

# کنترل تحمل پذیر خطا برای ماهواره به روش معکوس دینامیک غیر خطی

دانیال بوستان<sup>۱\*</sup>، سید کمال حسینی ثانی<sup>۲</sup> و ناصر پریز<sup>۳</sup>

۱- گروه مهندسی برق، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه مهندسی فناوری های نوین قوچان

۲ و ۳- دانشگاه فردوسی مشهد

\*مشهد، قوچان، کدپستی: ۹۴۷۷۱۶۷۳۳۵

d.bustan@qiet.ac.ir

در این مقاله، به طراحی کنترل کننده تحمل پذیر خطا برای ماهواره به منظور ردیابی مسیر مورد نظر و با در نظر گرفتن آسیب ضربشونده در عملکرد پرداخته شده است. برای این منظور از روش معکوس دینامیک غیرخطی استفاده شده و به دلیل عدم وجود تکیه‌گی در نمایش وضعیت به کمک کوآترینیون‌ها، استفاده از آنها در دستور کار قرار گرفته است. پایداری سیستم حلقه بسته نیز توسط روش مستقیم لیاپانوف تضمین شده است. مزیت روش پیشنهادی در این مقاله را می‌توان در سادگی پیاده‌سازی، آزادی عمل در تغییر شکل حالت گذرا و نیز اطمینان از پایداری پاسخ حلقه بسته سیستم خلاصه کرد. نتایج شبیه‌سازی نیز نشان از عملکرد مناسب روش پیشنهادی دارد.

واژه‌های کلیدی: کنترل کننده تحمل پذیر خطا، آسیب ضربشونده عملکرد، معکوس دینامیک غیرخطی

## علائم و اختصارات

بالا می‌شود؛ چرا که در این حالت، نقطه مرجع متغیر با زمان بوده و نمی‌توان حول یک نقطه به خطی‌سازی دینامیک سیستم پرداخت. همچنین در صورتی که از چند مدل خطی برای این منظور استفاده شود، به دلیل تفاوت زیاد میان این مدل‌ها، عملکرد مطلوبی به دست نیامده و همچنین نیاز به طراحی چندین کنترل کننده خواهد بود که پیاده‌سازی آنها بر روی پردازنده ماهواره، با محدودیت‌های زیادی رو به رو است.

بهترین راه‌حل برای جلوگیری از بروز مشکلات فوق، استفاده از مدل غیرخطی برای ردیابی مسیر است. در صورتی که در طراحی کنترل کننده در این روش به سادگی پیاده‌سازی و سرعت اجرا توجه شود، کنترل کننده غیرخطی، نه تنها به بهبود عملکرد سیستم حلقه بسته در طول مسیر یا مانور مدنظر کمک شایانی می‌کند، بلکه می‌توان با استفاده از تئوری‌های پایداری کنترل غیرخطی، از پایداری سیستم حلقه بسته در کل زمان مأموریت، اطمینان حاصل کرد.

یکی از مهم‌ترین مسائل پیش‌رو در طراحی کنترل کننده در زیرسیستم کنترل وضعیت، حفظ پایداری و در عین حال عملکرد

$\omega$	سرعت زاویه‌ای
$\omega_e$	خطای سرعت زاویه‌ای
$q$	قسمت برداری کوآترینیون
$q_0$	قسمت اسکالر کوآترینیون
$\omega_d$	سرعت زاویه‌ای مطلوب
NDI	معکوس دینامیک غیرخطی
I&I	غوطه‌ور شدن و تغییرناپذیری

## مقدمه

با توجه به ماهیت غیرخطی دینامیک ماهواره، استفاده از مدل خطی باعث ایجاد خطای زیاد خصوصاً در ردیابی مسیر و مانور با زوایای

۱. استادیار (نویسنده مخاطب)

۲. استادیار

۳. استاد

شده و سپس کنترل کننده به گونه‌ای طراحی می‌شود که خروجی، مسیر مورد نظر را دنبال کند. بنابراین، در این حالت پارامترهای موجود در فرامین کنترلی شامل پارامترهای مسیر مورد نظر و حالت‌های سیستم است. آنچه باعث تمایز این مقاله از مرجع [۱۳] شده است، نحوه محاسبه خطای وضعیت و نیز افزودن بحث حفظ پایداری سیستم در مواجهه با آسیب ضرب‌شونده در عملگر است.

در این مقاله با استفاده از تکنیک معکوس دینامیک غیرخطی، به طراحی کنترل کننده ردیاب تحمل‌پذیر خطا با در نظر گرفتن آسیب ضرب‌شونده در عملگر و نیز اغتشاش خارجی پرداخته شده است. مهم‌ترین مزایای این روش، سادگی و داشتن آزادی عمل در شکل‌دهی پاسخ حالت گذرای مناسب است. آنچه باعث تمایز روش پیشنهادی این مقاله از روش‌های موجود شده است، عدم نیاز روش پیشنهادی به اطلاع دقیق از شدت آسیب و نیز امکان ردیابی مسیر است. برای این منظور، به دلیل حساسیت روش معکوس دینامیک غیرخطی به نقاط تکیه، از کواترنیون‌ها به دلیل عدم وجود تکیگی در آنها استفاده شده است. اثبات پایداری سیستم حلقه بسته نیز با کمک روش مستقیم لیاپانوف صورت گرفته است.

