

# طراحی مدار گرد سوخت جامد در انتقال بهینه فضایی

مهران نصرت الهی<sup>۱</sup>، علیرضا نوین زاده<sup>۲</sup> و مصطفی ذاکری<sup>۳\*</sup>

۱ و ۳- مرکز تحقیقات فضایی، مجتمع دانشگاهی هوافضا، دانشگاه صنعتی مالک اشتر

۲- دانشکده مهندسی هوافضا، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی

\*تهران، کد پستی ۱۷۷۴-۱۵۸۷۵

zakeri@mut.ac.ir

هدف از این مقاله، طراحی یک سامانه فضایی با شیوه‌ای جدید به منظور انتقال بین سیاره‌ای از مدار پارک به مدار همدلولی مقصد با کمترین وزن و در حالت غیرایده‌آل است. وظیفه بلوک انتقال مداری (مدارگرد) هدایت ماهواره به مدار مقصد است، بدین صورت که ابتدا بلوک در مدار پارک قرار گرفته و سپس با روشن شدن موتور سوخت جامد در مدت زمان مشخصی وارد مدار همدلولی مقصد می‌شود. برای قرار دادن بلوک در مدار انتقال مورد نظر و با توجه به دو عامل کنترلی که شامل کنترل بردار پیشران و تغییرات اندازه پیشران است از الگوریتم‌های کنترل بهینه برای بهینه‌سازی تابع هدف استفاده می‌شود. از آنجا که مکان اولیه و زمان روشن شدن موتور، زمان و مکان خاموش شدن موتور، زمان سوزش، تاریخچه بردار پیشران و همچنین تاریخچه اندازه پیشران برای انجام مانور مشخص نیست، مجدداً با مسئله‌ای بهینه در ابتدا و انتها مواجه هستیم. به دلیل اینکه، وزن سوخت در بلوک‌های مداری تأثیر بسیار زیادی در عملکرد و هزینه دارند، بنابراین، در این مقاله، روشی برای ترکیب طراحی موتور سوخت جامد، مکانیک مداری و الگوریتم‌های بهینه‌سازی ارائه می‌شود تا به موجب آن وزن سوخت بهینه شود. این فرایند شامل طراحی موتور، مشخص کردن الزامات طراحی، استفاده از الگوریتم‌های بهینه‌سازی و مشخص کردن قیود طراحی است.

واژه‌های کلیدی: کنترل بهینه، موتور سوخت جامد، بلوک انتقال مداری، طراحی سیستمی

## علائم و اختصارات

$J$	تابع کارایی		
$H(t)$	تابع همیلتونین		
$u(t)$	تابع کنترل	$\dot{M}$	دبی جرمی
$\tau$	گام حرکت تابع کنترل	$r_a$	شعاع اوج
$\beta(t)$	بردار رانش در زمان	$E$	آنومالی مجازی
$T(t)$	رانش در زمان	$\varepsilon$	انرژی مدار
$M_{total}, M_{str}, M_{pay}, M_{fu}$	جرم کل، خشک، محموله و سوخت	$\varphi$	زاویه بین رانش موتور و افق
$e$	گریز از مرکز مدار	$h$	ممنتوم زاویه
$P_c, P_e$	فشار احتراق و خروجی	$f$	ضریب پخی زمین
$M_e$	ماخ خروجی	$h$	ارتفاع واقعی تا زمین
$A_e, A_t$	سطح خروجی و گلوگاه نازل	$m_0$	جرم باقی مانده
$C_f$	ضریب رانش		
$m_{case}, t_{case}, r_{case}$	جرم، ضخامت و شعاع پوسته موتور		۱. استادیار
$m_{ae}, m_{noz}, m_{ig}, m_{insul}, m_{fl}$	توزیع جرمی موتور		۲. استادیار

۳. دانشجوی دکتری (نویسنده مخاطب)

## مقدمه

بلوک‌های انتقال مداری، وظیفه انتقال نهایی ماهواره‌ها را به مدار نهایی بر عهده دارند، کل مسیر عملکرد این بلوک‌ها در خارج از جو و در فاصله حدود ۲۰۰ الی ۳۶۰۰ کیلومتری است [۱]. دست‌یابی به روش‌های طراحی بلوک‌های انتقال مداری که فرایند بهینه‌سازی نیز دارند و کمتر به مطالعات آماری وابسته باشند، موضوع جذاب امروزی است. به همین دلیل، این تحقیق در ادامه تحقیقات صورت گرفته مبنی بر طراحی بلوک انتقال مداری با هدف انجام بهینه‌سازی مسیر انتقال و وارد کردن اثر آن در طراحی سیستمی صورت پذیرفته است. انتقال مدار موضوع مهمی است که پژوهشگران سال‌ها درباره آن تحقیق می‌کردند.

شایان ذکر است که بیشتر تلاش‌ها برای بهینه‌سازی و دست‌یابی به حداقل مصرف سوخت در مأموریت‌های فضایی بوده است، زیرا کاهش حتی یک کیلوگرم بار در طی ۱۰ پرتاب به مدار زمین آهنگ به‌طور متوسط ۱۰۰ هزار دلار صرفه‌جویی به همراه دارد، به همین دلیل مطالعه بر روی این موضوع بسیار مهم است. محققان بسیاری با استفاده از روش‌های مختلف طراحی و همچنین تجزیه و تحلیل مسیرهای مختلف مانند انتقال هاهمن برای به دست آوردن حداقل مقدار جرم سوخت به مدارگرد‌ها تلاش کرده‌اند [۲] که می‌توان بعضی از این محققان را مانند هالکر (۱۹۵۹) [۳] و تسین (۱۹۵۳) [۴]، لاودن (۱۹۵۵) [۵]، بیگس (۱۹۷۹) [۶]، کبالس و ریوز (۱۹۸۱) [۷] و [۸] معرفی کرد.

