

# رویکردی جدید در طراحی قانون هدایت مبتنی بر تئوری پایداری جزئی زمان محدود

طاهره بینازاده<sup>۱\*</sup>، محمد حسین شفیع<sup>۲</sup> و الهام بذرگزراده<sup>۳</sup>

۱، ۲ و ۳- دانشکده مهندسی برق و الکترونیک، دانشگاه صنعتی شیراز

\*شیراز، کدپستی: ۷۱۵۵۷-۱۳۸۷۶

binazadeh@sutech.ac.ir

در این مقاله، رویکردی جدید در طراحی قانون هدایت موشک به منظور برخورد با اهداف دارای قابلیت‌های مانوری بالا ارائه می‌شود. رویکرد مطرح شده براساس تلفیق تئوری‌های پایداری زمان محدود و پایداری جزئی (پایداری جزئی زمان محدود) است. همچنین تطابق فیزیکی رویکرد مطرح شده با یک سناریوی هدایت موفق که به برخورد منجر می‌شود، نشان داده شده است. در روند طراحی، بردار شتاب هدف به‌عنوان ورودی اغتشاشی در نظر گرفته می‌شود و تنها باند بالای آن در طراحی قانون هدایت باید معلوم باشد. بنابراین، مانور هدف به هیچ فرم مشخص و از پیش تعیین شده‌ای محدود نشده و اندازه‌گیری یا تخمین بردار شتاب هدف در حین مانور لازم نیست. کارایی قانون هدایت طراحی شده، هم به لحاظ تئوری و هم توسط شبیه‌سازی نشان داده شده است.

واژه‌های کلیدی: پایداری زمان محدود، پایداری جزئی، قانون هدایت

## علائم و اختصارات

$x(t)$	بردار متغیرهای حالت سیستم
$R^n$	فضای برداری $n$ بعدی
$t$	زمان
$r(t)$	فاصله نسبی موشک و هدف در هر لحظه
$\theta(t)$	زاویه بین خط دید بین موشک و هدف و محور اینرسی
$\dot{\theta}(t)$	نرخ چرخش زاویه بین خط دید بین موشک و هدف
$u(t)$	بردار شتاب لحظه‌ای موشک
$w(t)$	بردار شتاب لحظه‌ای هدف
$t_f$	زمان برخورد موشک به هدف

## مقدمه

افت عملکردی زیادی که قانون هدایت PN و مشتقات آن [۱-۳] در مواجهه با اهداف دارای مانورهای پیچیده از خود نشان می‌دهند، به ارائه رویکردهای جدید در طراحی قوانین هدایت منجر شد. استفاده از

روش‌های کنترل بهینه در طراحی قانون هدایت از آن جمله است [۴-۶]. قوانین هدایت بهینه کارایی بیشتری نسبت به قوانین هدایت PN دارند، اما، دو اشکال عمده دارند. با توجه به اینکه مسئله برخورد موشک به هدف دارای افق مطالعه محدود است، بنابراین، در قوانین هدایت مبتنی بر تئوری کنترل بهینه، نیاز است تا زمان مطالعه (زمان نهایی یا زمان برخورد) از پیش معلوم باشد. ولی از آنجاکه در بسیاری از موارد، مانور هدف از پیش مشخص نیست، بنابراین، در مواجهه با اهداف دارای مانورهای پیچیده، تخمین دقیق زمان برخورد عملاً ممکن نیست و تخمین نزدن دقیق آن، کارایی قانون هدایت بهینه را به شدت کاهش می‌دهد. اشکال دیگر آن است که در قوانین هدایت بهینه، باید شتاب هدف در هر لحظه اندازه‌گیری شود، که البته اندازه‌گیری دقیق آن در عمل مشکل است. با توجه به مشکلات روش‌های فوق رویکرد سومی برای طراحی قانون هدایت ارائه شده است که مبتنی بر تئوری‌های کنترل غیرخطی مقاوم است. قانون هدایت براساس تابع کنترلی لیاپانوف (CLF) [۷-۹]، قانون هدایت مد لغزشی [۱۰-۱۳]، قانون هدایت براساس تئوری  $H_\infty$  غیرخطی [۱۴-۱۵] و غیره از این جمله است. اما، نکته مهم آن است که اساس این روش‌ها، که بر مبنای پایداری

۱. استادیار (نویسنده مخاطب)

۲. استادیار

۳. دانشجوی کارشناسی ارشد

**قضیه ۱ [۱۷]:** سیستم غیرخطی (۱) را در نظر بگیرید. فرض شود تابع لیاپانوفی پیوسته مشتق پذیر مثبت معین  $V: R^n \rightarrow R$  و اعداد حقیقی  $c > 0$  و  $\alpha \in (0, 1)$  موجود باشد، به نحوی که

