

# استخراج حالت‌های رؤیت‌ناپذیر در فرایند توجیه و کالیبراسیون سیستم‌های ناوبری اینرسی با صفحه پایدار

سید محسن صالحی امیری<sup>۱</sup>، امیرعلی نیک‌خواه<sup>۲\*</sup> و هادی نوبهاری<sup>۳</sup>

۱ و ۲- دانشکده مهندسی هوافضا، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی

۳- دانشکده مهندسی هوافضا، دانشگاه صنعتی شریف

\*تهران، کد پستی: ۱۶۵۶۹۸۳۹۱۱

nikkhah@kntu.ac.ir

در این مقاله، به کمک تخمین حالت در سیستم‌های استاتیکی و روش‌های بهینه‌سازی ابتکاری، حالت‌های مشاهده‌ناپذیر در فرایند کالیبراسیون و توجیه اولیه سیستم ناوبری اینرسی با صفحه پایدار استخراج شده است. حالت‌های مشاهده‌ناپذیر در فرایند توجیه شامل بایاس شتاب‌سنج‌های افقی و ژيروسکوپ آزیموت هستند، به‌منظور به‌کارگیری روش‌های تخمین در سیستم‌های استاتیک، از مشاهدات سیستم در یک بازه زمانی مشخص به‌منظور تبدیل سیستم دینامیک به سیستم استاتیک استفاده شده است. نتایج شبیه‌سازی بیانگر دقت مناسب روش ارائه شده است. هر چند که مورد خاص مطالعه شده برای سیستم ناوبری اینرسی با صفحه پایدار از نوع نیمه‌تحلیلی بوده است، لیکن روش پیشنهادی و فرمولاسیون کلی مسئله می‌تواند در مورد انواع دیگر سیستم‌های ناوبری اینرسی حتی سیستم‌های بدون سکو نیز مورد استفاده قرار گیرد. در این تحقیق از روش بهینه‌فراابتکاری تکاملی (ژنتیکی) استفاده شده است.

واژه‌های کلیدی: ناوبری اینرسی، صفحه پایدار، توجیه اولیه، بهینه‌سازی ابتکاری ژنتیکی

## علائم و اختصارات

$\varphi_E$	انحراف زاویه‌ای صفحه پایدار حول محور شرق
$\varphi_D$	انحراف زاویه‌ای صفحه پایدار حول محور آزیموت
$B_x$	بایاس شتاب‌سنج راستای محور X صفحه پایدار
$B_y$	بایاس شتاب‌سنج راستای محور Y صفحه پایدار
$\Omega_N$	مؤلفه افقی دوران زمین در نقطه آزمون
$\Omega_D$	مؤلفه عمودی دوران زمین در نقطه آزمون
$J(\bar{X}_S)$	هزینه در الگوریتم بهینه‌سازی ابتکاری
$H$	ماتریس اندازه‌گیری فرایند توجیه

$IM$	واحد اندازه‌گیری اینرسی
$U$	سیستم ناوبری اینرسی
$INS$	دریافت ژيروسکوپ محور Y صفحه پایدار
$D_y$	دریافت ژيروسکوپ محور Z صفحه پایدار
$D_z$	دریافت ژيروسکوپ محور X صفحه پایدار
$D_x$	بردار حالت فرایند توجیه اولیه
$\bar{X}$	ماتریس سیستم فرایند توجیه
$A$	بردار نویز سیستم توجیه
$\bar{W}$	بردار نویز اندازه‌گیری سیستم توجیه
$\bar{v}$	خطای سرعت سیستم ناوبری در راستای شمال
$\delta v_N$	خطای سرعت سیستم ناوبری در راستای شرق
$\delta v_E$	انحراف زاویه‌ای صفحه پایدار حول محور شمال
$\varphi_N$	

## مقدمه

فرایند توجیه یا تنظیم اولیه به معنای تعیین وضعیت زاویه‌ای سیستم ناوبری قبل از شروع حرکت وسیله پرنده و استخراج خطای حسگرها اعم از دریافت ژيروسکوپ‌ها و بایاس شتاب‌سنج‌ها، از موضوعات بسیار

۳. استادیار

۱. دانشجوی دکتری

۲. دانشیار (نویسنده مخاطب)

## مدل ریاضی سیستم توجیه اولیه سیستم ناوبری اینرسی

به منظور تحلیل مسئله، مدل خطای برمن<sup>۷</sup> و بارایتزاک<sup>۸</sup>، برای تنظیم اولیه<sup>۹</sup> زمینی در نظر گرفته شده است.

برای تشریح مدل فوق، دستگاه مختصات جغرافیایی محلی با محورهای شمال (N)، شرق (E) و قائم (D) (به سمت پایین) را برای سیستم ناوبری اینرسی در نظر می‌گیریم. از آن جا که ارتباط<sup>۱۰</sup> کانال قائم با کانال‌های افقی ضعیف است [۷]، از کانال عمودی در این مدل صرف نظر شده است. با توجه به اینکه فرایند تنظیم اولیه در نقطه مشخصی که مختصات جغرافیایی آن به دقت معلوم است صورت می‌گیرد، خطای جاذبه و خطای تعیین موقعیت را می‌توان صفر در نظر گرفت. به علاوه فرایند تنظیم اولیه بر تکیه‌گاه ثابت (بر روی زمین) و غیر متحرک انجام می‌شود و به همین دلیل می‌توان شتاب کوریولیس را نیز در نظر نگرفت. تحت فرضیات فوق، خطای دینامیک فرایند، شامل خطای سرعت‌های افقی و خطای وضعیت سکوی پایدار به صورت ساده‌ای بیان خواهند شد. در این حالت مدل خطای تنظیم اولیه<sup>۱۱</sup> زمینی سیستم ناوبری اینرسی به صورت زیر خواهد بود:

$$\begin{bmatrix} \delta \dot{v}_N \\ \delta \dot{v}_E \\ \dot{\varphi}_N \\ \dot{\varphi}_E \\ \dot{\varphi}_D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 2\Omega_D & 0 & g & 0 \\ -2\Omega_D & 0 & -g & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \Omega_D & 0 \\ 0 & 0 & -\Omega_D & 0 & \Omega_N \\ 0 & 0 & 0 & -\Omega_N & 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \delta v_N \\ \delta v_E \\ \varphi_N \\ \varphi_E \\ \varphi_D \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_N \\ B_E \\ D_N \\ D_E \\ D_D \end{bmatrix} \quad (1)$$

