

# طراحی، ساخت، تست و مدل سازی پیچه هلمهولتز سه محوره جهت انجام تست های مغناطیسی ماهواره

سید محمدصادق موسوی<sup>۱</sup> و مهدی مرتضوی<sup>۲\*</sup>

۱ و ۲- دانشکده مهندسی هوافضا، قطب علمی مهندسی هوافضای محاسباتی، دانشگاه صنعتی امیرکبیر

\* تهران، کد پستی: ۱۵۹۱۶۳۴۳۱۱

mortazavi@aut.ac.ir

به منظور اطمینان یابی از صحت عملکرد زیرسیستم تعیین و کنترل وضعیت ماهواره و اجزای آن، لازم است تا مجموعه تست هایی را در سطح قطعات و زیرسیستم انجام داد. یکی از ابزارهای پرکاربرد در فرآیند انجام این تست ها پیچه هلمهولتز است که وظیفه آن تولید میدان مغناطیسی یکنواخت است. این وسیله در تست عملکردی و کالیبراسیون حسگرها و عملگرهای مغناطیسی، تست سخت افزار در حلقه زیرسیستم تعیین و کنترل وضعیت، و همچنین تست های مربوط به اندازه گیری پسماند مغناطیسی قطعات ماهواره کاربرد دارد. در این مقاله، معادلات ریاضی حاکم بر پیچه هلمهولتز بررسی، نحوه طراحی و ملاحظات آن پیشنهاد شده و مجموعه تست های عملکردی و همچنین تست های شناسایی برای بررسی طراحی و ارزیابی نمونه ساخته شده ارائه می شود. با یافتن مدل ریاضی این وسیله، مقدمات لازم برای طراحی سیستم کنترل حلقه بسته به منظور حذف اغتشاشات مغناطیسی محیطی و ایجاد میدان مغناطیسی مطلوب توسط پیچه هلمهولتز فراهم می آید.

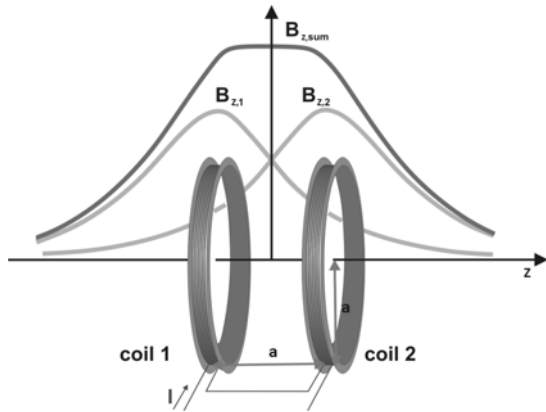
واژه های کلیدی: پیچه هلمهولتز، شبیه ساز میدان مغناطیسی، طراحی و ساخت، زیرسیستم تعیین و کنترل وضعیت ماهواره، تست های مغناطیسی ماهواره، تست های عملکردی، مدل سازی، شناسایی، کنترلر میدان

