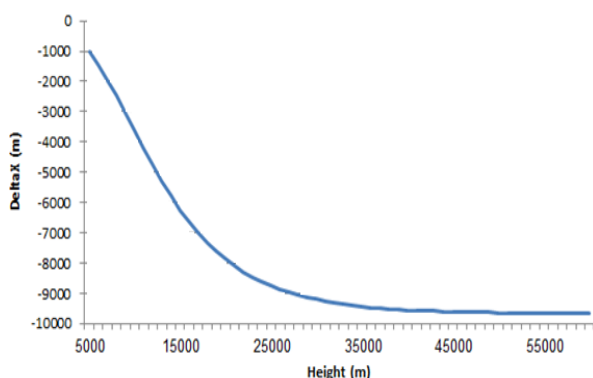
البته توجه به این نکته ضروری است که آرک کسینوس زاویه را در ربع اول و دوم محاسبه می‌کند و برای تعیین دقیق این زاویه، چنانچه مؤلفه سوم بردار برای بیان شده در دستگاه سرعت منفی باشد، قرینه زاویه محاسبه شده توسط رابطه ۱۷ باید مورد استفاده قرار گیرد.

با توجه به رابطه بین زاویه لغزش جانبی، زاویه حمله و زاویه حمله کلی، اندازه زوایای حمله و لغزش جانبی به صورت تابعی از زاویه حمله کلی و زاویه  $\phi$ ، با استفاده از روابط ۱۸ بیان خواهد شد.

$$\tan\alpha = \tan\bar{\alpha} \sin\phi$$

$$\tan\beta = \tan\bar{\alpha} \cos\phi \quad (18)$$

از آنجا که تعقیب فرامین سرعت‌های زاویه‌ای برای سیستم‌های کنترلی ساده‌تر است، در ادامه فرایند محاسبه فرامین مربوطه تشریح خواهد شد. برای دستیابی به سرعت‌های زاویه‌ای که فرامین زاویه حمله و لغزش جانبی یاد شده را فراهم سازد به این نکته توجه می‌کنیم که با ۴ دوران اویلر از نوع ۳۲۱ می‌توان از وضعیتی با زاویه



شکل ۵- میزان حساسیت برد تا هدف نسبت به +۱ درجه زاویه حمله به صورت تابعی از ارتفاع

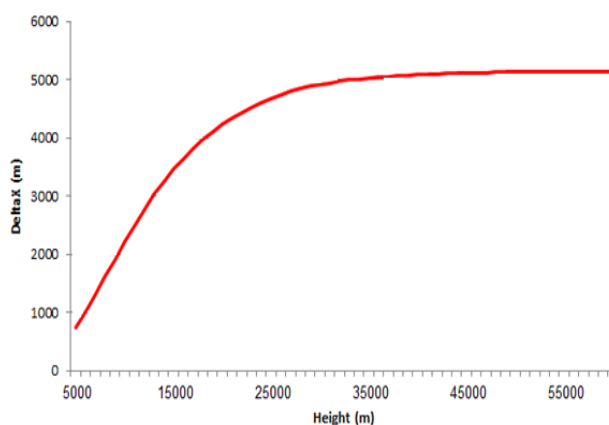
جدول‌های (۱) و (۲) اثر اعمال فرامین در یک بازه ۱۰۰۰ متری را برای ارتفاعات مختلف نشان می‌دهد. جدول (۱)، فاصله نهایی حاصله با موقعیت مورد نظر را برای وضعیت‌هایی با اعمال فرامین زوایه‌ای نشان می‌دهد. منفی بودن فاصله نهایی به معنی بیشتر بودن مسافت طی شده نسبت به مقدار نامی و مثبت بودن آن به معنای طی مسافتی کوتاه‌تر نسبت به آنچه برنامه‌ریزی شده است، خواهد بود. در واقع برای وسیله پرنده در نظر گرفته شده، چنانچه هدف، اصلاح سریع خطا باشد، محدوده ارتفاعی ۸ الی ۹ کیلومتری، بهترین بازه است. البته طبیعتاً در چنین ناحیه‌ای، اعمال هدایت منجر به ایجاد مقادیر زیادی شتاب و در نتیجه فرابار سازهای خواهد شد. به‌طور مشابه، برای مواردی که هدایت مستلزم اعمال زاویه حمله منفی است، نتایج در جدول (۲) ارائه شده است. جدول (۲) این مسئله را با اعمال  $-0.5$  درجه زاویه حمله در بازه‌های ۱۰۰۰ متری در نقاط مختلف از مسیر ورود به جو نمایش می‌دهد. ستون دوم، اثر این مسئله را بر میزان فاصله نهایی با موقعیت مطلوب در انتهای مسیر نشان می‌دهد. توابع حساسیت به‌صورت تابع ارتفاع، در بخش‌های مختلف مسیر، با در نظر گرفتن فرمان ۱ درجه‌ای زاویه حمله در کل مسیر در شکل (۳) نمایش یافته است. مثبت بودن این پارامتر، به مفهوم عقب‌تر بودن نسبت به مسیر نامی و منفی بودن، به معنای طی فاصله بیشتر نسبت به مسیر نامی خواهد بود. طبیعتاً زاویه حمله منفی، شیب مسیر را افزایش داده و باعث تسریع در برخورد پرتابه و عقب‌تر بودن نسبت به مسیر نامی خواهد شد. به‌طور مشابه، برای زاویه حمله‌های مثبت، نتایج در شکل (۴) نمایش یافته است. نکته مهمی که با بررسی توابع حساسیت، آشکار می‌گردد، آنکه در برخی از ارتفاع‌ها، فرمانی برای افزایش زاویه حمله، نه تنها مسافت کل را افزایش نمی‌دهد، بلکه آن را با کاهش نیز مواجه می‌سازد. این مسئله تابع مقدار زاویه حمله نامی و ارتباط آن با زاویه حمله مربوط با  $L/D$  ماکزیمم است که در تدوین سناریوی هدایت، در نظر گرفته شده است. در واقع جدول‌های (۱) و (۲) بخشی از بررسی‌هایی است که به‌منظور تعیین