که در آن  $\delta v$  و  $\varphi$  بیانگر خطای سرعت و خطای وضعیت صفحه پایدار،  $B_N, B_E, D_N, D_E, D_D$  و  $B_N, B_E$  بیانگر مجموع خطای شتاب‌سنج‌ها و مجموع خطای ژيروسکوپ‌ها هستند.  $g$  شتاب محلی و  $\Omega$  سرعت زاویه‌ای زمین است. مدل خطای فوق برای هر دو سیستم ناوبری اینرسی با صفحه پایدار و بدون صفحه پایدار قابل استفاده است.

با افزودن بایاس‌ها به مدل حالت و در نظر گرفتن نویز سیستم و اندازه‌گیری، مدل خطی فرایند توجیه در سیستم‌های ناوبری اینرسی با صفحه پایدار به صورت زیر بیان می‌شود:

$$\dot{X}(t) = A.X(t) + G.w(t)$$

$$Z(t) = C.X(t) + v(t) \quad (2)$$

$$X = [\delta v_N, \delta v_E, \varphi_N, \varphi_E, \varphi_D, B_N, B_E, D_N, D_E, D_D]^T C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

که در آن:

مهم در مبحث ناوبری اینرسی است. استخراج وضعیت زاویه‌ای اولیه سیستم ناوبری به منظور تعیین شرایط اولیه معادلات ناوبری ضروری است؛ تعیین وضعیت زاویه‌ای یک سیستم ناوبری به معنای تعیین زاویه سمت و زوایای تراز سکوی سیستم ناوبری با دستگاه مرجع و اغلب دستگاه جغرافیایی است. استخراج زوایای مذکور بر اساس اطلاعات خروجی حسگرهای اینرسی صورت می‌گیرد. در سیستم ناوبری بدون صفحه پایدار<sup>۱۲</sup> از خروجی ژيروسکوپ‌ها و شتاب‌سنج‌ها و در سیستم ناوبری اینرسی با صفحه پایدار نوع تحلیلی، از خروجی شتاب‌سنج‌ها استفاده می‌شود. در عین حال به دلیل وجود خطا در خروجی شتاب‌سنج‌ها و ژيروسکوپ‌ها، فرایند تنظیم اولیه باید توأم با کالیبراسیون حسگرهای اینرسی باشد تا خطای حسگرها کمتر بر فرایند محاسبه زوایای تنظیم اولیه اثرگذار باشد.

نتایج تحلیل مشاهده‌پذیری فرایند تنظیم اولیه [۳-۱]، بیانگر این موضوع است که نمی‌توان پارامترهای وضعیت زاویه‌ای (سه حالت) و خطاهای حسگرهای اینرسی (حداقل ۶ حالت) را به طور کامل از مشاهده خروجی حسگرهای اینرسی تخمین زد. فعالیت‌های انجام شده برای استخراج حالت‌های مشاهده نشده، حول تحریک مصنوعی صفحه پایدار با سرعت زاویه‌ای و موقعیت‌های مختلف بوده است. در این راستا، الگوریتم‌های بهینه مختلفی به منظور استخراج مسیر بهینه برای تحریک صفحه پایدار ارائه شده است؛ فعالیت‌های زیادی از جمله [۴] از مسیر بهینه برای تحریک حسگرهای اینرسی استفاده کرده‌اند. در کنار تحریک صفحه پایدار با اعمال سرعت زاویه‌ای بهینه، بعضی فعالیت‌ها با قراردادی صفحه پایدار در وضعیت‌های بهینه گوناگون، مبادرت به تحریک شتاب‌سنج‌ها و ژيروسکوپ‌ها کرده است [۵]. در فعالیت [۶] با استفاده از فیلتر کالمن و تغییر فاکتور شولر به منظور تغییر پریود شولر در مود ناوبری، موفق به استخراج ضرایب کالیبراسیون شده است.

ایراد تمامی فعالیت‌های فوق لزوم تنظیم مجدد صفحه پایدار در مد توجیه است که زمان زیادی را صرف خود خواهد کرد. در این مقاله، با استفاده از خروجی صفحه پایدار در مدت زمان مشخص و با تبدیل سیستم دینامیکی توجیه به سیستم استاتیکی، حالت‌های غیر قابل تخمین در سیستم دینامیکی با استفاده از روش تخمین در سیستم‌های استاتیکی استخراج شده‌اند. به دلیل این که در این روش صفحه پایدار تحت هیچگونه فرمان کنترلی بیرونی قرار نمی‌گیرد، در نتیجه نیازی به تنظیم مجدد صفحه پایدار نیست. برای پیاده‌سازی روش تخمین سیستم استاتیکی از الگوریتم بهینه‌سازی ابتکاری ژنتیکی<sup>۱۳</sup> استفاده شده است.

7. Bar-Itzhack  
8. Coupling

4. Strapped down Inertial Navigation System  
5. Genetic Heuristic Optimization Algorithm  
6. Berman

حالت‌های  $D_E$  و  $B_N$  به‌عنوان حالت‌های مشاهده‌ناپذیر انتخاب شوند [۱].

یادآور می‌شویم که هدف از فرایند توجیه، تخمین ۳ زاویه صفحه پایدار به همراه تخمین ۵ خطای ثابت حسگرهاست (دو شتاب‌سنج افقی، و سه ژيروسکوپ). بدین ترتیب از ۵ خطای حسگرها دو دریافت ژيروسکوپ افقی به‌دست آمده است. در صورتی که سه خطای دیگر نیز مشخص شود، با وارد کردن این ۵ خطا به معادلات سیستم به‌عنوان مقادیر اولیه، بدیهی است که با فیلتر کالمن می‌توان سه زاویه صفحه پایدار را به‌صورت لحظه‌ای با استفاده از مشاهدات موجود به‌دست آورد.

