

Implementation and Comparison of Attitude Estimation Algorithms Using Low-Cost Sensors

M. Navabi^{1*}  and M. Salehi²

1. Associate Professor, Faculty of New Technologies Engineering, Shahid Beheshti University, Tehran, Iran
2. M.Sc., Faculty of New Technologies Engineering, Shahid Beheshti University, Tehran, Iran

*Corresponding Author's E-mail: m_navabi@sbu.ac.ir

Abstract

In a flying system, attitude control is one of the essential subsystems. In this subsystem, estimating the current state is very important to control the state, which is achieved by considering the attitude sensors. Comprehensive research is being done today to reduce the cost of Attitude sensors in applications such as drones, satellite simulation platforms, etc. For this purpose, sensors based on Micro-electromechanical Systems have received much attention due to their small size and low energy consumption. This model of sensors, despite its many advantages, has various noises and disturbances that require the application of fusion and estimation algorithms to obtain an acceptable output. In this research, to determine the attitude of the test platform, data fusion algorithms including complementary filter, Kalman filter, and Extended Kalman filter are implemented on a low-cost sensor. The mentioned estimation methods were implemented on the test platform and by determining the effective parameters in the estimation algorithms, the desired accuracy was obtained. The module obtained in these experiments is comparable to more expensive sensors.

Keywords: Attitude estimation, Inexpensive sensors, Kalman filter, Complementary filter, Extended Kalman filter, Attitude simulator



COPYRIGHTS

© 2023 by the authors. Published by Aerospace Research Institute. This article is an open access article distributed under the terms and conditions of [the Creative Commons Attribution 4.0 International \(CC BY 4.0\)](https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/).

How to cite this article:

M. Navabi and M. Salehi, "Implementation and Comparison of Attitude Estimation Algorithms Using Low-Cost Sensors," *Journal of Space Science and Technology*, Vol. 16, No. 2, pp. 63-77, 2023 (in Persian), <https://doi.org/10.30699/jsst.2023.1392>.

پیاده‌سازی الگوریتم‌های تخمین وضعیت و سمت روی سنسورهای ارزان قیمت

محمد نوابی^{۱*}  و مجتبی صالحی^۲

دانشکده مهندسی فناوری‌های نوین، دانشگاه شهید بهشتی، تهران، ایران

*ایمیل نویسنده مخاطب: m_navabi@sbu.ac.ir

چکیده

در یک سامانه هوافضایی، کنترل وضعیت یکی از زیرسیستم‌های اساسی به شمار می‌رود. در این زیرسیستم، تخمین وضعیت کنونی، برای کنترل وضعیت بسیار حائز اهمیت بوده که این مهم با توجه به سنسورهای وضعیت حاصل می‌گردد. امروزه تحقیقات گسترده‌ای برای کاهش هزینه در سامانه‌های تخمین وضعیت برای کاربردهایی مانند پرنده بدون سرنشین، پلتفرم شبیه‌ساز وضعیت ماهواره و غیره در حال انجام است. برای این منظور سنسورهای تولید شده بر اساس تکنولوژی میکروالکترومکانیکی به دلیل ابعاد کوچک و مصرف انرژی پایین بسیار مورد توجه قرار گرفته است. این مدل از سنسورها با وجود مزایای بسیار، دارای نویز و اختلالات مختلفی هستند که برای دریافت خروجی قابل قبول، نیازمند اعمال الگوریتم‌های ترکیب و تخمین داده می‌باشند. در این پژوهش برای تعیین وضعیت پلتفرم شبیه‌ساز، الگوریتم‌های ترکیب داده شامل فیلتر مکمل، فیلتر کالمن و فیلتر کالمن تعمیم‌یافته بر روی سنسور ارزان قیمت پیاده‌سازی شده است. روش‌های تخمین مذکور با شرایط تست نوسانی، روی پلتفرم پیاده‌سازی شده و با تعیین پارامترهای تاثیرگذار در الگوریتم‌های تخمین، دقت مطلوب و قابل رقابت با سنسورهای صنعتی و گران قیمت از طریق فیلتر کالمن تعمیم‌یافته حاصل شده است.

واژه‌های کلیدی: تخمین وضعیت، سنسور ارزان قیمت، الگوریتم‌های ترکیب داده، فیلتر کالمن، فیلتر مکمل، فیلتر کالمن تعمیم‌یافته، شبیه‌ساز تست وضعیت

مقدمه

با توجه به تحقیقات گذشته، استفاده از ماهواره‌های مکعبی با توجه به هزینه ساخت و پرتاب نسبتاً پایین به دلیل عملیات در مدارهای پایین (LEO) و عمر محدود، مورد توجه قرار گرفته است. برای تست الگوریتم‌های ناوبری و کنترل بر روی این ماهواره‌ها نیاز به دستگاه‌ها و بسترهای تست آزمایشگاهی وجود دارد. در بسترهای تست زیرسیستم تعیین وضعیت از اهمیت بالایی برخوردار است و از آنجایی که برای استفاده از سنسورهای دقیق هزینه‌های گزافی بایستی پرداخته شود، در پژوهش حاضر به منظور کاهش هزینه در تعیین وضعیت سکوی تست

علائم و اختصارات

P	ماتریس کواریانس
K	بهره کالمن
Q	ماتریس کواریانس نویز فرآیند
R	ماتریس کواریانس نویز اندازه‌گیری
φ, θ, ψ	زوایای اویلر
B_{px}, B_{py}, B_{pz}	خروجی خام سنسور مغناطیس سنج
G_x, G_y, G_z	خروجی خام سنسور ژيروسکوپ
A_{px}, A_{py}, A_{pz}	خروجی خام سنسور شتاب سنج

می‌شود. در صورتی که معادلات حالت جسم و اندازه‌گیری‌ها به صورت خطی باشد، نویز از توزیع گاوسی پیروی می‌کند. در این حالت، یک راه حل بهینه استفاده از فیلتر کالمن خواهد بود. در صورتی که دینامیک سیستم غیرخطی باشد، مسئله تخمین، دشوار می‌شود و هیچ راه حل تحلیلی برای حل مسئله به صورت کلی وجود ندارد [۳]. اما می‌توان از الگوریتم‌های مختلفی مانند فیلتر کالمن تعمیم یافته، فیلتر ذره‌ای و غیره برای این دسته از مسائل تخمین استفاده کرد.

در [۴] یک فیلتر کالمن با استفاده از بردار حالت وضعیت هفت جزئی شامل اجزای تکانه زاویه‌ای در یک دستگاه مرجع اینرسی، اجزای تکانه زاویه‌ای در دستگاه بدنی و یک زاویه چرخش ارائه شده است. همچنین در مقاله‌ای [۵] به منظور ایجاد یک سیستم کنترل وضعیت ماهواره مکعبی دانشجویی، فیلتر کالمن توسعه یافته با الگوریتم گاوس - نیوتن پیاده سازی شده است. از سوی دیگر فیلتر کالمن تعمیم یافته با جدول بهره برای کاهش بار محاسباتی در فرآیند تعیین وضعیت نانوماهواره پیشنهاد شده است. نتایج شبیه‌سازی و تجربی نشان می‌دهد که روش پیشنهادی دارای دقت تخمین وضعیت قابل مقایسه با EKF معمولی است [۶]. در پژوهش دیگری، سه فیلتر کالمن تعمیم یافته برای تعیین وضعیت یک ماهواره مکعبی با مجموعه حسگرهایی متشکل از یک مغناطیس سنج MEMS، ژيروسکوپ MEMS و آرایه‌ای از سنسورهای خورشیدی تک محوری مورد استفاده قرار گرفته است. فیلتر اول با استفاده از همه حسگرها، وضعیت و نرخ وضعیت را تخمین می‌زند. فیلتر دوم وضعیت و نرخ وضعیت را بدون اطلاعات ژيروسکوپ تخمین می‌زند. و در نهایت فیلتر سوم وضعیت، نرخ وضعیت و بایاس ژيروسکوپ را با استفاده از مجموعه کامل سنسورها تخمین می‌زند [۷]. در مرجع [۸] یک فیلتر کالمن تعمیم یافته بر اساس کوآتریون‌ها برای تعیین وضعیت ماهواره از طریق تلفیق داده‌های مغناطیس سنج، آرایه‌های خورشیدی و ژيروسکوپ استفاده شده است. در این پژوهش از شتاب‌سنج به جای آرایه‌های خورشیدی برای ساده‌سازی تست آزمایشگاهی بهره گرفته شده است. در [۹] کارایی و بهینه بودن فیلتر کالمن وابسته به تنظیم مناسب‌تر ماتریس‌های کواریانس بیان شده و الگوریتم تطبیقی برای تنظیم کواریانس نویز اندازه‌گیری پیشنهاد گردیده است. در ادامه کار، عملکرد الگوریتم‌های تخمین نسبت به حرکت نوسانی اعمال شده بررسی و با تنظیم پارامترهای موثر بر فیلترها داده‌های تست شده ارائه شده است.

مشخصات ماژول

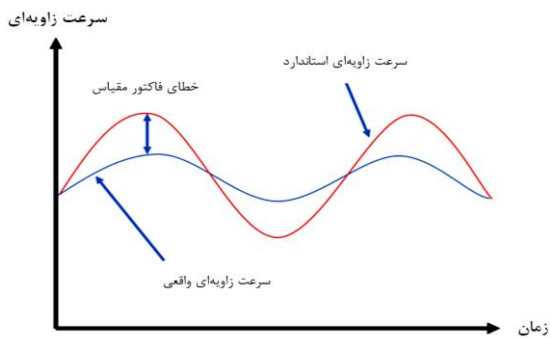
ماژول مورد بررسی، ترکیبی از سنسورهای ژيروسکوپ، شتاب‌سنج و مغناطیس سنج می‌باشد. ماژول MPU-9250 از ترکیب

ماهواره مکعبی، پیاده‌سازی و تست آزمایشگاهی الگوریتم‌های تخمین بر روی داده خام سنسورهای ارزان قیمت برای افزایش دقت تعیین وضعیت انجام پذیرفته است.