باید توجه داشت که مانورهای ضربه‌ای کاملاً لحظه‌ای نیستند و اگر درک مناسبی از وضعیت ماهواره در زمان ضربه وجود نداشته باشد، هم سوخت زیادی برای اصلاح موقعیت مداری مصرف می‌شود و هم دقت مناسبی ممکن است به وجود نیاید. در این مقاله، سعی شده است با یکی از روش‌های بهینه‌سازی، مسیر بهینه را در لحظه استارت موتور تا لحظه فرارگیری در مدار انتقال طراحی کنیم. امروزه، تلاش و تحقیقات زیادی برای بهره‌گیری از موتورهایی با پیشران کم و پیوسته به‌منظور بهینه‌سازی کلی مانور صورت می‌پذیرد؛ اما، همچنان این روش‌ها در مرحله تحقیقاتی است و استفاده عملیاتی چندانی از آن‌ها نمی‌شود. در نتیجه نیاز است تا به مبحث مانور لحظه‌ای و بهینه‌سازی آن توجه شود.

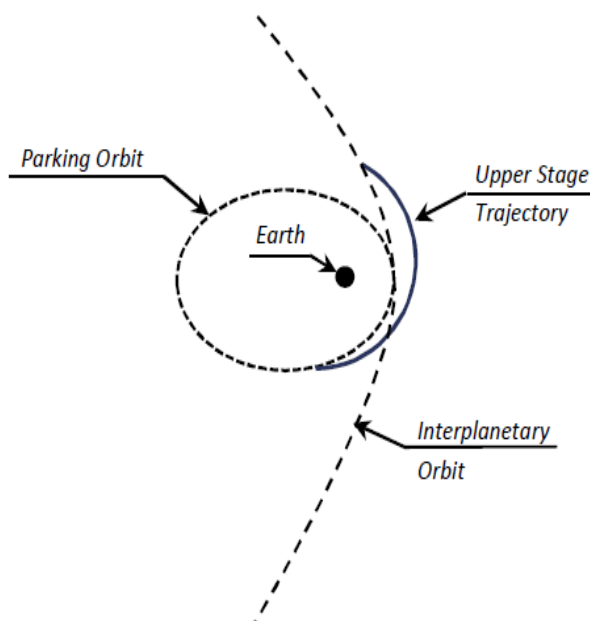
در این مقاله، بهینه‌سازی مصرف سوخت برای حرکت از مدار پارک به مدار واسط انجام شده است. در ابتدا، فرض می‌شود موتوری با پیشران قابل دسترس وجود دارد و پس از انجام بهینه‌سازی اقدام به بهینه‌سازی پیشران موتور می‌شود. در طول مأموریت سعی می‌شود زاویه پیشران و تغییرات اندازه پیشران موتور به نحوی تغییر کند که بلوک انتقال مداری با حداقل خطا وارد مدار شود و در نهایت مقایسه‌ای با مدارگرد STAR-48B صورت گرفته است [۹].

## رویکرد کلی

در سال‌های اخیر، کنترل بهینه به ابزاری بسیار ارزشمند و توانا در تخمین مناسبی از مسیر پروازی در فرایند طراحی تبدیل شده است. در انتقال هاهمن [۲ و ۱۰] کمترین مقدار سوخت مصرفی را که برای مانور ضربه‌ای میان دو مدار دایره‌ای مورد نیاز است می‌توان محاسبه کرد. در این زمینه، تخمین‌های فراوانی از جمله انتقال میان مدارهای بیضوی با پیشران محدود که بسیار واقعی‌تر مسائل را در نظر می‌گیرد نیز مورد توجه قرار گرفته است [۴، ۶، ۸، ۱۱]. در این مقاله نیز، سعی شده است مسئله به گونه‌ای واقعی و بهینه حل شود.

## طراحی هدایت بهینه برای انتقال مداری

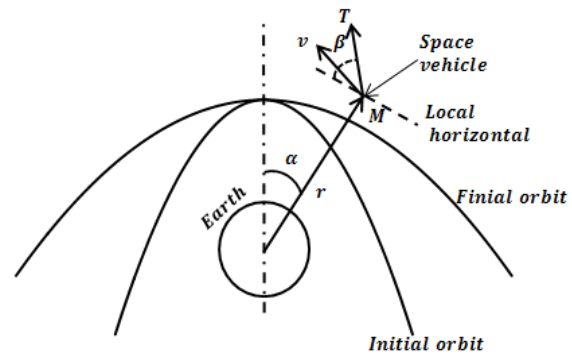
به‌منظور بررسی مسئله مورد نظر لازم است تا روند مشخصی در پیش گرفته شود، ابتدا باید اینگونه بیان کرد که هدف از بهینه‌سازی، کاهش مصرف سوخت در یک مانور مداری است. دست‌یابی به روش بهینه‌سازی به دیگر شرایط نیز قابل تعمیم است. موتور در طول یک زمان روشن می‌شود و پس از فرارگیری در راستای مدار مقصد و رسیدن به سرعت‌های لازم در این مدار خاموش می‌شود، هدف بهینه‌کردن زمان سوزش موتور و در نتیجه کاهش سوخت مصرفی است. شماتیک مأموریت در شکل (۱) آورده شده است. در طول پرواز مقدار پیشران موتور متغیر است و از افت‌های اولیه و نهایی موتور نیز صرف‌نظر شده است. در این تحقیق فرض شده است که تغییر شیب مداری صورت نمی‌پذیرد.



شکل ۱- شماتیک مأموریت

## آنالیز طراحی مسیر و انتخاب معیار بهینگی

ابتدا، معادلات حرکت را به صورت دو بعدی می نویسیم، شکل (۲) به درک معادلات کمک می کند.



