

# Simulation and Parametric Analysis of Thrust Reverser System in Solid Fuel Engines

Vahid Rahimi Ghoradel<sup>1</sup>, Hossein Mahdavy-Moghaddam<sup>2\*</sup> 

1. M.Sc. Student, Faculty of Aerospace Engineering, K. N. Toosi University of Technology, Tehran, Iran
2. Assistant professor, Faculty of Aerospace Engineering, K. N. Toosi University of Technology, Tehran, Iran

\*Corresponding Author's E-mail: [mahdavy@kntu.ac.ir](mailto:mahdavy@kntu.ac.ir)

## Abstract

*Each missile has a payload section and an engine section. In the path of the missile, there is a time when the mission of the engine section is over and after that the engine will not play an effective role and will be as extra weight and consequently reduced range or factor for easy detection of the warhead by enemy agents. In such a situation, after completing the engine mission, the mechanism of separating the steps and separating the head from the body is used. One of the separation methods is to use the thrust termination system method. In this paper, with the studies performed on the thrust termination system and the presentation of mathematical relations, the pressure drop and inverse thrust created in the chamber after opening the reverse thrust valves are predicted. Also, cold type separation and thrust termination system were used and the combustion chamber pressure drop is simulated. Then, the effect of important and influential factors on the thrust termination system has been investigated.*

**Keywords:** Reverse thrust, Cold type separation, Thrust termination system, Chamber pressure drop



## COPYRIGHTS


© 2023 by the authors. Published by Aerospace Research Institute. This article is an open access article distributed under the terms and conditions of [the Creative Commons Attribution 4.0 International \(CC BY 4.0\)](https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/).

## How to cite this article:

V. Rahimi Ghoradel and H. Mahdavy-Moghaddam, "Simulation and Parametric Analysis of Thrust Reverser System in Solid Fuel Engines," *Journal of Space Science and Technology*, Vol. 16, No. 2, pp. 1-17, 2023 (in Persian), <https://doi.org/10.30699/jsst.2023.1409>.



# شبیه‌سازی و تحلیل پارامتریک سیستم معکوس کننده رانش در موتورهای سوخت جامد

وحید رحیمی گورادل<sup>۱</sup> و حسین مهدوی مقدم<sup>۲\*</sup> 

دانشکده مهندسی هوافضا، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، تهران، ایران

\*ایمیل نویسنده مخاطب: [mahdavy@kntu.ac.ir](mailto:mahdavy@kntu.ac.ir)

## چکیده

هر موشکی دارای بخش محموله و بخش موتور می‌باشد. در مسیر حرکت موشک زمانی وجود دارد که ماموریت بخش موتور پایان یافته و از آن پس موتور نقش موثری نخواهد داشت و به عنوان وزن اضافی و به تبع آن کاهش برد و یا عواملی در جهت رهگیری آسان سرچنگی توسط عوامل دشمن خواهد بود. در چنین وضعیتی پس از اتمام ماموریت موتور، از مکانیزم جدایش مراحل و جدایش سر از بدنه استفاده می‌شود. یکی از روش‌های جدایش استفاده از روش سیستم قطع تراست می‌باشد. در این مقاله با بررسی‌های انجام شده بر روی سیستم قطع تراست و ارائه روابط ریاضی، افت فشار و تراست معکوس ایجاد شده در محفظه بعد از باز شدن دریچه‌های تراست معکوس پیش‌بینی شده است. همچنین از جدایش نوع سرد و سیستم قطع تراست استفاده شده و افت فشار محفظه احتراق شبیه‌سازی شده است. سپس تاثیر عوامل مهم و تاثیرگذار بر روی سیستم قطع تراست مورد بررسی قرار گرفته شده است. بررسی نتایج نشان می‌دهد که برای دستیابی به افت فشار و تراست در مدت زمان کمتر به منظور انجام فرآیند جدایش مناسب، تا جایی که از لحاظ ترمودینامیکی و سازه امکان‌پذیر باشد باید فشار اولیه محفظه کمترین فشار نسبت به فشار حداکثر، دمای اولیه محفظه بیشترین دما نسبت به دمای حداکثر، تعداد دریچه‌ها بیشتر، قطر دریچه‌ها بزرگتر و زاویه دریچه‌ها نسبت به محور موشک کمتر باشد، و همچنین دریچه‌ها در وسط محفظه موشک قرار گرفته و هندسه دودکش واگرا باشد.

واژه‌های کلیدی: تراست معکوس، جدایش نوع سرد، قطع تراست، افت فشار محفظه

## علائم و اختصارات

$C^*$	سرعت مشخصه		
$C_W$	ضریب جریان جرمی		
$C_d$	ضریب تخلیه جرمی موتور	$M_{C.V}$	جرم حجم کنترل
$\bar{R}$	ثابت جهانی گازها	$\dot{m}$	دبی جرمی
$R$	ثابت گازها	$t$	زمان
$T$	دمای محفظه	$A_b$	مساحت سطح سوزش
$k$	نسبت گرمای ویژه	$\rho$	چگالی محفظه
$n, c, a, b$	ثوابت تجربی در معادله نرخ سوزش	$r$	نرخ سوزش
$h$	آنتالپی	$A_t$	مساحت گلوگاه نازل
$C_v$	گرمای ویژه در حجم ثابت	$V$	حجم آزاد محفظه
$C_p$	گرمای ویژه در فشار ثابت	$A_R$	مساحت هر یک از دریچه‌های تراست معکوس
$T_t$	دمای گلوگاه نازل	$N$	تعداد دریچه‌های تراست معکوس
$E_{C.V}$	انرژی درونی کل حجم کنترل	$P$	فشار محفظه

مرحله فعال) روشن شده و گازهای خروجی موتور مذکور به موتور مرحله قبلی برخورد می‌کند و باعث جدایش می‌شود. در موردی که مرحله بعدی موشک (مرحله فعال موشک) دارای موتور نبوده و یا در صورت دارا بودن، قرار است موتور آن با تاخیر زمانی نسبت به زمان جدایش، روشن شود، ایجاد فاصله مناسب بین بخش‌های جداشونده با استفاده از روش جدایش سرد صورت می‌پذیرد [۵].

در جدایش نوع سرد معمولاً از سیستم قطع تراست استفاده می‌شود. در روش سیستم قطع تراست، بر اساس فرمان سیستم هدایت و کنترل با باز شدن دریچه‌های از قبل پیش‌بینی شده‌ای در بدنه موتور مرحله قبل، از یک سو کاهش فشار محفظه موتور و به تبع آن کاهش تراست اصلی و از سوی دیگر با خروج گازهای موتور از دریچه‌های مذکور، تراست در خلاف جهت تراست اصلی تولید شده که در مجموع جهت بردار تراست مرحله قبل تغییر کرده و از برخورد بدنه مرحله قبل به بدنه مرحله بعد جلوگیری می‌شود [۵].

در موشک‌های تک مرحله‌ای که فقط متشکل از موتور و محموله بوده و دارای جدایش سرد با سیستم قطع تراست هستند، این سیستم بر روی موتور در نظر گرفته می‌شود. همچنین در موشک‌های چند مرحله‌ای که دارای چندین مرحله موتور هستند، برای هر مرحله با جدایش از نوع سرد نیز، سیستم قطع تراست در موتور مرحله قبل در نظر گرفته می‌شود [۵].

فرآیندهای گذرای خنثی یا معکوس کردن تراست و خاموش کردن سوخت جامد موشک، توسط سامانه‌ی قطع تراست انجام می‌شود. خنثی یا معکوس کردن تراست، از طریق نازل‌هایی که تراستی مخالف تراست موتور و از نظر مقدار، مساوی آن یا کمی بیشتر ایجاد می‌کنند، انجام می‌شود. نیروهای اغتشاشی قابل ملاحظه و تاثیرات گرمایی بر اجزای موشک که بعد از بازکردن نازل‌های سامانه‌ی قطع به‌وجود می‌آید، معایب اصلی قطع تراست از طریق خنثی یا معکوس کردن تراست می‌باشد [۶].

فرآیند ایجاد تراست معکوس با کاهش فشار داخلی موتور، خروج گازها از نازل‌های قطع تراست و کاهش حجم گازهای خروجی از نازل اصلی همراه بوده و در زمان بسیار کوتاه در حد چند میلی ثانیه طول می‌کشد. از جمله پارامترهای اصلی جهت انتخاب تعداد سوراخ‌ها و اندازه قطر سوراخ‌ها و اندازه قطر سوراخ نازل قطع تراست، فشار قبل و بعد موتور در لحظه قطع تراست و قطر مقطع گلوگاهی نازل اصلی می‌باشد [۷].

سوراخ‌های قطع تراست معمولاً بر روی عدسی جلویی موتور با قطر یکسان در نظر گرفته می‌شوند و نسبت به محور اصلی موتور به صورت مایل نصب می‌گردند. در انتخاب زاویه نازل‌های قطع تراست قیدهایی مانند عدم برخورد گازهای خروجی از دریچه‌های سیستم قطع تراست به سر جنگی وجود دارد [۷].

$m$	جرم
$W$	وزن مولکولی
$w$	کار
$Q$	گرما
$F_{vac}$	تراست در شرایط خلا
$F_{AR}$	تراست موازی ایجاد شده از قسمت داخلی دریچه
$F_{SR}$	نیروی تولید شده توسط بخش رویی از قسمت بیرونی دریچه
$F_R$	تراست معکوس
$C_{Fvac}$	ضریب تراست خلا
$\alpha$	زاویه محور هر یک از قسمت‌های داخلی دودکش‌ها نسبت به محور اصلی موتور
$\beta$	زاویه محور هر یک از قسمت‌های بیرونی دودکش‌ها نسبت به محور اصلی موتور
$\epsilon_T$	ضریب انبساط موتور
$A_s$	مساحت قسمت رویی از دریچه
$P_s$	فشار قسمت رویی از دریچه
$TRR$	نسبت تراست معکوس
$D$	قطر دریچه‌های تراست معکوس

## زیر نویس‌ها

0	زمان باز شدن دریچه‌ها
$c$	محفظه
$p$	سوخت
$g$	گاز حاصل از سوخت
$i$	ورودی
$e$	خروجی

## مقدمه

از موشک‌های چند مرحله‌ای برای فرستادن محموله به داخل مدار زمین استفاده می‌شود. جدایش بین مراحل در یک موشک حمل‌کننده چندمرحله‌ای یک مسئله مهم در پرتاب موفقیت آمیز موشک بالستیک، ماهواره یا فضاپیما می‌باشد. جدایش بین مراحل در طول پرواز می‌تواند نقش اصلی را بازی کند و وزن مرحله نهایی را به‌طور قابل توجهی کاهش دهد. از این رو جدایش بین مراحل، یکی از مهم‌ترین مسائل در گسترش موشک‌های حمل‌کننده بزرگ است [۱-۴].