امروزه، سیستم‌های میکروالکترومکانیکی (MEMS) با توجه به وزن کم، ابعاد کوچک، مصرف انرژی پایین و همچنین قیمت مناسب بسیار مورد توجه پژوهشگران و صنعتگران قرار گرفته است. ماژول‌های مورد بررسی در این پژوهش که بر اساس تکنولوژی MEMS تولید شده‌اند، از ترکیب واحد اندازه‌گیری اینرسی (IMU) شامل ژيروسکوپ سه محوره و شتاب‌سنج سه محوره، با مغناطیس سنج سه محوره تشکیل شده است. داده‌های خام این ماژول را می‌توان برای تخمین جهت‌گیری جسم، تحت شرایط خاصی استفاده کرد. سنسور شتاب‌سنج MEMS از یک سیستم جرم و فنر در مقیاس میکرومتر ساخته شده است که با اندازه‌گیری جابه‌جایی حاصل از نیروی جاذبه زمین، شتاب گرانش را محاسبه می‌کند [۱]. به این ترتیب می‌توان با یک شتاب‌سنج سه محوره با مرجع قرار دادن بردار گرانش زمین، زوایای وضعیت را محاسبه نمود. همچنین در یک محیط بدون اختلال مغناطیسی، مغناطیس سنج میدان ژئومغناطیسی را اندازه‌گیری کرده که از این طریق زاویه سمت محاسبه می‌گردد. از سوی دیگر، ژيروسکوپ سرعت زاویه‌ای (نرخ تغییر جهت) را اندازه‌گیری می‌کند، که با استفاده از انتگرال‌گیری عددی، تغییرات وضعیت به دست می‌آید. با این حال، استفاده از شتاب‌سنج، ژيروسکوپ و مغناطیس سنج به تنهایی ممکن است به دلیل منابع مختلف خطا، تخمین‌های ضعیفی را از نظر دقت و مقاوم بودن^۳ ارائه دهد. برای مثال، شتاب‌سنج برای تخمین جهت‌گیری در شرایط دینامیکی شدید مناسب نیستند زیرا علاوه بر شتاب استاندارد ناشی از گرانش، شتاب خارجی (به دلیل حرکت) را نیز اندازه‌گیری می‌کند. از سوی دیگر، میدان ژئومغناطیسی می‌تواند با وجود مواد آهنی، منحرف شود، که تخمین‌های اشتباهی مبتنی بر مغناطیس سنج ارائه می‌گردد. علاوه بر این، از آنجایی که خطای انتگرال‌گیری در طول زمان بدون محدودیت افزایش می‌یابد، ژيروسکوپ‌های MEMS برای تخمین جهت‌گیری در مدت زمان کوتاهی دچار خطاهای بسیار زیاد می‌شوند. بنابراین، الگوریتم‌های ترکیب داده^۴ مختلفی در مقالات متعدد برای دستیابی به یک تخمین دقیق و قابل اعتماد پیشنهاد شده است [۲]. ترکیب داده، یک فرآیند تخمین تطبیقی است، که برای تعیین وضعیت تحت عدم اطمینان مورد استفاده قرار می‌گیرد. به عبارت دیگر با تلفیق داده سنسورهای مختلف می‌توان اختلالات موجود میان اندازه‌گیری سنسورها را حذف کرده و ساختار منطقی از اطلاعات موجود به دست آورد. ترکیب داده امروزه به طور گسترده در سیستم‌های هوافضایی رایج شده و یکی از هسته‌های اصلی برای انجام عملیات‌های خودمختار به حساب می‌آید.

الگوریتم‌های ترکیب داده با توجه به اینکه سیستم مورد بررسی دارای دینامیک خطی یا غیرخطی باشد به دو حالت کلی تقسیم‌بندی

کلی با دو نوع خطا مواجه هستیم، مورد اول خطاهای قطعی که به دلیل نقص در ساخت و نصب است و نوع دیگر، خطاهای تصادفی است که به دلیل تغییرات تصادفی بایاس یا فاکتور مقیاس در طول زمان رخ می‌دهد [۷]. لذا خطاهای تاثیرگذار روی ژيروسکوپ عبارت است از: الف) خطای ناهمراستایی، نتیجه عدم همراستایی محورهای حسگر است و معمولاً به عنوان خطای قطعی تلقی می‌شود. ب) فاکتور مقیاس، نشان دهنده حساسیت سنسور است و به دلیل افزایش عمر یا عواملی مانند شرایط ساخت به وجود می‌آید. این قسمت معمولاً بین یک قسمت خطی و غیر خطی تقسیم می‌شود، جایی که قسمت خطی از کالیبراسیون بدست می‌آید، در حالی که غیر خطی با یک فرآیند تصادفی مدل سازی می‌شود [۱۰]. فاکتور مقیاس یک ترم خطای ضربی است که در سرعت زاویه‌ای واقعی ضرب شده و منجر به استاندارد شدن خروجی سنسور می‌شود.



شکل ۱- نمودار خطای فاکتور مقیاس [۱۰]

بایاس، به دو حالت بایاس روشن شدن و دریافت-بایاس تقسیم می‌شود: بایاس روشن بودن ثابت است، اما با هر بار روشن شدن مقدار متفاوتی خواهد داشت. این خطا به عنوان خطای قطعی در نظر گرفته می‌شود. دریافت-بایاس دارای رفتار تصادفی است و بایستی با یک فرآیند تصادفی مدل سازی شود. با در نظر گرفتن برخی از خطاهای بیان شده، می‌توان مدل ارائه شده در معادله (۱) را برای ژيروسکوپ در نظر گرفت [۱۱].

$$\omega_m = (I + SF)\omega + b(t) + n_g \quad (1)$$

$$b(t) = b_0 + b_1(t)$$

در معادلات فوق، SF یک ماتریس 3×3 در 3 برای بیان خطای فاکتور مقیاس (شکل ۱)، $b(t)$ بردار 3 در 1 بایاس متغییر با زمان و n_g بردار 3 در 1 نویز جمعی سفید گوسی می‌باشد. خطای بایاس که در معادله (۱) بیان شده دارای ترم‌های b_0 بایاس روشن شدن یا بایاس ثابت (با واحد اندازه‌گیری درجه بر ثانیه یا رادیان بر ثانیه) و $b_1(t)$ بایاس متغییر با زمان یا پایداری بایاس (با واحد اندازه‌گیری درجه بر ساعت)، می‌باشد [۱].

تراشه MPU-6500، ژيروسکوپ سه محوره و شتاب سنج سه محوره است با تراشه AK8963، و مغناطیس سنج سه محوره تشکیل شده است. این ماژول از پروتکل I2C، تا ۴۰۰ کیلوهرتز و پروتکل SPI، تا ۱ مگاهرتز برای تنظیمات ریجستری و ۲۰ مگاهرتز برای خواندن داده پشتیبانی می‌کند.

مشخصه‌های سنسورها

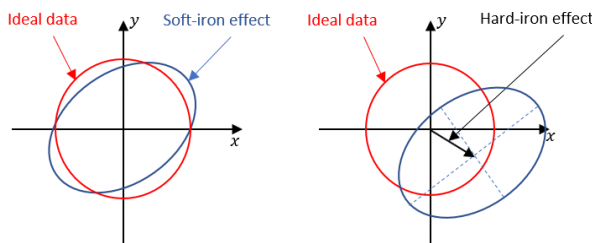
ژيروسکوپ به عنوان یک ابزار الکترومکانیکی، در معرض خطاهای بسیاری ناشی از ناهمراستایی محور، بایاس ثابت، بایاس انحراف، خطای فاکتور مقیاس ثابت و نامتقارن است.

بایاس انحراف، اصلی‌ترین منبع خطای اثرگذار بر دقت ژيروسکوپ است که در صورت عدم تصحیح با مرجع خارجی، به دلیل انتگرال‌گیری از نرخ‌های زاویه‌ای، منجر به انحراف فراوان از موقعیت صحیح خواهد شد. شتاب‌سنج به عنوان یک سنسور مکمل برای تصحیح خطای ژيروسکوپ مورد استفاده قرار می‌گیرد. زیرا خروجی شتاب‌سنج با گذشت زمان دچار واگرایی نمی‌شود. اما نکته منفی در عملکرد شتاب‌سنج، تاثیرپذیری آن از ارتعاشات محیطی و نویزهای فرکانس بالا است. به علت تاثیر پارامترهای مختلف بر عملکرد سنسور، شتاب‌سنج‌های میکروالکترومکانیکی با مشخصه‌های مختلف، برای مقاصد گوناگون طراحی می‌شوند و از این جهت بازه دینامیکی و فرکانسی متفاوتی خواهند داشت. به طور کلی، هرچه توانایی شتاب‌سنج برای اندازه‌گیری شتاب‌های بالا افزایش یابد، حساسیت آن کاهش می‌یابد، میزان نویز آن بالاتر بوده و پهنای باند بزرگتری به دست می‌آید. از طرف دیگر، هرچه شتاب‌سنج بخواهد دقیق‌تر شود و کمینه شتاب قابل اندازه‌گیری در آن کاهش یابد، لازم است حساسیت آن افزایش یابد، نویز آن پایین‌تر باشد و در این حالت پهنای باند کوچک‌تری به دست خواهد آمد. مغناطیس‌سنج به عنوان عامل تصحیح‌کننده دیگر برای انحراف ژيروسکوپ مطرح است اما تاثیرپذیری از میدان‌های مغناطیسی ناخواسته محیط (آهن نرم و سخت) و خطاهای ابزاری مانند فاکتور مقیاس، آفست و ... بر عملکرد آن تاثیر منفی خواهد داشت که البته می‌توان این نوع خطاها را تا حدود زیادی با کالیبراسیون برطرف نمود.

مدل سنسورها

در این بخش، مدل مرسوم سنسورهای شتاب‌سنج، ژيروسکوپ و مغناطیس‌سنج برای استفاده در الگوریتم ترکیب داده ارائه شده است. ژيروسکوپ سرعت زاویه‌ای جسمی که به آن متصل است را اندازه‌گیری می‌کند. به طور کلی، اندازه‌گیری ژيروسکوپ تحت تاثیر چندین نوع خطا قرار می‌گیرد که بایستی برای به دست آوردن دقت بالا، در مدل اندازه‌گیری سنسور لحاظ شود. در حالت

اغتشاشی، از موادی حاصل می‌شود که در پاسخ به یک میدان اعمال شده خارجی، میدان مغناطیسی تولید می‌کنند. این میدان تولید شده تحت تأثیر اندازه و جهت میدان مغناطیسی اعمال شده بیرونی قرار می‌گیرد. به چنین اغتشاشاتی، انحراف ناشی از “ آهن نرم ” گفته می‌شود [۱۰]. در یک جسم در حال حرکت، جهت میدان مغناطیسی زمین نسبت به جسم (و هر نوع ماده، از جنس آهن نرم موجود در جسم) به طور مداوم تغییر می‌کند. بنابراین، خطاهای آهن نرم متغیر با زمان است. در شکل ۳ تاثیرات آهن سخت و آهن نرم بر روی داده‌های خروجی مغناطیس سنج به صورت شماتیک ارائه شده است. تاثیر این خطاها با کالیبراسیون مغناطیس سنج کاهش می‌یابد.