شکل ۲- فضاپیما تحت اثر جاذبه

مدارگرد تحت اثر گرانش زمین است و مقدار پیشرانش موتور (T) متغیر است و زاویه پیشرانش (β) با زمان در تغییر است. r و α به ترتیب ارتفاع از مرکز زمین و آنومالی حقیقی هستند. فرض می کنیم وزن مدارگرد مقدار M<sub>Total</sub> است و نیروی گرانش در آن ارتفاع ثابت در نظر گرفته می شود. از آنجا که ارتفاع مداری در طول زمان سوزش تغییر چندانی نمی کند، این فرض به طور کامل صحیح است [۱۲ و ۱۳] متغیرهای وضعیت معادله حرکت به صورت معادله (۱) نوشته می شود:

$$\begin{aligned} x_1(t) &= r \\ x_2(t) &= \alpha \\ x_3(t) &= \dot{r} \\ x_4(t) &= r\dot{\alpha} \\ x_5(t) &= M_{total} \\ u_1(t) &= T(t) \\ u_2(t) &= \beta(t) \end{aligned} \quad (1)$$

در حالت دوبعدی، معادلات حالت مطابق عبارات زیر است:

$$\begin{aligned} \frac{d(r(t))}{dt} &= \dot{r}(t) \\ \frac{d(\alpha(t))}{dt} &= \frac{r\dot{\alpha}(t)}{r(t)} \\ \frac{d(\dot{r}(t))}{dt} &= \frac{(r\dot{\alpha}(t))^2}{r(t)} - g + \left[ \frac{\lambda u_1(t)}{M_{total}-m(t)} \right] \sin(u_2(t)) \\ \frac{d(r\dot{\alpha}(t))}{dt} &= \frac{\dot{r}(t)r\dot{\alpha}(t)}{r(t)} + \left[ \frac{\lambda u_1(t)}{M_{total}-m(t)} \right] \cos(u_2(t)) \\ \frac{d(m(t))}{dt} &= \frac{\lambda u_1(t)}{Isp g_0} \end{aligned} \quad (2)$$

پارامتر کنترل  $u_1(t) = T(t)$  زاویه نازل موتور در صفحه مماس بر مدار نسبت به افق محلی در هر نقطه است و  $u_2(t) = \beta(t)$  پیشرانش لحظه ای بلوک انتقال مداری است. g

شتاب گرانش در ارتفاع مانور است. λ نیز افت پیشرانش موتور است. جرم فضاپیما نیز در طول مسیر حرکت با گذشت زمان در حال کاهش است، در نتیجه اگر جرم سوخت مصرفی M<sub>p</sub> در نظر گرفته شود برابر است با:

$$\dot{M}_0 = \dot{M}_p \quad (3)$$

$$\dot{M}_p = \frac{T}{g_0 * I_{sp}} \quad (4)$$

$$M_{total} = M_{structure} + M_{payload} + M_{fuel} \quad (5)$$

مشتقات معادلات (۵) به صورت زیر نوشته می شود:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1(t) &= x_3(t) \\ \dot{x}_2(t) &= \frac{x_4(t)}{x_1(t)} \\ \dot{x}_3(t) &= \frac{x_4^2(t)}{x_1(t)} - g + \frac{u_1(t)}{[M_{total}-x_5(t)]} \sin u_2(t) \\ \dot{x}_4(t) &= -\frac{x_4(t)x_3(t)}{x_1(t)} + \frac{u_1(t)}{[M_{total}-x_5(t)]} \cos u_2(t) \\ \dot{x}_5(t) &= \frac{u_1(t)}{g_0 \times I_{sp}} \end{aligned} \quad (6)$$

برای بهینه کردن مصرف سوخت نیاز است تا در یک زمان مشخص، کار کنترلی مربوط به پیشرانش حداقل شود. به منظور حداقل کردن کار کنترلی معادله زیر باید حداقل شود:

$$J(U) = \int_0^{t_f} \frac{1}{2} u_1^2(t) \quad (7)$$

$$J = \dot{m} g_0 I_{sp} \quad (8)$$

Isp ایمپالس ویژه و  $\dot{m}$  تغییرات جرم سوخت است. تابع همیلتونین به صورت معادله (۹) نوشته می شود:

$$\begin{aligned} H(x(t), u(t), p(t)) &= \frac{1}{2} u_1^2(t) + p_1(t) x_3(t) + \\ & \frac{p_2(t) x_4(t)}{x_1(t)} + \\ & p_3(t) \left[ \frac{x_4^2(t)}{x_1(t)} - g + \frac{u_1(t)}{[M_{total}-x_5(t)]} \sin u_2(t) \right] + \\ & p_4(t) \left[ -\frac{x_4(t) x_3(t)}{x_1(t)} + \frac{u_1(t)}{[M_{total}-x_5(t)]} \cos u_2(t) \right] + \\ & \frac{p_5(t) u_1(t)}{g_0 \times I_{sp}} \end{aligned} \quad (9)$$

مشتقات ضرایب همیلتونین به صورت معادله (۱۰) به دست می آیند:

$$\begin{aligned} \dot{p}_1(t) &= -\frac{dH}{dx_1} = \left( \frac{p_3 \cdot x_4^2}{x_1^2} \right) + \frac{p_2 \cdot x_4}{x_1^2} - \frac{p_4 \cdot x_3 \cdot x_4}{x_1^2} \\ \dot{p}_2(t) &= -\frac{dH}{dx_2} = 0 \\ \dot{p}_3(t) &= -\frac{dH}{dx_3} = \frac{p_4 \cdot x_4}{x_1} - p_1 \\ \dot{p}_4(t) &= -\frac{dH}{dx_4} = \frac{p_3 \cdot x_3}{x_1} - \frac{2 \cdot p_3 \cdot x_4}{x_1} - \frac{p_2}{x_1} \\ \dot{p}_5(t) &= -\frac{dH}{dx_5} = \frac{Isp \times g_0 \times M_{total}}{(M_{total}-x_5)^2} \end{aligned} \quad (10)$$

قیود اولیه و نهایی مسیر طبق قوانین دینامیک مداری به صورت زیر نوشته می‌شود:  
قیود اولیه:

$$r = \frac{P_1}{1+e_1 \cos(\theta)} \quad (12)$$

$$\dot{r} = \frac{\mu}{H_1} e_1 \sin(\theta) \quad (13)$$

$$r\dot{\alpha} = \frac{H_1}{r} \quad (14)$$

قیود نهایی:

$$\varphi_1(t) = m_1 = \frac{P}{(1+e \cos(\alpha))} - r = 0 \quad (15)$$

$$\varphi_2(t) = m_2 = \frac{(r^2 + (r\dot{\alpha})^2)}{2} + \frac{\mu}{r^2} - \varepsilon = 0 \quad (16)$$

الگوریتم کنترل بهینه پرواز در ادامه نشان داده شده است. در این روش طبق مطالب بالا، همگرایی ضرایب حالت P، و تکمیل فرایند طراحی موجب همگراشدن و نهایی شدن کمترین مقدار جرم سوخت در یک مسیر بهینه برای حل مسئله کنترل بهینه با دو مرز مشترک [۱۴ و ۱۵] می‌شود.