در حالت کلی در یک موشک حمل‌کننده دو نوع جدایش گرم و جدایش سرد وجود دارد. در جدایش نوع گرم موتور مرحله بعدی (موتور

بوچمن و همکاران [۱۲] در سال ۱۹۷۲ در تحقیق خود افت فشار در درون موتور را به صورت فرآیند هم‌دما و آدیاباتیک همراه با تاخیر زمانی و بدون تاخیر زمانی بررسی کرده‌اند.

شان و همکاران [۱۳] در سال ۱۹۷۸ یک بررسی تجربی از رفتار خاموش شدن سوخت کامپوزیتی جامد (PBAN+AP) که به دلیل باز شدن دریچه و افت فشار شدید اتفاق می‌افتد، انجام دادند و همچنین با یک فرآیند آدیاباتیک (یا آیزوتروپیک) و معادله نرخ سوزش سامرفیلد برای پیش بینی افت فشار محفظه به صورت تحلیلی نیز انجام داده‌اند. آن‌ها نرخ باز شدن دریچه‌ها را به صورت سهمی و تابعی از زمان فرض کردند. آن‌ها نشان دادند که با باز شدن دریچه بعد از بازه زمانی حدود ۰/۰۵ s در مواردی موتور خاموش و سپس دوباره فعال می‌شود.

بروس و همکاران [۱۴] در سال ۱۹۸۳ در تحقیقشان میدان جریان در درون دودکش سیستم تراست معکوس را با استفاده از مدل‌های سه بعدی، دو بعدی، کد جریان ناپایای دو بعدی و به روش تجربی (تست گاز سرد) بررسی کرده‌اند. آن‌ها عملکرد سیستم تراست معکوس را به وسیله نسبت معکوس‌کننده رانش مشخص کردند که این نسبت به صورت نسبت رانش معکوس‌کننده سیستم تراست معکوس به رانش جلوبرنده موتور تعریف می‌شود. این نسبت باید مقداری بزرگ‌تر از ۱ داشته باشد. رویکردی که آن‌ها در به دست آوردن مقدار تراست معکوس استفاده کردند به صورت مجموع رانش گلوگاه، رانش پایه، رانش دیواره دودکش می‌باشد.

تحسینی و همکاران [۱۵] در سال ۲۰۰۷ به صورت عددی و تحلیلی باز شدن یک نازل محوری دومی در قسمت جلوی موتور را مورد بررسی قرار می‌دهند. آن‌ها با مدل سوزش ون‌ال‌ب و مک‌هال به صورت تحلیلی و در حل عددی با تعریف منبع ورودی جرم و انرژی رفتار گذرای موتور را شبیه‌سازی کرده‌اند. آن‌ها با فرض آیزوتروپیک بودن جریان و گاز کامل و در نظر نگرفتن ترم فشاری معادله رانش رابطه‌ای را برای به دست آوردن تراست معکوس به دست آوردند. تفاوت نهایی که بین حل عددی و تحلیلی به دست آوردند ۱۴٪ می‌باشد.

هدف از این مقاله مطالعه بر روی سیستم قطع تراست و ارائه روابطی برای محاسبه افت فشار در محفظه و تراست معکوس ایجاد شده بعد از باز شدن دریچه‌های تراست معکوس و همچنین شبیه‌سازی آن‌ها با نرم‌افزار فلوئنت و بررسی عوامل مهم و تاثیرگذار زیر بر روی سیستم قطع تراست می‌باشد.

(۱) فشار و دمای گاز محفظه احتراق

(۲) تعداد دریچه‌ها

(۳) قطر دریچه‌ها

(۴) زاویه دریچه‌ها

(۵) محل قرار گیری دریچه‌ها

(۶) هندسه دودکش‌ها (سطح مقطع همگرا - واگرا، ثابت و واگرا)

کلت [۸] در سال ۱۹۶۰ با استفاده از نرخ سوزش ویلی و با فرضیات صوتی بودن خروجی‌ها، گاز ایده‌آل، آیزوتروپیک بودن فرآیند، برابر بودن ضریب جریان جرمی محصولات محفظه عبوری از گلوگاه نازل و دریچه‌های معکوس‌کننده و ثابت بودن ضریب جریان جرمی و برابر بودن آن با شرایط پایا و صرفنظر از تغییرات حجم آزاد محفظه رابطه‌ای برای افت فشار محفظه به دست آورده است. همچنین مقدار مینیمم فشار محفظه و تاثیرات باز شدن دریچه را با تغییرات فشار به دست آورده است.

بری و همکاران [۹] در سال ۱۹۶۰ با فرضیات رابطه گاز کامل، صرفنظر از تاثیرات افت فشار بر روی دمای شعله (محاسبات بر روی یک سیستم معمولی نشان می‌دهد که ۱۰ درصد افت دما در کاهش فشار از ۱۷ اتمسفر به ۱ اتمسفر اتفاق می‌افتد)، صرفنظر از تغییرات حجم آزاد محفظه، محاسبه نرخ سوزش توسط قانون ویلی، فرآیند هم‌دما و جریان صوتی در خروجی رابطه‌ای برای افت فشار محفظه به دست آورده‌اند.

اسموت و همکاران [۱۰] در سال ۱۹۶۳ دو رابطه نرخ سوزش قانون ویلی و معادله سامرفیلد را در بازه ۳ تا ۱۰۰۰ psi را برای فرآیند هم‌دما بررسی کرده‌اند و به این نتیجه رسیده‌اند که معادلات به دست آمده برای فرآیند هم‌دما و نرخ سوزش سامرفیلد با نتایج تجربی تطابق قابل قبولی دارند به جز یک نمونه که فشار اولیه محفظه ۱۲۵ psi بود که سوخت رفتاری مانند خاموش شدن از خود نشان می‌دهد. همچنین به این نتیجه رسیده‌اند که نرخ سوزش سامرفیلد به مراتب نتایج دقیق‌تری نسبت به نرخ سوزش ویلی می‌دهد. آن‌ها به این نتیجه رسیدند که از آنجایی که فشار محفظه به صورت گسترده‌ای متنوع است، برای پیش‌بینی وابستگی فشار از نرخ سوزش سوخت‌های کامپوزیت فلزی جامد یا دوپایه، به نظر می‌رسد که استفاده از نرخ سوزش معادله سامرفیلد نتایج دقیق‌تری را فراهم می‌کند. آن‌ها برای غلبه به مشکل تغییرات ثوابت رابطه ویلی، از ترکیب معادله سامرفیلد با تعادل جرمی رابطه‌ای را ارائه کرده‌اند که افت فشار در مدت فرآیند قطع شدن رانش یک سوخت جامد دوپایه را شرح می‌دهد.

بدل و همکاران [۱۱] در سال ۱۹۷۰ ضریب تخلیه در نازل و دریچه‌ها را بررسی کرده‌اند و رابطه‌ای را برای سوخت جامد دوپایه آلومینیومی خارج شده از سوراخ با لبه صاف ارائه کرده‌اند. همچنین، یک تحلیل ساده یک بعدی ارائه کرده‌اند که در شرایط خلا قابل استفاده است. آن‌ها اعلام کرده‌اند، زمانی که نازل به خوبی طراحی شده باشد ضریب تخلیه را برای نازل اصلی می‌توان نزدیک ۱ فرض کرد، در صورتی که ضریب تخلیه برای دریچه‌های معکوس‌کننده رانش (یک سوراخ با لبه صاف) این فرض درست نیست و باید به صورت تحلیلی محاسبه شود. آن‌ها با فرضیات قانون گاز کامل و ثابت بودن حجم آزاد محفظه و هم‌دما بودن فرآیند رابطه‌ای برای ضریب تخلیه دریچه‌های تراست معکوس ارائه کرده‌اند.

## سیستم قطع تراست

سیستم قطع تراست بر اساس فرمان صادر شده از سیستم هدایت و کنترل موشک، با باز کردن دریچه‌هایی در بدنه موتور و خروج گازهای موتور در جهت خلاف حرکت موتور، تراست اصلی موتور را کم می‌کند. موقعیت دریچه‌های سیستم قطع تراست می‌تواند در بخش استوانه‌ای در بدنه موتور، یا در عدسی عقبی و یا در عدسی جلویی موتور باشد [۵].

دریچه‌های سیستم قطع تراست در بدنه موتور، تا قبل از صدور فرمان سیستم هدایت و کنترل، کاملاً بسته می‌باشند. در سیستم قطع تراست در محل قرارگیری هر یک از دریچه‌ها، از فلنج تقویت موضعی استفاده می‌شود. در خروجی هر یک از دریچه‌های قطع تراست، نازل تراست معکوس قرار دارد. هر یک از نازل‌های تراست معکوس، به فلنج تقویتی متصل می‌شوند. بسته شدن هر یک از دریچه‌های سیستم قطع تراست به کمک درپوش انجام می‌شود [۵].

در سیستم قطع تراست قطر هر یک از دریچه‌های سیستم قطع تراست<sup>۴</sup>، تعداد کل آن‌ها و زاویه راستای خروج گازها نسبت به محور اصلی موتور باید به گونه‌ای انتخاب شوند که میزان تراست ایجاد شده در سیستم قطع تراست به اندازه ۱۰٪ بیشتر از تراست لحظه‌ای موتور باشد. برای این منظور لازم است که مساحت سطح مقطع عرضی کل دریچه‌های سیستم قطع تراست از مساحت مقطع گلوگاه نازل اصلی موتور بیشتر باشد [۵].

سیستم قطع تراست تحت عناوین دیگری نیز مطرح می‌شود که عبارتند از: مجموعه قطع تراست<sup>۵</sup>، تجهیز قطع تراست<sup>۶</sup>، سیستم کنترل ضربه<sup>۷</sup>، سیستم تراست معکوس<sup>۸</sup>.

برای پیش‌بینی افت فشار درون محفظه و تراست معکوس از روابط پیوستگی و انرژی استفاده می‌شود که در قسمت بعدی این روابط استخراج خواهند شد.

## تحلیل ریاضی افت فشار محفظه

همان‌طور که اشاره شد، وقتی دریچه‌های معکوس‌کننده رانش باز می‌شوند فشار درون محفظه افت کرده و تراستی برخلاف تراست اصلی ایجاد می‌شود. در این بخش از مقاله با استفاده از روابط ریاضی، روابطی برای محاسبه افت فشار محفظه و تراست معکوس ایجاد شده بعد از باز شدن دریچه‌ها به دست آورده شده است. از آنجایی که یک رابطه دیفرانسیلی هم‌دما را می‌توان به صورت تحلیلی حل نمود اما دو رابطه دیفرانسیلی آدیاباتیک را بایستی به صورت عددی حل کرد پس برای

قسمت حل تحلیلی فرآیند به صورت هم‌دما و برای قسمت حل عددی فرآیند به صورت آدیاباتیک در نظر گرفته می‌شود.