مغناطیسی

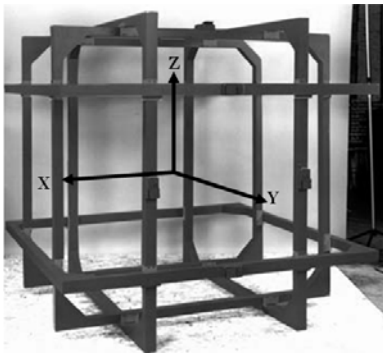
## علائم و اختصارات

$N$	تعداد دور سیم پیچی		
$R$	شعاع یکنواختی میدان مغناطیسی / مقاومت الکتریکی		
$V$	ولتاژ	$a$	شعاع پیچه دایروی / نیم ضلع پیچه مربعی
$x, y, z$	مؤلفه های دستگاه مختصات کارتزین	$B$	میدان مغناطیسی (چگالی شار مغناطیسی)
$\rho, z$	مؤلفه های دستگاه مختصات استوانه ای	$d$	فاصله بین پیچه ها در پیچه هلمهولتز مربعی
$\mu_0$	نفوذپذیری مغناطیسی (Permeability) فضای آزاد	$e_A$	خطای جهتی بردار میدان مغناطیسی
$\tau$	ثابت زمانی	$f$	فرکانس
$\omega$	فرکانس زاویه ای	$I$	جریان الکتریکی
$( )_c$	مربوط به پیچه هلمهولتز دایروی	$k$	ضریب حساسیت میدان مغناطیسی
$( )_d$	مقدار مطلوب	$L$	اندوکتانس خودی
$( )_h$	مربوط به پیچه هلمهولتز	$M$	اندوکتانس تزویج
$( )_s$	مربوط به پیچه هلمهولتز مربعی		
$( )_0$	مربوط به مرکز پیچه هلمهولتز		

۱. کارشناس ارشد  
۲. دانشیار (نویسنده مخاطب)



شکل ۱- نحوه تغییرات مؤلفه محوری میدان مغناطیسی بر روی محور پیچ هلمهولتز دایروی تک محوره



شکل ۲- پیچ هلمهولتز مربعی سه محوره

از کاربردهای پیچ هلمهولتز می توان به موارد زیر اشاره کرد:  
- خنثی کردن میدان های مغناطیسی موجود در محیط و ایجاد ناحیه تقریباً تهی از میدان برای مقاصد خاص؛  
- حساسیت سنجی تجهیزات الکتریکی و الکترونیکی نسبت به میدان های مغناطیسی؛

- کالیبراسیون حسگرهای میدان مغناطیسی [۲]؛  
- آزمایش در زمینه های بیوالکترومغناطیس مانند تأثیرات میدان مغناطیسی بر روی انسان ها و گیاهان [۴، ۵]؛  
- استفاده در پروژه های فضایی برای تست های عملکردی و کالیبراسیون حسگر مگنتومتر، شبیه سازی میدان مغناطیسی زمین در تست سخت افزار در حلقه<sup>۱۴</sup> زیرسیستم ADCS، و استفاده در تعیین پسماند مغناطیسی و میزان ممان دوقطبی مغناطیسی<sup>۱۵</sup> اجزای ماهواره به منظور تحلیل گشتاورهای اغتشاشی مغناطیسی وارد بر ماهواره [۲، ۱، ۶].

در ادامه با مرور برخی از کارهای انجام شده مرتبط در حوزه فضایی، از تجربیات آن ها در این پژوهش بهره خواهیم برد.

## مقدمه

با فرستاده شدن ماهواره های مختلف به مدار زمین، مطالعه و بحث در مورد میدان مغناطیسی و تأثیرات آن بر روی این اجسام نیز شروع شد. با توسعه فناوری استفاده از وسایل مغناطیسی نظیر حسگر مگنتومتر<sup>۳</sup>، گشتاوردهنده های مغناطیسی<sup>۴</sup>، آهن ربا های دائمی<sup>۵</sup> و میله های هیستریزیس<sup>۶</sup> در زیرسیستم تعیین و کنترل وضعیت<sup>۷</sup> ماهواره ها، به کارگیری شبیه ساز میدان مغناطیسی به منظور تست، آماده سازی و اطمینان یابی از عملکرد درست این اجزاء اهمیت بیشتری پیدا کرد [۸] و امروزه ابزار ایجاد میدان مغناطیسی یکی از تجهیزات ضروری برای تست های مغناطیسی ماهواره ها است. در بسیاری از پروژه های فضایی که در کشورهای مختلف انجام می شود، نام پیچ هلمهولتز<sup>۸</sup> نیز در کنار آزمایش های مغناطیسی دیده می شود. با توجه به ورود کشور عزیزمان ایران به جمع کشورهای دارنده صنعت فضایی، ساخت و توسعه چنین ابزارهایی امری ضروری به نظر می رسد.