شکل‌دهی و در بخش پایانی تابعی از زاویه لحظه‌ای بین بردار سرعت و بردار خط دید باشد. البته در تعیین زاویه حمله کلی بر حسب ارتفاع، لازم است قیود موجود نیز در نظر گرفته شود. از یک طرف میزان زاویه حمله قابل حصول با توجه به نوع بالک‌های کنترلی محدود است و از طرف دیگر به دلیل محدود بودن فرابار عمودی قابل قبول در طول پرواز، زاویه حمله کلی از حد مشخصی نمی‌تواند بیشتر باشد.

(۶) محاسبه زاویه حمله و لغزش جانبی لحظه‌ای با استفاده از زاویه حاصله از مرحله ۴ و زاویه حمله کلی

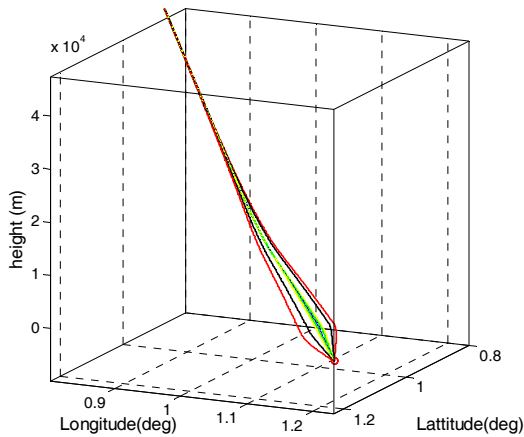
## پیاده‌سازی

برای ارزیابی عملکرد الگوریتم هدایتی معرفی شده، وسیله فرضی تحت بررسی که دارای پیکربندی مخروطی و دارای وزن تقریبی ۱۰۰۰ کیلوگرم است، با شرایط اولیه معینی شروع به حرکت کرده و هدف رسیدن به موقعیت مشخصی در فضای اینرسی است. برای بررسی الگوریتم هدایتی، با در نظر گرفتن خطاهای تصادفی در مشخصه‌های حرکتی، شبیه‌سازی آماری انجام شده و نحوه کنترل خطا بررسی خواهد شد. با توجه به اینکه هدف، ارزیابی عملکرد الگوریتم هدایت است، سیستم کنترل ایده‌آل در نظر گرفته شده و فرض می‌شود فرامین داده شده (زوایای حمله و لغزش یا سرعت‌های زوایه‌ای) عیناً پیاده‌سازی و اجرا می‌شود. برای ارزیابی، مجموعه معادلات شش درجه آزادی جسم صلب با در نظر گرفتن زمین بیضی‌گون دوار و اتمسفر استاندارد تدوین و مورد استفاده قرار گرفت. نتایج حاصله از حساسیت سنجی حرکتی نسبت به فرامین زاویه ای برای پرتابه فرضی که پروفیل فرمان اولیه مشخصی به صورت تابع ارتفاع دارد در جدول‌های (۱) و (۲) و شکل‌های (۴) و (۵) ارائه شده است.