$$\dot{V}(x(t)) \leq -cV^\alpha(x(t)) \quad \forall t \geq t_0 \quad (3)$$

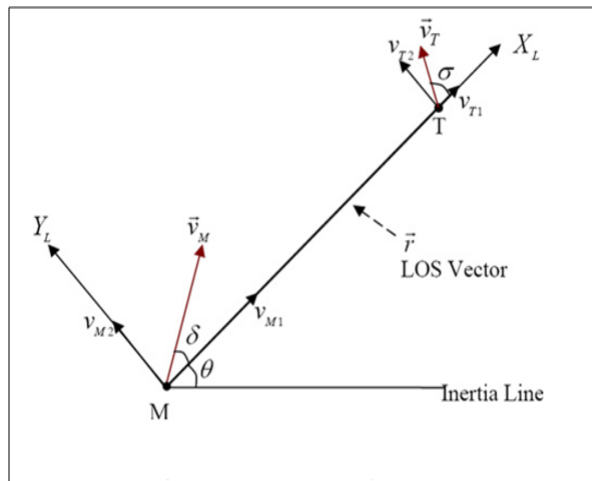
آنگاه متغیرهای حالت سیستم غیرخطی (۱) پایدار زمان محدود بوده و زمان نشست آن در رابطه زیر صدق می کند:

$$T \leq \frac{1}{c(1-\alpha)} V^{1-\alpha}(x_0) \quad (4)$$

### بررسی فیزیک مسئله هدایت

در این بخش، معادلات حالت سیستم هدایت در فاز نهایی ارائه می شود. معادلات هدایت براساس روابط نسبی سرعت و شتاب در دستگاه خط دید بیان می شوند. شکل (۱) دستگاه مختصات خط دید را نشان می دهد که در آن موشک (M) و هدف (T) به صورت جرم های نقطه ای مدل شده اند. همچنین مرکز سیستم خط دید بر روی موشک قرار گرفته است. معادلات حالت هدایت در صفحه خط دید به صورت زیر است [۱۶]:

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ x_3(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_2 \\ x_3^2/x_1 \\ -x_2x_3/x_1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} u(t) + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} w(t) \quad (5)$$



شکل ۱- دستگاه مختصات خط دید

که در آن  $x_1 = r(t)$  (فاصله نسبی بین موشک و هدف در هر لحظه)،  $x_2 = \dot{r}(t)$  (مؤلفه شعاعی بردار سرعت نسبی موشک و هدف در دستگاه خط دید) و  $x_3 = r(t)\dot{\theta}(t)$  (مؤلفه عمودی بردار سرعت نسبی موشک و هدف در دستگاه خط دید) است.  $\theta(t)$  زاویه بین خط دید (خط واصل بین موشک و هدف) و محور اینرسی است.

لیاپانوفی است، پایداری کل متغیرهای حالت را مد نظر قرار می دهند. البته این، یک رفتار واقع گرایانه در مواجهه با مسئله هدایت موشک نیست؛ بلکه برای اینکه موشک در زمان محدود با هدف برخورد کند، لازم است تا تنها بخشی از متغیرهای حالت سیستم پایدار شوند (رویکرد طراحی براساس پایداری جزئی). طراحی قانون هدایت براساس ایده پایداری جزئی در مرجع [۱۶] مطالعه شده است. مسئله مهم دیگر آن است که از آنجاکه مسئله برخورد موشک به هدف اساساً زمان مطالعه محدود دارد، بنابراین، پایداری جزئی نیز باید در زمان محدود انجام شود. در این مقاله، برای اولین بار با استفاده از دو رویکرد پایداری جزئی و پایداری زمان محدود، رویکرد جدیدی در طراحی قانون هدایت ارائه شده است که منجر به پایداری زمان محدود جزئی از متغیرهای حالت سیستم هدایت می شود. کارایی روش پیشنهادی از نقطه نظر تضمین برخورد موشک با اهداف دارای قابلیت مانوری پیچیده، هم از لحاظ تئوری اثبات شده و هم شبیه سازی ها عملکرد بهتر آن را در مقایسه با قوانین هدایت دیگری که قبلاً ارائه شده اند (نظیر قانون هدایت مد لغزشی) نشان داده اند.

### تعاریف

سیستم غیرخطی زیر را در نظر بگیرید:

$$\dot{x} = f(x), \quad x(t_0) = x_0 \quad (1)$$

فرض کنید بردار حالت  $x = (\bar{x}_1^T, \bar{x}_2^T)^T \in R^n$  به دو بخش  $\bar{x}_1 \in R^{n_1}$  و  $\bar{x}_2 \in R^{n_2}$  قابل تفکیک است، که  $n_1 + n_2 = n$  است. لذا سیستم غیر خطی (۱) به دو زیرسیستم زیر تقسیم می شود:

$$\begin{cases} \dot{\bar{x}}_1(t) = F_1(\bar{x}_1(t), \bar{x}_2(t)), & \bar{x}_1(t_0) = \bar{x}_{10} \\ \dot{\bar{x}}_2(t) = F_2(\bar{x}_1(t), \bar{x}_2(t)), & \bar{x}_2(t_0) = \bar{x}_{20} \end{cases} \quad (2)$$

شرایط وجود یکتایی پاسخ برای سیستم فوق در مرجع [۱۶] ارائه شده است.