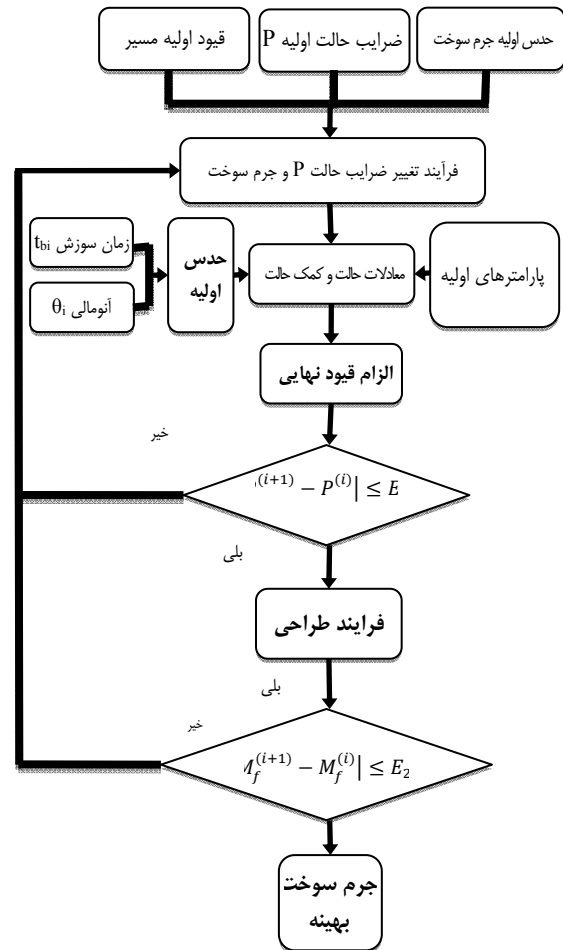
هدف مورد نظر در این مقاله، دستیابی به کمترین مصرف سوخت برای یک مدارگرد سوخت جامد است. معیار بهینگی نیز کمترین جرم کل خواهد بود. با استفاده از روابط طراحی و با در اختیار داشتن خواص سوخت همچون  $I_{sp}$  و نرخ سوزش سوخت، نسبت جرمی کل به جرم سازه خشک استخراج می‌شود [۱].

منطق کلی عملکرد این روش طراحی بر این است که با شروع از یک جرم کل (یا وزن سوخت) کوچک برای بلوک انتقال مداری، طراحی به ازای پارامترهای کنترلی مختلف طراحی انجام می‌شود و پس از آنکه هر طرح از لحاظ ارضای قیود سیستمی و تکنولوژیک در نظر گرفته شده موفقیت‌آمیز بیرون آمد، تحلیل طرح مورد نظر از لحاظ خواص عملکردی در پرواز، به وسیله شبیه‌سازی انجام خواهد شد. اولین طرحی که خواص عملکردی مطلوب را ارضا کند به عنوان طرح نهایی معرفی خواهد شد. به این ترتیب از آنجاکه پارامتر جرم کلی، معیار بهینگی در نظر گرفته شده است و این پارامتر در بیرونی‌ترین حلقه از حلقه‌های تغییر پارامترهای طراحی قرار دارد؛ با این فرایند، اولین طرح موفق هم از نظر قیود سیستمی و هم از لحاظ مشخصات عملکردی، طرح بهینه خواهد بود. با کوچک کردن پارامتر افزایشی پارامترهای طراحی و نزدیک‌تر شدن فضای گسسته پارامترها به فضای پیوسته، طرح به‌دست آمده نیز به سمت طرح بهینه دقیق پیش خواهد رفت.

شش محدودیت سیستمی عمده بر روی طرح موجود مطرح است، که عبارتند از:

- طول سوخت هر مرحله نباید از مقدار مشخص شده تجاوز کند.

طبق الگوریتم ارائه شده در شکل (۳) به منظور حل معادلات بالا به روش گرادیان نزولی باید ضرایب همبستگی به نحوی تعریف شود که معادله (۱۱) همواره به سمت صفر میل کند:



شکل ۳- طراحی بلوک انتقال مداری

$$\frac{\partial H}{\partial u_1} = 0 = u_1 + \frac{p_3 \sin(u_2(t))}{(M_p - x_5)} + \frac{p_4 \cos(u_2(t))}{(M_p - x_5)} + \frac{p_5}{I_{sp} g_0} \quad (11)$$

$$u_1 = -\frac{p_3 \sin(u_2(t))}{(M_p - x_5)} - \frac{p_4 \cos(u_2(t))}{(M_p - x_5)} - \frac{p_5}{I_{sp} g_0} \quad u_2(t) = \tan^{-1}\left(\frac{p_3}{p_4}\right)$$

$$u_1 = -\frac{p_3 \sin(\tan^{-1}(\frac{p_3}{p_4}))}{(M_p - x_5)} - \frac{p_4 \cos(\tan^{-1}(\frac{p_3}{p_4}))}{(M_p - x_5)} - \frac{p_5}{I_{sp} g_0}$$

$$\frac{\partial H}{\partial u_2} = 0 = \frac{p_3 u_1 \cos(u_2)}{M_p - x_5} - \frac{p_4 u_1 \sin(u_2)}{M_p - x_5}$$

$$\Rightarrow u_2 = \tan^{-1}\left(\frac{p_3}{p_4}\right)$$

## آنالیز پیشرانش

طراحی پیشرانش طبق مراحل زیر است:

- انتخاب سوخت HTPB
- تعیین پارامترهای اولیه بالستیک داخلی با ورودی‌های اولیه [16]

$$M_e = \sqrt{\frac{2}{\gamma-1} \left[ \left( \frac{P_c}{P_e} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1 \right]} \quad (21)$$

$$\frac{A_e}{A_t} = \frac{1}{M_e} \left[ \frac{2}{\gamma+1} \left( 1 + \frac{\gamma-1}{2} M_e^2 \right) \right]^{\frac{\gamma+1}{2(\gamma-1)}} \quad (22)$$

$$C_f = \sqrt{\gamma^2 \frac{2}{\gamma-1} \left( \frac{2}{\gamma+1} \right)^{\frac{\gamma+1}{\gamma-1}} \left[ 1 - \left( \frac{P_c}{P_e} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \right]} \quad (23)$$

- تعیین سطح گلوگاه بر حسب قطر خارجی نازل

$$A_t = \frac{1/4\pi D_e^2}{A_e/A_t} \quad (24)$$

- به‌دست‌آوردن میانگین پیشرانش بر حسب قطر خروجی نازل

$$T = C_f A_t P_c = C_f P_c \frac{1/4\pi D_e^2}{A_e/A_t} \quad (25)$$

- به‌دست‌آوردن مقدار پیشرانش از رابطه دیگر:

$$T = \frac{m_{fuel} g_0 I_{sp}}{t_b} \quad (26)$$

- به‌دست‌آوردن قطر خروجی نازل با استفاده از ترکیب دو معادله

فوق به صورت بهینه و به‌دست‌آوردن ریشه معادله زیر:

$$D_e^2 = \frac{4 A_e/A_t m_{fuel} g_0 I_{sp}}{\pi C_f P_c t_b} \quad (27)$$

- جاگذاری  $D_e$  در معادلات بالا

- سایز بندی سیستم پیشرانش

$$D_{G_e} = D - 2(\delta_c + \delta_i + \delta_l) \quad (28)$$

ضخامت‌های پوسته، عایق و لاینر به ترتیب با  $\delta_c$ ،  $\delta_i$  و  $\delta_l$  و قطر خارجی سوخت با  $D_{G_e}$  نمایش داده شده‌اند.

ضریب بار به صورت رابطه (۲۹) است:

$$\lambda = \frac{\text{حجم پر موتور}}{\text{حجم کل موتور}} \quad (29)$$

می‌توان سطح مقطع سوخت ( $A_{full}$ ) را با فرض توزیع یکنواخت سوخت در طول آن به‌دست آورد:

$$A_{full} = \lambda \frac{\pi D_{G_e}^2}{4} \quad (30)$$

- نسبت سطح فضای خالی موتور به سطح گلوگاه نازل هر مرحله نباید از مقدار مشخص شده کمتر باشد.
- نسبت وزن سازه موتورها به وزن کل آن‌ها که با توجه به فشار محفظه احتراق، طول موتور و نوع سازه (فلزی) باید در سطح فناوری ساخت باشد.
- مقدار ضربه ویژه موتورها ( $I_{sp}$ ) نباید از مقدار مشخصی بیشتر باشد و در حقیقت سطح فناوری سوخت آن را محدود کرده است.
- نسبت طول به قطر در محدوده تعیین شده قرار گیرد.
- نسبت  $2w/D$  که مربوط به هندسه گرین است نباید از حد مشخص شده بیشتر باشد.
- هر طراحی که در این روش طراحی به‌دست می‌آید، شامل سه نوع اطلاعات پیکربندی جرمی، پیکربندی ابعادی و طراحی موتور است.

## آنالیز جرمی

سایز بندی مدارگرد در یک فرآیند تکرارپذیر بین تخمین جرمی، آنالیز مسیر پروازی و طراحی موتور به‌دست می‌آید. سایز بندی موتور وابسته به مقدار جرم سوخت است که با استفاده از آنالیز مسیر پروازی حاصل می‌شود. جرم سوخت نیز وابسته به جرم کل بلوک است و همچنین با استفاده از اطلاعات آماری، می‌توان تخمین مناسبی از جرم سایر اجزاء به‌دست آورد. جرم هر یک از مراحل بلوک در یک فرآیند همگراساز از رابطه زیر به‌دست می‌آید:

$$m_{oi}^{(j+1)} = m_{0(i+1)} + m_{subi} + m_{stri}^{(j)} + m_{fueli}^{(j)} \quad (17)$$

$i$  نمایانگر مرحله بلوک و  $j$  عدد صحیح تکرارپذیر تابع فوق است. جرم مرحله اول بلوک از معادله (۱۸) به‌دست می‌آید:

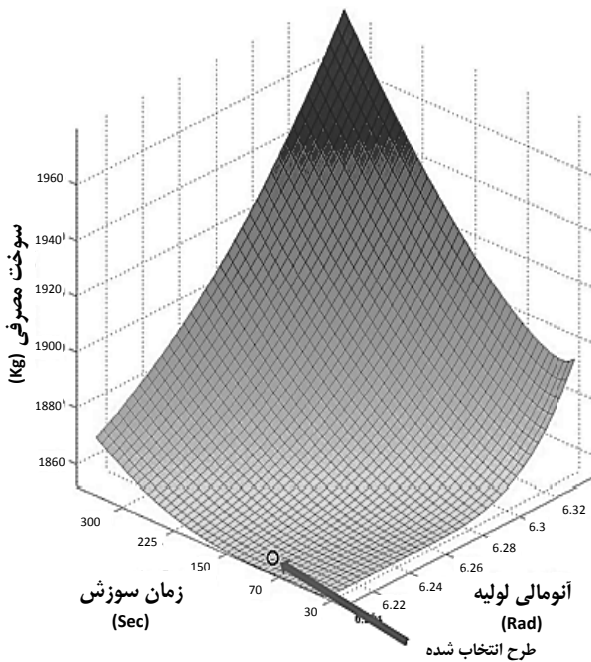
$$m_{oi}^{(j+1)} = m_{pay} + \sum_{i=1}^n (m_{subi} + m_{stri}^{(j)} + m_{fueli}^{(j)}) \quad (18)$$