## دینامیک و سینماتیک خطا در ماهواره

در این مقاله، ماهواره یک جسم صلب فرض شده که تغییر در وضعیت آن توسط عملگرهایی که با اعمال گشتاور حول محورهای دو به دو عمود بر هم اعمال می‌شود، صورت می‌پذیرد. این محورها، محورهای مختصات بدنه (B) را تشکیل می‌دهند. وضعیت مطلوب سیستم نیز با دستگاه مختصات (D) نشان داده می‌شود. هدف زیرسیستم کنترل وضعیت هم‌راستا کردن محورهای مختصات (B) با (D) است. برای دستیابی به هدف فوق، از معادلات دینامیکی (۱-۳) که با فرض وجود آسیب ضرب‌شونده در عملگر نوشته شده است، استفاده می‌شود [۷ و ۸]:

$$\dot{q}_{0_e} = -\frac{1}{2} \mathbf{q}_e^T \boldsymbol{\omega}_e = -\frac{1}{2} \boldsymbol{\omega}_e^T \mathbf{q}_e \quad (1)$$

$$\dot{\mathbf{q}}_e = \frac{1}{2} (\mathbf{q}_e^\times + q_{0_e} \mathbf{I}_3) \boldsymbol{\omega}_e = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} -\boldsymbol{\omega}_e^\times & \boldsymbol{\omega}_e \\ & \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{q}_e \\ q_{0_e} \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{J} \dot{\boldsymbol{\omega}}_e &= -\boldsymbol{\omega}_e^\times \mathbf{J} \boldsymbol{\omega}_e + \boldsymbol{\Gamma} \mathbf{u} \\ &+ \mathbf{J} (\boldsymbol{\omega}_e^\times \mathbf{C}(\mathbf{Q}_e) \boldsymbol{\omega}_d - \mathbf{C}(\mathbf{Q}_e) \dot{\boldsymbol{\omega}}_d) \\ &= -(\boldsymbol{\omega}_e + \mathbf{C}(\mathbf{Q}_e) \boldsymbol{\omega}_d)^\times \mathbf{J} (\boldsymbol{\omega}_e + \mathbf{C}(\mathbf{Q}_e) \boldsymbol{\omega}_d) \\ &+ \boldsymbol{\Gamma} \mathbf{u} + \mathbf{J} (\boldsymbol{\omega}_e^\times \mathbf{C}(\mathbf{Q}_e) \boldsymbol{\omega}_d - \mathbf{C}(\mathbf{Q}_e) \dot{\boldsymbol{\omega}}_d) \end{aligned} \quad (3)$$

مطلوب سیستم حلقه بسته در هنگام بروز آسیب در عملگرهاست. این مسئله هنگامی نمود بیشتری پیدا می‌کند که عوامل محیطی مانند اغتشاشات خارجی نیز به صورت مسئله اضافه شود. با توجه به عملکرد نامناسب روش‌های سنتی کنترل در مواجهه با این مسئله، روش نوینی با عنوان کنترل تحمل‌پذیر خطا برای این منظور پیشنهاد شده است. به‌طور کلی کنترل تحمل‌پذیر خطا به دو دسته فعال و غیرفعال تقسیم می‌شود [۱]. در روش غیرفعال، که با نام مقاوم نیز از آن نام برده می‌شود، کنترل کننده ثابت بوده و به گونه‌ای طراحی می‌شود که سیستم حلقه بسته در مقابل آسیب‌های از پیش تعیین شده، مقاوم باشد. در این روش، نیازی به اطلاع از نوع و شدت آسیب نیست. در طرف مقابل، در روش فعال، با توجه به نوع و شدت آسیب، تغییراتی در کنترل کننده صورت گرفته تا بتوان عملکرد مطلوب سیستم را تا حد ممکن حفظ کرد. واضح است که این روش با توجه به وجود زیرسیستم تشخیص و جداسازی آسیب، محاسبات بیشتری را به نسبت روش غیرفعال می‌طلبد. با توجه به محدودیت در حجم محاسبات برخط در پردازنده زیرسیستم کنترل وضعیت ماهواره، روش غیرفعال مطلوب‌تر بوده و در سال‌های اخیر نیز حجم زیادی از مقالات به این روش اختصاص پیدا کرده است. با توجه به مزیت ذکر شده در روش غیرفعال، استفاده از این روش در دستور کار این مقاله قرار گرفته است. در ادامه به مرور مقالات موجود در زمینه کنترل تحمل‌پذیر خطا به روش غیرفعال پرداخته خواهد شد.

در مرجع [۲]، از نامساوی خطی ماتریسی در طراحی کنترل کننده تحمل‌پذیر خطا استفاده شده است [۳]، از کنترل کننده تطبیقی غیرمستقیم و مرجع [۴] از کنترل کننده تطبیقی مستقیم برای این منظور استفاده کرده‌اند. در مقالات فوق از معادلات دینامیکی خطی استفاده شده و اشاره‌ای به معادلات غیرخطی نشده است. در مرجع [۵]، از تئوری پایداری مطلق و در مرجع [۶] از نظریه انفعالی<sup>۴</sup> استفاده شده است؛ اما، در این مقالات، تأثیر اغتشاش خارجی در عملکرد سیستم در نظر گرفته نشده است. در مراجع [۷ و ۸] از روش تغییر ساختار متغیر و در مرجع [۹] از روش غوطه‌ور شدن و تغییرناپذیری<sup>۵</sup> (I&I) برای معادلات غیرخطی استفاده شده است، اما حجم محاسبات در این روش‌ها، مانعی جدی برای پیاده‌سازی آنها بر روی پردازنده‌های ماهواره خودنمایی می‌کند.