## حل تحلیلی هم‌دما

با استفاده از قانون بقای جرم برای یک محفظه داریم:

$$\frac{dM_{C.V}}{dt} = \dot{m}_g - \dot{m}_e \quad (۱)$$

$\dot{m}_g$  دبی جرمی تولیدی توسط سوخت می‌باشد که طبق رابطه (۲) قابل محاسبه می‌باشد [۸]:

$$\dot{m}_g = A_b \rho_p r \quad (۲)$$

$\dot{m}_e$  دبی جرمی خروجی از حجم کنترل می‌باشد که از مجموع دو خروجی نازل اصلی و خروجی از دریچه‌های تراست معکوس به دست می‌آید.

برای نازل اصلی به دلیل دارا بودن خروجی مناسب جریان گاز،  $C_d$  ضریب تخلیه جرمی برابر واحد در نظر گرفته می‌شود اما برای نازل‌های قطع تراست، به دلیل دارا بودن لبه تیز، ضریب تخلیه جرمی را نمی‌توان ۱ در نظر گرفت [۱۱].

همچنین با فرض ثابت بودن سرعت مشخصه برای نازل اصلی و دریچه‌های تراست معکوس می‌توان رابطه (۳) را به صورت زیر ساده‌سازی کرد:

$$\dot{m}_e = \left( \frac{P C_d N A_R}{C^*} \right)_{ports} + \left( \frac{P C_d A_t}{C^*} \right)_{main\ nozzle} \quad (۳)$$

$$\dot{m}_e = \frac{P(A_t + C_d N A_R)}{C^*}$$

$$C^* = \frac{P_0 A_t}{\dot{m}} = \sqrt{\frac{1}{k} \left( \frac{k+1}{2} \right)^{\frac{k+1}{k-1}} \frac{\bar{R}}{W} T} \quad (۴)$$

با استفاده از رابطه  $M_{C.V} = \rho V$  داریم:

$$\frac{dM_{C.V}}{dt} = \frac{d(\rho V)}{dt} \quad (۵)$$

با استفاده از معادله نرخ سوزش ویلی و برقراری معادله حالت گاز کامل، داریم:

$$r = c P^n \quad (۶)$$

$$P = \rho R T \quad (۷)$$

$$R = \frac{\bar{R}}{W}$$

$$t - t_0 = \frac{VW}{RT} \left[ \frac{a}{A_b \rho_p - a \frac{1}{C^*} (NA_R C_d + A_t)} \right] \ln \frac{P}{P_0} + \frac{3VW}{2RT} \left\{ \left[ \frac{a}{A_b \rho_p - a \frac{1}{C^*} (NA_R C_d + A_t)} + \frac{1}{\frac{1}{C^*} (NA_R C_d + A_t)} \right] \times \ln \left[ \frac{A_b \rho_p - a \frac{1}{C^*} (NA_R C_d + A_t) - b \frac{1}{C^*} (NA_R C_d + A_t) P_0^{\frac{2}{3}}}{A_b \rho_p - a \frac{1}{C^*} (NA_R C_d + A_t) - b \frac{1}{C^*} (NA_R C_d + A_t) P^{\frac{2}{3}}} \right] \right\} \quad (16)$$

### حل عددی آدیاباتیک

برای حالتی که سیستم را آدیاباتیک فرض کنیم همانند فرآیند هم‌دما داریم:

با استفاده از قانون بقای جرم برای یک محفظه داریم:

$$\frac{dM_{C.V}}{dt} = \dot{m}_g - \dot{m}_e \quad (17)$$

که در آن:

$$\dot{m}_g = A_b \rho_p r \quad (18)$$

$$\dot{m}_e = \frac{P(A_t + C_d NA_R)}{C^*} \quad (19)$$

$$C^* = \frac{P_0 A_t}{\dot{m}} = \sqrt{\frac{1}{k} \left( \frac{k+1}{2} \right)^{\frac{k+1}{k-1}} \frac{\bar{R}}{W} T_c} \quad (20)$$

$$\frac{dM_{C.V}}{dt} = \frac{d(\rho V)}{dt} \quad (21)$$

با استفاده از معادله نرخ سوزش ویلی و با فرض برقراری معادله حالت گاز کامل، داریم:

$$r = cP^n \quad (22)$$

$$P = \rho RT$$

$$R = \frac{\bar{R}}{W} \quad (23)$$

همان‌طور که گفته شد به علت پایین بودن زمان فرایند می‌توان از تغییرات حجم محفظه و سطح سوزش صرف‌نظر کرد، پس معادله (۲۱) را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$\frac{dM_{C.V}}{dt} = \frac{d(\rho V)}{dt} = V \frac{d\rho}{dt} = \frac{WV}{\bar{R}} \frac{dP}{T} = \frac{WV}{\bar{R}} \frac{P}{T} \left[ \frac{\dot{P}}{P} - \frac{\dot{T}}{T} \right] \quad (24)$$

با جای‌گذاری معادلات (۱۸)، (۱۹)، (۲۲)، (۲۳) و (۲۴) در معادله (۱۷) رابطه به صورت زیر ساده می‌شود:

به علت پایین بودن زمان فرایند می‌توان از تغییرات حجم محفظه و سطح سوزش صرف‌نظر کرد [۹]، پس معادله (۵) به را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$\frac{dM_{C.V}}{dt} = \frac{d(\rho V)}{dt} = V \frac{d\rho}{dt} \quad (8)$$

با جای‌گذاری معادلات (۲) و (۳) و (۶) و (۷) و (۸) در معادله (۱) رابطه به صورت زیر ساده می‌شود:

$$\frac{VW}{RT} \frac{dP}{dt} = A_b \rho_p c P^n - \frac{1}{C^*} [P(A_t + C_d NA_R)] \quad (9)$$

با در نظر گرفتن پارامترهای رابطه (۱۰) معادله (۹) به معادله (۱۱) تبدیل خواهد شد:

$$X = \frac{VW}{RT} \quad (10)$$

$$Y = \frac{1}{C^*} (A_t + C_d NA_R) \quad Z = A_b \rho_p c$$

$$X \frac{dP}{dt} = ZP^n - YP \quad (11)$$

با انتگرال‌گیری از معادله (۱۱) و ساده‌سازی آن معادلات (۱۲) و (۱۳) به دست می‌آیند [۹]:

$$P^{1-n} - \frac{Z}{Y} = [P_0^{1-n} - \frac{Z}{Y}] e^{-(1-n) \frac{Y}{X} (\Delta t)} \quad (12)$$

$$t - t_0 = \frac{X \left[ n \ln \left( \frac{P}{P_0} \right) - \ln \left( \frac{YP - ZP^n}{YP_0 - ZP_0^n} \right) \right]}{Y - Yn} \quad (13)$$

فرضیاتی که در به دست آمدن معادلات (۱۲) و (۱۳) صورت گرفته عبارتند از:

- (۱) فرآیند هم‌دما
- (۲) ثابت بودن حجم آزاد محفظه
- (۳) برقرار بودن رابطه گاز کامل
- (۴) نرخ سوزش ویلی

حال به صورت مشابه برای معادله نرخ سوزش سامرفیلد که در معادله (۱۴) نشان داده شده است رابطه دیفرانسیلی (۱۵) به دست می‌آید:

$$r = \frac{P}{a + bP^{2/3}} \quad (14)$$

$$\frac{VW}{RT} \frac{dP}{dt} = A_b \rho_p \frac{P}{a + bP^{2/3}} - \frac{1}{C^*} [P(A_t + C_d NA_R)] \quad (15)$$

معادله (۱۵) یک معادله دیفرانسیل مرتبه اول غیرخطی است که با روش انتگرال‌گیری قابل حل است و حاصل به صورت زیر به دست می‌آید [۱۰]:

$$\frac{1}{k} \frac{VW}{R} \dot{P} = A_b \rho_p \frac{P}{a + bP^{2/3}} T - \frac{1}{C^*} [P(A_t + C_d NA_R)] T \left[ \frac{2}{k+1} \right] \quad (36)$$

که دستگاه معادلات به دست آمده از طریق روش های عددی قابل حل است.

روابطی که در این بخش به دست آمدند با تعریف  $C^*$  به صورت رابطه (۲۰) که واحد آن  $m/s$  است به دست آمدند. اما هنگام استفاده از واحد انگلیسی به جای  $C^*$  از کمیت دیگری به نام ضریب جریان جرمی برای جریان آیزوتروپیک چوک شده استفاده می شود که به صورت زیر محاسبه شده و واحد آن  $1/s$  می باشد:

$$C_W = \sqrt{\frac{kgW}{RT} \left( \frac{2}{k+1} \right)^{\frac{k+1}{k-1}}} \quad (37)$$

پس در روابط به دست آمده هنگام استفاده از واحدهای انگلیسی به جای  $1/C^*$  از  $C_W$  استفاده می شود.

### تحلیل ریاضی تراست معکوس

کلی ترین رابطه ای که برای به دست آوردن تراست قبل از تراست معکوس استفاده می شود می توان با فرض جریان یک بعدی از زکرو<sup>۱</sup> به دست آورد که در رابطه (۳۸) آورده شده است [۱۱].

$$F_{vac} = PA_t C_{Fvac} \quad (38)$$

که:

$$C_{Fvac} = \sqrt{\frac{2k^2}{k-1} \left( \frac{2}{k+1} \right)^{\frac{k+1}{k-1}} \left[ 1 - \left( \frac{P_e}{P_c} \right)^{\frac{k-1}{k}} \right] + \frac{P_e}{P_c} \epsilon_T} \quad (39)$$

که  $\epsilon_T$  ضریب انبساط موتور می باشد و از رابطه (۴۰) به دست می آید [۱۱]:

$$\epsilon_T = \frac{A_e}{A_t} \quad (40)$$

با توجه به شکل ۱ سهم تراست موازی ایجاد شده از قسمت داخلی دودکش<sup>۲</sup> برابر است با رابطه (۴۱) [۱۱]:

$$F_{AR} = PA_R C_{Fvac} \cos \alpha \quad (41)$$

$$\frac{VW}{R} \frac{P}{T} \left[ \frac{\dot{P}}{P} - \frac{\dot{T}}{T} \right] = A_b \rho_p C P^n - \frac{1}{C^*} [P(A_t + C_d NA_R)]$$

حال از قانون بقای انرژی در حجم کنترل استفاده می کنیم که به صورت زیر نوشته می شود:

$$\frac{dE_{C.V}}{dt} = \dot{m}_g h_i - \dot{m}_e h_e \quad (26)$$

و از آنجایی که حجم آزاد محفظه ثابت در نظر گرفته شده است پس کاری صورت نمی گیرد و گرمای ویژه در حجم ثابت برای گرمای منتقل شده استفاده می شود. پس طبق روابط (۲۷) و (۲۸) رابطه (۲۶) به صورت رابطه (۲۹) نوشته می شود:

$$E_{C.V} = q - w = Q = C_v m T \quad (27)$$

$$h = C_p T \quad (28)$$

$$\frac{d}{dt} (C_v m T) = \dot{m}_g C_p T - \dot{m}_e C_p T_t \quad (29)$$

که در آن:

$$T_t = T_0 \left[ \frac{2}{k+1} \right] \quad (30)$$

$$C_v = \frac{C_p}{k} \quad (31)$$

$$m = \rho V \quad (32)$$

$$T = \frac{PW}{R\rho} \quad (33)$$

با جای گذاری روابط (۱۸)، (۱۹)، (۲۲)، (۳۰)، (۳۱)، (۳۲)، (۳۳) در معادله (۲۹) معادله زیر حاصل می شود:

$$\frac{1}{k} \frac{VW}{R} \dot{P} = A_b \rho_p C P^n T - \frac{1}{C^*} [P(A_t + C_d NA_R)] T_0 \left[ \frac{2}{k+1} \right]$$

که دستگاه معادلات (۲۵) و (۳۴) به دست آمده از طریق روش های عددی قابل حل است.