پیچ هلمهولتز وسیله ای است که برای ایجاد میدان مغناطیسی یکنواخت مورد استفاده قرار می گیرد. پیچ هلمهولتز دایروی<sup>۹</sup> از دو سیم پیچ دایره ای با شعاع و تعداد دور سیم پیچی یکسان تشکیل می شود. این دو سیم پیچ به صورت هم محور قرار گرفته و با عبور جریان الکتریکی I از آن ها، برآیند میدان مغناطیسی این دو سیم پیچ در حوالی نقطه میانی آن ها به صورت یک میدان تقریباً یکنواخت و موازی با محور این سیم پیچ ها خواهد بود (شکل ۱). در پیچ هلمهولتز دایروی برای داشتن بیشترین میزان یکنواختی، فاصله دو سیم پیچ از یکدیگر باید برابر با شعاع آن ها باشد [۲].

پیچ هلمهولتز می تواند به شکل مربعی نیز ساخته شود. در پیچ هلمهولتز مربعی<sup>۱۰</sup> برای داشتن بیشترین یکنواختی، باید فاصله دو سیم پیچ از یکدیگر، ۰/۵۴۴۵ برابر ضلع پیچ ها باشد [۳].  
پیچ هلمهولتز به صورت یک محوره<sup>۱۱</sup>، دو محوره<sup>۱۲</sup> یا سه محوره<sup>۱۳</sup> برای ایجاد میدان مغناطیسی در سه راستای متعامد، ساخته می شود. میدان مغناطیسی تولید شده توسط پیچ هلمهولتز با توجه به نوع کاربرد، یک میدان ثابت یا یک میدان متغیر با زمان است.

3. Magnetometer
4. Magnetorquer
5. Permanent Magnet
6. Hysteresis Rod
7. Attitude Determination and Control System (ADCS)
8. Helmholtz Coil
9. Circular/Round Helmholtz Coil
10. Square Helmholtz Coil
11. Single Axis Helmholtz Coil
12. Biaxial Helmholtz Coil
13. Triaxial Helmholtz Coil

14. Hardware In the Loop (HIL)

15. Magnetic Dipole Moment

کنترل جریان الکتریکی پیچ‌ها از مدار الکترونیکی ساخته شده توسط خودشان استفاده کردند. همچنین در مورد اثرات متقابل محورهای پیچۀ هلمهولتز بر روی یکدیگر آزمایش‌هایی را انجام دادند.

در [۱۲] آقای رایان برای تعیین وضعیت یک ماهواره پایدار چرخشی<sup>۲۲</sup> به نام دی‌آی‌سی‌ای<sup>۲۳</sup> با مگنتومتر و حسگر خورشید<sup>۲۴</sup>، آزمایش‌هایی را توسط پیچۀ هلمهولتز انجام دادند. ایشان از پیچۀ هلمهولتز برای شبیه‌سازی میدان مغناطیسی زمین به صورت زمان-حقیقی<sup>۲۵</sup> به صورت کنترل حلقه‌بسته استفاده کرده است. از این پیچۀ هلمهولتز برای کالیبراسیون مگنتومتر نیز استفاده شده است.

در [۱۳] آقای بریور به منظور کار بر روی الگوریتم‌های تعیین وضعیت مدل مهندسی<sup>۲۶</sup> یک ماهواره مکعبی، به طراحی و ساخت یک پیچۀ هلمهولتز سه‌محوره پرداختند. این پیچۀ هلمهولتز برای خنثی کردن میدان مغناطیسی محیطی و همچنین برای شبیه‌سازی میدان مغناطیسی زمین در مدار ماهواره به کار گرفته شده است. ایشان در مورد نحوه ساخت و همچنین نحوه سیم‌پیچی کردن پیچ‌ها توضیحاتی ارائه داده‌اند. میدان مغناطیسی این پیچۀ هلمهولتز به صورت حلقه‌بسته کنترل شده و به منظور شبیه‌سازی میدان مغناطیسی زمین از داده‌های نرم‌افزار STK استفاده شده است.