### تبدیل سیستم دینامیکی توجیه به سیستم استاتیکی

براساس آنالیز مشاهده‌پذیری و نتایج فیلتر کالمن، مشخص است که امکان تخمین بهینه دینامیکی برای بایاس شتاب‌سنج‌ها و دریافت ژایروی آزمایش وجود ندارد. ایده اصلی این مقاله، تبدیل مسئله تخمین دینامیک به مسئله تخمین استاتیک و استفاده از روش‌های تخمین استاتیک برای استخراج پارامترهای مجهول است.

### محاسبات ماتریسی

مدل سیستم دینامیکی نوعی رابطه (۲) را می‌توان با تعریف ماتریس‌های مناسب و استفاده از محاسبات ماتریسی به حالت استاتیک بازنویسی کرد [۹].  
فرض کنید:

$$\begin{aligned} Z_N &= [Z(1), Z(2), \dots, Z(N)]^T \\ v_N &= [v(1), v(2), \dots, v(N)]^T \\ w_N &= [w(1), w(2), \dots, w(N)]^T \end{aligned} \quad (4)$$

$Z_N$  مشاهدات تا زمان  $N$  است. نشان داده می‌شود که ماتریس‌هایی مانند  $A_N$  و  $B_N$  وجود دارند که بر اساس آنها رابطه زیر برقرار است:

$$\begin{aligned} Z_N &= A_N X(0) + \tilde{v}_N \\ \tilde{v}_N &= B_N w_N + v_N \end{aligned} \quad (5)$$

ماتریس‌های  $A_N$  و  $B_N$  تابعی از ماتریس‌های  $A, w(\cdot)$  و  $v(\cdot)$  و  $N$  هستند.

بدین ترتیب سیستم دینامیکی فرایند توجیه با در اختیار داشتن مشاهدات  $Z_N$  و استخراج ماتریس‌های  $A_N$  و  $B_N$  به سیستم استاتیکی با حالت  $X(0)$  تبدیل شده است. با داشتن روابط استاتیکی فوق و به

$$E[w(n_1)w(n_2)] = \begin{cases} Q & n_1 = n_2 \\ 0 & n_1 \neq n_2 \end{cases}$$

$$E[v(n_1)v(n_2)] = \begin{cases} R & n_1 = n_2 \\ 0 & n_1 \neq n_2 \end{cases}$$

$$X_0 = [\delta v_N, \delta v_E, \varphi_{N0}, \varphi_{E0}, \varphi_{D0}, B_N, B_E, D_N, D_E, D_D]^T$$

$$E[X(0)] = X_0$$

$$E[X(t)X'(t)] = \Gamma_X(0)$$

$w(t), v(t), \Gamma_X(0)$ : Gaussian uncorrelated

و  $A_{10 \times 10}$  ماتریس ضرایب سیستم به‌صورت زیر است:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 2\Omega_D & 0 & g & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -2\Omega_D & 0 & -g & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \Omega_D & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\Omega_D & 0 & \Omega_N & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\Omega_N & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$\Omega_N$  و  $\Omega_E$  به ترتیب مؤلفه‌های عمودی، شمالی و شرقی بردار دوران سرعت زمین و  $g$  شتاب ثقل،  $G_{10 \times 10}$  ماتریس کوواریانس نویز سیستم،  $C_{2 \times 10}$  ماتریس اندازه‌گیری،  $Z_{2 \times 1}$  بردار اندازه‌گیری،  $w, v$  نویزهای گاوسی اندازه‌گیری و سیستم با میانگین صفر هستند.

### تدوین مسئله

ماتریس مشاهده‌پذیری برای سیستم رابطه (۲) به‌صورت زیر است:

$$O = [C \quad CA \quad \dots \quad CA^9]^T \quad (3)$$

با انجام محاسبات لازم، رتبه ماتریس مشاهده‌پذیری  $O$  برابر ۷ به‌دست می‌آید که با توجه به اینکه مرتبه سیستم برابر ۱۰ است، در نتیجه ماتریس مشاهده‌پذیری مرتبه کامل<sup>۹</sup> نبوده و بنابراین سیستم دارای مشاهده‌پذیری کامل نیست [۸].

عدم مشاهده‌پذیری کامل سیستم به دلیل گسترش حالت سیستم با خطای حسگرها به‌وجود آمده است. در مجموع سه حالت مشاهده‌ناپذیر وجود دارد. یکی از این سه حالت را می‌توان به‌طور اختیاری از بردار  $x_1 = [\varphi_E, D_N, B_N, D_D]$  انتخاب کرد. دو حالت دیگر را می‌توان از بردار  $x_2 = [\varphi_N, \varphi_D, B_N, D_E]$  انتخاب کرد [۹]. البته این انتخاب دلخواه نیست چرا که حالت‌های  $\varphi_D$  و  $\varphi_E$  به‌صورت هم‌زمان مشاهده‌پذیر نیستند. انتخاب حالت مشاهده‌ناپذیر به ملزومات مسئله بر می‌گردد. برای توجیه زمینی بهتر است تا

$$\Gamma_X(n+1) = F\Gamma_X(n)F^T + \Delta GQG^T F = I_{10 \times 10} + \Delta A \quad (10)$$

که در آن:  $\Delta$  گام گسسته‌سازی است. با توجه به اینکه با گذشت زمان، عدم قطعیت مشاهدات افزایش می‌یابد، استفاده از مشاهدات در زمان‌های زیاد باعث افزایش عدم قطعیت تخمین بردار  $\hat{X}(0)$  خواهد شد. برای انتخاب ماتریس وزنی  $R$  می‌توان از ماتریس کواریانس  $\Gamma_Z(n)$  بهره جست به نحوی که داشته باشیم:

$$R(n) = \Gamma_Z^{-1}(n) \quad (11)$$

با استفاده از رابطه فوق اختلاف میان مشاهدات واقعی و مشاهدات شبیه‌سازی شده در زمان‌هایی که مشاهدات واقعی دارای قطعیت بیشتری هستند با ضریب بالاتری در محاسبه هزینه ظاهر می‌شوند. باید توجه داشت که محاسبه ماتریس کواریانس مستقل از مشاهده بوده و با داشتن مدل سیستم و مدل نویزهای سیستم و اندازه‌گیری می‌توان آنرا از قبل محاسبه کرد.