معادله ضریب همگرایی بنا به شکل معادله (۱۹) تعریف می‌شود:

$$\beta_i = \frac{m_{stri}}{m_{stri} + m_{fueli}} \quad (19)$$

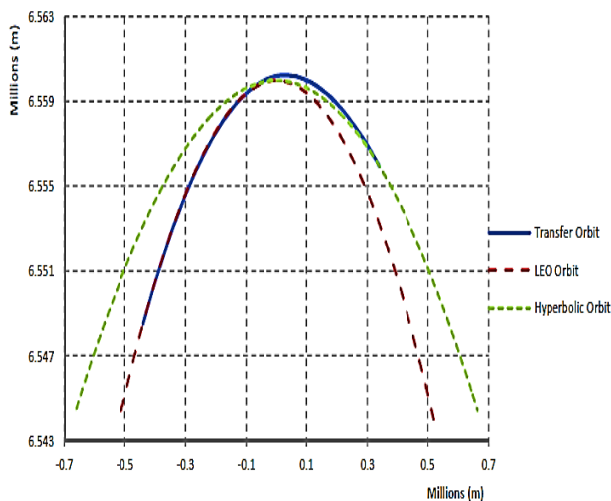
با استفاده از معادلات فوق رابطه زیر، حاصل می‌گردد:

$$m_{oi}^{(j+1)} = m_{0(i+1)} + m_{subi} + m_{fueli}^{(j)} \left( \frac{1}{1-\beta_i^{(j)}} \right) \quad (20)$$



شکل ۴- نمودار تغییرات مصرف سوخت بر حسب زمان سوزش و آنومالی حقیقی

باید توجه داشت که هر نقطه در این صفحه نشان‌دهنده یک مانور و در نتیجه یک مصرف سوخت بهینه طبق انتخاب نقطه شروع مانور است. این بدان معنی است که هر نقطه نشان‌دهنده یک مسیر، یک تاریخچه بردار کنترلی پیشرانش و یک تاریخچه بردار کنترلی برای بردار پیشرانش است [۵]. انتخاب بهینه‌ترین نقطه متأثر از بهینه‌بودن مصرف سوخت و امکان‌پذیر بودن مقدار پیشرانش نسبت به زمان سوزش و همچنین بردار انحراف پیشرانش است. مشخصات موردی که در شکل (۴) با دایره نشان داده شده است در شکل‌های (۵) تا (۷) آمده است.



شکل ۵- مسیر پروازی

همچنین سطح Port ( $A_p$ )، که بعداً در محاسبه معیار  $A_p/A_t$  به کار می‌رود، از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$A_p = (1 - \lambda) \frac{\pi D_G^2}{4} \quad (31)$$

و بدین ترتیب با داشتن چگالی سوخت ( $\rho_G$ )، می‌توان طول گرین هر مرحله را به دست آورد:

$$L_G = \frac{M_P}{\rho_G A_{full}} \quad (32)$$

۹. محاسبه مشخصات جرمی اجزای سیستم پیشرانش [۱۳]:

$$t_{case} = \frac{0.65 P_c D}{0.83 S - 0.78 P_c} \quad (33)$$

$$m_{case} = (\pi D L) t_{case} r_{case} \quad (34)$$

$$x = 0.484 \quad (35)$$

$$d_{ae} = \frac{1 + 2x^2 P_c D(2.3)}{6x^2 2S} \quad (35)$$

$$S_{ae} = \frac{\pi D^2}{2} \left[ 0.5 + \frac{x^2}{4\sqrt{1-x^2}} \ln \frac{1 + \sqrt{1-x^2}}{1 - \sqrt{1-x^2}} \right] \quad (36)$$

$$m_{ae} = S_{ae} d_{ae} r_{case}$$

$$D_{flange-nozzle} = 1.1(D - 2Web)$$

$$m_2 = \frac{\pi D_{flange-nozzle}^2}{4} d_{ae} r_{case} \quad (37)$$

$$m = m_{ae} - m_2$$

$$m_{noz} = 0.666 \times 10^{-4} \left[ \frac{(m_{prop} c^*)^{1.2} e^{0.3}}{0.6528 P_c^{0.8} t_b^{0.6}} \right]^{0.917} \quad (38)$$

$$m_{ig} = 12.27 V_{port}^{0.571} \quad (39)$$

$$m_{insul} = 0.02 m_{motor} \quad (40)$$

$$m_{flange} = \frac{2 \times 44D}{1.25} + \frac{30 \times D_{flange-nozzle}}{0.783} \quad (41)$$

۱۰. به دست آوردن مقدار جدید ضریب  $\beta$ :

$$m_{stri} = m_{case} + m_{ae} + m + m_{noz} + m_{ig} + m_{insul} + m_{flange} \quad (32)$$

$$m_{totali} = m_{stri} + m_{pi} \quad (32)$$

$$\beta_i = \frac{m_{stri}}{m_{stri} + m_{fueli}} \quad (32)$$

## تحلیل نتایج

با اجرای الگوریتم بیان شده صفحه طراحی، شکل (۴) به دست می‌آید. این مثال برای مدار LEO با نیم قطر بزرگ ۹۲۰۹ کیلومتر و بیضویت ۰/۲۸۷۶ و مدار نهایی هذلولی با نیم قطر بزرگ ۴۳۰۸۷ کیلومتر و بیضویت ۱/۱۵۲۲ اجرا شده است [۸].