یکی از روش‌های کنترل غیرخطی که توجه زیادی را در مسائل مرتبط با کنترل بازوهای رباتیک [۱۰] و کنترل وضعیت ماهواره [۱۱-۱۳] به خود جلب کرده است، روش معکوس دینامیک غیرخطی<sup>۶</sup> (NDI) است. در این روش، یک مسیر مرجع مشخص

4. Passivity Theorem

5. Immersion and Invariance

6. Nonlinear Dynamic Inversion

که در عبارت فوق،  $m$  تعداد خروجی‌های سیستم و  $v$  تابع دلخواهی است که با توجه به اهداف کنترلی، توسط طراح انتخاب می‌شود. برای هر خروجی  $y_i$ ، درجه نسبی  $\rho_i$  به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\begin{aligned} y_i^1 &= L_f h_i(\mathbf{x}) \\ y_i^2 &= L_f^2 h_i(\mathbf{x}) \quad \vdots \\ y_i^{(\rho_i)} &= L_f^{(\rho_i)} h_i(\mathbf{x}) + \sum_{j=1}^m L_{g_j} L_f^{(\rho_i-1)} h_i(\mathbf{x}) u_j \end{aligned} \quad (7)$$

در عبارت فوق،  $L_f^{(k)} h(\mathbf{x})$ ، مشتق لی  $L_f^{(k-1)} h(\mathbf{x})$  روی میدان برداری  $f$  نامیده می‌شود. همچنین فرض می‌شود که حداقل یک  $j$ ،  $1 \leq j \leq m$  وجود دارد که  $L_{g_j} L_f^{(\rho_i-1)} h_i(\mathbf{x}) \neq 0$  برقرار باشد. حال با تعریف

$$\mathbf{F}(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} L_f^{(\rho_1)} h_1(\mathbf{x}) \\ L_f^{(\rho_2)} h_2(\mathbf{x}) \\ \vdots \\ L_f^{(\rho_m)} h_m(\mathbf{x}) \end{bmatrix} \quad (8)$$

$$\mathbf{Y}^\rho = \begin{bmatrix} y_1^{(\rho_1)} \\ y_2^{(\rho_2)} \\ \vdots \\ y_m^{(\rho_m)} \end{bmatrix} \quad (9)$$

داریم:

$$\mathbf{Y}^\rho = \mathbf{F}(\mathbf{x}) + \mathbf{G}(\mathbf{x}) \quad (10)$$

$$\mathbf{G}(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} L_{g_1} L_f^{(\rho_1-1)} h_1(\mathbf{x}) & \cdots & L_{g_m} L_f^{(\rho_1-1)} h_1(\mathbf{x}) \\ L_{g_1} L_f^{(\rho_2-1)} h_2(\mathbf{x}) & \cdots & L_{g_m} L_f^{(\rho_2-1)} h_2(\mathbf{x}) \\ \vdots & \cdots & \vdots \\ L_{g_1} L_f^{(\rho_m-1)} h_m(\mathbf{x}) & \cdots & L_{g_m} L_f^{(\rho_m-1)} h_m(\mathbf{x}) \end{bmatrix}$$

در صورت معکوس‌پذیر بودن  $G$ ، می‌توان قانون کنترل را به شکل زیر ساخت:

$$\mathbf{u} = \mathbf{G}^{-1}(\mathbf{x})(-\mathbf{F} + \mathbf{v}) \quad (11)$$

برای سیستم چند ورودی چند خروجی،  $\rho_1, \dots, \rho_m$ ، درجه نسبی مرتبط با هر خروجی خواهد بود.

حال با تعریف خطا به صورت  $e_i(t) = y_i(t) - r_i(t)$  که در آن  $\Gamma(t)$  مسیر مورد نظر برای ردیابی است، می‌توان تابع  $v$  را به کمک رابطه زیر طراحی کرد:

$$v_i(t) = r_i^{(\rho_i)} - c_{i(\rho_i-1)} e_i^{(\rho_i-1)} - \dots - c_{i1} e_i^1 - c_{i0} e_i \quad (12)$$

با استفاده از رابطه فوق، دینامیک خطای سیستم حلقه بسته به صورت زیر خواهد بود:

در معادلات فوق،  $\mathbf{Q}_e = (q_{0_e}, \mathbf{q}_e^T)^T$  کوآترینیون خطای ردیابی وضعیت بوده که وضعیت نسبی دو سیستم مختصات (B) و (D) را بیان می‌کند،  $\mathbf{C}(\mathbf{Q}_e)$ ، ماتریس دوران لازم برای انطباق دو سیستم مختصات (B) و (D) بر یکدیگر است و با رابطه (۴) نشان داده می‌شود:

$$\mathbf{C}(\mathbf{Q}_e) = (q_{0_e}^2 - \mathbf{q}_e^T \mathbf{q}_e) \mathbf{I}_3 + 2\mathbf{q}_e \mathbf{q}_e^T - 2q_{0_e} \mathbf{q}_e^\times \quad (4)$$

$\boldsymbol{\omega}_e = (\omega_{e1}, \omega_{e2}, \omega_{e3})^T$  بیان سرعت زاویه‌ای نسبی دستگاه مختصات (B) نسبت به (D) و  $\boldsymbol{\omega} = (\omega_1, \omega_2, \omega_3)^T$  بیان سرعت زاویه‌ای دستگاه مختصات (B) نسبت به دستگاه مختصات مرجع (I) است که هر دو در دستگاه (B) بیان شده‌اند،  $\boldsymbol{\omega}_d = (\omega_{d1}, \omega_{d2}, \omega_{d3})^T$  سرعت زاویه‌ای دستگاه مختصات (D) نسبت به دستگاه مختصات مرجع (I) است که در دستگاه (D) بیان شده است،  $\mathbf{I}_3$ ، ماتریس همانی  $3 \times 3$  در  $\mathbf{J}$ ، ماتریس  $3 \times 3$  متقارن و مثبت معین و معرف ماتریس ممان اینرسی ماهواره بوده که در نامساوی  $J_m \|\mathbf{x}\|^2 \leq \mathbf{x}^T \mathbf{J} \mathbf{x} \leq J_M \|\mathbf{x}\|^2$ ،  $J_{m,M} \in \mathbb{R}$  صدق می‌کند،  $\mathbf{u} = (u_1, u_2, u_3)^T \in \mathbb{R}^3$  گشتاور کنترلی ایجاد شده توسط عملگرهاست.