## استفاده از روش بهینه‌سازی ابتکاری تکاملی (الگوریتم ژنتیک)

استفاده از روابط تحلیلی فوق برای استخراج بردار بهینه  $\hat{X}(0)$  به‌منظور می‌نیم کردن تابع هزینه  $J(X(0))$  مستلزم محاسبه ماتریس  $A_N$  است. محاسبه ماتریس  $A_N$  به دلیل پیچیدگی زیاد و ابعاد بزرگ (به دلیل بزرگی نسبی  $N$ ) بسیار مشکل است و در کاربردهای واقعی عملاً غیرممکن است. در این مقاله، از الگوریتم ابتکاری بهینه‌یابی تکاملی [۱۱] برای استخراج مقدار بهینه بردار  $\hat{X}(0)$  استفاده شده است. سه مؤلفه از ۱۰ مؤلفه بردار  $X(0)$  بایاس شتاب‌سنج‌ها و دریافت ژيروسکوپ آریموت هستند که از روش تخمین بهینه (فیلتر کالمن) قابل تخمین نیستند. با استفاده از الگوریتم فوق مقادیر متفاوتی به‌صورت هدفمند از بردار  $X(0)$  تولید شده، سپس بردار مشاهده  $Z_T$  به عنوان خروجی استاتیک توسط مدل بدون نویز استخراج می‌شود. اختلاف بردار  $Z_T$  با بردار مشاهده واقعی و تحت نویز،  $Z_R$ ، که قبل از به‌کارگیری الگوریتم بهینه‌یابی استخراج و ذخیره شده است، به صورت مجموع مربعات خطای لحظه‌ای به‌دست می‌آید. این اختلاف،  $J(X_S)$ ، تحت عنوان هزینه بردار  $X(0)$  در هر گام به الگوریتم وارد می‌شود. در نهایت با پیشنهاد مکرر و هدفمند  $X(0)$  توسط الگوریتم HOA (با تغییر مؤلفه‌های غیر قابل تخمین، بردار  $X_S$ ، توسط روش بهینه)، هزینه  $J(X_S)$  به می‌نیم خود نزدیک‌شده و این به معنی نزدیک شدن  $X(0)$  به مقدار واقعی خود است.

کمک روش‌های تخمین استاتیکی می‌توان بردار مجهول  $X(0)$  را استخراج کرد.

## روش‌های تخمین در سیستم‌های استاتیک

سیستم استاتیکی زیر را در نظر بگیرید:

$$z = Hx + v \quad (6)$$

بر اساس نوع مسئله سه روش کلی تخمین در سیستم‌های استاتیکی وجود دارد [۱۰]:

۱. مدل بی‌وزن<sup>۱۰</sup>: در این مدل  $X$  و  $v$  بردار تصادفی اند.
۲. مدل فیشر<sup>۱۱</sup>: در این مدل  $X$  کاملاً نامشخص و  $v$  بردار تصادفی است.
۳. حداقل مربعات وزنی<sup>۱۲</sup>: در این روش مدل تصادفی برای  $X$  و  $v$  وجود ندارد.

برای مسئله بازتعریف شده استاتیکی رابطه (۵) به دلیل نامشخص بودن بردار  $\hat{v}_N$  که از پیچیدگی زیاد محاسبه ماتریس  $B_N$  و همین‌طور نامعلوم بودن مقادیر لحظه‌ای نویز ناشی می‌شود، در عمل تنها روش ممکن برای تخمین استاتیک بردار  $X(0)$  استفاده از روش حداقل مربعات وزنی است که البته در این روش نیازی به در نظر گرفتن نویز اندازه‌گیری،  $v$ ، نیست؛ در عین حال، این روش از دیدگاه در نظر گرفتن اثر نویز روش «بهینه» نیست. در تئوری حداقل مربعات وزنی، هدف، تخمین «معقول»<sup>۱۳</sup> بردار  $X(0)$  با استفاده از مشاهدات  $Z_N$  با حداقل کردن رابطه زیر است:

$$J(X(0)) = (Z_N - HX(0))^T R^{-1} (Z_N - HX(0)) \quad (7)$$

که در آن  $R^{-1}$  ماتریس وزنی مثبت معین است که بر اساس دیدگاه مهندسی استخراج می‌شود. فرض کنید  $\hat{X}(0)$  بیانگر  $X(0)$  باشد که رابطه فوق را می‌نیم می‌کند؛ در این صورت:

$$\hat{X}(0) = (A_N^T R^{-1} A_N)^{-1} A_N^T R^{-1} Z_N \quad (8)$$

$$J(\hat{X}(0)) = Z_N^T [R^{-1} + R^{-1} A_N (A_N^T R^{-1} A_N)^{-1} A_N^T R^{-1}] Z_N \quad (9)$$