شکل ۳- نمودار بیان خطای آهن سخت و آهن نرم در مغناطیس سنج [۱۰]

یک مدل جامع ریاضی برای خطای خروجی یک مغناطیس سنج را می‌توان به صورت معادله (۴) بیان کرد.

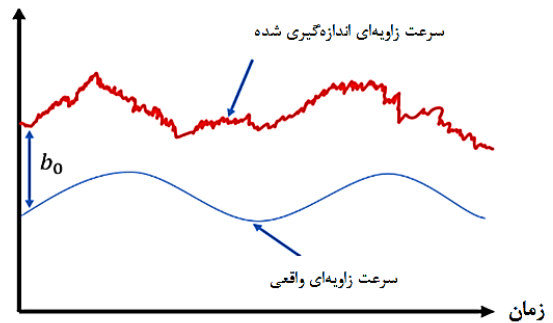
$$m_m = C_m C_{sf} C_{si} (m + b + w_m) \quad (4)$$

در این مدل، m_m میدان اندازه‌گیری شده یا تخمین زده شده، m میدان مغناطیسی واقعی b خطای آهن سخت، w_m نویز سفید گاوسی، C_m خطای ناهمراستایی، C_{sf} خطای فاکتور مقیاس و C_{si} خطای آهن نرم می‌باشد. لازم به ذکر است خطای فاکتور مقیاس، خطای ناهمراستایی و خطای آهن نرم ماتریس‌های سه در سه هستند که طبق معادلات (۵) تا (۷) محاسبه خواهند شد.

$$C_{si} = \begin{bmatrix} a_{xx} & a_{xy} & a_{xz} \\ a_{yx} & a_{yy} & a_{yz} \\ a_{zx} & a_{zy} & a_{zz} \end{bmatrix} \quad (5)$$

ترم‌های a_{ij} نشان دهنده ضرایب موثر آهن نرم است و ثابت‌های تناسب بین میدان مغناطیسی اعمال شده بر روی آهن نرم و میدان مغناطیسی ناشی از آن است. از نظر نمادگذاری، به عنوان مثال، a_{xy} نشان دهنده ضریب موثر مربوط به میدان تولید شده در جهت x در پاسخ به یک میدان اعمال شده در جهت y است. خطای فاکتور مقیاس با استفاده ماتریس سه در سه C_{sf} به صورت زیر در معادله (۶) محاسبه می‌شود.

سرعت زاویه‌ای



شکل ۲- نمودار خطای بایاس [۱]

شتاب‌سنج‌ها دارای منابع مختلف خطا هستند که در انواع مختلف این سنسورها تفاوت‌های اندکی وجود دارد. در معادله (۲) مدل متداول خطا برای شتاب‌سنج‌ها ارائه شده است [۱]. به طور معمول، اندازه‌گیری ارائه شده در راستای محور X توسط شتاب‌سنج (\tilde{a}_x) را می‌توان طبق معادله (۲) با توجه به شتاب اعمال شده در امتداد همین محور (a_x) و شتاب‌هایی که به ترتیب در امتداد محورهای a_y و a_z عمل می‌کنند، بیان کرد.

$$\tilde{a}_x = (I + SF)a_x + M_y a_y + M_z a_z + B_f + n_a \quad (2)$$

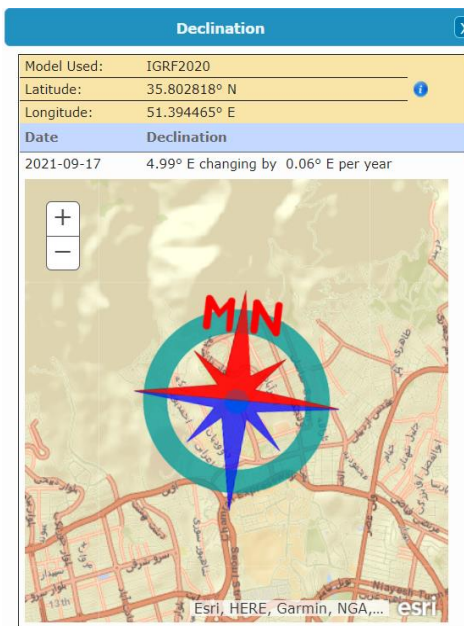
در معادله فوق، SF خطای فاکتور مقیاس (که معمولاً به صورت چند جمله‌ای بیان می‌شود و شامل اثرات غیرخطی است)، M_y و M_z عوامل محورهای متقابل، B_f بایاس اندازه‌گیری، n_a نویز تصادفی است [۱].

بایاس و فاکتور مقیاس از اصلی‌ترین منابع خطای قطعی و ترم آخر معادله (۲) به عنوان خطای تصادفی در خروجی سنسور شتاب‌سنج مطرح می‌باشد (شکل ۲). به همین جهت برای ساده‌سازی، می‌توان مدل خطای مرسوم را به صورت زیر طبق معادله (۳) شرح داد:

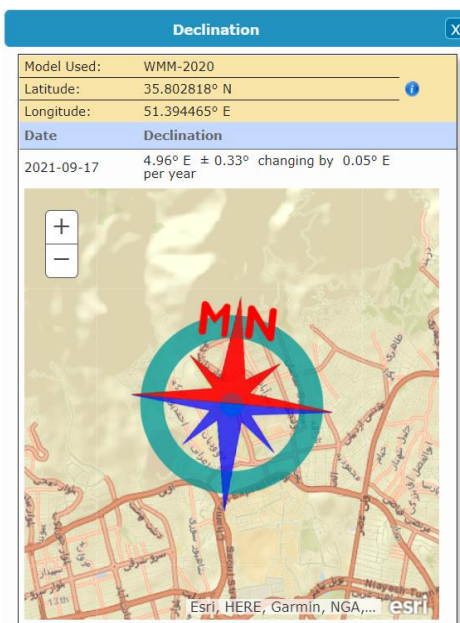
$$\tilde{a}_x = (I + SF)a_x + B_f + n_a \quad (3)$$

مغناطیس‌سنج تحت تاثیر بایاس و انحراف تصادفی به دلیل نقص سنسور، خطاهای نصب و تداخل مغناطیسی ناخواسته در مجاورت سنسورها مختلف و غیره، دچار خطا در اندازه‌گیری می‌شود. میدان‌های مغناطیسی اغتشاشی را می‌توان به دو گروه مجزا طبقه بندی کرد. گروه اول، متشکل است از میدان ثابت یا میدان‌هایی که به آهستگی با زمان تغییر کند. این اغتشاشات توسط مواد ساختاری فرومغناطیسی در نزدیکی مغناطیس‌سنج تولید می‌شود. خطاهای اندازه‌گیری ناشی از چنین تداخل‌هایی، اغتشاشات “ آهن سخت ” نامیده می‌شوند. گروه دوم میدان‌های مغناطیسی

جهانی مغناطیسی (WMM) (ب) مدل بین‌المللی مرجع میدان ژئومغناطیسی (IGRF) (و ج) مدل مغناطیسی پیشرفته (EMM) محاسبه شده است که نتایج در شکل ۵ تا شکل ۷ قابل مشاهده است. نتایج میل مغناطیسی معمولاً تا ۳۰ دقیقه از کمان (یا ۰/۵ درجه) دقت دارند، اما عوامل محیطی می‌توانند باعث بروز اختلال در میدان مغناطیسی شوند.



شکل ۵- میل مغناطیسی در دانشگاه شهید بهشتی بر اساس روش IGRF2020



شکل ۶- میل مغناطیسی در دانشگاه شهید بهشتی بر اساس روش WMM-2020

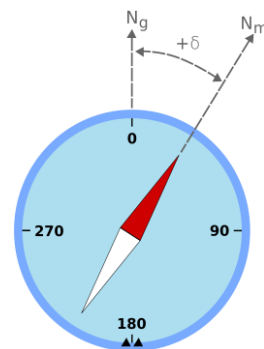
$$C_{sf} = \begin{bmatrix} (1 + S_{fx}) & 0 & 0 \\ 0 & (1 + S_{fy}) & 0 \\ 0 & 0 & (1 + S_{fz}) \end{bmatrix} \quad (۶)$$

خطاهای فاکتور مقیاس S_{fx} ، S_{fy} و S_{fz} عدم اطمینان در اطلاعات مربوط به ثابت‌های تناسب ورودی به خروجی مغناطیس‌سنج را نشان می‌دهد. در یک حالت ایده آل، سه محور مغناطیس‌سنج با محورهای بدنی جسم مورد نظر در یک راستا نصب می‌شود. به عبارت دیگر، محورهای مغناطیس‌سنج با محورهای بدنی جسم یکسان خواهند بود. اما در عمل این مهم به طور کامل برآورده نخواهد شد. ماتریس C_m بیانگر این ناهمراستایی می‌باشد. از آنجا که با توجه به تعریف خطاهای ناهمراستایی بسیار کوچک هستند اما قابل اغماض نیستند، ماتریس C_m را می‌توان به صورت معادله (۷) تعریف کرد.

$$C_m = \begin{bmatrix} 1 & -\epsilon_z & \epsilon_y \\ \epsilon_z & 1 & -\epsilon_x \\ -\epsilon_y & \epsilon_x & 1 \end{bmatrix} \quad (۷)$$

سه پارامتر مستقل ϵ_x ، ϵ_y و ϵ_z ، چرخش‌های کوچکی را حول محورهای بدنی جسم نشان می‌دهد که محورهای سنسور را با محورهای بدنی در یک راستا قرار می‌دهد [۱۰].