**تعریف ۱ (پایداری جزئی) [۱۶]:** سیستم غیرخطی (۲) پایدار لیاپانوفی نسبت به دسته متغیرهای  $\bar{x}_1$  است، اگر برای هر  $\varepsilon > 0$  هر  $\bar{x}_{20} \in R^{n_2}$  یک  $\delta(\varepsilon, \bar{x}_{20}) > 0$  وجود داشته باشد؛ به قسمی که  $\|\bar{x}_{10}\| < \delta$  برای همه زمان های  $t > t_0$  نتیجه دهد  $\|\bar{x}_1(t)\| < \varepsilon$  است. این سیستم پایدار مجانبی جزئی نسبت به  $\bar{x}_1$  است، اگر نسبت به  $\bar{x}_1$  پایدار لیاپانوفی بوده و علاوه بر آن،  $\lim_{t \rightarrow \infty} \bar{x}_1(t) = 0$ .

**تعریف ۲ (پایداری زمان محدود) [۱۷]:** سیستم غیرخطی (۱) را پایدار زمان محدود گویند اگر زمان نشست  $T > 0$  وجود داشته باشد به طوری که برای هر  $\delta \leq \|x_0\|$  آنگاه برای همه زمان های  $t \geq T + t_0$ ،  $\|x(t)\| \equiv 0$  شود.

رابطه (۶) تحقق یابد. بنابراین، رابطه (۵) به صورت روابط (۷) و (۸) دسته‌بندی شده است:

$$\dot{\bar{x}}_1(t) = \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_2 \\ -\frac{x_2 x_3}{x_1} - u_\theta(t) + w_\theta(t) \end{bmatrix} \quad (7)$$

$$\dot{x}_2(t) = \frac{x_3^2}{x_1} - u_r(t) + w_r(t) \quad (8)$$

### طراحی قانون هدایت با رویکرد پایداری سازی جزئی زمان محدود

در این بخش، با استفاده از رویکرد پایداری سازی زمان محدود جزئی، قانون هدایت در دو حالت طراحی می‌شود. در حالت اول فرض شده که هر دو مؤلفه بردار ورودی کنترلی،  $u_r$  و  $u_\theta$  در دسترس باشند (موشک‌هایی که هم بالک و هم نازل سوخت دارند و دارای این قابلیت هستند). حالت دوم مربوط به دسته موشک‌هایی است که صرفاً  $u_\theta$  را به عنوان ورودی کنترلی در اختیار دارند (موشک‌های دارای بالک).

#### حالت اول

**الف- طراحی ورودی کنترلی  $u_\theta$ :** با طراحی مناسب ورودی کنترلی  $u_\theta$  می‌توان پایداری زمان محدود  $x_3$  را تضمین کرد. با انتخاب تابع لیپانوف  $V(x_3) = 0.5x_3^2$  آنگاه مشتق زمانی این تابع لیپانوف در راستای معادلات دینامیکی رابطه (۷) عبارت است از:

$$\begin{aligned} \dot{V}(x_3) &= x_3 \dot{x}_3 \\ &= x_3 \left( -\frac{x_2 x_3}{x_1} - u_\theta + w_\theta \right) \end{aligned} \quad (9)$$

اکنون  $u_\theta$  به صورت رابطه (۱۰) انتخاب می‌شود که در آن  $M$  عدد صحیح مثبت و  $\beta \in (0, 1)$  است. همچنین مؤلفه کنترلی  $v_\theta$  به منظور ایجاد عملکرد مقاوم در حضور ورودی اغتشاشی  $w_\theta$  (مربوط به مانور هدف) اضافه شده است.

$$u_\theta = -\frac{x_2 x_3}{x_1} + Mx_3 + x_3^\beta + v_\theta \quad (10)$$

با جایگذاری عبارت فوق در (۹)، داریم:

همچنین  $w(t) = (w_r(t), w_\theta(t))^T = (a_{r_r}(t), a_{r_\theta}(t))^T$  شامل مؤلفه‌های بردار شتاب هدف در دستگاه خط دید به عنوان بردار ورودی اغتشاشی و  $u(t) = (u_r(t), u_\theta(t))^T = (a_{M_r}(t), a_{M_\theta}(t))^T$  شامل مؤلفه‌های شتاب موشک در دستگاه خط دید به عنوان بردار ورودی کنترلی است. شایان ذکر است که شرایط اولیه در شروع فاز نهایی هدایت (پایان فاز میانی شروع فاز نهایی محسوب می‌شود) معمولاً طوری تنظیم می‌شوند که  $x_{20} < 0$  و  $x_{10} > 0$  است این بدان معنی است که هدف در مقابل موشک قرار گرفته و موشک هدف را دنبال می‌کند. در ادامه، رفتار فیزیکی مطلوب هر یک از متغیرهای حالت که منجر به یک سناریوی هدایت موفق می‌شود از مرجع [۱۶] آورده شده است.