در روابط فوق،  $\Gamma = \text{diag}\{\Gamma_1, \Gamma_2, \Gamma_3\}$  ماتریس سلامت عملگر بوده و المان‌های آن در شرط  $0 < \Gamma_i \leq 1$  صدق می‌کنند. معرف سلامت عملگر نام است. برای بردار  $\xi = (\xi_1, \xi_2, \xi_3)^T$ ، نماد  $\xi^\times$  معرف ماتریس پاد متقارن (۵) است:

$$\xi^\times = \begin{pmatrix} 0 & -\xi_3 & \xi_2 \\ \xi_3 & 0 & -\xi_1 \\ -\xi_2 & \xi_1 & 0 \end{pmatrix} \quad (5)$$

## روش معکوس دینامیک غیرخطی

روش معکوس دینامیک خطی بر مبنای خطی‌سازی رابطه میان ورودی و خروجی بنا شده است. برای یک سیستم غیرخطی چند ورودی چند خروجی، به فرم  $\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}) + \mathbf{g}(\mathbf{x})\mathbf{u}$  ابتدا خروجی را به شکل  $\mathbf{y} = \mathbf{h}(\mathbf{x}(t))$  تعریف می‌کنیم. حال باید اعداد صحیح  $\rho_1, \dots, \rho_m$  و قانون کنترل  $\mathbf{u} = \boldsymbol{\alpha}(\mathbf{x}) + \boldsymbol{\beta}(\mathbf{x})\mathbf{v}$  به گونه‌ای یافت شود که سیستم حلقه بسته خاصیت رابطه (۶) را داشته باشد:

$$\begin{bmatrix} y_1^{(\rho_1)} \\ y_2^{(\rho_2)} \\ \vdots \\ y_m^{(\rho_m)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_1 \\ v_1 \\ \vdots \\ v_1 \end{bmatrix} = \mathbf{v} \quad (6)$$

### طراحی کنترل کننده

با توجه به روابط فوق، با استفاده از روابط معکوس دینامیک غیرخطی، کنترل کننده پیشنهادی به صورت زیر است:

$$\mathbf{u} = \boldsymbol{\beta}^{-1}(-\boldsymbol{\alpha} - c_0 \dot{\mathbf{q}}_e - c_1 \mathbf{q}_e) \quad (19)$$

در عبارت فوق،  $c_0$  و  $c_1$  دو پارامتر کنترلی بوده که وظیفه شکل دهی به پاسخ حالت گذرای سیستم را بر عهده دارند. همچنین

$$\boldsymbol{\beta}^{-1} = \hat{\Gamma} \times \frac{1}{q_{0_e}} \times \begin{bmatrix} q_{0_e}^2 + q_{1_e}^2 & q_{3_e} q_{0_e} + q_{2_e} q_{1_e} & q_{3_e} q_{1_e} - q_{2_e} q_{0_e} \\ q_{2_e} q_{1_e} - q_{3_e} q_{0_e} & q_{0_e}^2 + q_{2_e}^2 & q_{1_e} q_{0_e} + q_{2_e} q_{3_e} \\ q_{3_e} q_{1_e} + q_{2_e} q_{0_e} & q_{3_e} q_{2_e} - q_{0_e} q_{1_e} & q_{0_e}^2 + q_{3_e}^2 \end{bmatrix} \quad (20)$$

$\hat{\Gamma}$ ، در عبارت فوق، تخمینی از شدت آسیب موجود در عملگرها است. ثابت می شود که شرط پایداری سیستم حلقه بسته در حضور آسیب ضرب شونده در عملگر، ثابت بودن تخمین آسیب است. در رابطه فوق، مشاهده می شود که در  $q_{0_e} = 0$ ، تکنیکی وجود دارد. این حالت در زمانی اتفاق می افتد که مانوری با بیش از ۱۸۰ درجه مورد نیاز باشد. برای رفع این حالت می توان از رابطه  $q_{0_e} = q_{0_e} + \delta$  استفاده کرد که  $\delta$  یک اسکالر کوچک است.

### اثبات پایداری

برای اثبات پایداری روش پیشنهادی، از تابع لیاپانوف زیر استفاده می شود [۱۳]:

$$V = \frac{1}{2}(\mathbf{q}_e^T \mathbf{Q} \mathbf{q}_e + \dot{\mathbf{q}}_e^T \mathbf{R} \dot{\mathbf{q}}_e) \quad (21)$$

با محاسبه مشتق رابطه فوق خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} \dot{V} &= \mathbf{q}_e^T \mathbf{Q} \dot{\mathbf{q}}_e + \dot{\mathbf{q}}_e^T \mathbf{R} \ddot{\mathbf{q}}_e \\ &= \dot{\mathbf{q}}_e^T (\mathbf{Q} \mathbf{q}_e + \mathbf{R} \ddot{\mathbf{q}}_e) \\ &= \dot{\mathbf{q}}_e^T (\mathbf{Q} \mathbf{q}_e + \mathbf{R}(\boldsymbol{\alpha} + \boldsymbol{\beta} \mathbf{u})) \end{aligned} \quad (22)$$

حال در صورتی که رابطه (۲۳) برقرار باشد، پایداری سیستم حلقه بسته به صورت مجانبی تضمین شده است.

$$\mathbf{Q} \mathbf{q}_e + \mathbf{R}(\boldsymbol{\alpha} + \boldsymbol{\beta} \mathbf{u}) = -\mathbf{W} \dot{\mathbf{q}}_e \quad (23)$$