همانطور که بیان شد، مغناطیس‌سنج برای اندازه‌گیری بردار واحد میدان مغناطیسی محلی استفاده می‌شود. از آنجایی که میدان مغناطیسی در طول زمان متغیر است، برای بیان جهت‌گیری نسبت به شمال واقعی نیاز است که زاویه انحراف شمال مغناطیسی از شمال واقعی اندازه‌گیری شود [۱۲]. این زاویه که با نام میل مغناطیسی^۵ (شکل ۴) شناخته می‌شود (بر حسب رادیان) را می‌توان از طریق جدول مربوطه یا داده‌های آنلاین به‌دست آورد.



شکل ۴- تعریف میل مغناطیسی: زاویه بین شمال مغناطیسی و شمال جغرافیایی [۱۲]

میل مغناطیسی در محدوده دانشگاه شهید بهشتی با استفاده از سایت NOAA به صورت آنلاین به سه روش: الف) آخرین مدل

$$M_p = R_x(\varphi)R_y(\theta)R_z(\psi) C_{si} M \begin{bmatrix} \cos \delta \\ 0 \\ \sin \delta \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_x \\ b_y \\ b_z \end{bmatrix} \quad (10)$$

$$R_z(\psi) = \begin{bmatrix} \cos \psi & \sin \psi & 0 \\ -\sin \psi & \cos \psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$R_y(\theta) = \begin{bmatrix} \cos \theta & 0 & -\sin \theta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \theta & 0 & \cos \theta \end{bmatrix} \quad (11)$$

$$R_x(\varphi) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \varphi & \sin \varphi \\ 0 & -\sin \varphi & \cos \varphi \end{bmatrix}$$

معادله کلی مغناطیس سنج با در نظر گرفتن خطاهای آهن سخت و آهن نرم به صورت معادله (۱۶) بیان شده است. لازم به ذکر است در این پژوهش خطاهای آهن سخت و آهن نرم در بخش کالیبراسیون لحاظ شده است. با در نظر گرفتن معادله (۱۴) و ضرب معکوس ماتریس‌های رول و پیچ (طبق معادله ۱۸)، مراحل به دست آوردن زوایای وضعیت (θ و φ) حاصل از داده شتابسنج به صورت زیر خواهد بود.

$$R_y(-\theta)R_x(-\varphi) G_p = R_y(-\theta)R_x(-\varphi) \begin{bmatrix} A_{px} \\ A_{py} \\ A_{pz} \end{bmatrix} \quad (12)$$

$$= R_z(\psi) \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ g \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ g \end{bmatrix}$$

بردار $[A_{px} \ A_{py} \ A_{pz}]^T$ شامل مولفه‌های بردار گرانش می‌باشد که توسط شتابسنج اندازه‌گیری شده است. با توجه به معادله (۱۸) خواهیم داشت.

$$\begin{bmatrix} \cos \theta & 0 & -\sin \theta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \theta & 0 & \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \varphi & \sin \varphi \\ 0 & -\sin \varphi & \cos \varphi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_{px} \\ A_{py} \\ A_{pz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ g \end{bmatrix} \quad (13)$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta \sin \varphi & \sin \theta \cos \varphi \\ 0 & \cos \varphi & -\sin \varphi \\ -\sin \theta & \cos \theta \sin \varphi & \cos \theta \cos \varphi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_{px} \\ A_{py} \\ A_{pz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ g \end{bmatrix}$$

با استفاده از مولفه‌های y از معادله (۱۹) می‌توان زاویه پیچ را به صورت معادله (۲۰) به دست آورد.

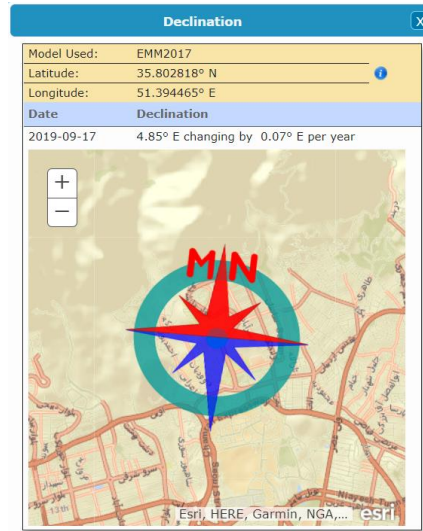
$$\cos \varphi G_{py} - \sin \varphi G_{pz} = 0 \quad (14)$$

$$\Rightarrow \varphi = \tan^{-1}\left(\frac{G_{py}}{G_{pz}}\right) \quad (15)$$

همچنین با استفاده از مولفه‌های x از معادله (۱۹) می‌توان زاویه رول را نیز به صورت زیر طبق معادلات (۲۲) و (۲۳) به دست آورد.

$$\cos \theta G_{px} + \sin \theta \sin \varphi G_{py} + \sin \theta \cos \varphi G_{pz} = 0 \quad (16)$$

$$\Rightarrow \theta = \tan^{-1}\left(\frac{-G_{px}}{\sin \varphi G_{py} - \cos \varphi G_{pz}}\right) \quad (17)$$



شکل ۷- میل مغناطیسی در دانشگاه شهید بهشتی بر اساس روش EMM2017

الگوریتم‌های ترکیب داده

روش‌های تخمین وضعیت با توجه به مشاهدات یا اندازه‌گیری‌ها، برای تعیین وضعیت جسم صلب مورد نظر استفاده می‌شود. برای تخمین وضعیت از الگوریتم‌های ترکیب داده استفاده می‌شود، زیرا تعیین وضعیت کلی جسم صلب می‌تواند از حسگرها یا منابع مختلف حاصل شود. استفاده از حسگرهای مختلف به این خاطر است که اندازه‌گیری و مشاهدات سنسورها می‌تواند جزء داده‌های مطلوب مسئله نبوده و با نویزها و اختلالات وارد شده به سیستم ترکیب شده باشد. الگوریتم‌های پیاده‌سازی شده بر روی ماژول mpu9250 در ادامه بحث به صورت اجمالی بررسی و معادلات مربوطه ارائه گردیده است.

مدل محاسباتی سنسورهای شتابسنج و مغناطیس سنج

داده حاصل از شتابسنج در حالت استاتیک نمایانگر تغییرات بردار گرانش زمین می‌باشد. می‌توان با مرجع قرار دادن بردار گرانش، براساس داده خروجی شتابسنج، زاویه رول و پیچ را به دست آورد. مقادیر اندازه‌گیری شده توسط شتابسنج، A_p و مغناطیس سنج M_p پس از سه دوران متوالی $R_z(\psi)$ ، $R_y(\theta)$ و $R_x(\varphi)$ به ترتیب در معادلات (۱۴) تا (۱۷) شرح داده شده است.

$$A_p = R_x(\varphi)R_y(\theta)R_z(\psi) A_r$$

$$= R_x(\varphi)R_y(\theta)R_z(\psi) \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ g \end{bmatrix} \quad (8)$$

$$M_p = R_x(\varphi)R_y(\theta)R_z(\psi) M_r$$

$$= R_x(\varphi)R_y(\theta)R_z(\psi) M \begin{bmatrix} \cos \delta \\ 0 \\ \sin \delta \end{bmatrix} \quad (9)$$

$$\begin{bmatrix} \theta_{Acc} \\ \varphi_{Acc} \end{bmatrix}_k = \alpha \begin{bmatrix} \theta_{Acc} \\ \varphi_{Acc} \end{bmatrix}_{k-1} + (1 - \alpha) \begin{bmatrix} \theta_{Acc} \\ \varphi_{Acc} \end{bmatrix}_k \quad (21)$$

برای محاسبه زوایای وضعیت از طریق سنسور ژيروسکوپ، بایستی از روش‌های انتگرال‌گیری بهره گرفت. برای این کار از رابطه (۲۲) استفاده شده است.

$$\begin{bmatrix} \theta_{gyro} \\ \varphi_{gyro} \\ \psi_{gyro} \end{bmatrix}_k = \begin{bmatrix} \theta_{gyro} \\ \varphi_{gyro} \\ \psi_{gyro} \end{bmatrix}_{k-1} + \begin{bmatrix} G_y \\ G_x \\ G_z \end{bmatrix} . dt \quad (22)$$

در این رابطه $G_{x,y,z}$ نرخ زاویه‌ای اندازه‌گیری شده از طریق ژيروسکوپ، حول محورهای x ، y و z و همچنین dt بازه زمانی اندازه‌گیری تغییرات می‌باشد. این روش دارای خطا می‌باشد زیرا نویز وارد شده به سیستم در محاسبات جمع شده و بعد از مدت کوتاهی داده‌ها غیرقابل استفاده می‌گردد. لذا می‌توان داده ژيروسکوپ و شتابسنج را ترکیب کرده و داده دقیق‌تری به دست آورد. فیلتر مکمل، استفاده شده است. رابطه این الگوریتم برای زوایای وضعیت در معادله (۲۳) بیان شده است.

$$\begin{bmatrix} \theta \\ \varphi \end{bmatrix}_k = \alpha \left(\begin{bmatrix} \theta_{gyro} \\ \varphi_{gyro} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} G_y \\ G_x \end{bmatrix} . dt \right) + (1 - \alpha) \begin{bmatrix} \theta_{Acc} \\ \varphi_{Acc} \end{bmatrix} \quad (23)$$

با اعمال این فیلتر خروجی قابل قبولی از زوایای وضعیت مشاهده می‌شود. لازم به ذکر است به دلیل عدم امکان محاسبه زاویه سمت با استفاده از شتابسنج، داده مربوط به این زاویه در معادله (۲۳) استفاده نشده است.