#### رفتار فیزیکی مطلوب متغیرهای حالت

شرط برخورد موشک به هدف این است که  $r(t)$  در زمان محدود ( $t_f$ ) به صفر برسد (یعنی  $r(t_f) = 0$ )، که  $t_f$  زمان برخورد نامیده می‌شود. برای رسیدن به این مسئله لازم است  $x_2 = \dot{r}(t)$  نامساوی زیر صدق کند.

$$\exists t_1 \in [t_0, t_f] \text{ s.t. } x_2(t) \leq -\xi < 0 \quad \forall t \in [t_1, t_f] \quad (6)$$

که در آن  $\xi$  یک عدد حقیقی مثبت است. برقراری این نامساوی تضمین می‌کند که زمان برخورد محدود بوده و  $\xi / \xi + (r(t_1) + \xi t_1) \leq t_f$ . شایان ذکر است که در مقالات مبتنی بر تئوری لیپانوف که منجر به پایداری تمامی متغیرهای حالت می‌شود،  $x_2(t)$  به یک مقدار ثابت منفی  $C$  رگوله می‌شود. اگرچه این رویکرد، برخورد موشک با هدف بدون مانور را در زمان محدود تضمین می‌کند، اما، در مواجهه با اهداف دارای مانورهای پیچیده و نامعلوم کارایی مطلوب ندارد [۱۶]. بنابراین، در رویکرد مطرح شده پایداری  $x_2(t)$  مد نظر نیست و تنها برقراری نامساوی رابطه (۶) تضمین‌کننده برخورد با هدف است.

در مورد رفتار متغیر حالت سوم،  $x_3$ ، صفر شدن هر چه سریع‌تر آن مطلوب است و این به آن مفهوم است که خطوط دید پس از یک زمان محدود به موازات هم باقی می‌مانند و به عبارت دیگر چرخش خط دید متوقف می‌شود، که این در کنار برقراری نامساوی رابطه (۶) برخورد در زمان محدود را تضمین می‌کند. بنابراین، بردار حالت را می‌توان به دو دسته  $x = [\bar{x}_1 \quad \bar{x}_2]$  تقسیم کرد که  $\bar{x}_1 = [x_1 \quad x_3]$  و  $\bar{x}_2 = x_2$  است و پایداری زمان محدود تنها برای جزء  $\bar{x}_1$  مطلوب است و در مورد  $\bar{x}_2$  کافی است که نامساوی

همان طور که قبلاً هم ذکر شد، در شروع فاز نهایی  $x_{20} < 0$  است. بنابراین، با انتخاب  $\xi = -x_{20}$ ، آنگاه برای زمان‌های  $x_2(t) \leq -\xi < 0, t \in [0, t_f]$  نامساوی رابطه (۶) برقرار است. بنابراین، قانون کنترلی (رابطه ۱۷) برخورد موشک به هدف با هر مانور دلخواه را تضمین می‌کند. فقط لازم است که باند بالای مؤلفه‌های شتاب هدف  $(\eta_\theta, \eta_r)$  معلوم باشد.

$$\begin{cases} u_r(x) = \frac{x_3^2}{x_1} - \sigma x_3 + \eta_r \\ u_\theta(x) = -\frac{x_2 x_3}{x_1} + M x_3 + x_3^\beta + \eta_\theta \operatorname{sgn}(x_3) \end{cases} \quad (17)$$

### حالت دوم:

حال اگر فرض شود که  $u_r$  در اختیار طراح نباشد (برای این منظور  $u_r = 0$  فرض شده است). می‌خواهیم ببینیم که طراحی شده به تنهایی در برابر چه اهدافی برخورد را تضمین می‌کند. در این حالت، معادلات حالت سیستم حلقه بسته در حضور اغتشاشات به صورت زیر خواهد شد:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = \frac{x_3^2}{x_1} + w_r \\ \dot{x}_3 = -M x_3 - x_3^\beta + \eta_\theta \operatorname{sgn}(x_3) \end{cases} \quad (18)$$

متغیر حالت  $x_3$  با توجه به مطالب قبل در زمان محدود  $T$  صفر می‌شود که با تنظیم پارامترهای  $M$  و  $\beta$ ، زمان  $T$  می‌تواند بسیار کوچک باشد. در بازه زمانی  $0 < t < T$  ترم  $x_3^2/x_1$  مثبت بوده و برای  $t \geq T$  این ترم صفر می‌شود. مطمئناً در این حالت محدودیت بر روی اندازه  $w_r$  وجود دارد تا آنجا که نامساوی رابطه (۶) برقرار بماند. بنابراین، این دسته از موشک‌ها با صرف داشتن مؤلفه کنترلی عمودی (یعنی  $u_\theta$ ) در برابر هدف‌هایی که دارای مؤلفه شعاعی (یعنی  $w_r$ ) بزرگ در بردار شتاب خود هستند، کارایی ندارد. البته بر روی مؤلفه عمودی بردار شتاب هدف  $(w_\theta)$  محدودیتی وجود ندارد و کافی است باند بالای آن معلوم باشد. در ادامه این مطلب، شبیه‌سازی‌ها مورد بررسی بیشتر قرار می‌گیرد.

### شبیه‌سازی کامپیوتری

در این بخش، کارایی قانون هدایت طراحی شده در مواجهه با اهداف دارای مانور بالا، در دو حالت (اول و دوم) توسط شبیه‌سازی نشان داده شده است. از آنجا که تابع علامت (Sign) به دلیل طبیعت ناپیوسته‌اش سبب ایجاد پدیده چترینگ می‌شود، پس برای حذف آن

$$\begin{aligned} \dot{V}(x_3) &= -M x_3^2 - x_3^{\beta+1} + x_3(-v_\theta + w_\theta) \\ &\leq -x_3^{\beta+1} + x_3(-v_\theta + w_\theta) \\ &= -2^{\frac{\beta+1}{2}} \left(\frac{1}{2} x_3^2\right)^{\frac{\beta+1}{2}} + x_3(-v_\theta + w_\theta) \\ &= -c V^\alpha(x_3) + x_3(-v_\theta + w_\theta) \end{aligned} \quad (11)$$