در عبارت فوق،  $\mathbf{W}$ ، ماتریس مثبت معین است. چراکه در این صورت داریم:

$$\dot{V} = -\dot{\mathbf{q}}_e^T \mathbf{W} \dot{\mathbf{q}}_e \leq 0 \quad (24)$$

از روابط اخیر می توان برای محاسبه ثوابت کنترلی  $c_i$  نیز استفاده کرد. با ضرب دو طرف رابطه (۲۳) در  $\mathbf{R}^{-1}$  و بازنویسی آن بر حسب  $\mathbf{u}$ ، خواهیم داشت:

$$r_i^{(\rho_i)} - c_{i(\rho_i-1)} e_i^{(\rho_i-1)} - \dots - c_i e_i^1 - c_{i0} e_i = 0 \quad (13)$$

در روابط فوق،  $c_i$ ها ثوابتی هستند که کیفیت رفتار حلقه بسته را تعیین و پایداری سیستم را تضمین می کنند.

با توجه در رابطه (۱۳)، در صورتی که  $\rho_i = 2$  باشد، رابطه فوق همان رابطه خطای سیستم خطی درجه دوم است. بنابراین، با استفاده از دو پارامتر آشنای  $\omega_n$  و  $\zeta$  در سیستم های خطی مرتبه دوم، می توان با شکل دهی پاسخ حالت گذرای سیستم حلقه بسته پرداخت.

### پیاده سازی معکوس دینامیک غیرخطی بر روی مدل ماهواره

با توجه به مدل دینامیک و سینماتیک ماهواره، پیاده سازی روش معکوس دینامیک غیرخطی، شامل روابط زیر است:

با فرض آنکه خروجی را بردار کواترنیون بدون پارامتر اسکالر در نظر بگیریم، داریم:

$$\mathbf{y} = \mathbf{q}_e = (q_{1_e} \quad q_{2_e} \quad q_{3_e})^T \quad (14)$$

مشتق اول و دوم رابطه فوق با توجه به روابط دینامیک و سینماتیک خطای وضعیت ماهواره، به شکل زیر است:

$$\dot{\mathbf{y}} = \dot{\mathbf{q}}_e = -\frac{1}{2} \boldsymbol{\omega}_e \times \mathbf{q}_e + \frac{1}{2} q_{0_e} \boldsymbol{\omega}_e \quad (15)$$

$$\begin{aligned} \ddot{\mathbf{y}} = \ddot{\mathbf{q}}_e &= -\frac{(\boldsymbol{\omega}_e \cdot \boldsymbol{\omega}_e)}{4} \begin{bmatrix} \mathbf{q}_e \\ q_{0_e} \end{bmatrix} + \frac{\mathbf{E}(\mathbf{q}_e)}{4} (\mathbf{J}^{-1}(\boldsymbol{\omega}_e \times \mathbf{J} \boldsymbol{\omega}_e)) \\ &+ \frac{\mathbf{E}(\mathbf{q}_e)}{4} (\mathbf{C}(\mathbf{q}_e) \dot{\boldsymbol{\omega}}_d - \boldsymbol{\omega}_e \times \mathbf{C}(\mathbf{q}_e) \boldsymbol{\omega}_d) \\ &- \frac{\mathbf{E}(\mathbf{q}_e)}{4} (\boldsymbol{\Gamma} \mathbf{u}) \\ &= \boldsymbol{\alpha}(\boldsymbol{\omega}_e, \mathbf{q}_e) + \boldsymbol{\beta}(\boldsymbol{\omega}_e, \mathbf{q}_e) (\boldsymbol{\Gamma} \mathbf{u}) \end{aligned} \quad (16)$$

در رابطه (۱۶)،

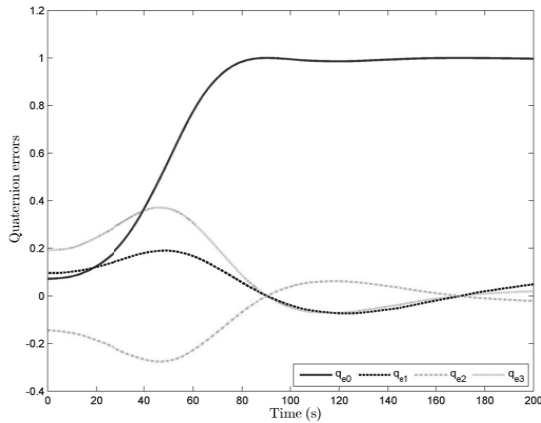
$$\mathbf{C}(\mathbf{q}_e) = (q_{0_e}^2 - \mathbf{q}_e^T \mathbf{q}_e) \mathbf{I}_3 + 2 \mathbf{q}_e \mathbf{q}_e^T - 2 q_{0_e} \mathbf{q}_e^\times \quad (17)$$

$$\mathbf{E}(\mathbf{q}_e) = \begin{bmatrix} \mathbf{q}_e^\times + q_{0_e} \mathbf{I}_3 \\ -\mathbf{q}_e \end{bmatrix} \quad (18)$$

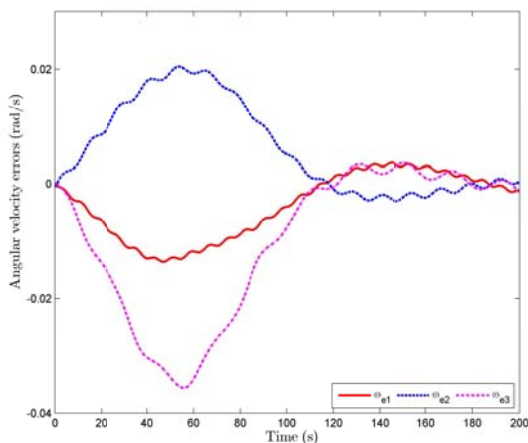
بوده و  $\boldsymbol{\Gamma}$ ، ماتریس آسیب عملگر است. با توجه به روابط فوق، درجه نسی سیستم برای تمام خروجی ها یکسان بوده و برابر ۲ است. بنابراین، در این مرحله می توان از معکوس دینامیک غیرخطی استفاده کرد.