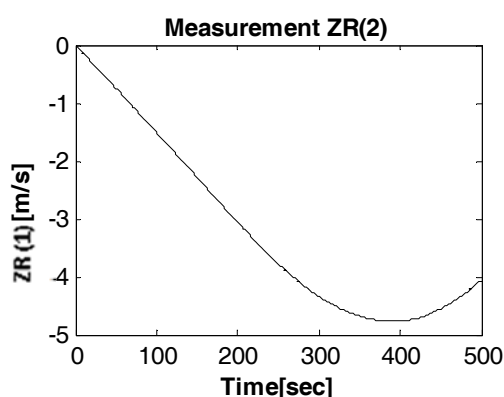
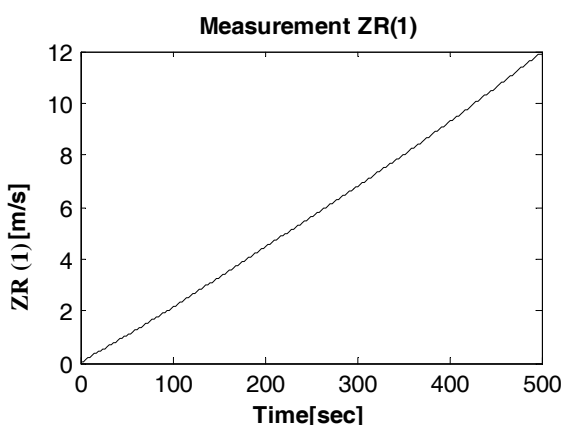
## تعیین ماتریس R

برای تعیین زمان لازم برای شکل‌دهی بردار  $Z_N$  باید توجه داشت که مشاهدات  $Z$  یک فرایند تصادفی<sup>۱۴</sup> است و ماتریس کواریانس آن<sup>۱۵</sup> در زمان متغیر بوده و از رابطه زیر استخراج می‌شود:

$$\Gamma_Z(n) = H\Gamma_X(n)H^T + R$$

13. Reasonable  
14. Stochastic process  
15. Covariance matrix

10. Bayesian  
11. Fisher  
12. Weighted Least Square



شکل ۲- بردار اندازه‌گیری سیستم واقعی

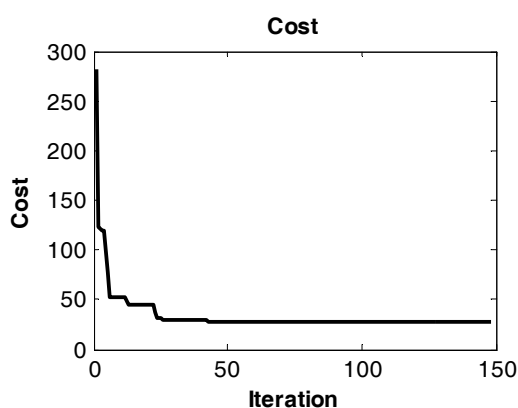
برای پیاده‌سازی الگوریتم، باید شرایط اولیه بردار حالت مشخص شود. برای تعریف بردار حالت می‌توان از دو روش اقدام کرد:

۱. مقادیر  $D_N, D_E$  و  $\varphi_{N0}, \varphi_{E0}, \varphi_{D0}$  از فرایند فیلتراسیون کالمن

استخراج شود. در این صورت شرایط اولیه به صورت زیر خواهد بود:

$$X_0 = [0, 0, \hat{\varphi}_{N0}, \hat{\varphi}_{E0}, \hat{\varphi}_{D0}, B_N, B_E, \hat{D}_N, \hat{D}_E, D_D]^T \quad (14)$$

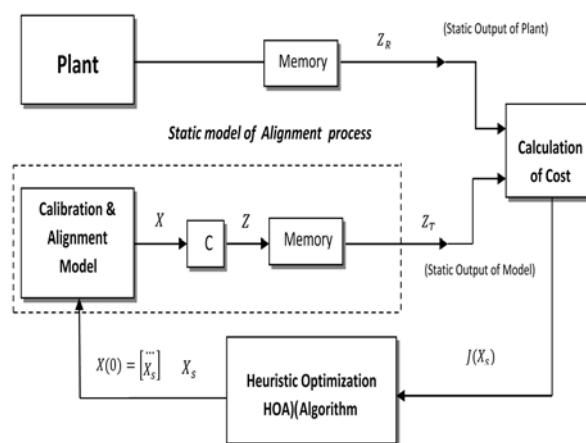
شکل (۳) تخمین‌ها و مقادیر هزینه را در تکرارهای مختلف ارائه می‌دهد.



در شکل (۱) نمودار شماتیک الگوریتم بهینه‌یابی ابتکاری برای استخراج حالت‌های مشاهده‌ناپذیر ارائه شده است. در شکل، بردار  $Z_R$  مشاهدات واقعی تحت نویز (ذخیره شده) است که در مدت زمان  $T$  ثانیه در دسترس است، بردار  $X$  بردار حالت شبیه‌سازی شده،  $X_S = [B_N, B_E, D_D]^T$  بردار مجهول،  $Z_T$  بردار اندازه‌گیری ایجاد شده بر اساس  $X_S$  و  $J(X_S)$  مجموع مربعات خطای مشاهدات واقعی و شبیه‌سازی هستند. هزینه استاتیکی (مجموع هزینه در مدت  $T$  ثانیه) در هر گام از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$J(X_S) = \sum_{n=1}^N (Z_R(n) - CX(n))^T R(n)^{-1} (Z_R(n) - CX(n)) \quad (12)$$

در صورتی که بردار مجهول  $X_S$  به درستی تخمین زده شود، با توجه به اینکه مقادیر خطای دریافت‌های ژایروهای افقی نیز از قبل توسط کالمن به دست آمده است، در این صورت مدل سیستم به مدل واقعی (که مشاهدات  $Z_R$  بر اساس آن به دست آمده است) نزدیک می‌شود؛ که به معنی نزدیکی بردارهای  $Z_R$  و  $Z_T$  نیز خواهد بود.