به صورت مشابه برای معادله نرخ سوزش سامرفیلد خواهیم داشت:

$$\frac{VW}{R} \frac{P}{T} \left[ \frac{\dot{P}}{P} - \frac{\dot{T}}{T} \right] = A_b \rho_p \frac{P}{a + bP^{2/3}} - \frac{1}{C^*} [P(A_t + C_d NA_R)] \quad (35)$$



$$a + bP^{2/3} = \frac{\rho_b A_b C^*}{A_t} \quad (47)$$

از رابطه (۴۷) b را برحسب a و پارامترهای دیگر می‌نویسیم:

$$b = \frac{\left(\frac{\rho_b A_b C^*}{A_t} - a\right)}{P^{2/3}} \quad (48)$$

با جای‌گذاری هر عددی برای a در رابطه (۴۸) مقداری برای b در فشار ۳۰۰ psi به دست می‌آید، a و b قابل قبول می‌باشد که داده‌هایی که از حل افت فشار به دست می‌آیند هم‌خوانی خوبی با داده‌های به دست آمده از منحنی‌های کشیده شده در مقاله داشته باشند. با استفاده از کد متلب و روش آزمون خطا مقادیر a و b به ترتیب  $170 \text{ psi} \frac{s}{in}$  و  $11 \text{ psi}^{1/3} \frac{s}{in}$  به دست آمده‌اند.

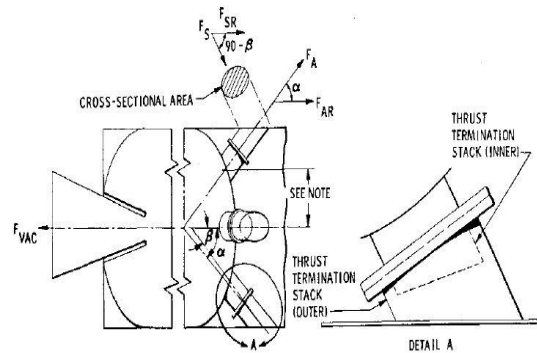
### اعتبارسنجی

در این بخش از مقاله نمودارهای مربوط به تحقیق اسموت و همکاران [۱۰] با توجه به اطلاعات داده شده و نمودار افت فشار درون محفظه بعد از شدن درچه‌های تراست معکوس با استفاده از رابطه (۱۶) به دست آمده برای یک فرآیند هم‌دما و معادله نرخ سوزش سامرفیلد رسم شده، سپس با نمودارهای ارایه شده توسط اسموت و همکاران مقایسه شده است. برای این منظور نمودارهای ارایه شده توسط اسموت و همکاران با استفاده از نرم‌افزار گت دیتا<sup>۳</sup> استخراج شده است. اطلاعات داده شده در تحقیق اسموت و همکاران برای یک مدل به صورت جدول ۱ می‌باشد:

جدول ۱- داده‌های مربوط به تحقیق اسموت و همکاران [۱۰]

$C_w$	$0.062 \text{ 1/s}$
$C_d$	$0.67$
$A_b$	$18 \text{ ft}^2$
$A_t$	$4 \text{ in}^2$
$N$	$4$
$W$	$30 \text{ lb/lbmol}$
$\rho_p$	$110 \text{ lb/ft}^3$
$P_0$	$300 \text{ psia}$
$T$	$6600 \text{ }^\circ\text{R}$
$V$	$6000 \text{ in}^3$

اسموت و همکاران کار تجربی انجام دادند و بر روی تراست معکوس با قطر ۷ اینچ در فشارهای اولیه مختلف آزمایشات تجربی انجام دادند و با روابط به دست آمده مقایسه کردند. در شکل‌های ۲ و ۳،



شکل ۱- شکل شماتیکی از موتور سوخت جامد بعد از باز شدن درچه‌های تراست معکوس و دودکش‌های داخلی و خارجی [۱۱]

نیروی تولید شده توسط بخش رویی<sup>۱۱</sup> از قسمت بیرونی دودکش<sup>۱۲</sup> نسبت به محور اصلی موتور نیز با استفاده از رابطه (۴۲) به دست می‌آید [۱۱]:

$$F_{SR} = P_S A_S \sin(90 - \beta) \quad (42)$$

بنابراین تراست معکوس به دست آمده برابر است با رابطه (۴۳):

$$F_R = N(F_{AR} - F_{SR}) \quad (43)$$

و نسبت تراست معکوس برابر با رابطه (۴۴) می‌باشد [۱۱]:

$$TRR = \frac{F_R}{F_{vac}} \quad (44)$$

### محاسبه مقادیر a و b

برای رسم نمودارهای افت فشار بر حسب زمان مقادیر a و b بایستی معلوم باشند که با روشی که در زیر آورده شده است به دست می‌آیند. قبل از باز شدن درچه‌های تراست معکوس دبی جرمی حاصل از سوخت و دبی جرمی گذرنده از گلوگاه برابر می‌باشد. با توجه به اینکه مساحت سوخت برای فشار ۳۰۰ psi داده شده است، پس با اطلاعات داده شده در مقاله اسموت در فشار ۳۰۰ psi بایستی دو معادله (۴۵) و (۴۶) برابر باشند.

$$\dot{m}_g = \rho_b A_b r = \rho_b * A_b * \frac{P}{a + bP^{2/3}} \quad (45)$$

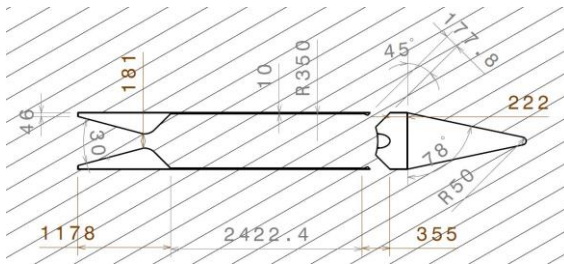
$$\dot{m} = \frac{PA_t}{C^*} \quad (46)$$

با برابر قرار دادن این دو معادله (۴۵) و (۴۶) به رابطه (۴۷) می‌رسیم که فقط a و b مجهول هستند:

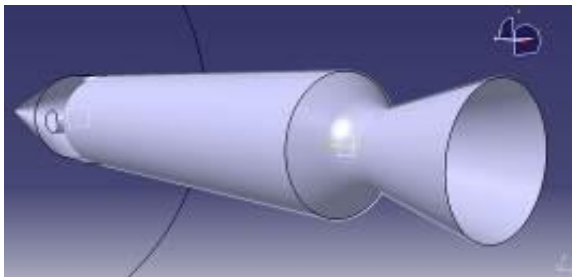
می‌باشند، شکل با ابعاد آورده شده در جدول ۲، در نرم‌افزار کتیا رسم می‌شود و سپس در نرم‌افزار ICEM مش زده می‌شود (شکل ۴).

جدول ۲- اطلاعات هندسی مدل طراحی شده

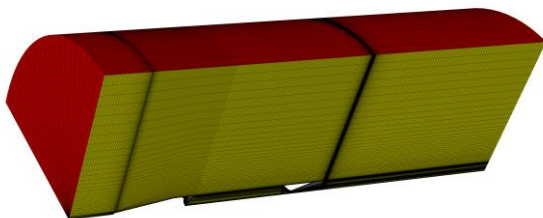
طول محفظه	۲۶۲۲/۴ mm
شعاع محفظه	۳۵۰ mm
ضخامت پوسته	۱۰ mm
طول نازل	۱۱۷۸ mm
شعاع گلوگاه	۹۰/۶۶ mm
شعاع خروجی نازل	۳۱۴ mm
زاویه واگرایی نازل نسبت به افق (زاویه خروجی نازل نسبت به افق)	۱۵ درجه
زاویه همگرایی نازل نسبت به افق	۴۵ درجه
زاویه کلاهیک نسب به افق	۱۲ درجه
قطر درچه‌ها	۱۷۷/۸ mm
زاویه درچه‌ها	۴۵ درجه



(الف)



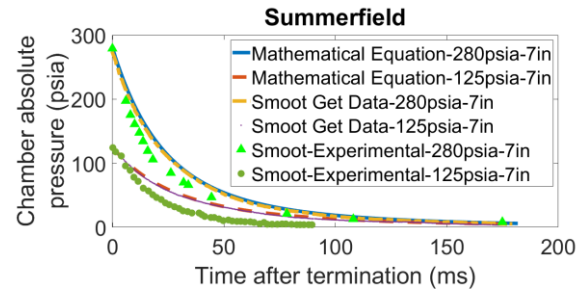
(ب)



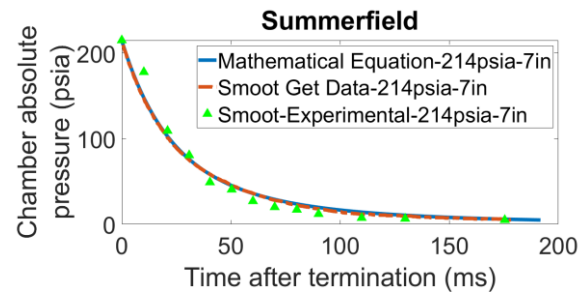
(ج)

شکل ۴- ترسیم مدل هندسی و مش‌زنی

نمودارهای افت فشار درون محفظه بعد از باز شدن دریچه‌های تراست معکوس برای فشارهای مختلف و قطر تراست معکوس ۷ اینچ که به صورت تجربی و تحلیلی (فرآیند هم‌دما و نرخ سوزش سامرفیلد) است، آورده شده است.



شکل ۲- نمودارهای افت فشار درون محفظه بعد از باز شدن دریچه‌های قطع تراست برای قطر دریچه ۷ اینچ و فشار اولیه ۲۸۰ و ۱۲۵ psi به صورت تجربی و تحلیلی (فرآیند هم‌دما و نرخ سوزش سامرفیلد) [۱۰]



شکل ۳- نمودارهای افت فشار درون محفظه بعد از باز شدن دریچه‌های قطع تراست برای قطر دریچه ۷ اینچ و فشار اولیه ۲۱۴ psi به صورت تجربی و تحلیلی (فرآیند هم‌دما و نرخ سوزش سامرفیلد) [۱۰]

با توجه به شکل‌های ۲ و ۳ و با توجه به تحقیقات اسموت و همکاران، پیش‌بینی به‌دست آمده از رابطه به‌دست آمده برای فرآیند هم‌دما و نرخ سوزش سامرفیلد با نتایج تجربی تطابق قابل قبولی دارند به‌جز یک نمونه که فشار اولیه محفظه ۱۲۵ psi بود که سوخت رفتاری مانند خاموش شدن از خود نشان می‌دهد.