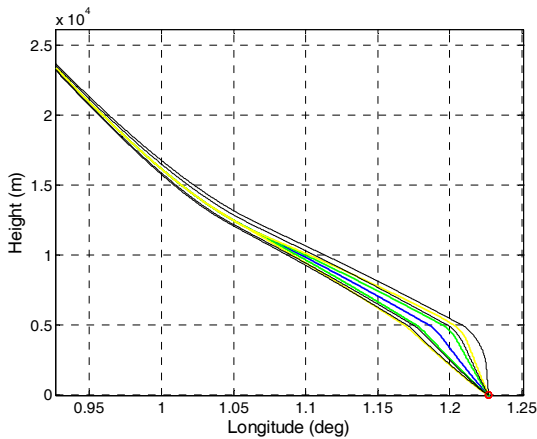


شکل ۴- میزان حساسیت برد تا هدف نسبت به -۱ درجه زاویه حمله به صورت تابعی از ارتفاع

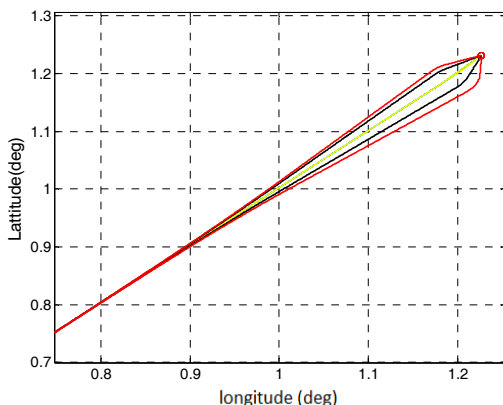
مسیر حرکت و پروفیل سرعت در این شکل‌ها به وضوح قابل ملاحظه است.



شکل ۷- تغییر مسیر حرکت در فاز میانی و پایانی بر اساس الگوریتم هدایتی مربوطه



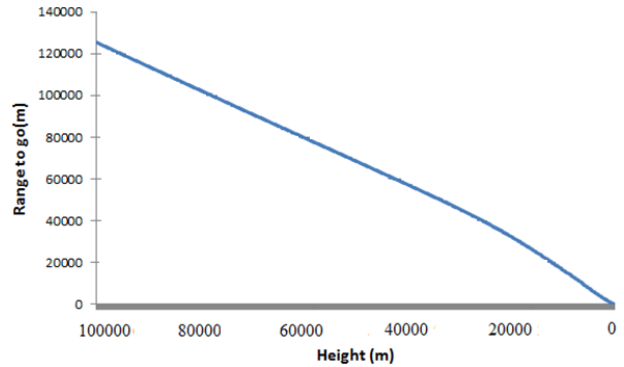
شکل ۸- تغییرات ارتفاع و طول جغرافیایی در فاز میانی و پایانی بر اساس الگوریتم هدایتی مربوطه



شکل ۹- تغییرات عرض و طول جغرافیایی در فاز میانی و پایانی بر اساس الگوریتم هدایتی مربوطه

محدوده خطای در نظر گرفته شده روی پارامترها، خطای نهایی را مشابه شکل (۱۰) رقم خواهد زد. اعمال هدایت در عین رسیدن

حدود زوایای حمله در ارتفاعات مختلف انجام شده و در نهایت در الگوریتم هدایت مورد استفاده قرار گرفته است.