فیلتر کالمن

هدف از فیلتر کردن، استخراج اطلاعات مورد نیاز از یک سیگنال دارای نویز می‌باشد. فیلتر کالمن یک روش بهینه بازگشتی است که با وجود نویز در سیستم، داده قابل قبولی برای یک سیستم خطی ارائه می‌دهد [۱۴]. مدت‌هاست که فیلتر کالمن به عنوان راه حل بهینه برای بسیاری از کاربردهای ردیابی و پیش‌بینی داده مورد استفاده قرار می‌گیرد. در صورتی که معادله سیستم به صورت معادله (۲۴) باشد.

$$\vec{x}_{t+1} = A \vec{x}_t + \vec{w}_t \quad (24)$$

در این معادله، \vec{x}_t بردار حالت در زمان t ، ماتریس انتقال حالت فرآیند از حالت t به حالت $t+1$ و \vec{w}_t نویز سفید گاوسی می‌باشد. معادله مشاهدات یا خروجی را می‌توان به صورت معادله (۲۵) در نظر گرفت.

$$\vec{y}_t = C \vec{x}_t + \vec{v}_t \quad (25)$$

در این معادله؛ \vec{y}_t اندازه‌گیری واقعی x در زمان t ، ماتریس انتقال بین بردار حالت و بردار اندازه‌گیری و \vec{v}_t خطای اندازه‌گیری، به صورت نویز سفید گاوسی می‌باشد. معادلات فیلتر کالمن به دو بخش پیش‌بینی

با توجه به اینکه زوایای وضعیت از داده‌های شتابسنج حاصل شد، زاویه سمت با استفاده از سنسور مغناطیس‌سنج و معادله (۱۵) به صورت زیر طبق معادله (۲۴) به دست خواهد آمد.

$$\begin{aligned} & R_z(\psi) \begin{bmatrix} M \cos \delta \\ 0 \\ M \sin \delta \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \cos \psi & \sin \psi & 0 \\ -\sin \psi & \cos \psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} M \cos \delta \\ 0 \\ M \sin \delta \end{bmatrix} \\ &= R_y(-\theta) R_x(-\varphi) B_p \\ &\Rightarrow \begin{bmatrix} \cos \psi & M \cos \delta \\ -\sin \psi & M \cos \delta \\ M \sin \delta \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \cos \psi & \sin \psi & 0 \\ -\sin \psi & \cos \psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \theta & 0 & -\sin \theta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \theta & 0 & \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} B_{px} \\ B_{py} \\ B_{pz} \end{bmatrix} \quad (18) \\ &= \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta \sin \varphi & \sin \theta \cos \varphi \\ 0 & \cos \varphi & -\sin \varphi \\ -\sin \theta & \cos \theta \sin \varphi & \cos \theta \cos \varphi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} B_{px} \\ B_{py} \\ B_{pz} \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} B_{px} \cos \theta + B_{py} \sin \theta \sin \varphi + B_{pz} \sin \theta \cos \varphi \\ B_{py} \cos \varphi - B_{pz} \sin \varphi \\ B_{px} \sin \theta + B_{py} \cos \theta \sin \varphi + B_{pz} \cos \theta \cos \varphi \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} B_{fx} \\ B_{fy} \\ B_{fz} \end{bmatrix} \end{aligned}$$

بردار $[B_{fx} \ B_{fy} \ B_{fz}]^T$ نمایانگر مولفه‌های سنسور مغناطیس‌سنج بعد از اعمال کالیبراسیون خطای آهن سخت و آهن نرم می‌باشد. با در نظر گرفتن مولفه‌های x و y معادله (۲۴) زاویه سمت به صورت زیر، در معادله (۲۵) و (۲۶) قابل محاسبه می‌باشد.

$$\begin{aligned} \cos \psi \ M \cos \delta &= B_{fx} \\ \sin \psi \ M \cos \delta &= -B_{fy} \end{aligned} \quad (19)$$

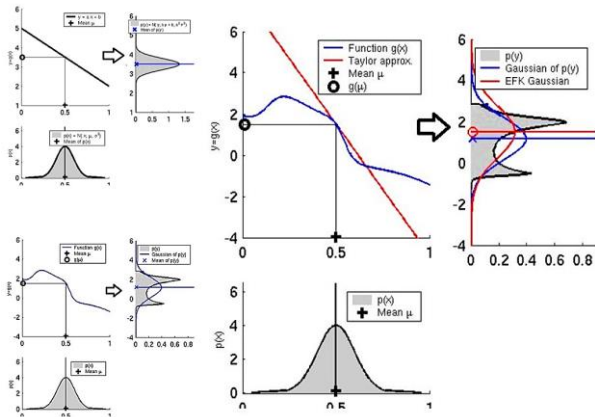
$$\psi = \tan^{-1} \left(\frac{-B_{fy}}{B_{fx}} \right) \quad (20)$$

فیلتر مکمل

در صورتی که اندازه‌گیری زاویه از طریق شتابسنج مطلوب مسئله باشد، شتاب‌های دینامیکی وارد شده به جسم به عنوان نویز تلقی خواهد شد. برای رفع این مشکل از فیلتر پایین‌گذر استفاده شده است. این فیلتر داده‌های با فرکانس پایین را عبور داده و داده‌های با فرکانس بالا را عبور نمی‌دهد. الگوریتم فیلتر پایین‌گذر به این صورت است که، داده‌های قدیمی با ارزش‌گذاری بالاتر، و داده‌های جدید با ارزش‌گذاری کمتری در نظر گرفته می‌شود. به موجب این فیلتر، تاثیر پذیری سیستم از نویزهای اعمالی که غالباً فرکانس بالایی دارند کاهش یافته، اما اعمال فیلتر مذکور باعث بروز تاخیر پاسخگویی سیستم خواهد شد [۱۳]. رابطه‌ی ریاضیاتی مورد استفاده در معادله (۲۱) بیان شده است.

فیلتر کالمن تعمیم یافته

همانطور که بیان شد، فیلتر کالمن یک روش بهینه برای سیستم‌های خطی ارائه می‌دهد، لذا برای سیستم‌های غیرخطی بایستی از روش‌های دیگری استفاده گردد. فیلتر کالمن تعمیم یافته با استفاده از خطی‌سازی با سری تیلور راه حل معمول برای سیستم‌های غیرخطی به حساب می‌آید [۱۷]. در شکل ۹ به صورت شماتیک مشاهده می‌شود که بیان توزیع گاوسی با استفاده از تابع خطی به توزیع گاوسی منجر می‌شود که این مسئله برای به دست آوردن داده مطلوب از فیلتر کالمن امری ضروری است، اما در حالتی که سیستم دارای دینامیک غیرخطی باشد توزیع احتمالاتی به صورت گاوسی نخواهد بود لذا از خطی‌سازی تابع غیرخطی با عنوان فیلتر کالمن تعمیم یافته استفاده شده است [۶].



شکل ۹- نمودار توضیح فیلتر کالمن تعمیم یافته [۶]

فرض می‌شود تابع چگالی احتمال گاوسی با میانگین η_F^k و کواریانس V_F^k باشد، در این صورت معادله (۳۳) حاصل خواهد شد.

$$p(x_k | Y_1^k) \sim \mathcal{N}(x_k - \eta_F^k, V_F^k) = \mathcal{N}(x_k - \hat{x}(k|k), P(k|k)) \quad (33)$$

معادله دینامیک غیرخطی سیستم به صورت معادله (۳۴) خواهد بود.

$$x_{k+1} = f_k(x_k) + \omega_k \quad (34)$$

و همین‌طور از قانون بیز، تابع چگالی احتمال x_{k+1} بر اساس Y_1^k داده شده به صورت معادله (۳۵) حاصل می‌گردد [۱۸].

$$p(x_k | Y_1^k) = \int_{-\infty}^{\infty} p(x_{k+1} | x_k) p(x_k | Y_1^k) dx_k$$

$$p(x_k | Y_1^k) = \int_{-\infty}^{\infty} p_{\omega_k}(x_{k+1} - f_k(x_k)) p(x_k | Y_1^k) dx_k \quad (35)$$

که با توجه به توزیع گاوسی معادله (۳۶) حاکم خواهد بود.

(معادلات (۲۶) و (۲۷)) و برزورسانی (معادلات (۲۸) تا (۳۲)) تقسیم می‌شود [۱۵].

$$\hat{x}_t = A \hat{x}_{t-1} + B \hat{u}_t \quad (26)$$

$$P_t = A P_{t-1} A^T + Q \quad (27)$$

$$\tilde{y}_t = z_t - C \cdot \hat{x}_t \quad (28)$$

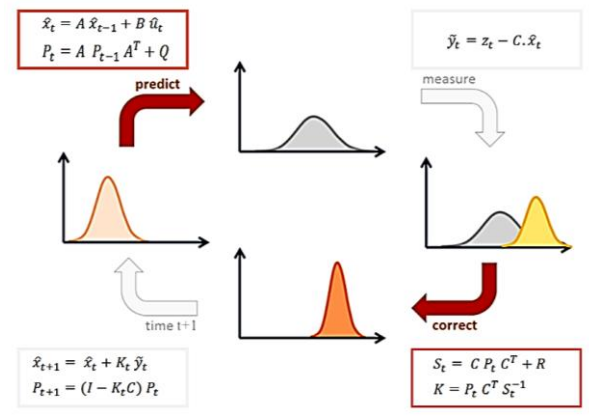
$$S_t = C P_t C^T + R \quad (29)$$

$$K = P_t C^T S_t^{-1} \quad (30)$$

$$\hat{x}_{t+1} = \hat{x}_t + K_t \tilde{y}_t \quad (31)$$

$$P_{t+1} = (I - K_t C) P_t \quad (32)$$

پارامترهای موثر در این معادلات عبارت‌اند از: P ماتریس کواریانس، K بهره کالمن، Q ماتریس کواریانس نویز فرآیند و R ماتریس کواریانس نویز اندازه‌گیری می‌باشد. مقدار اولیه ماتریس کواریانس خطا (P) بایستی با توجه به اطلاعاتی که از سیستم موجود است انتخاب گردد. بر همین اساس در صورتی که از حدس اولیه مطمئن نباشیم بایستی مقادیر بزرگ برای ماتریس P در نظر بگیریم در غیر این صورت می‌توان مقادیر کوچکتری انتخاب کرد [۱۶]. شمای الگوریتم فیلتر کالمن در شکل ۸ نمایش داده شده است.



شکل ۸- شمای الگوریتم فیلتر کالمن

Q و R به ترتیب ماتریس کواریانس نویز فرآیند و ماتریس کواریانس نویز اندازه‌گیری می‌باشند. در صورتی که مدل دینامیکی سیستم دقیق نباشد مقادیر بزرگ‌تر برای Q انتخاب می‌شود. در صورتی که سنسورها دارای نویز زیاد باشند، مقادیر بزرگ برای R در نظر گرفته می‌شود. پارامترهای مربوط به نویز هر سنسور در دیتاشیت سنسور موجود است. لازم به ذکر است ماتریس‌های P ، Q و R ماتریس‌های قطری هستند.