## طراحی و مدل کردن

با توجه به اطلاعات داده شده در مقاله اسموت و همکاران که در جدول ۱ آورده شده است، با در نظر گرفتن قطر ۷ اینچ برای دریچه‌ها، یک مجموعه کامل با احتراق، نازل و دریچه‌های تراست معکوس را طراحی و مدل می‌کنیم. با توجه به اطلاعات موجود و با در نظر گرفتن سر جنگی با زاویه ۱۲ درجه، با استفاده از اطلاعات به‌دست آمده و با توجه به اینکه تعداد دریچه‌های تراست معکوس ۴ عدد با قطرهای ۷ اینچ معادل ۱۷۷/۸ میلیمتر می‌باشند و همچنین با فرض اینکه ضخامت پوسته موشک ۱۰ میلیمتر و سطح مقطع دریچه‌های تراست معکوس ثابت و با زاویه ۴۵ درجه

سوخت برای فشار ۳۰۰psi یکسان در نظر گرفته شده است، در حالی که چنین نیست و بایستی دبی جرمی حاصل از سوخت با دبی جرمی گلوگاه یکی باشد، پس با استفاده از رابطه (۵۰) مساحت سوخت در لحظه‌ای که دریچه‌ها باز می‌شوند با استفاده از فشار اولیه آن به دست می‌آید و مساحت سوخت در لحظه‌های بعد از باز شدن دریچه‌ها ثابت در نظر گرفته می‌شود.

$$A_b = \frac{(a + bP^{2/3})A_t}{\rho_b C^*} \quad (50)$$

مقادیر به دست آمده از تحلیل عددی سه بعدی برای مش بهینه با محاسبه ریاضی برای هر کدام از موارد فشار اولیه، سرعت خروجی نازل، فشار خروجی نازل و تراست مقایسه شده‌اند که در جدول زیر آورده شده است. لازم به ذکر می‌باشد از آنجایی که مدل به صورت symmetry حل شده پس دبی جرمی، مساحت خروجی و تراست ربع به دست می‌آیند که در جداول ۳ و ۴ با چهار برابر مقادیر به دست آمده جایگذاری شده‌اند.

جدول ۳- مقادیر به دست آمده از محاسبه ریاضی و تحلیل عددی در حالت Pressure\_outlet در فشار اولیه ۲۸۰ psi

Pressure_outlet_3D $\dot{m} = 31/6 \text{ kg/s}$	تحلیل ریاضی $\dot{m} = 31/6 \text{ kg/s}$	
۲۳۵۶۲ Pa	۲۲۰۰۸ pa	$P_e$
۱۹۷۸۲۲۴ Pa	۱۹۳۰۵۳۲ pa	$P_0$
۲۵۶۶/۴ m/s	۲۶۲۴/۶ m/s	$V_e$
۰/۳۰۹۵ m <sup>2</sup>	۰/۳۰۹۸ m <sup>2</sup>	$A_e$
۱۱۸۸ Pa	۱۱۸۶ pa	$P_a$
۸۸۰۲۳ N	۸۹۳۸۸ N	$T$
% ۱/۵۳	درصد خطای تراست	

جدول ۴- مقادیر به دست آمده از محاسبه ریاضی و تحلیل عددی در حالت pressure\_farfield در فشار اولیه ۲۸۰ psi

pressure_farfield_3D $\dot{m} = 31/6 \text{ kg/s}$	تحلیل ریاضی $\dot{m} = 31/6 \text{ kg/s}$	
۲۳۵۶۲ Pa	۲۲۰۰۸ Pa	$P_e$
۱۹۷۸۲۲۴ Pa	۱۹۳۰۵۳۲ Pa	$P_0$
۲۵۶۶/۴ m/s	۲۶۲۴/۶ m/s	$V_e$
۰/۳۰۹۵ m <sup>2</sup>	۰/۳۰۹۸ m <sup>2</sup>	$A_e$
۱۲۷۴ Pa	۱۱۸۶ Pa	$P_a$
۸۷۹۹۶ N	۸۹۳۸۸ N	$T$
% ۱/۵۶	درصد خطای تراست	

در شکل ۴ قسمت (الف) ابعاد و زاویای موشک طراحی شده و در قسمت (ب) شکل موشک طراحی شده به صورت سه بعدی آورده شده است. از آنجایی که شکل طراحی شده متقارن می‌باشد، برای جلوگیری از سنگین شدن حل و داشتن هزینه محاسباتی کمتر، ربع شکل طراحی را مدل و مش‌زنی می‌کنیم که در قسمت (ج) شکل ۴ آورده شده است. شرایط مرزی حل عددی بدین صورت می‌باشد که نوع مرزهای تقارن symmetry، نوع مرز ورودی mass-flow-inlet، نوع مرزهای خروجی بر حسب روش حل pressure-outlet یا pressure-far-field و نوع مرزهای دیواره به صورت wall قرار داده شده است، بدین صورت که با توجه به قسمت (ج) شکل ۴، قسمت‌های متقارن، سمت چپ و راست شکل هستند که شرایط مرزی آن‌ها symmetry و سمت جلو، عقب و بالای شکل شرایط مرزی بیرون می‌باشند که بر حسب روش حل pressure-outlet یا pressure-far-field قرار داده‌اند. لایه مرزی که در محفظه احتراق به سمت داخل موشک وجود دارد شرط مرزی mass-flow-inlet و بقیه قسمت‌ها که دیواره هستند شرط مرزی wall قرار داده شده است.

### تحلیل سه بعدی مدل مورد نظر با وجود محیط بیرون در نرم‌افزار فلونت

بعد از مش‌زنی مدل مورد نظر، فایل مش در فلونت تحلیل شده است. مدل ابتدا به صورت پایا و با بسته در نظر گرفتن دریچه‌های تراست معکوس برای فشار محفظه ۲۸۰ psi و برای حالت‌هایی که شرایط مرزی خروجی Pressure\_outlet و pressure\_farfield باشد حل شده است. انجام این روش به خاطر این است تا ابتدا شرایط قبل از جدایش به دست آید، سپس مسئله به صورت گذرا حل شود. بعد از حل پایا و رسیدن به شرایط قبل جدایش، برای شرایط بعد جدایش دبی جرمی با توجه به فشار محفظه افت می‌کند که با استفاده از معادلات (۲) و (۱۴) به صورت معادله (۴۹) محاسبه می‌شود [۸]:

$$\begin{aligned} Mass\_flow\_rate = \dot{m} &= \rho_b A_b r \\ &= \rho_b * A_b * \frac{P}{a + bP^{2/3}} \end{aligned} \quad (49)$$

که a و b از قبل به ترتیب  $170 \text{ psi} \frac{s}{in}$  و  $11 \text{ psi}^{1/3} \frac{s}{in}$  به دست آمده‌اند.

کد udf از بخش Functions و گزینه Interpreted وارد فلونت می‌شود. با استفاده از کد udf دبی جرمی متغیر در فلونت تعریف می‌شود که به صورت شار جرمی مشخص روی سطح موتور فعال می‌شود. مشکلی که در هنگام حل برای فشارهای زیر ۳۰۰psi وجود دارد این است که در مقاله اسموت برای لحظه باز شدن دریچه‌ها، مساحت سوخت برای فشارهای زیر ۳۰۰psi با مساحت

## تحلیل سه بعدی مدل مورد نظر بدون وجود محیط بیرون

به دلیل سنگین شدن حل مسئله و طولانی شدن زمان حل در حالت گذرا و در صورت وجود محیط بیرون، محیط بیرون حذف شده است تا هزینه محاسباتی به میزان چشمگیری کاهش پیدا کند. همچنین به دلیل وجود تقارن در مدل، یک چهارم مدل مورد نظر مش بندی و با شرایط مرزی symmetry تحلیل شده است. برای انجام این روش، تحلیل فقط بر روی موشک با دریچه‌های تراست معکوس انجام می‌شود. ابتدا برای اینکه اعتبارسنجی صورت بگیرد، مسئله به صورت پایا برای فشار اولیه ۲۸۰ psi حل شده، سپس نتایج به دست آمده از تحلیل عددی سه بعدی برای حالت بدون وجود محیط بیرون برای مش بهینه با محاسبه ریاضی و حل عددی سه بعدی برای حالت pressure\_farfield مقایسه می‌شود که در جدول ۵ آورده شده است. لازم به ذکر می‌باشد، از آنجایی که مدل به صورت ربع symmetry حل شده پس دبی جرمی، مساحت خروجی و تراست ربع به دست می‌آیند که در جدول ۵ با چهار برابر مقادیر به دست آمده جایگذاری شده اند.

جدول ۵- مقادیر به دست آمده از محاسبه ریاضی، تحلیل عددی در حالت pressure\_farfield و تحلیل عددی بدون محیط بیرون در فشار اولیه ۲۸۰ psi

3D_No outside $\dot{m} = 31/6 \text{ kg/s}$	pressure_farfield_3D $\dot{m} = 31/6 \text{ kg/s}$	تحلیل ریاضی $\dot{m} = 31/6 \text{ kg/s}$	
۲۳۵۷۱ Pa	۲۳۵۶۲ Pa	۲۲۰۰۸ Pa	$P_e$
۱۹۷۸۲۳۸ Pa	۱۹۷۸۲۲۴ Pa	۱۹۳۰۵۳۲ Pa	$P_0$
۲۵۶۵/۸ m/s	۲۵۶۶/۴ m/s	۲۶۲۴/۶ m/s	$V_e$
۰/۳۰۹۵ m <sup>2</sup>	۰/۳۰۹۵ m <sup>2</sup>	۰/۳۰۹۸ m <sup>2</sup>	$A_e$
۱۱۸۶ Pa	۱۲۲۴ Pa	۱۱۸۶ Pa	$P_a$
۸۸۰۰۷ N	۸۷۹۹۶ N	۸۹۳۸۸ N	$T$
% ۱/۵۴	% ۱/۵۶	درصد خطای تراست	

با توجه به جدول ۵، درصد خطای تراست برای حالت‌های سه بعدی در دو حالت با وجود محیط بیرون و بدون وجود محیط بیرون کمتر از ۱،۵۶ درصد می‌باشد.