شایان ذکر است که در روابط (۱۷-۱۸)، از معادلات مربوط به خطای وضعیت و سرعت زاویه ای استفاده شده است. بنابراین در ادامه، منظور از پایداری سیستم حلقه بسته، علاوه بر کراننداری سیگنال های وضعیت ماهواره، کوچک شدن خطای ردیابی و میل کردن این خطا به سمت صفر است.

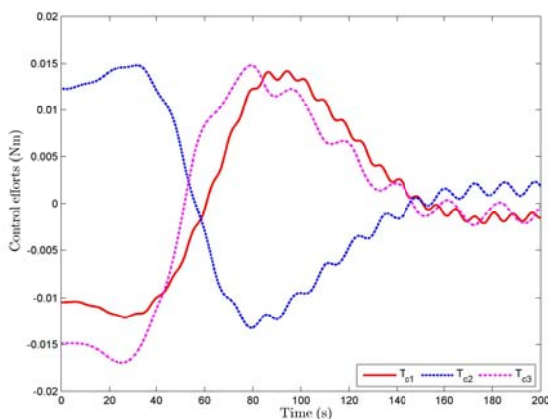
(۱)، نمایانگر کوآترنیون خطای وضعیت، شکل (۲)، نشان‌دهنده خطای سرعت زاویه‌ای و شکل (۳)، معرف سیگنال کنترلی برای پارامترهای فوق است.



شکل ۱- کوآترنیون‌های خطای وضعیت  $c_1 = 0.0025$  و  $c_0 = 0.07$



شکل ۲- خطای سرعت زاویه‌ای  $c_1 = 0.0025$  و  $c_0 = 0.07$



شکل ۳- سیگنال کنترلی  $c_1 = 0.0025$  و  $c_0 = 0.07$

همچنین برای نشان دادن توانایی سیستم در شکل‌دهی پاسخ حالت گذرا، در شبیه‌سازی دوم این دو پارامتر به ترتیب  $c_0 = 0.07$  و  $c_1 = 0.0012$  انتخاب شده‌اند. که معادل  $\zeta = 1$  و  $\omega_n = 0.035$  در

$$\mathbf{u} = \beta^{-1}(-\boldsymbol{\alpha} - \mathbf{R}^{-1}\mathbf{Q}\mathbf{q}_e - \mathbf{R}^{-1}\mathbf{W}\dot{\mathbf{q}}_e) \quad (25)$$

با توجه به شباهت رابطه فوق با رابطه (۱۹)، می‌توان از ماتریس‌های  $\mathbf{R}$ ،  $\mathbf{W}$  و  $\mathbf{Q}$  برای محاسبه ثابت کنترلی  $c_1$  و  $c_0$  استفاده کرد. بدین صورت که با جایگذاری  $c_0 = \mathbf{R}^{-1}\mathbf{W}$  و  $c_1 = \mathbf{R}^{-1}\mathbf{Q}$  به رابطه‌ای مشابه به رابطه (۱۹) به صورت زیر خواهیم رسید:

$$\mathbf{u} = \beta^{-1}(-\boldsymbol{\alpha} + \ddot{\mathbf{q}}_e - c_0\dot{\mathbf{q}}_e - c_1\mathbf{q}_e) \quad (26)$$

برای اثبات ثابت بودن تخمین، جمله  $\tilde{\Gamma}^T \tilde{\Gamma}$  را به تابع لیاپونوف (۲۱) اضافه می‌کنیم که در آن  $\tilde{\Gamma} = \Gamma - \hat{\Gamma}$ ، خطای میان مقدار واقعی آسیب و مقدار تخمین زده شده آن است.

$$\dot{V}_a = \frac{1}{2}(\dot{\mathbf{q}}_e^T \mathbf{Q}\mathbf{q}_e + \dot{\mathbf{q}}_e^T \mathbf{R}\dot{\mathbf{q}}_e) + \frac{1}{2}\tilde{\Gamma}^T \tilde{\Gamma} \quad (27)$$

با مشتق‌گیری داریم:

$$\dot{V}_a = \dot{\mathbf{q}}_e^T (\mathbf{Q}\mathbf{q}_e + \mathbf{R}(\boldsymbol{\alpha} + \beta\mathbf{u})) + \frac{1}{2}\tilde{\Gamma}^{-1}\dot{\tilde{\Gamma}} \quad (28)$$

با توجه به این نکته که جمله اول سمت راست تساوی کوچک‌تر از صفر بوده و با این فرض که می‌توان آسیب را در بازه‌های زمانی کوتاه ثابت در نظر گرفت و نیز نامعلوم بودن علامت خطای تخمین آسیب، بهترین انتخاب برای رابطه مشتق خطا تخمین آسیب، صفر است. این بدان معناست که تخمین آسیب، به صورت یک عدد ثابت فرض شود.

### شبیه‌سازی

نتایج شبیه‌سازی کنترل‌کننده تحمل‌پذیر خطای پیشنهادی بر روی ماهواره‌ای با مشخصات زیر در ادامه نشان داده شده است.