جدول ۲- خروجی‌های ابعادی موتور

اجزاء	طراحی مدارگرد	استار- ۴۸ B
نسبت انبساط نازل	۸:۱/۲۷	۸:۱/۵۴
قطر محفظه (متر)	۱/۰۵	۲۴۵/۱
طول محفظه (متر)	۵۲/۱	---
فشار محفظه (مگاپاسکال)	۴	۴
زمان سوزش (ثانیه)	۸۵	۸۵
قطر خروجی نازل (متر)	۵۵/۰	۷۵/۰

جدول ۳- خروجی‌های جرمی موتور

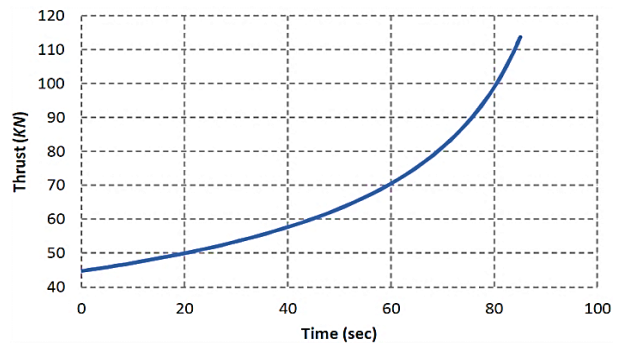
اجزاء	طراحی مدارگرد	استار- ۴۸ B
جرم نازل (کیلوگرم)	۵۸/۲۱	۴۳/۹
جرم پوسته (کیلوگرم)	۴۱/۵	۵۸/۳
جرم سوخت (کیلوگرم)	۲۲۶/۵	۱۱۶/۹
نسبت جرم سوخت	۰/۸۹	۰/۹۴
جرم کل (کیلوگرم)	۲۰۹۲/۹	۲۱۴۱/۳۲

## روش پیشنهادی

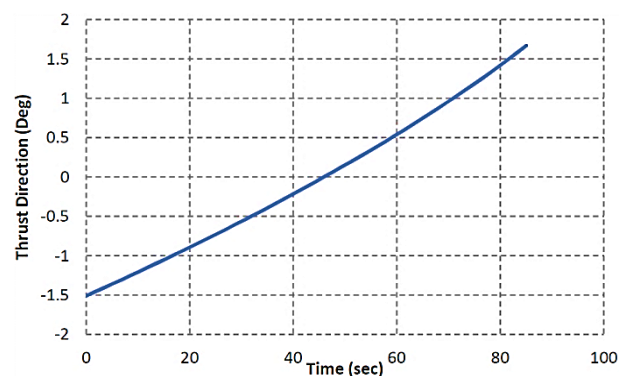
روش کار به این صورت است که پس از حدس  $\beta$  و  $M_{fu}$  وزن کلی بلوک انتقال مداری محاسبه می‌شود. ثابت‌های ورودی که از مشخصات مدارهای مبدأ و مقصد به دست می‌آید و زمان سوزش و آنومالی حقیقی که از روش تکرار با بازه یکسان محاسبه می‌شوند، ورودی‌های کنترل پرواز را تشکیل می‌دهند. در داخل کنترل پرواز وزن سوخت محاسبه و همچنین حدس اولیه اصلاح می‌شود. خروجی کنترل پرواز نقطه بهینه‌ای است که هم از نظر مصرف سوخت بهینه باشد و هم نقطه‌ای است که در آن دو متغیر کنترلی به صورتی کاملاً واقعی عمل می‌کنند. خروجی کنترل پرواز بهینه شامل زمان سوزش و وزن سوخت خواهد بود. در طراحی موتور نیز علاوه بر ورودی‌ها و ثابت‌های مربوط به سوخت و بدنه، خروجی‌های کنترل بهینه پرواز نیز در آن استفاده می‌شود. در طراحی موتور مقدار  $T_e$  بهینه محاسبه شده و دیگر مشخصات موتور نیز به همین ترتیب محاسبه می‌شوند.

وزن سازه محاسبه شده جدید همراه با وزن سوخت  $\beta$  جدیدی را ارائه می‌دهد که باید حدس اولیه آن اصلاح شود. این عمل تا مرحله‌ای انجام می‌شود که تغییرات  $\beta$  کوچک‌تر از خطای مورد نظر باشد. این روند تا زمانی است که تمامی زمان‌های سوزش و آنومالی‌های حقیقی مورد استفاده قرار گیرند.

برای نشان دادن دقت و بازده بالای این روش کلیه نتایج با مدارگرد استار- ۴۸ B [۹] مقایسه شده است.



شکل ۶- نمودار پیشرانش- زمان



شکل ۷- نمودار جهت بردار پیشرانش- زمان

همچنین مشخصات نقطه مشخص شده در صفحه در مقایسه با ضربه ایده‌آل در جدول (۱) آمده است.

جدول ۱- مشخصات نقطه بهینه

اجزاء	عملکرد واقعی	ضربه‌ای	استار- ۴۸ B
آنومالی حقیقی اولیه (رادیان)	۶/۲۱۶	۶/۲۸۳۲	---
زمان سوزش (ثانیه)	۸۵	۰	۸۵
آنومالی حقیقی پایانی (رادیان)	۶/۳۴۲۳	۶/۲۸۳۲	---
سوخت مصرفی (کیلوگرم)	۱۸۶۶/۴	۱۸۰۹/۴	۲۰۰۹/۹

این نقطه از آن رو انتخاب شده است که اولاً دارای مصرف سوخت بهینه است و ثانیاً تغییرات متغیرهای کنترلی در آن به صورت واقعی است. همچنین شایان ذکر است که خطای به دست آمده برای قیود برابر  $2.1 \times 10^{-1} \|m(t_f)\|$  است.

حال خروجی‌های کنترل برای طراحی موتور استفاده می‌شود. نتایج حاصل از آن در جدول‌های (۲) و (۳) آمده است.