که  $c = 2^{\frac{\beta+1}{2}}$  و  $\alpha = (\beta+1)/2 < 1$  است. فرض کنید  $w_\theta \leq \eta_\theta$  باشد. بنابراین،

$$\begin{aligned} x_3(-v_\theta + w_\theta) &\leq -x_3 v_\theta + |x_3| |w_\theta| \\ &\leq -x_3 v_\theta + \eta_\theta |x_3| \end{aligned} \quad (12)$$

با انتخاب  $v_\theta = \eta_\theta \operatorname{sgn}(x_3)$ ، آنگاه

$$x_3(-v_\theta + w_\theta) \leq -\eta_\theta |x_3| + \eta_\theta |x_3| = 0 \quad (13)$$

بنابراین، به‌رغم حضور ترم اغتشاشی  $w_\theta$  باز هم  $\dot{V}(x_3) \leq -c V^\alpha(x_3)$  خواهد شد و با توجه به رابطه (۱)،  $x_3$  در حضور هر مانور دلخواه هدف، پایدار زمان محدود خواهد بود، که این بدان معناست که زمان نشست  $T > 0$  وجود دارد؛ به طوری که برای  $x_3 = 0, t \geq T$  خواهد شد. بنابراین، رفتار مطلوب این متغیر حالت حتی با وجود مانورهای پیچیده هدف تضمین می‌شود.

**ب- طراحی ورودی کنترلی  $u_r$ :** ورودی کنترل  $u_r$  به نحوی طراحی می‌شود که رفتار مطلوب  $x_2$  (برقراری نامساوی رابطه (۶)) که منجر به صفر شدن  $x_1$  در زمان محدود می‌شود، تضمین شود. با انتخاب  $u_r$  به صورت زیر:

$$u_1 = \frac{x_3^2}{x_1} - \sigma x_2 + v_r, \quad \sigma > 0 \quad (14)$$

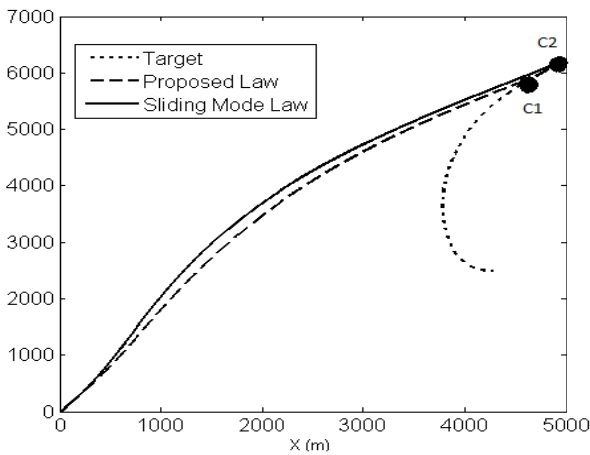
و جایگذاری آن در معادله (۸)، آنگاه  $\dot{x}_2 = -\sigma x_2 - v_r + w_r$  می‌شود. پارامتر  $\sigma$  با توجه به محدودیت‌های فیزیکی تنظیم می‌شود و می‌تواند به صورت متغیر با زمان باشد. همچنین مؤلفه کنترلی  $v_r$  به نحوی طراحی می‌شود که  $u_r$  عملکرد مقاومی در حضور مانورهای هدف داشته باشد. فرض کنید  $|w_r| < \eta_r$  باشد. حال اگر  $v_r = \eta_r$  انتخاب شود، آنگاه

$$\dot{x}_2 = \sigma x_2 - \eta_r + w_r \quad (15)$$

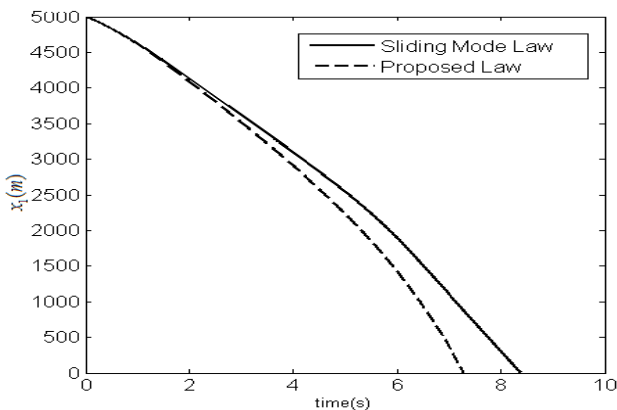
بنابراین،

$$\begin{aligned} x_2(t) &= x_{20} e^{\sigma t} + \int_0^t (-\eta_r + w_r) e^{\sigma(t-\tau)} d\tau \\ &\leq x_{20} e^{\sigma t} - \int_0^t \eta_r e^{\sigma(t-\tau)} d\tau + \int_0^t \eta_r e^{\sigma(t-\tau)} d\tau \\ &\leq x_{20} e^{\sigma t} \end{aligned} \quad (16)$$