در [۱۴] آقای اوساکان بر روی شبیه‌ساز تعیین وضعیت ماهواره کار کردند. ایشان از پیچۀ هلمهولتز به منظور شبیه‌سازی میدان مغناطیسی زمین در مدار و همچنین کالیبراسیون مگنتومتر پیکوماهواره ولوکس پی<sup>۲۷</sup> استفاده کرده و در مورد مواد به کار رفته برای ساخت پیچۀ هلمهولتز، روند ساخت و آزمایش‌های انجام‌شده برای ارزیابی عملکرد آن توضیحاتی داده‌اند. در این پیچۀ هلمهولتز برای از بین بردن میدان مغناطیسی محیطی، میدان مغناطیسی پیچ‌ها به صورت دستی تنظیم شده و با یک الگوریتم ساده، میدان مغناطیسی دلخواه در داخل پیچ‌ها ایجاد می‌گردد.

در [۱۵] آقای بوزو و میلانی برای تست زیرسیستم ADCS ماهواره، طرحی برای پیاده‌سازی کنترل حلقه‌بسته میدان مغناطیسی پیچۀ هلمهولتز با استفاده از کنترلر PID ارائه نموده و در مورد سخت‌افزار و نرم‌افزارهای استفاده شده در آن توضیحاتی ارائه داده‌اند. در این پژوهش سعی شده است با بهره‌گیری از تحقیقات انجام شده، به طور خاص در مورد پیچۀ هلمهولتز توضیح جامعی ارائه شود. هدف اصلی در این مقاله، ایجاد شناخت درست و ارائه

در سال ۱۹۲۶ استفاده از پیچۀ هلمهولتز برای تولید میدان مغناطیسی یکنواخت پیشنهاد شد و در سال ۱۹۵۳ برای استفاده در کاربردهای فضایی مطرح گردید. از آن زمان، ناسا از پیچۀ هلمهولتز برای کالیبراسیون تجهیزات فضایی و فضاپیماها در بسیاری از مأموریت‌هایش استفاده نموده است [۷، ۸].

در [۹] خانم‌هاردکر برای کالیبراسیون مگنتومتر و همچنین تست‌های HIL یک میکروماهواره (اجرای الگوریتم بی-دات<sup>۱۶</sup> در مود چرخش‌زدایی<sup>۱۷</sup>) از پیچۀ هلمهولتز سه‌محوره استفاده کردند. ایشان از یک کنترلر مقاوم برای کنترل میدان مغناطیسی پیچ‌ها بهره برده و فرض مستقل کار کردن سه محور پیچۀ هلمهولتز نسبت به هم و وجود اغتشاشات الکترونیکی خارجی را به عنوان عدم قطعیت در سیستم کنترلی در نظر گرفته است.

در [۱۰] آقای پوپنک و همکاران، یک پیچۀ هلمهولتز مربعی سه‌محوره را برای شبیه‌سازی میدان مغناطیسی زمین به منظور تست سیستم کنترل غیرفعال مغناطیسی نانوماهواره دلفی-سی<sup>۱۸</sup> ساختند. این ماهواره مکعبی<sup>۱۹</sup> در سال ۲۰۰۸ پرتاب شد. ابعاد این پیچۀ هلمهولتز در حدود ۲ متر است. برای ایجاد جریان الکتریکی در پیچ‌ها از شش منبع تغذیه قابل کنترل با کامپیوتر استفاده شده و میدان مغناطیسی پیچۀ هلمهولتز به صورت حلقه‌باز کنترل می‌شود.