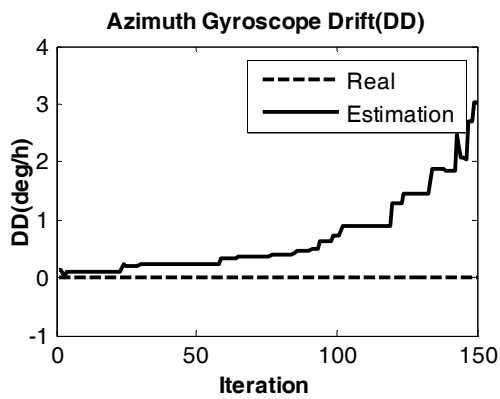
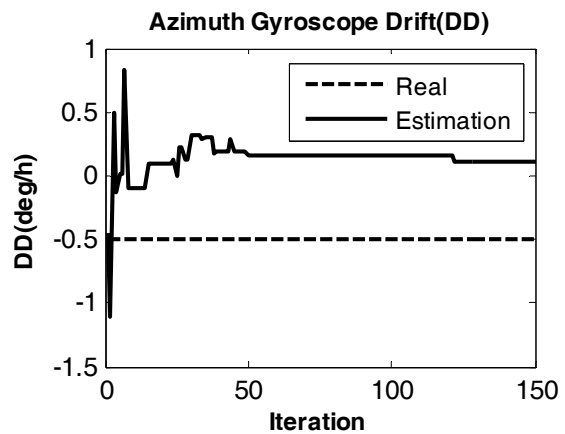
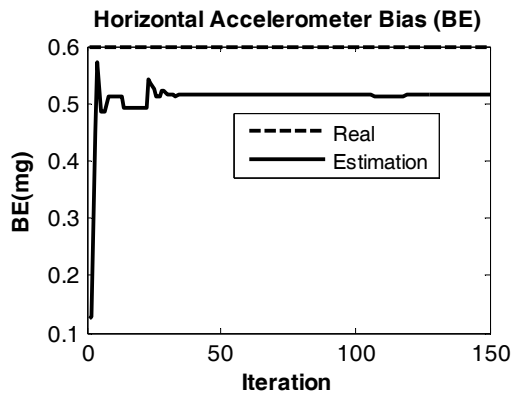
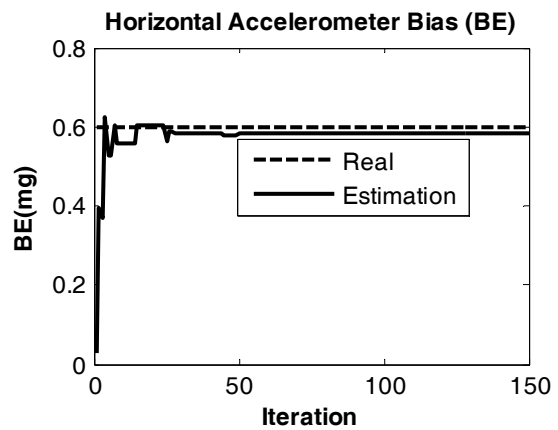
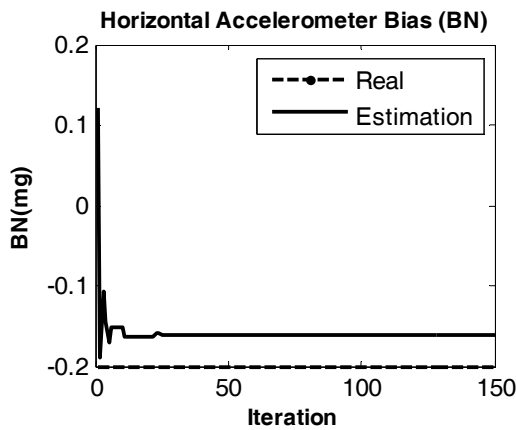
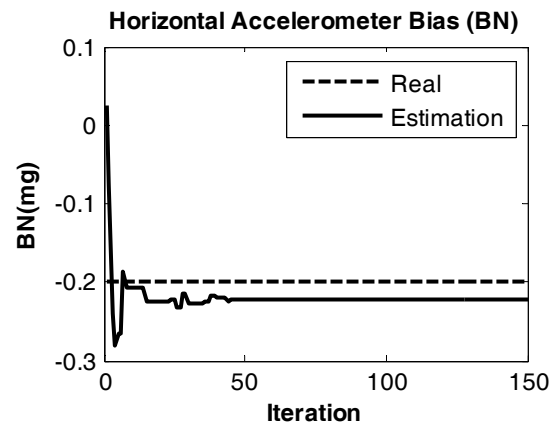
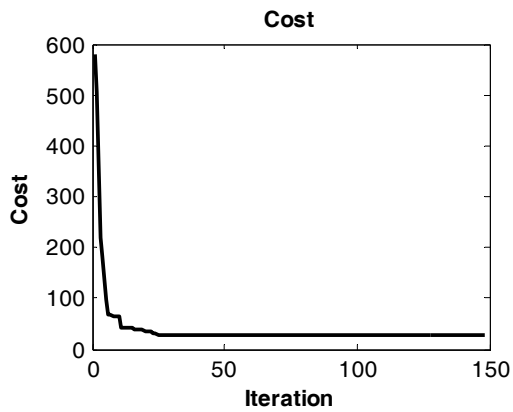
شکل ۱- الگوریتم بهینه‌یابی ابتکاری برای استخراج حالت‌های مشاهده‌ناپذیر

## شبیه‌سازی

به عنوان یک سیستم واقعی مدل خطی فرایند را با شرایط اولیه زیر در نظر می‌گیریم:

$$\begin{aligned} X_0 &= [0, 0, \varphi_{N0}, \varphi_{E0}, \varphi_{D0}, B_N, B_E, D_N, D_E, D_D]^T \\ \varphi_{N0} &= 360 \text{ sec}, \quad \varphi_{E0} = 360 \text{ sec} \\ \varphi_{D0} &= 720 \text{ sec}, \quad B_N = -0.2 \text{ mg} \\ B_E &= 0.6 \text{ mg}, \quad D_N = 0.05 \text{ deg/h} \\ D_E &= 0.02 \text{ deg/h}, \quad D_D = -0.01 \text{ deg/h} \end{aligned} \quad (13)$$

بردار اندازه‌گیری سیستم واقعی طی مدت ۵۰۰ ثانیه در شکل (۲) نشان داده شده است.