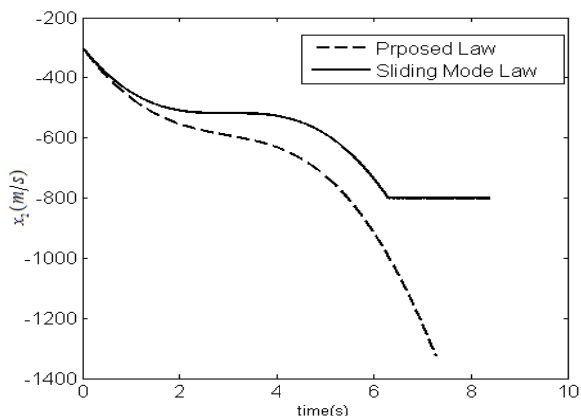
شکل‌های (۸) تا (۱۱) مسیر حرکت موشک و هدف، پاسخ زمانی متغیرهای حالت سیستم و ورودی کنترلی را برای حالت دوم نشان می‌دهد. همان‌طور که در شبیه‌سازی دیده می‌شود، قانون هدایت طراحی شده برای موشک‌هایی که تنها بالک دارند عدم قطعیت‌های کوچک‌تری را در معادله دینامیکی متغیر حالت دوم تحمل می‌کند.



شکل ۲- مسیر طی شده توسط موشک و هدف در حالت اول



شکل ۳- پاسخ زمانی متغیر حالت  $x_1$  در حالت اول



شکل ۴- پاسخ زمانی متغیر حالت  $x_2$  در حالت اول

در قانون کنترلی رابطه (۱۷) تابع Sign با تابع اشباع با شیب زیاد جایگزین شده است. شرایط اولیه در معادلات حالت هدایت به صورت زیر منظور شده است:

$$x_1(0) = 5000m, x_2(0) = -300 \frac{m}{s}, x_3(0) = 100 \frac{m}{s}$$

موقعیت اولیه موشک در دستگاه اینرسی  $x_M(0) = y_M(0) = 0m$  و موقعیت اولیه و بردار سرعت اولیه هدف در دستگاه اینرسی به صورت زیر در نظر گرفته شده است:

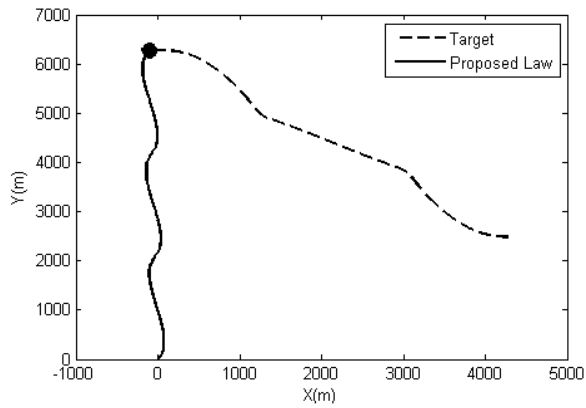
$$\begin{aligned} x_T(0) &= x_1(0) \cos \theta_0 \\ y_T(0) &= x_1(0) \sin \theta_0 \\ v_{Tx}(0) &= -200m/s \\ v_{Ty}(0) &= 0m/s \end{aligned}$$

$\theta_0$  نیز برابر با  $\pi/6$  فرض شده است. در مرجع [۱۱] قانون هدایت طراحی شده به روش مد لغزشی (رابطه ۱۹) با قوانین هدایت موجود مقایسه شده و عملکرد خوب آن نشان داده شده است. در این قسمت قانون (۱۷) با قانون هدایت مد لغزشی (۱۹) مقایسه شده و عملکرد بهتر آن نشان داده شده است.

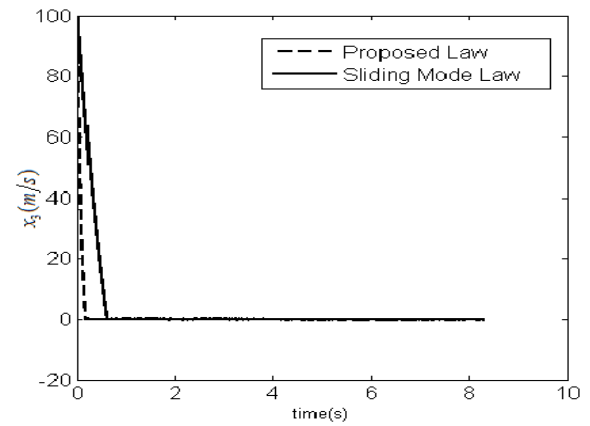
$$u_r(x) = \frac{x_3^2}{x_1} + \eta_1 \text{sat}\left(\frac{x_2 - c}{\varepsilon}\right) \quad (19)$$

$$u_\theta(x) = -(N+1) \frac{x_2 x_3}{x_1} + \eta_2 \text{sat}\left(\frac{x_3}{\varepsilon}\right)$$