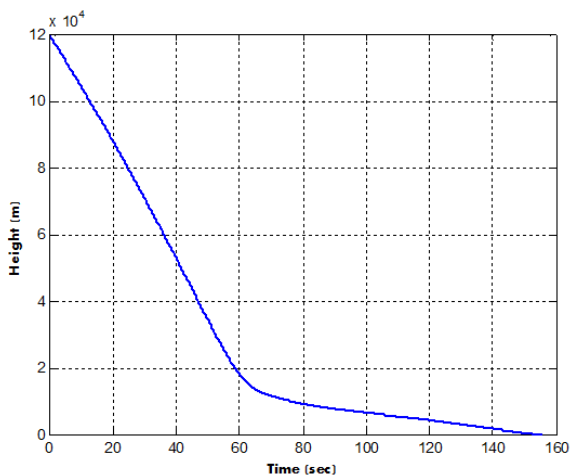
شکل ۶- برد تا هدف نامی بر حسب ارتفاع

گام بعدی استخراج مسیر نامی است که در شکل (۶) نمایش یافته است. این مسیر نامی با برازش منحنی‌های متناسب در بخش‌های مختلف در سناریوی هدایت بارگذاری می‌شود. با توجه به اینکه الگوریتم هدایت به طور یکپارچه پیاده‌سازی می‌شود، تنها بخش ابتدایی از مسیر حرکت بر اساس این منطق هدایت می‌شود که این بخش در ارتفاعات بالاتر جو واقع شده است. از ارتفاع مرزی در نظر گرفته شده به بعد، مانورهای در نظر گرفته شده در الگوریتم پیاده‌سازی شده و منطق جدید هدایتی بر مسئله حکم فرما می‌شود. البته ارتفاع مرزی بسته به نیاز قابل تغییر است و الگوریتم فاز اولیه حتی به طور مستقل قادر به هدایت وسیله است. هر چند در این صورت انتخاب مسیر و مانور فاز میانی را نخواهیم داشت.

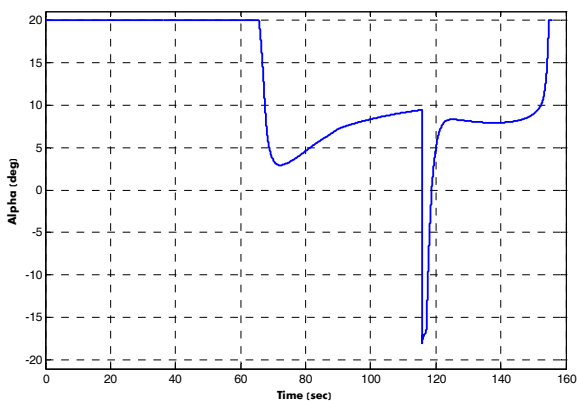
برای بررسی عملکرد هدایت، با فرض شروع حرکت از نقطه‌ای با طول و عرض جغرافیایی  $\pm 0.005$  درجه و ارتفاع  $120 \pm 0.5$  کیلومتری و با سرعتی معادل  $3 \pm 0.005$  کیلومتر بر ثانیه در آزیموت  $45 \pm 1$  و زاویه  $30 \pm 1$  درجه با افق، هدف رسیدن به نقطه (۱.۲۲۷۰۵۴, ۱.۲۳۱۵۵۸) است.

پیاده‌سازی هدایت به این صورت است که تا ارتفاع ۲۵ کیلومتری، هدایت فاز میانی سعی کرده مسیر حرکت را به مسیر نامی نزدیک کند و پس از آن فازهای میانی و پایانی اجرا می‌شود. در فاز میانی، راستای مورد نظر که جزء الزامات مسئله است تأمین شده و در نهایت در فاز پایانی دقت نهایی مورد نیاز تأمین می‌شود. شکل‌های (۷) الی (۹)، نتیجه پیاده‌سازی هدایت را با درنظر گرفتن راستاهای متفاوت مطلوب در فاز میانی نشان می‌دهد. همانگونه که نشان داده شده است، در کلیه وضعیت‌ها، مسیر حرکت به نقطه نهایی مطلوب منتهی شده است اما در هر وضعیت، شیب متفاوتی را در فاز پایانی شاهد هستیم. راستاهای بررسی شده در آزیموت ۴۰ الی ۵۰ درجه و زاویه ۱۰- الی ۲۰- با افق است. تغییر