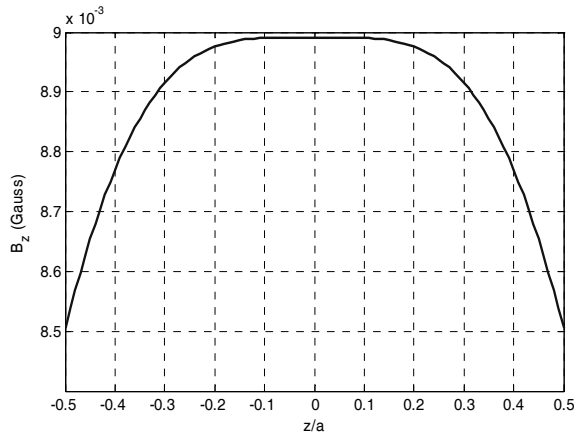
در [۷] آقای کلش و همکاران برای تست تعیین وضعیت ماهواره رکس<sup>۲۰</sup> با مگنتومتر و کالیبراسیون آن، پیچۀ هلمهولتز سه‌محوره‌ای ساختند و مطالبی در مورد طراحی، ساخت و پیاده‌سازی آن ارائه کردند. آن‌ها از نرم‌افزارهای متلب و STK برای شبیه‌سازی میدان مغناطیسی زمین در مدار استفاده کردند.

در [۱۱] آقای اوره و همکاران برای تست HIL نانوماهواره آی‌تی‌یو-پی‌ست<sup>۲۱</sup> از پیچۀ هلمهولتز دایروی سه‌محوره استفاده کردند. برای کنترل وضعیت این ماهواره از سیستم کنترل فعال مغناطیسی استفاده شده است. در این تست اطلاعات مربوط به میدان مغناطیسی زمین که توسط پیچۀ هلمهولتز شبیه‌سازی می‌شود، از طریق مگنتومتر سنجیده شده و به کامپیوتر سیستم تعیین و کنترل وضعیت داده می‌شود و این کامپیوتر فرامین کنترلی را به گشتاوردهنده‌های مغناطیسی جهت تصحیح وضعیت میز شبیه‌ساز ماهواره صادر می‌کند.

در [۱] آقای پیرجنتیلی و همکاران، یک پیچۀ هلمهولتز برای انجام تست‌های مغناطیسی یک میکروماهواره ساختند. آن‌ها برای

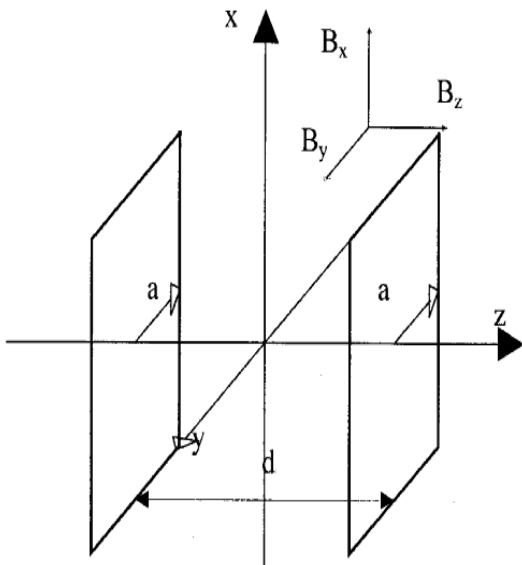
22. Spin-Stabilized  
23. Dynamic Ionosphere CubSat Experiment (DICE)  
24. Sun Sensor  
25. Real-Time  
26. Engineering Model (EM)  
27. Velox P Picosatellite

16. B-dot  
17. Detumbling  
18. Delfi\_C3  
19. CubeSat  
20. Radio Aurora Explorer (RAX)  
21. ITU-PSAT II



شکل ۳- منحنی تغییرات مؤلفه محوری میدان مغناطیسی در راستای محور پیچۀ هلمهولتز دایروی تک محوره برای مقادیر مشخصی از متغیرها

رابطه (۶)، مؤلفه محوری (مؤلفه Z) میدان مغناطیسی پیچۀ هلمهولتز مربعی را در دستگاه مختصات کارتزین نشان می دهد [۱۶].