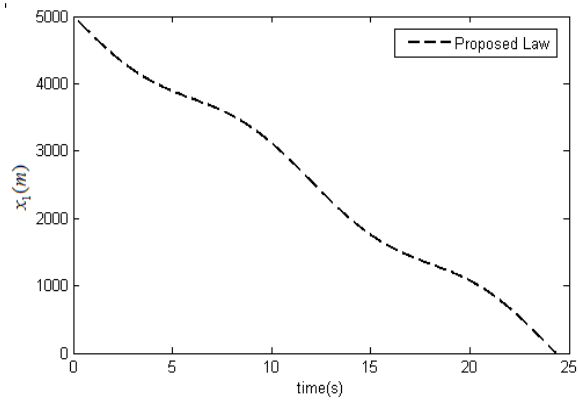
شبیه‌سازی‌ها برای هر دو حالت اول و دوم انجام شده است. در حالت اول بردار شتاب هدف  $a_r(t) = \begin{bmatrix} 200 \sin \frac{\pi}{6} t & 200 \sin \frac{\pi}{4} t \end{bmatrix}$  و برای حالت دوم  $a_r(t) = \begin{bmatrix} 50 \sin \frac{\pi}{6} t & 200 \sin \frac{\pi}{4} t \end{bmatrix}$  فرض شده است. در شبیه‌سازی‌ها  $\beta = 9/11, \varepsilon = 1, \eta_1 = \eta_2 = 200, M=10, N=4$  و  $\sigma = 0.05$  و  $c = -800$  انتخاب شده است. شکل (۲) مسیر طی شده توسط موشک و هدف را در دستگاه مختصات اینرسی (در حالت اول) نشان می‌دهد. نقاط  $C_1$  و  $C_2$  مشخص شده بر روی شکل، نقاط برخورد برای قانون هدایت پیشنهادی و قانون هدایت مد لغزشی را نشان می‌دهند. زمان برخورد در قانون پیشنهادی  $7/28$  ثانیه است که برای قانون مد لغزشی این زمان  $8/37$  ثانیه است. شکل‌های (۳) تا (۵) پاسخ زمانی متغیرهای حالت سیستم را نشان می‌دهد. همچنین شکل‌های (۶) و (۷) مؤلفه‌های بردار ورودی کنترلی را نشان می‌دهد و همان‌طور که مشاهده می‌شود، قانون هدایت طراحی شده (رابطه ۱۷) انرژی کنترلی بسیار کمتری نسبت به قانون هدایت مد لغزشی دارد.



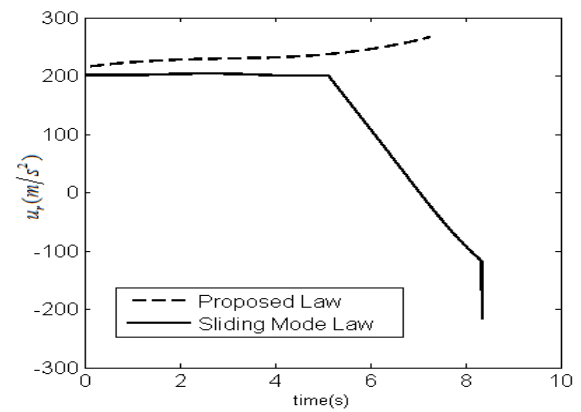
شکل ۸- مسیر طی شده توسط موشک و هدف در حالت دوم



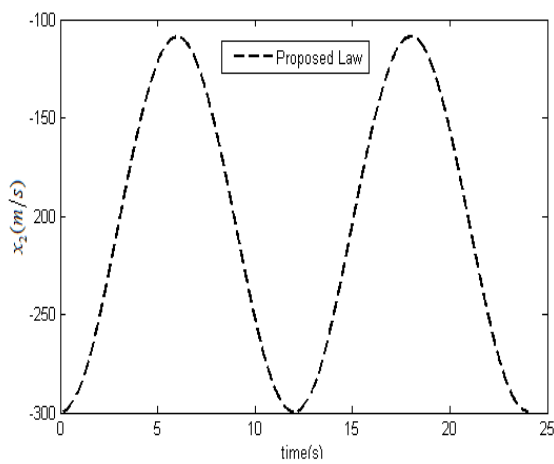
شکل ۵- پاسخ زمانی متغیر حالت  $x_3$  در حالت اول



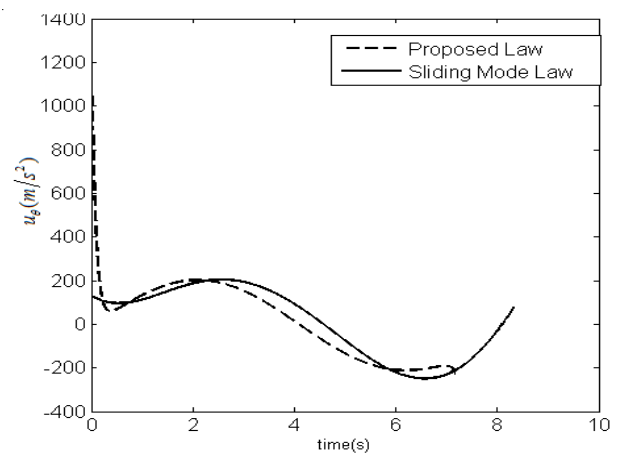
شکل ۹- پاسخ زمانی متغیر حالت  $x_1$  در حالت دوم