در شبیه‌سازی صورت گرفته، هدف، ردیابی مسیری با رابطه

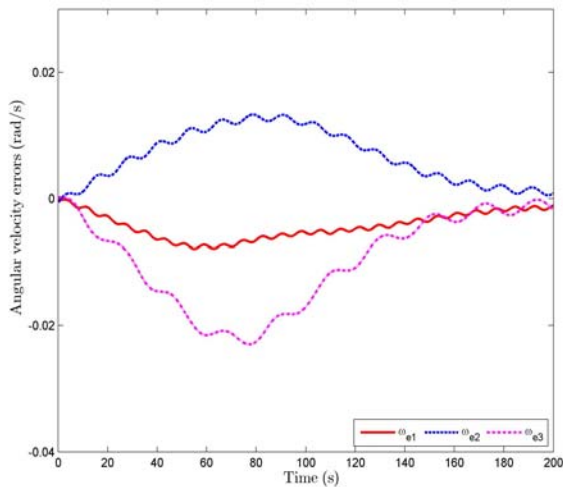
$$\mathbf{q}_e = 0.5 \times \begin{bmatrix} 0 & \cos(0.01t) & \sin(0.01t) & -\sqrt{3} \end{bmatrix}$$

برای این منظور شرایط اولیه  $q_0 = 0.9631$ ،  $q_1 = -0.1$ ،  $q_2 = 0.15$ ،  $q_3 = -0.2$  و سرعت زاویه‌ای اولیه نیز در این مسیر، صفر فرض شده است.

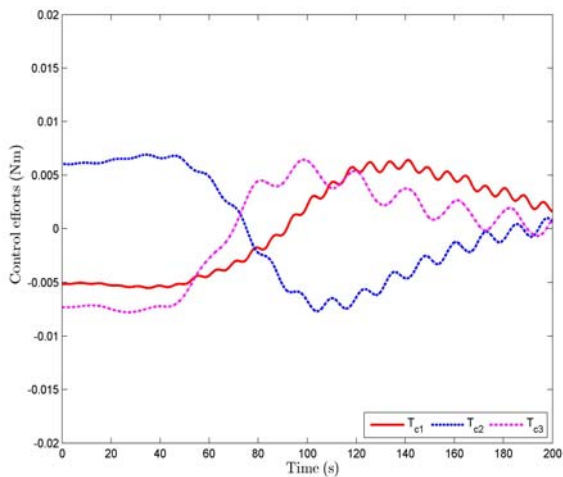
ماتریس ممان اینرسی و نیز ماتریس آسیب عملگر نیز به صورت زیر قرار داده شده است:

$$\mathbf{J} = \begin{bmatrix} 20 & 0 & 0.9 \\ 0 & 17 & 0 \\ 0.9 & 0 & 15 \end{bmatrix}, \quad \Gamma = \text{diag} \left( \begin{bmatrix} 0.7 + 0.1\sin(0.5t + \frac{\pi}{3}) \\ 0.7 + 0.1\sin(0.5t + \frac{2\pi}{3}) \\ 0.7 + 0.1\sin(0.5t + \pi) \end{bmatrix} \right) \quad (29)$$

پارامترهای طراحی در شبیه‌سازی اول به ترتیب  $c_0 = 0.07$  و  $c_1 = 0.0025$  انتخاب شده‌اند. این پارامترهای طراحی معادل  $\omega_n = 0.05$  و  $\zeta = 0.7$  در سیستم خطی درجه دوم هستند. شکل



شکل ۵- خطای سرعت زاویه‌ای  $c_1 = 0.0012$  و  $c_0 = 0.07$



شکل ۶- سیگنال کنترلی  $c_1 = 0.0012$  و  $c_0 = 0.07$

### نتیجه گیری

در این مقاله به طراحی کنترل‌کننده تحمل‌پذیر خطا با روش معکوس دینامیک غیرخطی پرداخته شد. در این روش، پس از مشخص شدن درجه نسبی سیستم، از معادلات سیستم تا مرتبه‌ای برای شکل‌دهی حالت گذرا در این روش، همان پارامترهای آشنای کنترل سیستم‌های خطی مرتبه دوم ( $\omega_n$  و  $\zeta$ ) است. آنچه باعث تمایز روش پیشنهادی این مقاله از روش‌های موجود شده است، عدم نیاز روش پیشنهادی به اطلاع دقیق از شدت آسیب و نیز امکان ردیابی مسیر در حضور اغتشاش خارجی است. مهم‌ترین نقیصه این روش را می‌توان در عدم وجود کنترل مستقیم بر دامنه سیگنال ورودی و نیز داشتن حساسیت به عدم قطعیت در پارامترهای ممان اینرسی دانست.

سیستم خطی درجه دوم هستند. در شبیه‌سازی دوم، شکل (۴)، نمایانگر کواترنیون خطای وضعیت، شکل (۵)، نشان‌دهنده خطای سرعت زاویه‌ای و شکل (۶)، معرف سیگنال کنترلی برای پارامترهای فوق است.

با مقایسه شکل (۱) و شکل (۴)، مشاهده می‌شود که کاهش مقدار  $\omega_n$  در شبیه‌سازی دوم، باعث کندتر شدن پاسخ سیستم شده است. همچنین افزایش مقدار پارامتر  $\zeta$  در این شبیه‌سازی، نوسانات پاسخ حالت گذرا را کمتر کرده است؛ که هر دو این موارد با توجه به مباحث کنترل سیستم مرتبه دوم، کاملاً قابل پیش‌بینی بوده و توجیه‌پذیر است. مقایسه خطای سرعت زاویه‌ای (شکل ۲ و شکل ۵) نیز علاوه بر تأیید نتیجه قبل، به این موضوع نیز اشاره دارد، که به‌منظور سرعت بخشیدن و رسیدن به وضعیت مورد نظر، نیاز به دامنه تغییرات بیشتری در سرعت‌های زاویه‌ای داریم که این موضوع با توجه به همگرایی سریع‌تر پاسخ‌ها در شبیه‌سازی اول و دامنه بیشتر خطای سرعت‌های زاویه‌ای در شکل (۲) نسبت به شکل (۴)، گواه این مدعا است.