شکل ۳- تخمین حالت‌های مشاهده‌ناپذیر با استفاده از فیلتر کالمن

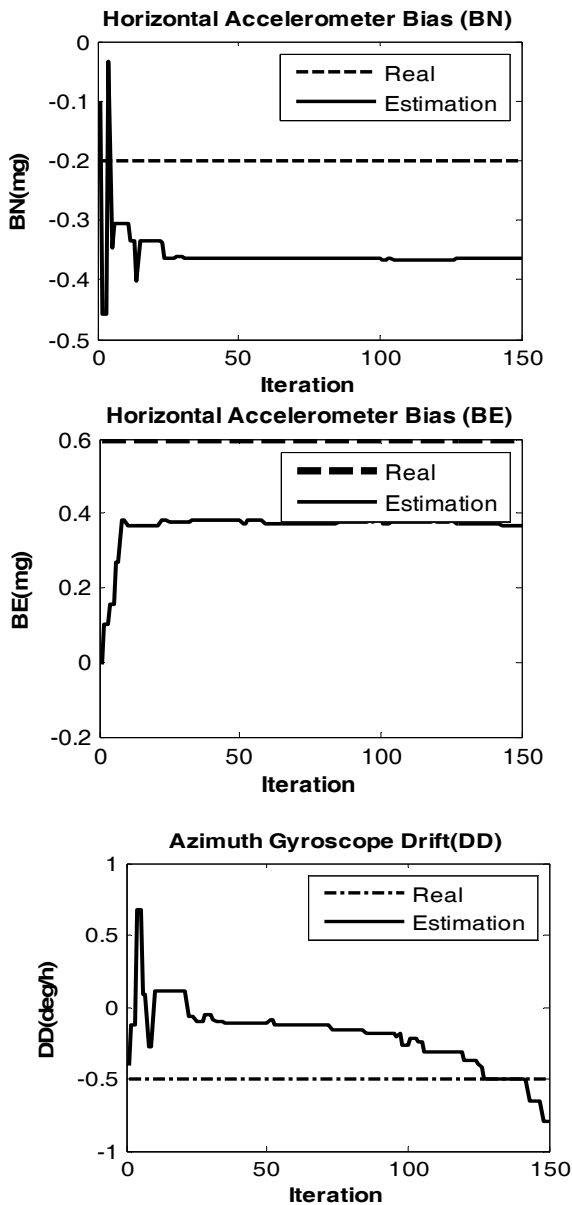
۲. بدون استخراج دریفت‌های ژيروسکوپ‌های افقی و انجام فیلتر کالمن؛ در این صورت برای مقادیر مجهول امید ریاضی آنها یعنی صفر را در نظر می‌گیریم؛ بنابراین داریم:

$$X_0 = [0, 0, 0, 0, 0, B_N, B_E, 0, 0, D_D]^T \quad (15)$$

شکل (۴) تخمین‌ها و مقادیر هزینه را در تکرارهای مختلف

ارائه می‌دهد.

شکل ۴- تخمین حالت‌های مشاهده‌ناپذیر بدون استفاده از فیلتر کالمن



شکل ۵- تخمین حالت‌های مشاهده‌ناپذیر با استفاده از فیلتر کالمن با انحراف شدت نویز ۱۰ برابر

همان‌طور که از نتایج شبیه‌سازی مشخص است با افزایش شدت نویز به میزان ۱۰ برابر، خطای تخمین پارامترهای مشاهده‌ناپذیر نیز تا ۵۰ درصد افزایش یافته است.

### نتیجه‌گیری

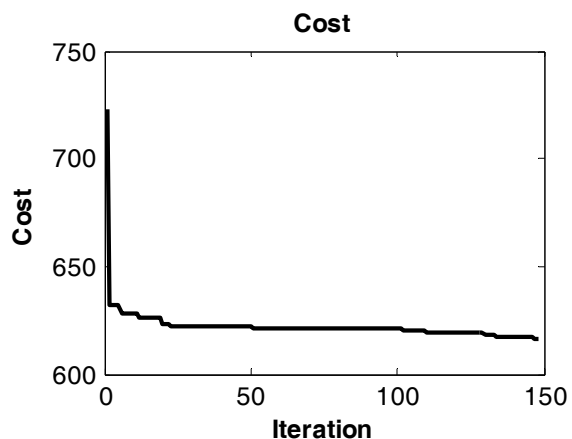
به دلیل عدم مشاهده‌پذیری کامل فرایند کالیبراسیون و توجیه اولیه سیستم‌های ناوبری اینرسی با صفحه پایدار، امکان تخمین سه حالت  $B_N$ ,  $B_E$  و  $D_D$  که مربوط به بایاس شتاب‌سنج‌ها و بایاس ژایرویی آزیموت است، توسط فیلتر کالمن وجود ندارد. همان‌طور که نشان داده شد، با استفاده از مجموعه‌ای از مشاهدات سیستم توجیه در بازه

همان‌طور که از روی نمودارها نیز مشخص است، بایاس شتاب‌سنج‌ها و دریفت ژایرویی آزیموت در حالتی که زوایای صفحه پایدار و دریفت ژایروهای افقی با فیلتر کالمن تخمین زده شوند با دقت بهتری استخراج می‌شوند.

در حالت اول که از فیلتراسیون کالمن برای تخمین حالت‌های رویت‌پذیر استفاده شده است، بایاس شتاب‌سنج‌ها با حداکثر خطای ۸ درصد و در حالت دوم که از فیلتراسیون کالمن برای حالت‌های رویت‌پذیر استفاده نشده است، بایاس شتاب‌سنج‌ها با حداکثر خطای ۱۶ درصد استخراج شده‌اند. نکته مهم اینکه در هر دو حالت، دریفت ژایرویی افقی قابل تخمین نیست.