پس، معادله خطی‌سازی شده دینامیک نیز حول η_F^k با $p(x_k|Y_1^k)$ نیز یک تابع چگالی احتمال گوسی با میانگین η_F^{k+1} و ماتریس کوواریانس V_P^{k+1} می‌باشد. میانگین‌ها و کوواریانس‌ها در معادله (۴۲) تا معادله (۴۷) به دست آمده است [۱۸].

$$\eta_F^{k+1} = \nabla f_k|_{\eta_F^k} \cdot \eta_F^k + f_k(\eta_F^k) - \nabla f_k|_{\eta_F^k} \cdot \eta_F^k \quad (42)$$

$$V_P^{k+1} = Q_k + \nabla f_k|_{\eta_F^k} \cdot V_F^k \cdot \nabla f_k^T|_{\eta_F^k} \quad (43)$$

لازم به ذکر است، این مقادیر به عنوان تخمین حالت پیش‌بینی شده و کواریانس مرتبط با EKF بدست می‌آیند، به این صورت که طبق معادله (۴۲) و معادله (۴۳) دینامیک پیش‌بینی شده طبق معادلات (۴۴) و (۴۵) بیان می‌گردد.

$$\hat{x}(k+1|k) = \eta_F^{k+1} \quad (44)$$

$$P(k+1|k) = V_P^{k+1} \quad (45)$$

در معادلات (۴۶) و (۴۷) نیز η_F^{k+1} و V_F^{k+1} به دست آمده است.

$$\eta_F^{k+1} = \eta_P^{k+1} + V_P^{k+1} \nabla h_{k+1}^T (\nabla h_{k+1} V_P^{k+1} \nabla h_{k+1}^T + R_{k+1})^{-1} [y_{k+1} - h_{k+1}(\eta_P^{k+1})] \quad (46)$$

$$\begin{aligned} V_P^{k+1} &= V_F^{k+1} \nabla h_{k+1}^T R_{k+1}^{-1} \nabla h_{k+1} V_P^{k+1} + V_F^{k+1} \\ V_P^{k+1} &= V_F^{k+1} [I - \nabla h_{k+1}^T R_{k+1}^{-1} \nabla h_{k+1} V_P^{k+1}] \\ V_P^{k+1} &= V_F^{k+1} [I - \nabla h_{k+1}^T R_{k+1}^{-1} \nabla h_{k+1} V_P^{k+1}]^{-1} \end{aligned} \quad (47)$$

در نهایت، با استفاده از روابط قبل، فیلتر کالمن تعمیم‌یافته به عنوان یک فیلتر کالمن مناسب برای دینامیک غیرخطی به صورت زیر حاصل می‌گردد. در صورتی که معادله (۴۸) را در نظر گرفته شود.

$$\begin{aligned} \eta_P^{k+1} &= \hat{x}(k+1|k) \\ V_P^{k+1} &= P(k+1|k) \\ \eta_F^{k+1} &= \hat{x}(k+1|k+1) \\ V_F^{k+1} &= P(k+1|k+1) \end{aligned} \quad (48)$$

و همچنین

$$\begin{aligned} \nabla f_k|_{\eta_F^k} &= \nabla f_k|\hat{x}(k|k) = F(k) \\ \nabla h_{k+1}|_{\eta_P^{k+1}} &= \nabla h_{k+1}|\hat{x}(k+1|k) = H(k+1) \\ s_k &= f_k(\hat{x}(k|k)) - F(k) \cdot \hat{x}(k|k) \\ r(k+1) &= h_{k+1}(\hat{x}(k+1|k)) - H(k+1) \cdot \hat{x}(k+1|k) \end{aligned} \quad (49)$$

$$\begin{aligned} p_{\omega_k}(x_{k+1} - f_k(x_k)) &= \frac{1}{(2\pi)^{\frac{n}{2}} [\det Q_k]^{1/2}} \exp[-\frac{1}{2} (x_{k+1} - f_k(x_k))^T Q_k^{-1} (x_{k+1} - f_k(x_k))] \end{aligned} \quad (36)$$

معادله (۳۶) با توجه به غیرخطی بودن در x_k ، بیانگر تابع چگالی احتمال گوسی نمی‌باشد. به همین جهت بایستی $f_k(x_k)$ در معادله حول $\eta_F^k = \hat{x}(k|k)$ خطی‌سازی گردد. در اینجا ترم‌های مرتبه بالاتر خطی‌سازی نادیده گرفته می‌شود. معادله (۳۷) بیانگر این موضوع می‌باشد.

$$\begin{aligned} f_k(x_k) &\cong f_k(\eta_F^k) + \nabla f_k|_{\eta_F^k} \cdot [x_k - \eta_F^k] \\ &= f_k(\eta_F^k) - \nabla f_k|_{\eta_F^k} \cdot \eta_F^k + \nabla f_k|_{\eta_F^k} \cdot x_k \\ s_k &\cong f_k(\eta_F^k) - \nabla f_k|_{\eta_F^k} \cdot \eta_F^k \end{aligned} \quad (37)$$

$$\Rightarrow f_k(x_k) = s_k + \nabla f_k|_{\eta_F^k} \cdot x_k$$

در این معادلات ∇f_k بیانگر ژاکوبین ماتریس $f(\cdot)$ می‌باشد.

$$\nabla f_k = \frac{\partial f(x_k)}{\partial x(k)} \quad (38)$$

معادله خطی‌سازی شده سیستم به صورت معادله (۳۹) به دست خواهد آمد.

$$x_{k+1} = \nabla f_k \cdot x_k + \omega_k + [f_k(\eta_F^k) - \nabla f_k|_{\eta_F^k} \cdot \eta_F^k] \quad (39)$$

که به صورت خلاصه‌تر در معادله (۴۰) بیان می‌گردد [۱۹].

$$x_{k+1} = \nabla f_k \cdot x_k + \omega_k + s_k \quad (40)$$

مطابق معادله (۳۶) تابع چگالی احتمال را می‌توان به صورت زیر مطابق معادله (۴۱) بیان نمود.

$$\begin{aligned} p(x_k|Y_1^k) &= \int_{-\infty}^{\infty} p_{\omega_k}(x_{k+1} - \nabla f_k|_{\eta_F^k} \cdot x_k - s_k) \cdot p(x_k|Y_1^k) dx_k \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \mathcal{N}(x_{k+1} - \nabla f_k|_{\eta_F^k} \cdot x_k - s_k, Q_k) \cdot \mathcal{N}(x_k - \eta_F^k, V_F^k) dx_k \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \mathcal{N}(x_{k+1} - s_k - \nabla f_k|_{\eta_F^k} \cdot x_k, Q_k) \cdot \mathcal{N}(x_k - \eta_F^k, V_F^k) dx_k \end{aligned} \quad (41)$$

به این ترتیب، نتیجه می‌گیریم که اگر $p(x_k|Y_1^k)$ یک تابع چگالی احتمال گوسی با میانگین η_F^{k+1} و ماتریس کوواریانس V_F^{k+1} باشد،

$$\begin{aligned} \vec{y}_t &= h(\vec{x}_t, t) + \vec{v}_t \\ \vec{v}_k &\sim \mathcal{N}(0, R) \end{aligned} \quad (59)$$

در این معادله؛ \vec{y}_k اندازه‌گیری واقعی x در زمان t ، $h(\vec{x}_t, t)$ تابع غیرخطی اندازه‌گیری و \vec{v}_t خطای اندازه‌گیری، به صورت نویز سفید گاوسی می‌باشد. معادلات فیلتر کالمن تعمیم‌یافته نیز همانند فیلتر کالمن، به دو بخش پیش‌بینی (معادلات (۶۰) تا (۶۲)) و بخش برورسانی ((۶۳) تا (۶۶)) تقسیم می‌شود [۱۹].

$$\underline{x}_{n+1} = \underline{x}_n + T \cdot f(\underline{x}, \underline{u}) \quad (60)$$

$$A = \frac{\partial f}{\partial \underline{x}}(\underline{x}, \underline{u}) \quad (61)$$

$$P_{n+1} = P_n + T \cdot (AP_n + P_n A^T + Q) \quad (62)$$

$$C = \frac{\partial h}{\partial \underline{x}}(\underline{x}, \underline{u}) \quad (63)$$

$$K = P_{n+1} C^T \cdot (CP_{n+1} C^T + R) \quad (64)$$

$$P_{n+1} = (I - KC)P_{n+1} \quad (65)$$

$$\underline{x}_{n+1} = \underline{x}_{n+1} + K(\underline{y} - z(\underline{x}, \underline{u})) \quad (66)$$

ساخت، پیاده‌سازی و نتایج آزمایشگاهی

در این بخش، نتایج حاصل از تست‌های آزمایشگاهی بر اساس دینامیک نوسانی ارائه گردیده است. در حرکت‌های کنترل شده و آرام نتایج حاصل، مقایسه با واقعیت می‌باشد لذا برای تنظیم دقیق‌تر پارامترهای موثر در الگوریتم‌های تخمین، سکوی تست نوسانی طراحی و ساخته شده است. با ایجاد شرایط پیشنهادی و انجام تست‌های آزمایشگاهی، ضرایب الگوریتم‌های تخمین به گونه‌ای تنظیم شده است که با استفاده از مازول بسیار ارزان قیمت ۹۲۵۰ mpu نتایج قابل رقابت در شرایط عملیاتی حاصل شده است.

در این بخش الگوریتم‌های اعمال شده بر روی سنسور ۹۲۵۰ mpu با رفرنس قراردادن داده انکودر، مقایسه شده‌اند. زاویه پیچ در شکل ۱۰ تخمین زده شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود فیلتر کالمن تعمیم‌یافته نتایج بهتری را نشان می‌دهد. برای تخمین زاویه رول با استفاده از الگوریتم‌های تخمین مد نظر نمودار شکل ۱۱ ارائه شده است. تست‌های انجام شده نشان می‌دهد، فیلتر مکمل در حرکت‌های کُند در صورتی که ضرایب این فیلتر به درستی انتخاب گردد می‌تواند نتایج قابل قبولی ارائه دهد. اما با توجه به شکل ۱۱ مشاهده می‌شود که در حرکت‌های سریع داده قابل قبولی ارائه نداده و قادر به نشان دادن حرکت جسم مورد نظر نمی‌باشد. همان‌طور که مشاهده شد، فیلتر کالمن و کالمن تعمیم‌یافته عملکرد بهتری نسبت به فیلتر مکمل داشته‌اند. برای به دست آوردن زاویه سمت از سنسور مغناطیس سنخ به عنوان مکمل سنسور ژيروسکوپ استفاده می‌شود.