شکل ۱۳- تاریخچه زمانی تغییر ارتفاع در یک وضعیت هدایت شده

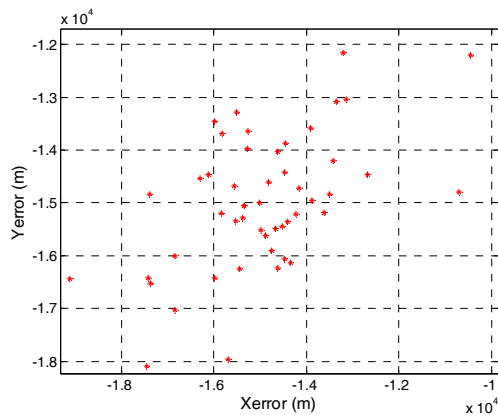


شکل ۱۴- تاریخچه زمانی متغیر کنترلی در یک وضعیت هدایت شده

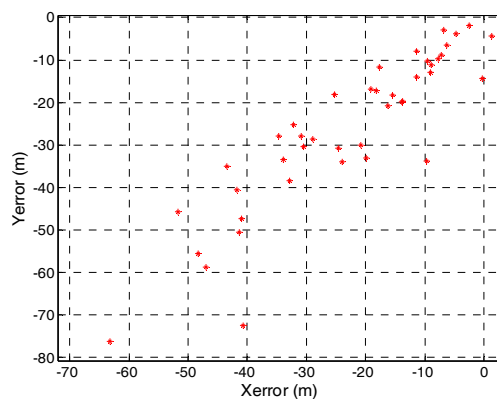
جدول ۱- اثر اعمال فرمان هدایتی ۵ درجه در یک بازه ۱۰۰۰ متری در نقاط مختلفی از مسیر بازگشت به جو

ارتفاع	جابه جایی نقطه نهایی
۴۰۰۰	۶۱/۴۲۲۰۵۷
۳۰۰۰	-۲۳۷/۸۶۰۷۲۶
۲۰۰۰	-۸۳۵/۷۹۹۶
۱۵۰۰	-۱۴۸۰/۹۴۷۸۰۳
۱۲۵۰	-۱۸۷۹/۲۴۸۴۴۶
۱۰۰۰	-۲۲۱۲/۱۱۷۶۸۸
۹۰۰	-۲۲۷۳/۴۶۷۴۴۸
۸۰۰	-۲۳۷۶/۴۶۹۵۱۲
۷۰۰	-۲۲۰۳/۷۴۸۱۸۹
۶۰۰	-۲۰۶۶/۳۸۲۱۱۹

به راستای مطلوب (آزیموت ۴۵ و ۱۷.۵- با افق) دقت را نیز به گونه‌ای که شکل (۱۱) نشان می‌دهد تأمین خواهد ساخت.

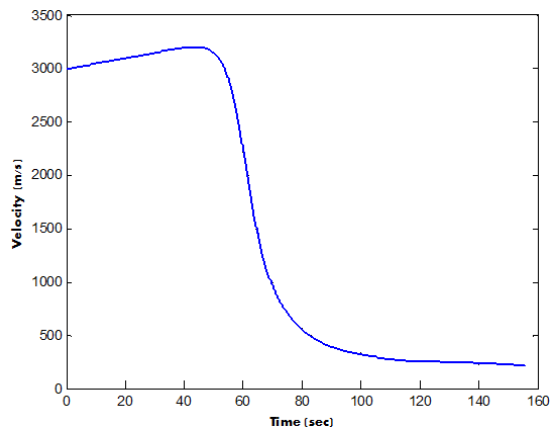


شکل ۱۰- خطای نهایی بدون اعمال هدایت



شکل ۱۱- خطای نهایی با اتمام هدایت در فازهای سه گانه

شکل‌های (۱۲) و (۱۳) تاریخچه زمانی تغییرات سرعت و ارتفاع را در یک وضعیت هدایت شده نشان می‌دهد. شکل (۱۴) نیز تاریخچه زمانی زاویه حمله فرمان داده شده را نشان می‌دهد. در این بررسی، محدوده مجاز زاویه حمله ۲۰ درجه در نظر گرفته شده است.