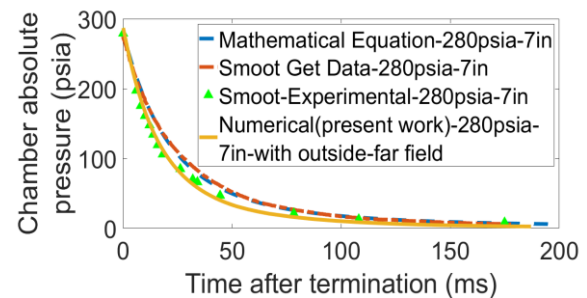
برای نشان دادن این که حل انجام شده مستقل از مش می‌باشد استقلال از مش انجام داده شده است. برای این کار مدل مورد نظر در اندازه‌های مختلف از تعداد مش ۱۵۵۸۲۰ تا ۱۹۸۳۰۶۳ شبکه بندی شده و فشارهای اولیه ورودی محفظه احتراق و فشار خروجی نازل به عنوان پارامترهای سنجش انتخاب شده است. از آنجایی که حدودا از تعداد مش ۱۰۰۰۰۰۰ فشارها تقریباً ثابت می‌باشد، بر این اساس تعداد مش ۱۱۴۹۳۲۷ به عنوان مش بهینه انتخاب شده است.

با توجه به جدول‌های ۳ و ۴، درصد خطای تراست برای حالت‌های دو بعدی و سه بعدی در هر دو حالت Pressure\_outlet و Pressure\_farfield کمتر از ۱،۵۶ درصد می‌باشد.

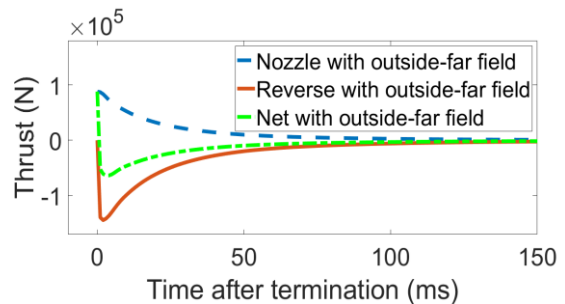
برای نشان دادن این که حل انجام شده مستقل از مش می‌باشد استقلال از مش انجام داده شده است. برای این کار مدل مورد نظر در اندازه‌های مختلف از تعداد مش ۱۲۴۱۲۳ تا ۲۷۳۹۷۰۰ شبکه بندی شده و فشارهای اولیه ورودی محفظه احتراق، فشار خروجی نازل و فشار خروجی محیط بیرون به عنوان پارامترهای سنجش انتخاب شده است. از آنجایی که حدودا از مش ۱۵۰۰۰۰۰ فشارها تقریباً ثابت می‌باشد، بر این اساس تعداد مش ۲۰۸۷۷۵۴ به عنوان مش بهینه انتخاب شده است.

بعد از اینکه مسئله به صورت پایا حل و استقلال از مش و اعتبارسنجی مدل مورد نظر صورت گرفت، دریچه‌های تراست معکوس باز می‌شوند تا تخلیه درون محفظه شبیه‌سازی شود. برای حل مسئله به صورت گذرا، به جای دبی جرمی ثابت، دبی جرمی متغیر جایگذاری می‌شود.

بعد از به دست آمدن نتایج تحلیل‌های صورت گرفته، نمودار تغییرات فشار و تراست برحسب زمان برای فشار اولیه ۲۸۰ psi برای حالت Pressure\_farfield و با محیط بیرون در شکل‌های ۵ و ۶ آورده شده‌اند. در شکل ۵ مشاهده می‌شود که نتایج به دست آمده از تحلیل انجام شده با نتایج تجربی مطابقت بهتری دارد. همانطور که در شکل ۶ مشخص می‌باشد بعد از باز شدن دریچه‌های تراست معکوس، در مدت زمان کوتاهی تراستی برخلاف تراست اصلی و بیشتر از آن ایجاد شده و تراست نازل را خنثی کرده و تراست کل به صفر می‌رسد.



شکل ۵- نمودار تغییرات فشار برحسب زمان برای فشار اولیه ۲۸۰ psi برای حالت Pressure\_farfield و با محیط بیرون



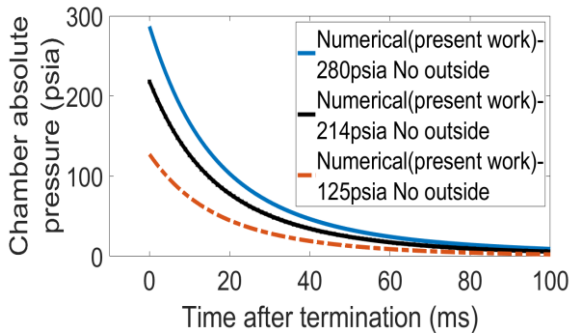
شکل ۶- نمودار تغییرات تراست برحسب زمان برای فشار اولیه ۲۸۰ psi برای حالت Pressure\_farfield و با محیط بیرون

## بررسی و مقایسه عوامل مهم و تاثیرگذار بر روی سیستم قطع تراست

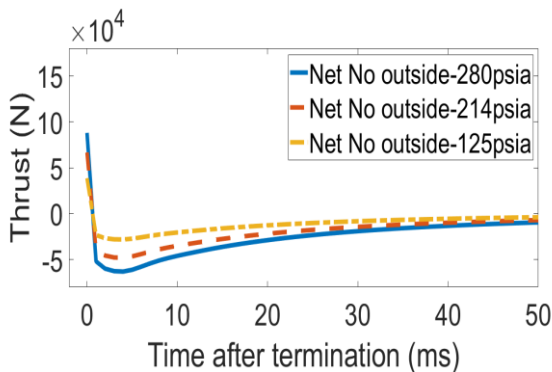
حال به بررسی و مقایسه عوامل مهم و تاثیرگذار بر روی سیستم قطع تراست می‌پردازیم.

### فشار و دمای گاز محفظه احتراق

برای اینکه تاثیر فشارها و دماهای اولیه مختلف در لحظه جدایش بر روی افت تراست و فشار درون محفظه مشخص شود، مسئله برای فشارها و دماهای اولیه مختلف حل شده است. در شکل‌های ۹ تا ۱۲ تغییرات افت تراست و فشار درون محفظه برای سه فشار اولیه ۲۸۰، ۲۱۴ و ۱۲۵ psi و سه دمای اولیه ۲۰۰۰، ۲۶۰۰ و ۸۰۰۰ رانکین با یکدیگر مقایسه شده‌اند.



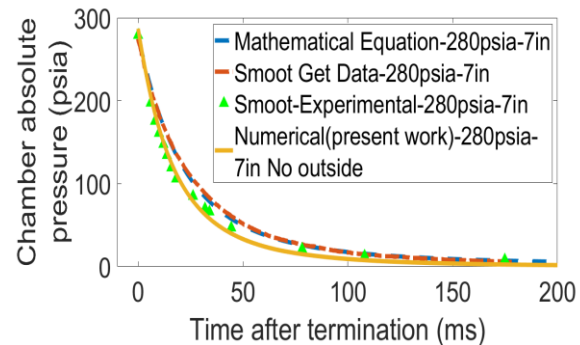
شکل ۹- نمودار تغییرات فشار برحسب زمان برای فشارهای اولیه ۲۸۰، ۲۱۴ و ۱۲۵ psi



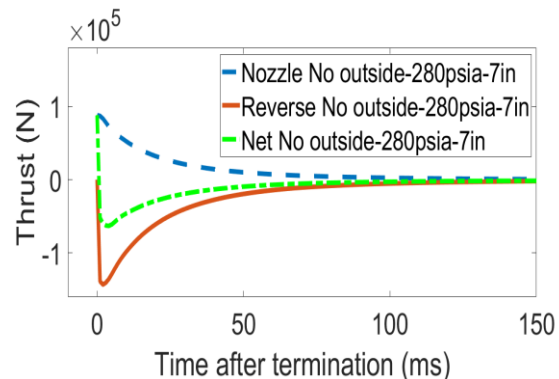
شکل ۱۰- نمودار تغییرات تراست کل برحسب زمان برای فشارهای اولیه ۲۸۰، ۲۱۴ و ۱۲۵ psi

با توجه به شکل‌های ۹ و ۱۰ می‌توان دریافت که هرچه فشار اولیه کمتر باشد به دلیل پایین بودن دبی جرمی، افت فشار و تراست در مدت زمان کمتر و با نرخ کمتری اتفاق می‌افتد. اما در مقابل هرچه فشار اولیه بیشتر باشد به دلیل بیشتر بودن دبی جرمی و تخلیه فشار زیاد در لحظه، تراست معکوس بیشتری ایجاد می‌شود.

بعد از اینکه مسئله به صورت پایا حل شد، دریچه‌های تراست معکوس باز می‌شوند تا تخلیه درون محفظه شبیه‌سازی شود. برای حل مسئله به صورت گذرا، به جای دبی جرمی ثابت، دبی جرمی متغیر جایگذاری شده است. برای فشار اولیه ۲۸۰ psi تحلیل انجام و نمودار افت فشار رسم و با افت فشار محاسبه شده و تجربی موجود در مقاله اسموت مقایسه شده است. همچنین تغییرات تراست نازل، تراست دریچه‌های تراست معکوس و تراست کل نیز آورده شده‌اند. نمودارهای افت فشار و تراست برای فشار اولیه ۲۸۰ psi در شکل‌های ۷ و ۸ آورده شده است. در شکل ۷ مشاهده می‌شود که نتایج به دست آمده از تحلیل انجام شده با نتایج تجربی مطابقت بهتری دارد و همچنین از شکل ۸ می‌توان دریافت که بعد از باز شدن دریچه‌های تراست معکوس، در مدت زمان کوتاهی تراستی برخلاف تراست اصلی و بیشتر از آن ایجاد شده و تراست نازل را خنثی کرده و تراست کل به صفر می‌رسد.

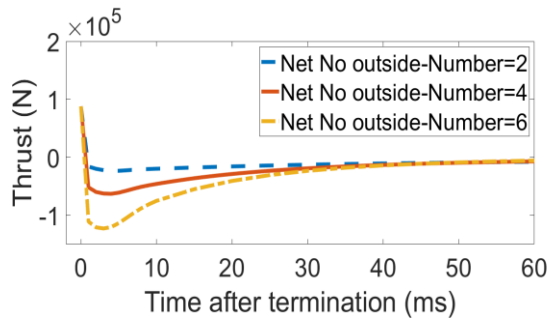


شکل ۷- نمودار تغییرات فشار برحسب زمان برای فشار اولیه ۲۸۰ psi بدون محیط بیرون



شکل ۸- نمودار تغییرات تراست برحسب زمان برای فشار اولیه ۲۸۰ psi بدون محیط بیرون

با توجه به نمودارها می‌توان دریافت که تحلیل صورت گرفته از دقت خوبی برخوردار می‌باشد.