سیستمی را فرض کنید که مقادیر محاسبه شده مطابق با معادله (۵۰) در دینامیک آن گنجانده شده است.

$$x(k+1) = F(k)x(k) + \omega_k + s(k) \quad (50)$$

$$y(k+1) = H(k+1)x(k+1) + v_{k+1} + r(k+1) \quad (51)$$

که در این معادلات ω_k و v_{k+1} نویزهای سفید گاوسی، $s(k)$ و $r(k)$ مقادیر مشخص و مورد انتظار هستند. در این صورت معادلات حالت با توجه به روابط (۵۲) و (۵۳) به دست خواهد آمد.

$$\hat{x}(k+1|k) = f_k(\hat{x}(k|k)) \quad (52)$$

$$\begin{aligned} \hat{x}(k+1|k+1) &= \hat{x}(k+1|k) \\ &+ K(k+1)[y_{k+1} \\ &- h_{k+1}(\hat{x}(k+1|k))] \end{aligned} \quad (53)$$

که در این معادلات $K(k+1)$ ضریب کالمن می‌باشد که مطابق معادله (۵۴) تعیین می‌گردد.

$$\begin{aligned} K(k+1) &= P(k+1|k) \\ &- P(k+1|k) H^T(k) \\ &+ 1 [H(k) \\ &+ 1] P(k+1|k) H^T(k+1) \\ &+ R(k+1)]^{-1} \end{aligned} \quad (54)$$

$$P(k+1|k) = F(k)P(k|k)F^T(k) + Q(k) \quad (55)$$

$$\begin{aligned} P(k+1|k+1) &= P(k+1|k) \\ &- P(k+1|k)H^T(k) \\ &+ 1 [H(k) \\ &+ 1] P(k+1|k) H^T(k+1) \\ &+ R(k+1)]^{-1} H(k) \\ &+ 1] P(k+1|k) \end{aligned} \quad (56)$$

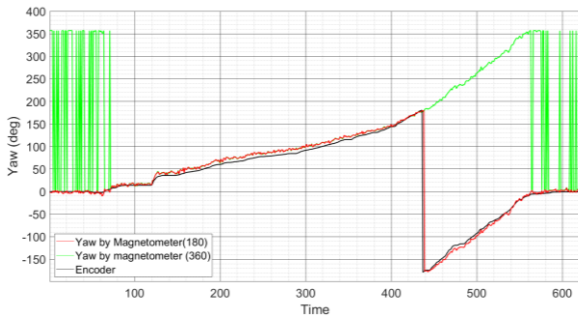
$$\begin{aligned} P(k+1|k+1) &= [I \\ &- K(k+1)H(k) \\ &+ 1] P(k+1|k) \end{aligned} \quad (57)$$

به بیان ساده‌تر، در صورتی که مدل سیستم به صورت معادله (۵۸) در نظر گرفته شده باشد، بردار حالت، $f(\vec{x}_t, t)$ تابع غیر خطی دینامیک سیستم و $\vec{\omega}_k$ نویز سفید گاوسی می‌باشد.

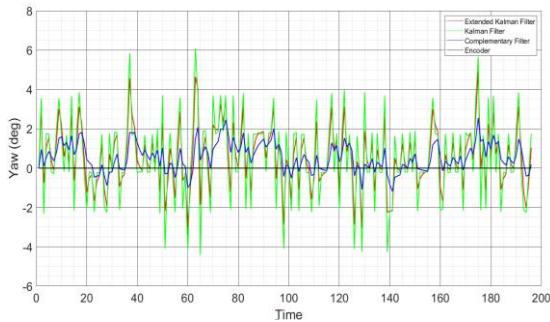
$$\vec{x}_{t+1} = f(\vec{x}_t, t) + \vec{\omega}_k \quad (58)$$

$$\vec{\omega}_k \sim \mathcal{N}(0, Q)$$

معادله مشاهدات یا خروجی نیز به صورت غیرخطی در معادله (۵۹) بیان شده است [۱۸].

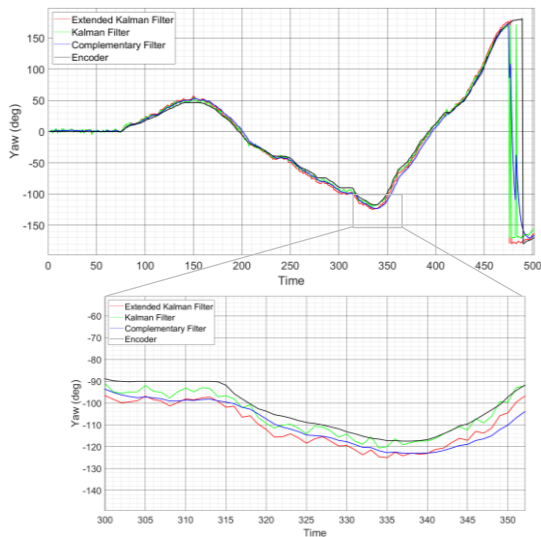


شکل ۱۲- زاویه سمت حاصل از سنسور مغناطیس سنج



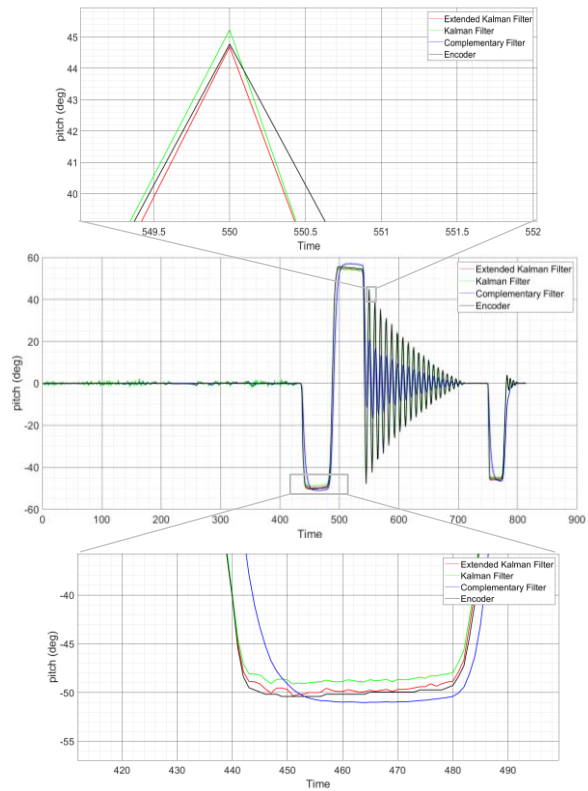
شکل ۱۳- زاویه سمت حاصل از الگوریتم‌های تخمین (استاتیک)

با بررسی‌های صورت گرفته درباره انواع سنسورهای AHRS مشاهده می‌شود که دقت اندازه‌گیری زاویه سمت مسئله دشواری بوده و غالباً به دست آوردن دقت‌های بالا برای این زاویه، نیاز به استفاده از سنسورهای بسیار دقیق خواهد داشت.

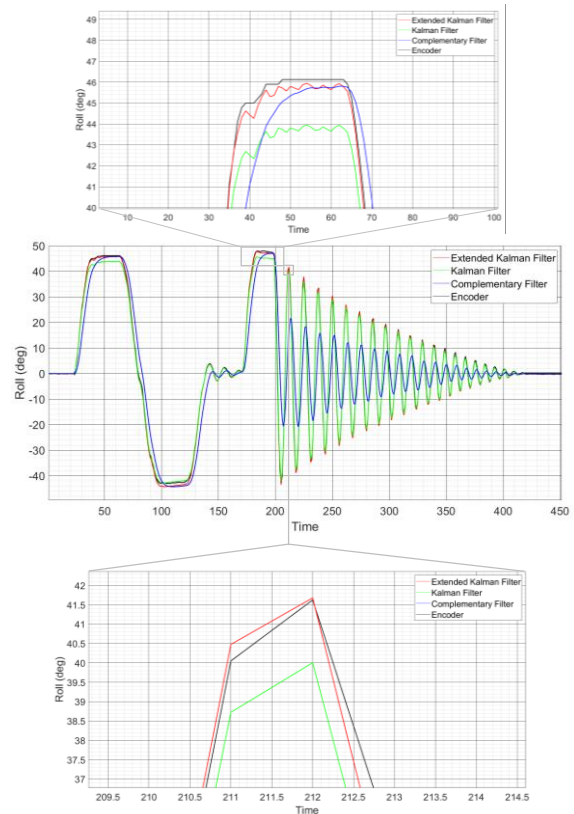


شکل ۱۴- زاویه سمت حاصل از الگوریتم‌های تخمین (دینامیک)

مطابق شکل ۱۲ داده مغناطیس سنج برای به دست آوردن زاویه سمت به کار گرفته شده است. لازم به ذکر است دقت زاویه سمت نسبت به زاویه رفرنس آنکودر مقایسه شده است.



شکل ۱۰- زاویه پیچ حاصل از الگوریتم‌های تخمین

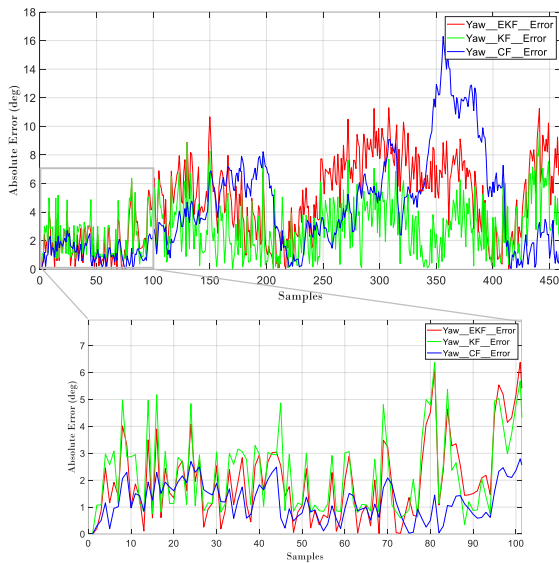


شکل ۱۱- زاویه رول حاصل از الگوریتم‌های تخمین

شکل ۱۳ نشان دهنده زاویه سمت تخمین زده شده با شرایط ثابت بوده سنسور می‌باشد. در این شرایط، فیلتر مکمل با حداکثر خطای ۲٫۵ درجه نسبت به فیلتر کاملن با حداکثر خطای ۶ درجه، تخمین بهتری را ارائه داده است. اما با توجه به شکل ۱۴، در صورتی که سنسور حرکت داشته باشد، فیلتر کاملن نتایج بهتری را ارائه می‌دهد.