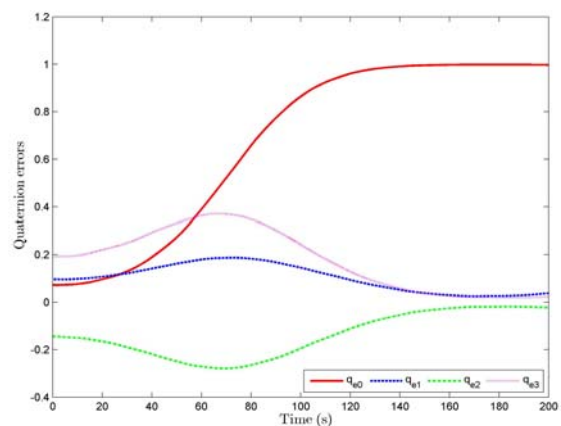
شایان ذکر است که به دلیل دینامیک خاص ماهواره، امکان کنترل مستقیم کواترنیون‌ها توسط گشتاور تولیدی کنترل‌کننده وجود ندارد. بلکه برای تغییر در کواترنیون‌ها باید توسط گشتاور کنترل‌کننده و رابطه (۳)، ابتدا به کنترل سرعت‌های زاویه‌ای پرداخت و با تغییرات هدفمند سرعت‌های زاویه‌ای، به کنترل کواترنیون‌ها با استفاده از رابطه (۱) پرداخت.

در مورد گشتاور کنترلی نیز نتیجه‌گیری فوق کاملاً صدق می‌کند. مقایسه شکل (۳) و شکل (۶) نشان می‌دهد که در شبیه‌سازی دوم که سرعت همگرایی کمتری مدنظر بوده است، حداکثر توان کنترلی مورد نیاز است. هر چند که زمان بیشتری از عملگرهای سیستم استفاده می‌شود.

همچنین، به منظور آزمایش عملکرد سیستم، اغتشاش خارجی

$$\mathbf{d} = 0.1 \left( \|\boldsymbol{\omega}\|^2 + 0.05 \right) \left[ \sin(0.8t), \cos(0.5t), \cos(0.3t) \right]^T$$

به سیستم اعمال شده است.



شکل ۴- کواترنیون‌های خطای وضعیت  $c_1 = 0.0012$  و  $c_0 = 0.07$

## مراجع

- [7] Bustan, D., Sani, S. K. H. and Pariz, N., "Adaptive Fault-Tolerant Spacecraft Attitude Control Design with Transient Response Control," *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, Vol 19. No. 4, 2014, pp. 1404-1411.
- [8] Bustan, D., Pariz, N. and Sani, S. K. H., "Robust Fault-tolerant Tracking Control Design for Spacecraft Under Control Input Saturation," *ISA Transactions*, Vol. 53, No. 4, 2014, pp. 1073-1080
- [9] Bustan, D., Sani, S. K. H. and Pariz, N., "Immersion and Invariance Based Fault Tolerant Adaptive Spacecraft Attitude Control," *International Journal Control Autom. System*, Vol. 12, No. 2, 2014, pp. 333-339.
- [10] Craig, J. J., *Introduction to Robotics: Mechanics and Control*, 3rd Edition, Pearson/Prentice Hall, 2005.
- [11] Bajodah, A. H., "Inertia-Independent Generalized Dynamic Inversion Feedback Control of Spacecraft Attitude Maneuvers," *Acta Astronautica*, Vol. 68, No. 11, 2011, pp. 1742-1751.
- [12] Bajodah, A. H., "Perturbed Feedback Linearization of Attitude Dynamics," *American Control Conference*, 2008, pp. 5222-5229.
- [13] Bang, H., Lee, J. S. and Eun, Y. J., "Nonlinear Attitude Control for a Rigid Spacecraft by Feedback Linearization," *KSME International Journal*, Vol. 18, 2004, pp. 203-210.
- [1] Zhang, Y. and Jiang, J., "Bibliographical Review on Reconfigurable Fault-Tolerant Control Systems," *Annual Reviews in Control*, 2008, 32, pp. 229-252
- [2] Yingchun, Z., Yu, G., Yu, J. and Xueqin, C., "LMI-Based Design of Robust Fault-Tolerant Controller," *3<sup>rd</sup> International Symposium on Systems and Control in Aeronautics and Astronautics*, 2010, pp. 353-356
- [3] Cai, W., Liao, X., Song, D. Y., "Indirect Robust Adaptive Fault-Tolerant Control for Attitude Tracking of Spacecraft," *Journal of Guidance Control and Dynamics*, Vol. 31, No. 5, 2008, pp. 1456-1463.
- [4] Jin, X., Yang, G. and Li, Y., "Robust Fault-Tolerant Controller Design for Linear Time-Invariant Systems with Actuator Failures: an Indirect Adaptive Method," *Journal of Control Theory and Applications*, Vol. 8, No. 4, 2010, pp. 471-478.
- [5] Benosman, M. and Lum, K. Y., "Application of Absolute Stability Theory to Robust Control Against Loss of Actuator Effectiveness," *Control Theory & Applications, IET*, Vol. 3. No. 6, 2009, pp. 772-788.
- [6] Benosman, M. and Lum, K. Y., "Passive Actuators' Fault-Tolerant Control for Affine Nonlinear Systems," *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, Vol. 18, No. 1, 2010, pp. 152-163.