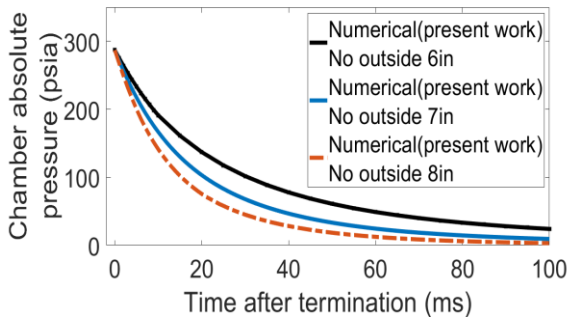


شکل ۱۴- نمودار تغییرات تراست کل برحسب زمان برای تعداد دریچه‌های ۲، ۴ و ۶

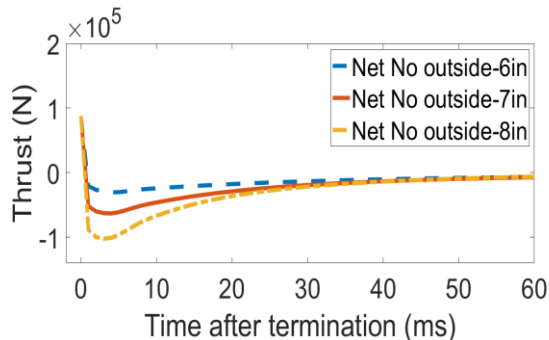
با توجه به شکل‌های ۱۳ و ۱۴ می‌توان دریافت که هرچه تعداد دریچه‌ها بیشتر باشد به دلیل بیشتر شدن سطح مقطع کل خروجی دریچه‌ها نسبت به خروجی نازل، افت فشار در مدت زمان کمتر و با نرخ بیشتری اتفاق افتاده و تراست معکوس بیشتری ایجاد می‌شود.

### قطر دریچه‌ها

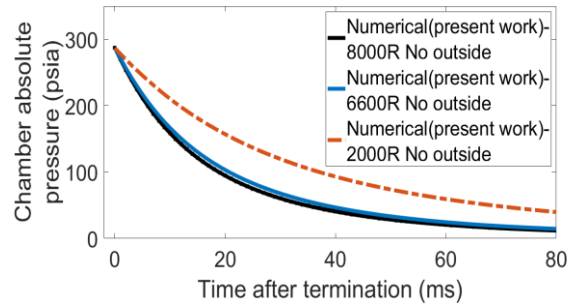
برای اینکه تاثیر قطر دریچه‌ها بر روی افت تراست و فشار درون محفظه مشخص شود، مسئله برای دریچه‌های با قطرهای مختلف ۶، ۷ و ۸ اینچ حل شده است. در شکل‌های ۱۵ و ۱۶ تغییرات افت تراست و فشار درون محفظه برای دریچه‌های با قطرهای ۶، ۷ و ۸ اینچ با یکدیگر مقایسه شده‌اند.



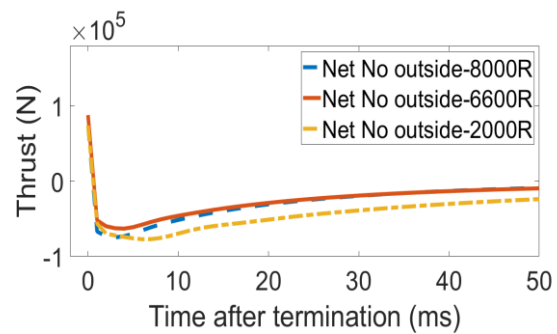
شکل ۱۵- نمودار تغییرات فشار برحسب زمان برای قطرهای دریچه ۶، ۷ و ۸ اینچ



شکل ۱۶- نمودار تغییرات تراست کل برحسب زمان برای قطرهای دریچه ۶، ۷ و ۸ اینچ



شکل ۱۱- نمودار تغییرات فشار برحسب زمان برای دماهای اولیه ۲۰۰۰، ۶۶۰۰ و ۸۰۰۰ رانکین

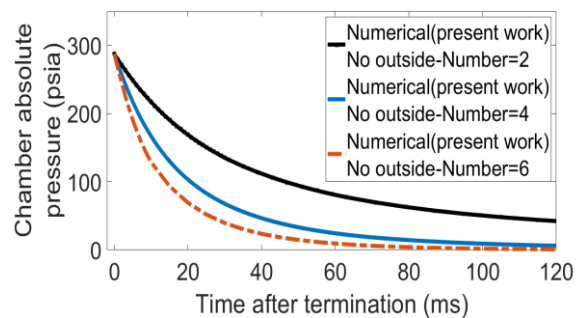


شکل ۱۲- نمودار تغییرات تراست کل برحسب زمان برای دماهای اولیه ۲۰۰۰، ۶۶۰۰ و ۸۰۰۰ رانکین

با توجه به شکل‌های ۱۱ و ۱۲ می‌توان دریافت که هرچه دمای اولیه بیشتر باشد به دلیل پایین بودن دبی جرمی، افت تراست و فشار در مدت زمان کمتری اتفاق می‌افتد.

### تعداد دریچه‌ها

برای اینکه تاثیر تعداد دریچه‌ها بر روی افت تراست و فشار درون محفظه مشخص شود، مسئله برای تعداد دریچه‌های مختلف با تعداد ۲، ۴، ۶ و ۸ حل شده است. در شکل‌های ۱۳ و ۱۴ تغییرات افت تراست و فشار درون محفظه برای دریچه‌های با تعداد ۲، ۴ و ۶ با یکدیگر مقایسه شده‌اند.

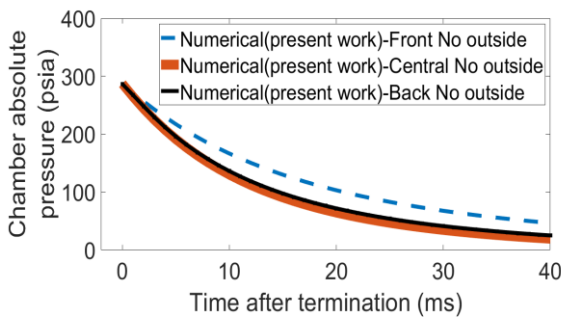


شکل ۱۳- نمودار تغییرات فشار برحسب زمان برای تعداد دریچه‌های ۲، ۴ و ۶

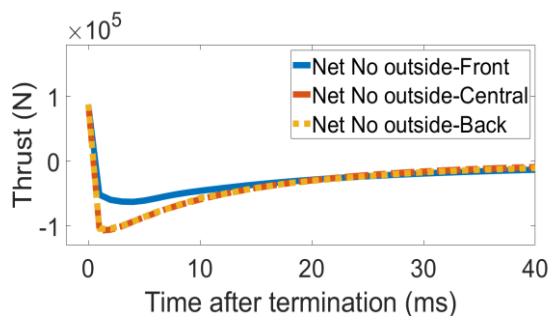
جلو، وسط و عقب عدسی موشک حل شده است که در شکل ۱۹ به ترتیب از بالا به پایین نشان داده شده است. در شکل‌های ۲۰ و ۲۱ تغییرات افت تراست و فشار درون محفظه برای دریچه‌های با قرارگیری در محل‌های مختلف جلو، وسط و عقب عدسی موشک با یکدیگر مقایسه شده‌اند.



شکل ۱۹- محل قرارگیری دریچه‌ها در جلو، وسط و عقب موشک



شکل ۲۰- نمودار تغییرات فشار برحسب زمان برای محل قرارگیری دریچه‌ها در جلو، وسط و عقب موشک



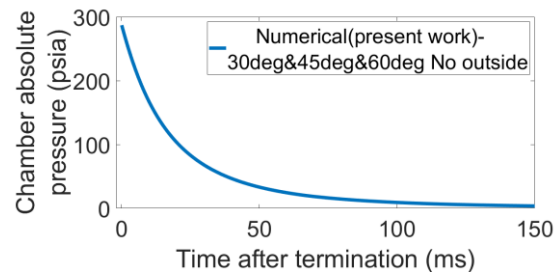
شکل ۲۱- نمودار تغییرات تراست کل برحسب زمان برای محل قرارگیری دریچه‌ها در جلو، وسط و عقب موشک

با توجه به شکل‌های ۲۰ و ۲۱ می‌توان دریافت که وقتی دریچه‌ها در وسط و پشت عدسی موشک قرار می‌گیرند نسبت به وقتی که در جلو عدسی موشک قرار می‌گیرند به دلیل کوتاه شدن طول دریچه‌ها افت فشار و تراست در مدت زمان کمتر و با نرخ بیشتری اتفاق می‌افتد. همچنین وقتی دریچه‌ها در وسط عدسی موشک قرار می‌گیرند نسبت به وقتی که در پشت عدسی

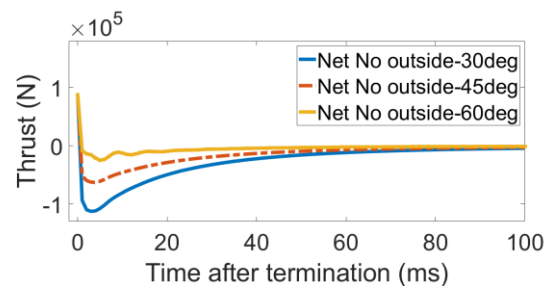
با توجه به شکل‌های ۱۵ و ۱۶ می‌توان دریافت که هرچه قطر دریچه‌ها بیشتر باشد به دلیل بیشتر شدن سطح مقطع کل خروجی دریچه‌ها نسبت به خروجی نازل، افت فشار در مدت زمان کمتر و با نرخ بیشتری اتفاق افتاده و تراست معکوس بیشتری ایجاد می‌شود.

## زاویه دریچه‌ها

برای اینکه تاثیر زاویه دریچه‌ها بر روی افت تراست و فشار درون محفظه مشخص شود، مسئله برای دریچه‌های با زاویه‌های مختلف ۳۰، ۴۵ و ۶۰ درجه نسبت به محور موشک حل شده است. در شکل‌های ۱۷ و ۱۸ تغییرات افت تراست و فشار درون محفظه برای دریچه‌های با زاویه‌های ۳۰، ۴۵ و ۶۰ درجه نسبت به محور موشک با یکدیگر مقایسه شده‌اند.



شکل ۱۷- نمودار تغییرات فشار برحسب زمان برای زاویه‌های دریچه ۳۰، ۴۵ و ۶۰ درجه



شکل ۱۸- نمودار تغییرات تراست کل برحسب زمان برای زاویه‌های دریچه ۳۰، ۴۵ و ۶۰ درجه

با توجه به شکل‌های ۱۷ و ۱۸ می‌توان دریافت که تغییر در زاویه دریچه‌ها تغییری در افت فشار ایجاد نمی‌کند. اما هرچه زاویه دریچه‌ها نسبت به محور موشک کمتر باشد به دلیل ایجاد تراست نزدیک به محور موشک و بیشتر شدن مقدار تراست مولفه موازی محور موشک، افت تراست با نرخ و مقدار بیشتری اتفاق می‌افتد و تراست معکوس بیشتری ایجاد می‌شود.