بررسی خطا

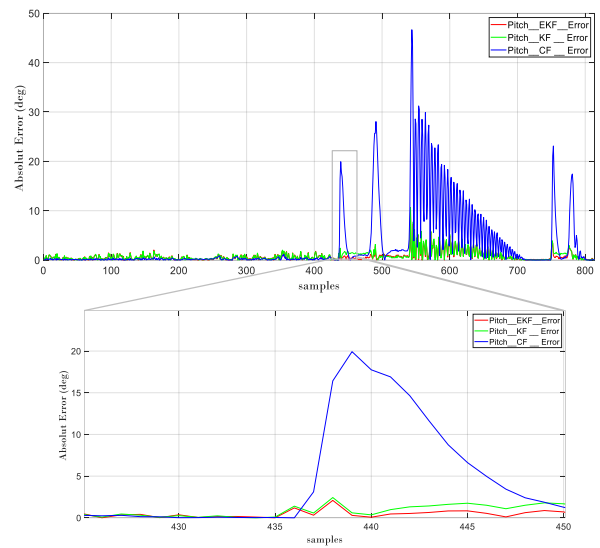
در این بخش خطای مطلق الگوریتم‌های اعمال شده نسبت به داده انکودر مقایسه شده است. هر کدام از زوایای تخمین زده شده بر اساس نمودارهای بخش قبل، در شکل ۱۵ تا شکل ۱۷ نمایش داده شده است.



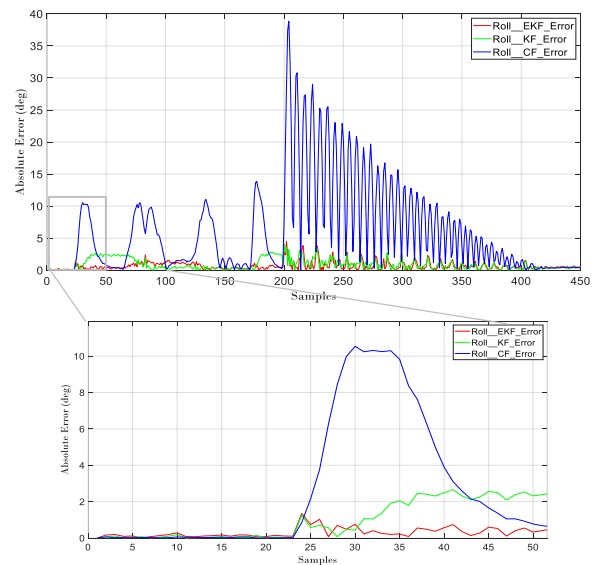
شکل ۱۷ - نمودار خطای مطلق زاویه سمت

نتیجه‌گیری

سنسورهای وضعیت انواع گوناگونی دارند که می‌توان براساس تکنولوژی ساخت، سنسورهای میکروالکترومکانیکی (MEMS)، ژيروسکوپ فیبر نوری (FOG) و ژيروسکوپ‌های لیزر حلقوی (RLG) را نام برد. سنسورهای میکروالکترومکانیکی از نظر مصرف انرژی، وزن و قیمت نسبت به انواع دیگر دارای برتری می‌باشند. اما نویزپذیری این مدل از سنسورها یک ایراد اساسی به شمار می‌رود. برای حل این مشکل، ترکیب داده سنسورهای مختلف با استفاده از الگوریتم‌های تخمین داده مانند فیلتر کاملن، برای تخمین وضعیت مطرح شده است. فیلتر کاملن یک الگوریتم تخمین بهینه بازگشتی است که برای تخمین سیستم‌هایی به کار می‌رود که مدل آن به صورت خطی در نظر گرفته شده باشد. در صورتی فرض غیرخطی بودن سیستم، می‌توان از فیلتر کاملن تعمیم‌یافته یا فیلتر کاملن بی‌اثر استفاده نمود. در پژوهش حاضر با هدف اعمال الگوریتم‌های تخمین روی سنسورهای ارزان قیمت، پلتفرم تست آزمایشگاهی طراحی و ساخته شده و الگوریتم‌های تخمین مد نظر به صورت آزمایشگاهی مورد ارزیابی قرار گرفته است. برای بررسی عملکرد الگوریتم‌های مختلف، در ابتدا الگوریتم فیلتر مکمل، روی سنسور پیاده‌سازی شده است. اما با توجه به تاخیر زمانی قابل توجه که حاصل از ثابت بودن فیلتر می‌باشد، داده قابل قبولی ارائه نگردید. در گام بعدی با تست‌های متعدد، عملکرد فیلتر مکمل، فیلتر کاملن و فیلتر کاملن تعمیم‌یافته نسبت به داده مرجع بررسی گردید. در نهایت برای تخمین وضعیت پلتفرم شبیه‌ساز، با تعیین پارامترهای تاثیرگذار در الگوریتم‌های تخمین و پیاده‌سازی بر روی سنسور ارزان قیمت، دقت مطلوب و قابل رقابت از طریق فیلتر کاملن تعمیم‌یافته در شرایط دینامیکی مذکور حاصل شده است.



شکل ۱۵ - نمودار خطای مطلق زاویه پیچ



شکل ۱۶ - نمودار خطای مطلق زاویه رول

تعارض منافع

هیچگونه تعارض منافع توسط نویسندگان بیان نشده است.

مراجع

- [11] D. Gautam, A. Lucieer, Z. Malenovsky, and C. Watson, "Comparison of MEMS-Based and FOG-Based IMUs to Determine Sensor Pose on an Unmanned Aircraft System," *Journal of Surveying Engineering*, vol. 143, no. 4, p. 04017009, 2017.
- [12] M. Navabi, M. Barati, "Mathematical modeling and simulation of the earth's magnetic field: A comparative study of the models on the spacecraft attitude control application," *Applied Mathematical Modelling*, vol. 47, pp. 365-381, 2017.
- [13] J. Calusdian, X. Yun, and E. Bachmann, "Adaptive-gain complementary filter of inertial and magnetic data for orientation estimation," *IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pp. 1916-1922, 2011.
- [14] A. M. Sabatini, "Kalman-filter-based orientation determination using inertial/magnetic sensors: Observability analysis and performance evaluation," *Sensors*, vol. 11, no. 10, pp. 9182-9206, 2011.
- [15] L. Baroni, "Kalman filter for attitude determination of a CubeSat using low-cost sensors," *Computational and Applied Mathematics*, vol. 37, no. Suppl, pp. 72-83, 2017.
- [16] J. Wang, "Effective Adaptive Kalman Filter for MEMS-IMU/Magnetometers Integrated Attitude and Heading Reference Systems," *The Journal of Navigation*, vol. 66, no. 1, pp. 99-113, 2013.
- [17] Z. Dai and L. Jing, "Lightweight Extended Kalman Filter for MARG Sensors Attitude Estimation," *IEEE Sensors Journal*, vol. 21, no. 13, pp. 14749 - 14758, 2021.
- [18] J. Havlík, and O. Straka "Performance evaluation of iterated extended Kalman filter with variable step-length," *Journal of Physics*, vol. 659, no. 1, p.012022, 2015.
- [19] H. Rouhani, M. Nazarahari "A Full-State Robust Extended Kalman Filter for Orientation Tracking During Long-Duration Dynamic Tasks Using Magnetic and Inertial Measurement Units," *IEEE Transactions on Neural Systems and Rehabilitation Engineering*, vol. 29, pp. 1280 - 1289, 2021.
- [20] J. Diebel, Representing Attitude: Euler Angles, Unit Quaternions, and Rotation Vectors, Technical report, Stanford University, 2006.
- [1] D. H. Titterton, J. L. Weston., *Strapdown inertial navigation technology*, 2nd ed., IET, 2004.
- [2] M. Nazarahari, H. Rouhani, "40 years of sensor fusion for orientation tracking via magnetic and inertial measurement units: Methods, lessons learned, and future challenges," *Elsevier Information Fusion*, vol. 68, pp. 67-84, 2021.
- [3] F. Castanedo, "A review of data fusion techniques," *The scientific world journal*, vol. 2013, Article ID 704504, 2013. | <https://doi.org/10.1155/2013/704504>
- [4] F. Markley and J. Sedlak, "Kalman Filter for Spinning Spacecraft Attitude Estimation," in *AIAA Guidance, Navigation and Control Conference and Exhibit*, Hilton Head, South Carolina, 2007.
- [5] J. Rohde, "Kalman filter for attitude determination of student satellite," M.Sc. Thesis, Norwegian University of Science and Technology, Norway, 2007.
- [6] M. D. Pham, K. S. Low, S. T. Goh, and S. Chen, "Gain-scheduled extended kalman filter for nanosatellite attitude determination system," *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, vol. 51, no. 2, pp. 1017-1028, 2015.
- [7] A. Walker and M. Kumar, "CubeSat Attitude Determination Using Low-Cost Sensors and Magnetic Field Time Derivative," in *55th AIAA Aerospace Sciences Meeting*, Grapevine, Texas, 2017.
- [8] D. De Battista, S. G. Fabri, M. K. Bugeja, and M. A. Azzopardi, "PocketQube Pico-Satellite Attitude Control: Implementation and Testing," *IEEE Journal on Miniaturization for Air and Space Systems*, vol. 1, no. 2, pp. 90 - 102, 2020.
- [9] H. B.Candan, "Robust Attitude Estimation Using IMU-Only Measurements," *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, vol. 70, pp.1-9, 2021.
- [10] K. Laughlin, "Single-Vector Aiding of an IMU for CubeSat Attitude Determination," M.Sc. Thesis, University of Minnesota, Minneapolis, United States, 2020.