شکل ۶- پاسخ زمانی ورودی کنترلی  $u_r$  در حالت اول

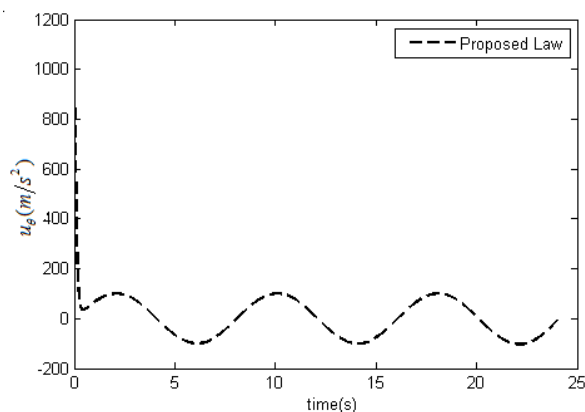


شکل ۱۰- پاسخ زمانی متغیر حالت  $x_5$  در حالت دوم



شکل ۷- پاسخ زمانی ورودی کنترلی  $u_\theta$  در حالت اول

- [6] Shaferman, V. and Shima, T., "Linear Quadratic Guidance Laws for Imposing a Terminal Intercept Angle," *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, Vol. 31, No. 5, 2008, pp.1400-1412.
- [7] Lechevin, N. and Rabbath, CA., "Lyapunov-Based Nonlinear Missile Guidance," *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, Vol. 27, No. 6, 2004, pp.1096-102.
- [8] Ryoo, C. K, Kim, Y. H, Tahk, M. J, and Choi, K., "A Missile Guidance Law Based on Sontag's Formula to Intercept Maneuvering Targets," *International Journal of Control, Automation, and Systems*, Vol. 5, No. 4, 2007, pp. 397-409.
- [9] Shieh, C. S., "Nonlinear Rule-Based Controller for Missile Terminal Guidance," *IEEE Proceedings Control Theory Application*, Vol. 150, No. 1, 2004, pp. 45-48.
- [10] Zhou, D., Mu, C. and Xu, W., "Adapt Sliding-Mode Guidance of a Homing Missile," *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, Vol. 22, No. 4, 1999, pp. 589-594.
- [11] Iaw, D. C., Liang, Y. W. and Cheng, C. C., "Nonlinear Control for Missile Terminal Guidance," *Journal of Dynamics Systems, Measurement, and Control*, Vol. 122, No. 4, 2000, pp. 663-668.
- [12] Briery, S. D. and Long, C. R., "Application of Sliding Mode Control to Air-Air Interception Problem," *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, Vol. 26, No. 2, 1990, pp. 306-25.
- [13] Idan, M, Shima, T. and Golan, O. M., "Integrated Sliding Mode Autopilot-Guidance for Dual Control Missiles," *AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference and Exhibit*, 2005.
- [14] Tang, C. D., Chen, H. Y., "Nonlinear  $H_\infty$  Robust Guidance Law for Homing Missiles," *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, Vol. 21, No. 6, 1998, pp. 882-890.
- [15] Chen, B. S., Chen, Y. Y. and Lin, C. L., "Nonlinear Fuzzy  $H_\infty$  Guidance Law with Saturation of Actuators Against Maneuvering Targets," *IEEE Transactions on Control System Technology*, Vol. 10, No. 6, 2002, pp. 769-779.
- [16] Shafie, H. and Binazadeh, T., "Partial Stability-Based Guidance," *ISA Transactions*, Vol. 51, 2012, pp. 141-145.
- [17] Bhat, S. P. and Bernstein, D. S., "Finite-Time Stability of Continuous Autonomous Systems," *SIAM Journal of Control and Optimization*, Vol. 38, No. 3, 2000, pp. 751-766.



شکل ۱۱- پاسخ زمانی ورودی کنترلی  $u_\theta$  در حالت دوم

## نتیجه گیری

در این مقاله، روش جدیدی در طراحی قانون هدایت موشک ارائه شد. این روش که بر مبنای پایداری جزئی زمان محدود جزئی از متغیرهای حالت سیستم هدایت طراحی شده است، منطبق بر فیزیک مسئله هدایت بوده و برخورد موشک با اهداف دارای مانورهای پیچیده را در زمان محدود تضمین می‌کند. شبیه‌سازی‌های صورت گرفته نیز، عملکرد مطلوب رویکرد ارائه شده را نشان داده‌اند.

## مراجع

- [1] Guelman, M., "The Closed Form Solution of True Optornal Navigation," *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, Vol. 12, No. 4, 1979, pp. 472-482.
- [2] Mohammadzaman, E. and Momeni, H.R., "Short Time Stability Approach to Guidance Law Design," *Journal of Space Science and Technology (JSST)*, Iranian Aerospace Society, Vol. 3, No. 1-2, 2010, pp. 37-44 (In Persian).
- [3] Yuan, P. J. and Chern, J. S., "Ideal Proportional Navigation," *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, Vol. 15, No. 5, 1992, pp. 1161-1166.
- [4] Pourtakdoust, S. H., Fakhri, M. and Assadian, N., "Development of an Integrated Design Environment for Optimal Ascent Trajectory Planning," *Journal of Space Science and Technology (JSST)*, Vol. 1, No. 1, 2008, pp. 1-10 (In Persian).
- [5] Oshman, Y. and Arad, D., "Differential Game Based Guidance Law Using Target Orientation Observations," *IEEE Transaction on Aerospace and Electronic Systems*, Vol. 42, No. 1, 2009, pp. 316-326.