نکته مهم در نمودار هزینه، صفر نشدن هزینه حتی در تکرارهای زیاد است. دلیل اصلی این موضوع این است که مشاهدات واقعی،  $Z_R$ ، تحت تأثیر نویز اندازه‌گیری استخراج و ثبت شده است، در صورتی که در مدل استاتیک، مشاهدات،  $Z_T$ ، بدون نویز استخراج شده است. در واقع وجود نویز در سیستم واقعی رسیدن به جواب بهینه را مشکل‌تر کرده و باعث خطای نسبی (که در نمودار مشخص است) شده است. دلیل دیگر، صفر نشدن هزینه وجود خطای تخمین برای حالت‌های مشاهده‌پذیر است. از دلایل دیگر نیز می‌توان از خطای مدل فرایند توجیه و خطای متدیک الگوریتم بهینه‌یابی نام برد.

موضوع مهم دیگری که باید در الگوریتم ارائه شده مورد بررسی قرار گیرد، میزان تأثیر نویز سیستم و اندازه‌گیری بر دقت استخراج پارامترهای مجهول است. در شبیه‌سازی ارائه شده، میزان انحراف معیار نویز ژيروسکوپ برابر با  $10^{-9}$  رادیان بر ثانیه و انحراف معیار نویز شتاب‌سنج‌ها برابر با  $10^{-12}$  متر بر مجذور ثانیه، مطابق با سیستم ناوبری یک جنگنده در نظر گرفته شده است [۱۲]. برای حالتی که میزان نویز سیستم و اندازه‌گیری در یک سیستم نوعی دیگر ۱۰ برابر بیشتر باشد، شبیه‌سازی با تخمین دریفت‌های ژيروسکوپ‌های افقی تکرار و نتایج در شکل (۵) ارائه شده است.



- [2] Feng, Y. F., "Analysis on Observability of SINS Multi-Position Alignment Based on Singular Value Decomposition," *Journal of Chinese Inertial Technology*, Vol. 22, No. 5, 2008, pp. 38-43.
- [3] Wang, Y.D., Liu, W., "Application of Local Observability Theory in Rapid Transfer Alignment of INS," *Journal of Chinese Inertial Technology*, Vol. 36, No. 2, 2007, pp. 11-16.
- [4] Zhou, D. H. and Guohui, H. H., "Application of Two Stage Decoupled Kalman Filtering to the Self Contained Calibration and Alignment of Platform Inertial Navigation System," *Harbin Institute of Technology*, Vol. 16, No. 7, 1996, pp. 42-49.
- [5] Hu, C., Zheng, J. and Li, J., "Rapid Self-Calibration for Small Gesture Inertial Platform before Launch," *Journal of Chinese Inertial Technology*, Vol. 19, No. 7, 2007, pp. 46-52.
- [6] Yong, J. S., Jeong, H. P. and Cheon, J. K., "Fast Calibration Technique for a Gimbaled Inertial Navigation System," *ICAS Congress*, 2002.
- [7] Bar-Itzhack, I. Y. and Bermant, N., "Control Theoretic Approach to Inertial Navigation Systems," *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, Vol. 11, No. 8, 1988, pp. 237-245.
- [8] Wu Y., Wu M., Hu X., Hu D., "Self-Calibration for Land Navigation Using Inertial Sensors and Odometer: Observability Analysis," *AIAA Guidance, Navigation and Control Conference, Chicago, Illinois, USA*, 2009.
- [9] Xiang V. X, Lin, V. "Error Estimation of INS Ground Alignment through Observability Analysis," *IEEE Trans. on Aerospace and Electronic Systems*, Vol. 28, No. 3, 1992, pp. 92-97.
- [10] Schweppe, F. C., *Uncertain Dynamic System*, Prentice-Hall, 1990, pp. 129-155.
- [11] Yaghini, M. and Akhavan, M., *Heuristic Optimization Algorithm, Amirkabir University*, Scientific Information Database, 2003 (In Persian).
- [12] Meleshco, V. V., *Initial Alignment in Inertial Navigation System, Kornichok Kief*, 1999, pp. 45-72 (In Russian).

زمانی مشخص و در ادامه با استفاده از سیستم به دست آمده استاتیکی کالیبراسیون و توجیه، می توان به کمک روش های تخمین حالت در سیستم های استاتیکی و با استفاده از روش بهینه سازی ابتکاری، حالت سیستم استاتیکی را، که همان شرایط اولیه سیستم دینامیکی فرایند توجیه است، تخمین زد. نشان داده شد، در صورتی که بقیه پارامترها در بردار شرایط اولیه حالت در فرایند توجیه، یعنی  $\varphi_{N0}, \varphi_{E0}, \varphi_{D0}$  و  $D_N, D_E$ ، از قبل توسط فیلتر کالمن تخمین زده شوند، روش ارائه شده با دقت بسیار خوبی قادر به تخمین بایاس شتاب سنج ها  $B_N, B_E$  است. در حالتی که از فیلتراسیون کالمن استفاده نشود و برای پارامترهای  $D_N, D_E$  و  $\varphi_{N0}, \varphi_{E0}, \varphi_{D0}$  مقادیر امید ریاضی آنها یعنی صفر در نظر گرفته شود، پارامترهای  $B_N, B_E$  با دقت قابل قبول برای استفاده در الگوریتم ناوبری تخمین زده می شوند ولی در هر صورت پارامتر  $D_D$  دریافت ژيروسکوپ آزیموت، قابل تخمین نیست. در عین حال نشان داده شده است که الگوریتم پیشنهادی برای سیستم های غیردقیق و با نویز سیستم و اندازه گیری بالا دارای دقت پایین تری نسبت به سیستم های دقیق است.

هر چند که مورد خاص مطالعه شده یک سیستم ناوبری اینرسی با صفحه پایدار نوع نیمه تحلیلی است، لیکن روش پیشنهادی و فرمولاسیون کلی مسئله می تواند در مورد انواع دیگر سیستم های ناوبری اینرسی، حتی سیستم های ناوبری اینرسی بدون سکو نیز مورد استفاده قرار گیرد.

## مراجع

- [1] Jiang, Y.F. and Lin, Y.P., "Error Estimation of INS Ground Alignment through Observability Analysis," *IEEE Trans. on Aerospace and Electronic Systems*, Vol. 28, No. 3, 1992, pp. 92-97.