## محل قرارگیری دریچه‌ها

برای اینکه تاثیر محل قرارگیری دریچه‌ها بر روی افت تراست و فشار درون محفظه مشخص شود، مسئله برای دریچه‌های با محل قرارگیری مختلف

با توجه به شکل‌های ۲۳ و ۲۴ می‌توان دریافت که در دودکش با هندسه واگرا نسبت به هندسه ثابت، به دلیل بیشتر بودن قطر خروجی دریچه‌ها و تخلیه بیشتر، افت فشار و تراست با تفاوت خیلی کمی در مدت زمان کمتر اتفاق می‌افتد و تراست معکوس بیشتری ایجاد می‌شود. همچنین در دودکش با هندسه واگرا و هندسه ثابت نسبت به هندسه همگرا-واگرا، به دلیل بیشتر بودن قطر خروجی دریچه‌ها و تخلیه بیشتر، افت فشار و تراست در مدت زمان کمتر و با نرخ بیشتری اتفاق می‌افتد و تراست معکوس بیشتری ایجاد می‌شود.

### جمع‌بندی و نتیجه‌گیری

بعد از بررسی حالت‌های مختلف فشار و دمای گاز محفظه احتراق، تعداد دریچه‌ها، قطر دریچه‌ها، زاویه دریچه‌ها، محل قرار گیری دریچه‌ها و هندسه دودکش‌ها (سطح مقطع همگرا-واگرا-ثابت) نتایج زیر به دست آمده است:

(۱) هرچه فشار اولیه کمتر باشد به دلیل پایین بودن دبی جرمی، افت فشار و تراست در مدت زمان کمتر و با نرخ کمتری اتفاق می‌افتد. اما در مقابل هرچه فشار اولیه بیشتر باشد به دلیل بیشتر بودن دبی جرمی و تخلیه فشار زیاد در لحظه، تراست معکوس بیشتری ایجاد می‌شود.

(۲) هرچه دمای اولیه بیشتر باشد به دلیل پایین بودن دبی جرمی، افت تراست و فشار در مدت زمان کمتری اتفاق می‌افتد.

(۳) هرچه تعداد دریچه‌ها بیشتر باشد به دلیل بیشتر شدن سطح مقطع کل خروجی دریچه‌ها نسبت به خروجی نازل، افت فشار در مدت زمان کمتر و با نرخ بیشتری اتفاق افتاده و تراست معکوس بیشتری ایجاد می‌شود.

(۴) هرچه قطر دریچه‌ها بیشتر باشد به دلیل بیشتر شدن سطح مقطع کل خروجی دریچه‌ها نسبت به خروجی نازل، افت فشار در مدت زمان کمتر و با نرخ بیشتری اتفاق افتاده و تراست معکوس بیشتری ایجاد می‌شود.

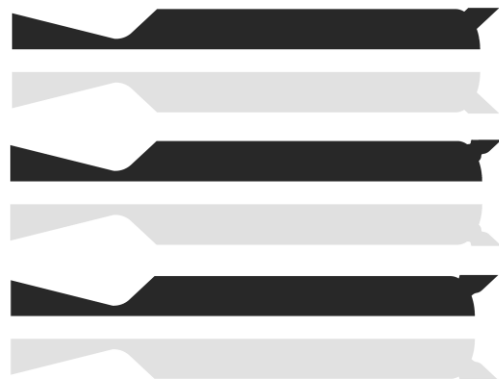
(۵) تغییر در زاویه دریچه‌ها تغییری در افت فشار ایجاد نمی‌کند. اما هرچه زاویه دریچه‌ها نسبت به محور موشک کمتر باشد به دلیل ایجاد تراست نزدیک به محور موشک و بیشتر شدن مقدار تراست مولفه موازی محور موشک، افت تراست با نرخ و مقدار بیشتری اتفاق می‌افتد و تراست معکوس بیشتری ایجاد می‌شود.

(۶) وقتی دریچه‌ها در وسط و پشت عدسی موشک قرار می‌گیرند نسبت به وقتی که در جلو عدسی موشک قرار می‌گیرند به دلیل

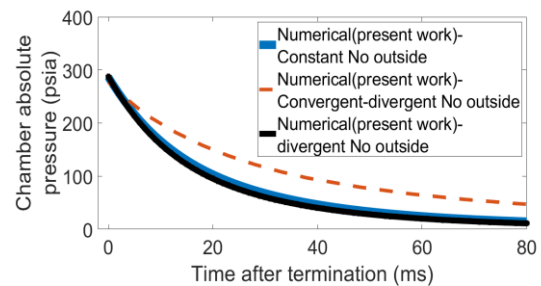
موشک قرار می‌گیرند به دلیل تخلیه از دو طرف موشک، افت فشار و تراست با تفاوت خیلی کمی در مدت زمان کمتر و با نرخ بیشتری اتفاق می‌افتد.

### هندسه دودکش‌ها (سطح مقطع ثابت، همگرا-واگرا و واگرا)

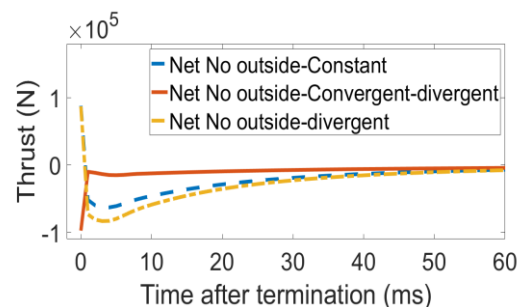
برای اینکه تاثیر هندسه دودکش‌ها بر روی افت تراست و فشار درون محفظه مشخص شود، مسئله برای دریچه‌های با هندسه دودکش‌های ثابت، همگرا-واگرا و واگرا حل شده است که در شکل ۲۲ به ترتیب از بالا به پایین نشان داده شده است. در شکل‌های ۲۳ و ۲۴ تغییرات افت تراست و فشار درون محفظه برای دریچه‌های با هندسه دودکش‌های ثابت، همگرا-واگرا و واگرا با یکدیگر مقایسه شده‌اند.



شکل ۲۲. هندسه دودکش‌ها ثابت، همگرا-واگرا و واگرا



شکل ۲۳. نمودار تغییرات فشار برحسب زمان برای هندسه دودکش‌ها ثابت، همگرا-واگرا و واگرا



شکل ۲۴. نمودار تغییرات تراست کل برحسب زمان برای هندسه دودکش‌ها ثابت، همگرا-واگرا و واگرا



- [4] Robert L. Ferguson, Pershing Ia System Description, edited by Charles E. Waters, Martin Marietta Aerospace, Orlando Division, P.O. Box 5837, June 1974..
- [5] Introduction of missile interception system and its implementation methods, Imam Hossein University (AS), 2016. (in Persian)
- [6] H. Karimi and B. Razzaghi, *Basics of Solid Fuel Design*, Quaid leading technology Publishing company, 2013. (in Persian)
- [7] Design of reverse thrust holes of solid fuel engine, Imam Hossein University (AS), 2016. (in Persian)
- [8] S. Kalt, "Thrust Termination in Solid Rocket Motors-Evaluation of Ballistic Test Data," *ARS Journal*, 1961.
- [9] R. E. Barry and Brothers J. E., "Thrust Termination Transient in Solid Propellant Rocket," *ASR Journal*, vol. 31, Issue 1, pp. 848-849, July 1961.
- [10] L. D. Smoot and L. K., "Prediction of Chamber Pressure Decay Transients during Termination of Solid Reopellant Rocket Motors," *AIAA Journal*, vol. 1, no. 8, pp. 1934-1935 (Technical Notes and Comments) Aug. 1963..
- [11] D. L. Badal and B. N. Vincent, "Thrust Termination Anlysis Utilizing an Aluminized Solid-Propellant Rocket Fuel," *Journal of Spacecraft and Rockets*, vol. 7, no. 9, pp. 1125-1126 (Engineering Note) Sept. 1970.
- [12] J. J. Buchman and S. A. S., "Analysis of Problem Related to Thrust Reversal in Solid Propellant Motors," *AIAA Paper No. 72-1110*, Dec., 1972.
- [13] Y. Y. Shan and C. C. Tao, "Study on Combustion Termination of Solid Propellants By rapid Depressurization," *Journal of Spacecraft and Rockets*, vol. 16, no. 6, pp. 353-354, Nov.-Dec. 1979.
- [14] T. Bruce and T. Rytting, "The Analysis of Thrust Reversal Performance," *AIAA 19th Joint Propulsion Conference, Seattle, WA, U.S.A.*, 1983.
- [15] A. M. Tahsini and M. Farshchi, "Rapid Depressurization Dynamic of Solid Propellant Rocket Motors," *Journal of Propulsion and Power*, Vol. 23, No. 5, pp. 1141-1143 (Technical Notes) Sept.-Oct., 2007.

کوتاه شدن طول دریچه‌ها افت فشار و تراست در مدت زمان کمتر و با نرخ بیشتری اتفاق می‌افتد. همچنین وقتی دریچه‌ها در وسط عدسی موشک قرار می‌گیرند نسبت به وقتی که در پشت عدسی موشک قرار می‌گیرند به دلیل تخلیه از دو طرف موشک، افت فشار و تراست با تفاوت خیلی کمی در مدت زمان کمتر و با نرخ بیشتری اتفاق می‌افتد.

(۷) در دودکش با هندسه واگرا نسبت به هندسه ثابت، به دلیل بیشتر بودن قطر خروجی دریچه‌ها و تخلیه بیشتر، افت فشار و تراست با تفاوت خیلی کمی در مدت زمان کمتر اتفاق می‌افتد و تراست معکوس بیشتری ایجاد می‌شود. همچنین در دودکش با هندسه واگرا و هندسه ثابت نسبت به هندسه همگرا-واگرا، به دلیل بیشتر بودن قطر خروجی دریچه‌ها و تخلیه بیشتر، افت فشار و تراست در مدت زمان کمتر و با نرخ بیشتری اتفاق می‌افتد و تراست معکوس بیشتری ایجاد می‌شود.

در نهایت با توجه به موارد گفته شده برای دستیابی به افت فشار و تراست در مدت زمان کمتر به منظور انجام فرآیند جدایش مناسب تا جایی که از لحاظ ترمودینامیکی و سازه امکان‌پذیر باشد بایستی فشار اولیه محفظه کمترین فشار نسبت به فشار حداکثر، دمای اولیه محفظه بیشترین دما نسبت به دمای حداکثر، تعداد دریچه‌ها بیشتر، قطر دریچه‌ها بزرگتر، زاویه دریچه‌ها نسبت به محور موشک کمتر بوده و دریچه در وسط محفظه موشک قرار گرفته و هندسه دودکش واگرا باشد.

## تعارض منافع

هیچگونه تعارض منافع توسط نویسندگان بیان نشده است.

## مراجع

- [1] X. Yu, "Separation Between Stages of Multistage Carrier Rocket," *Hangkong Zhishi*, Nr. 1, 1975, pp. 1-13, 1983.
- [2] Headquarters Department of The Army, The Pershing II Firing Battery, Washington. DC., 13 March 1985.
- [3] Minuteman Weapon System, "History and Description", ICBM Prime Team, TRW Systems, July 2001.