شکل ۱۲- تاریخچه زمانی تغییر سرعت در یک وضعیت هدایت شده

## مراجع

- [1] Wingrove, R. C., "Survey of Atmosphere Re-Entry Guidance and Control Methods," *AIAA Journal*, Vol. 1, No. 9, 1963, pp. 2019-2029.
- [2] Harpold, J. C. and Graves, C. A., "Shuttle Entry Guidance," *The Journal of the Astronautical Sciences*, Vol. XXVII, No. 3, 1979, pp. 239-268.
- [3] Harpold, J. C. and Gavert, D. E., "Space Shuttle Entry Guidance Performance Results," *Journal Guidance, Control and Dynamics*, Vol. 6, No. 6, 1983, pp. 442-447.
- [4] Wenya, Z., Chen, H. and Yang, D., "Entry Guidance for Common Aero Vehicle," *2<sup>nd</sup> International Symposium on Systems and Control in Aerospace and Astronautics*, Shenzhen, 2008.
- [5] Retrepo, C. and Valasek, J., "Structured Adaptive Model Inversion Controller for Mars Atmospheric Flight," *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, Vol. 31, No. 4, 2008, pp. 937-953.
- [6] Ning, G., Zhang, S. and Fang, Z., "Integrated Entry Guidance for Reusable Launch Vehicle," *Chinese Journal of Aeronautics*, Vol. 20, No. 1, 2007, pp. 1-8.
- [7] Ishimoto, S., "Nonlinear Trajectory Control Using Drag to Altitude Transformation for Entry Guidance," *24<sup>th</sup> Atmospheric Flight Mechanics Conference*, 1999.
- [8] Bikdash, M., Homaifar, A. and Sartor, K., "Shuttle Reentry Guidance Using Sugeno Approximation," *IEEE International Conference on Computational Cybernetics and Simulation*, Orlando, 1997.
- [9] Jouhaud, F., "Closed Loop Reentry Guidance Law of a Space Plane: Application to Hermes," *Acta Astronautica*, Vol. 26, No. 8, 1992, pp. 577-585.
- [10] Young, J., Study of the Use of Terminal Control Techniques for Guidance During Direct and Skip Entries for a Capsule-Type at Parabolic Velocity, NASA TN D-2055, 1964.
- [11] Young, J., A Method for Longitudinal and Lateral Range Control for a High-Drag Low-Lift Vehicle Entering the Atmosphere of a Rotating, NASA TN D-954, 1961.
- [12] Wingrove, R., A Study of Guidance to Reference Trajectories for Lifting Reentry at Supercircular, NASA TR R-151, 1963.
- [13] Bogner, I., Description of Appolo Entry Guidance, NASA-CR-110924, 1966.
- [14] Regan, F. and Anandkrishnan, J., *Dynamics of Atmospheric Reentry*, AIAA Education Series, 1993.
- [15] Gallais, P., *Atmospheric Re-Entry Vehicle Mechanics*, Springer, 2007.

جدول ۲- اثر اعمال فرامین هدایتی ۰.۵- درجه در یک بازه ارتفاعی ۱۰۰۰ متری در نقاط مختلفی از مسیر بازگشت به جو

ارتفاع	جابه جایی نقطه نهایی
۴۰۰۰	۳/۸۷۳۴۵۷
۳۵۰۰	۸/۶۹۸۲۵۸
۳۰۰۰	۱۹/۳۸۸۲۶۳
۲۵۰۰	۴۲/۳۵۶۱۷۲
۲۰۰۰	۷۸/۷۰۰۶۲۵
۱۵۰۰	۱۳۶/۹۰۳۸۵۶
۱۰۰۰	۱۸۹/۳۳۸۰۳۱
۵۰۰	۱۴۱/۶۹۹۸۱
۱۵۰	۳۲/۷۷۰۴۲۵

## نتیجه گیری

روش هدایتی ارائه شده برای فاز ابتدایی، از خانواده روش های مورد استفاده در مسیر نامی است. البته با استفاده از الگوریتم های پیش بین و در صورت جوابگو بودن کامپیوتر پروازی، این روش به طور برخط نیز قابل استفاده خواهد بود. بررسی عملکرد الگوریتم در مجموعه ای از وضعیت های آلوده به خطای تصادفی، عملکرد نسبتاً مناسب روش استفاده شده را نشان داد. البته در مسیر نامی در نظر گرفته شده نیز پروفیل مشخصی برای زاویه حمله و زاویه لغزش جانبی تعریف شده بود. از ویژگی های این روش، بار محاسباتی پایین و تأمین دقت مطلوب با حداقل حجم محاسباتی است. ارزیابی سناریوهای مربوط به بخش های میانی و پایانی نیز حاکی از موفقیت روش اتخاذ شده در شکل دهی به مسیر حرکت و در عین حال تأمین دقت مورد نیاز است. بررسی ها نشان داد امکان نزدیک شدن به نقطه پایانی در راستای مورد نظر و در نتیجه دورزدن موانع در عین تأمین دقت مطلوب از ویژگی های این الگوریتم است.