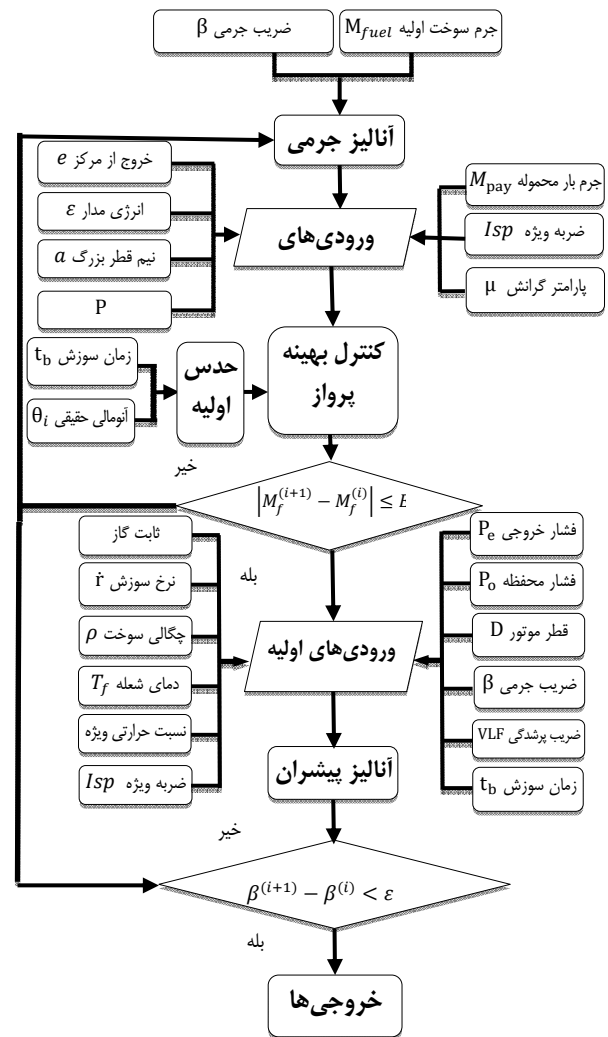
دارد. با استفاده از این روش، می‌توان نتایج بسیار دقیق‌تری را در فازهای اولیه طراحی و با دقت بالاتری به‌دست آورد.

### مراجع

- [1] Zakeri, M., Upper Stage (Transfer Block) Design, (M. Sc. Thesis), KNTU University, 1389 (In Persian).
- [2] Hohmann, W., *Die Erreichbarkeit der Himmelskörper*, R. Oldenbourg, Munich, 88 pp, 1925.
- [3] Hoelker, R. F. and Silber, R., "The Bi-Elliptical Transfer Between Circular Coplanar Orbits," *Planetary and Space Science*, Vol. 7, No. 1, 1959, pp. 164-175.
- [4] Tsien, H. S., "Take-off from Satellite Orbit," *Journal of the American Rocket Society*, Vol. 23, No. 4, 1953, pp. 233-236.
- [5] Lawden, D. F., "Optimal Programming of Rocket Thrust Direction," *Acta Astronautica*, Vol. 1, No. 1, 1955, pp. 41-56.
- [6] Biggs, M. C. B., "The Optimization of Spacecraft Orbital Manoeuvres, Part II: Using Pontryagin's Maximum Principle," *The Hatfield Polytechnic, Numerical Optimization Centre*, Hertfordshire, UK, 1979.
- [7] Ceballos, D. C. and Rios-Neto, A., "Linear Programming and Suboptimal Solutions of Dynamical Systems Control Problems," *Proceeding of the International Symposium on Spacecraft Flight Dynamics*, Darmstadt, Federal Republic of Germany, 1981, pp. 239-244.
- [8] Rios-Neto, A. and Bambace, L. A. W., "Optimal Linear Estimation and Suboptimal Numerical Solutions of Dynamical Systems Control Problems," *Proceeding of the International Symposium on Spacecraft Flight Dynamics*, Darmstadt, Federal Republic of Germany, 1981, pp. 233-238.
- [9] Lara, M. R., "ATK Space Propulsion Products Catalog," Approved for Public Release OSR No. 08-S-0259 and OSR No. 08-S-1556, Dated 2008.
- [10] Curtis, H., *Orbital Mechanics for Engineering Students*, Elsevier Ltd. Burlington, 2007.
- [11] Kirk, D., *Optimal Control Theory: An Introduction*, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ, 1970.
- [12] Ocampo, C., "Finite Burn Maneuver Modeling for a Generalized Spacecraft Trajectory Design and Optimization System," *Annals of the New York Academy of Sciences*, Vol. 1017, Issue 1, 2004, pp. 210-233.
- [13] Ocampo, C., "An Architecture for a Generalized Trajectory Design and Optimization System," *Proceedings of the International Conference on Libration Points and Missions*, June 2002. Girona, Spain.
- [14] McGill, R. and Kenneth, P. "A Convergence Theorem on the Iterative Solution of Nonlinear Two-Point Boundary-Value System," *Reprint of Paper Presented at the XIV International Astronautical Congress, Paris, France*, 1963.
- [15] McGill, R. and Kenneth, P. "Solution of Variational Problems by Means of a Generalized Newton-Raphson Operator," *AIAA Journal*, Vol. 2, No. 10, 1964, pp. 1761-1766.
- [16] Sutton, G. P. and Biblarz, O., *Rocket Propulsion Elements*, 7<sup>th</sup> Edition, John Wiley & Sons, 2001.

جدول ۴- خروجی طراحی

اجزاء	روش پیشنهادی	استار- ۴۸ B
جرم سوخت (کیلوگرم)	۱۸۶۶/۴	۲۰۰۹/۹
قطر بیشینه (متر)	۱/۰۵	۱/۲۴۵
جرم کل (کیلوگرم)	۲۰۹۲/۹	۲۱۴۱/۳۲



شکل ۱۲- فلوچارت الگوریتم کلی

### نتیجه‌گیری

در این مقاله، طراحی سیستمی مدارگرد سوخت جامد برای انتقال بهینه میان مدار پارک و مدار هذلولی مطرح شده است. بیشترین تمرکز این تحقیق بر روی ارتباطات میان مدارگرد در طراحی و دقیق‌تر کردن طراحی همراه با ساده‌کردن معادلات بوده است. همان‌طور که در نتایج به‌دست آمده از طراحی مشاهده می‌شود، این روش بسیار سودمند و بازده بسیار بالایی