شکل ۴- پیچۀ هلمهولتز مربعی تک محوره

رابطه مؤلفه محوری میدان مغناطیسی بر روی محور، و در مرکز پیچۀ هلمهولتز مربعی به ترتیب با روابط (۷) و (۸) بیان شده است. روابطی مشابه با رابطه (۶) برای مؤلفه های  $B_x$  و  $B_y$  میدان مغناطیسی پیچۀ هلمهولتز مربعی نیز قابل محاسبه است [۱۶].

$$B_z(0,0,z) = \frac{2\mu_0 N I a^2}{\pi} \left[ \frac{1}{\left(a^2 + \left(z - \frac{d}{2}\right)^2\right)^{3/2}} + \frac{1}{\left(a^2 + \left(z + \frac{d}{2}\right)^2\right)^{3/2}} \right] \quad (7)$$

پیشنهادی برای روند طراحی، ساخت و تست پیچۀ هلمهولتز، همچنین محاسبه مدل ریاضی آن به عنوان مقدمه ای برای طراحی کنترلر میدان مغناطیسی آن است تا در نهایت بتوان به یک نمونه عملیاتی از این وسیله دست یافت که برای کاربردهای مختلف با دقت مناسب قابل استفاده باشد.

## معادلات ریاضی حاکم

اگر پیچۀ هلمهولتز دایروی تک محوره (مانند شکل ۱) به شعاع  $a$  را در نظر بگیریم، میدان مغناطیسی تولیدشده توسط آن با روابط (۱) و (۲) بیان می شود [۳]. این روابط به ترتیب مربوط به مؤلفه شعاعی و مؤلفه محوری میدان مغناطیسی (در دستگاه مختصات استوانه ای که مرکز آن در وسط دو پیچۀ و روی محور قرار دارد) است.

$$B_\rho(\rho, z) = \frac{\mu_0 N I}{2\pi} \sum_{i=1}^2 \frac{(z-z_i)}{\rho \sqrt{(a+\rho)^2 + (z-z_i)^2}} \left[ \frac{a^2 + \rho^2 + (z-z_i)^2}{(a-\rho)^2 + (z-z_i)^2} E(k_i) - K(k_i) \right] \quad (1)$$

$$B_z(\rho, z) = \frac{\mu_0 N I}{2\pi} \sum_{i=1}^2 \frac{1}{\sqrt{(a+\rho)^2 + (z-z_i)^2}} \left[ \frac{a^2 - \rho^2 - (z-z_i)^2}{(a-\rho)^2 + (z-z_i)^2} E(k_i) + K(k_i) \right] \quad (2)$$

توابع  $E(k_i)$  و  $K(k_i)$  به ترتیب انتگرال های کامل بیضوی نوع اول و دوم هستند. همچنین داریم:

$$k_i^2 = \frac{4a\rho}{(a+\rho)^2 + (z-z_i)^2} \quad (3)$$

$$z_1 = \frac{a}{2}, \quad z_2 = -\frac{a}{2}$$

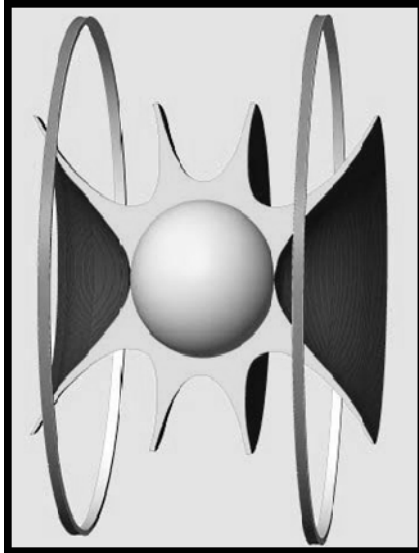
مقدار مؤلفه شعاعی بر اساس رابطه (۱) بر روی محور پیچۀ هلمهولتز برابر با صفر خواهد شد. با توجه به رابطه (۲)، میدان مغناطیسی بر روی محور و در نقطه مرکزی پیچۀ هلمهولتز دایروی به ترتیب برابر است با:

$$B_z(0, z) = \frac{\mu_0 N I}{4} \left( \frac{2a^2}{\left[a^2 + \left(z - \frac{a}{2}\right)^2\right]^{3/2}} + \frac{2a^2}{\left[a^2 + \left(z + \frac{a}{2}\right)^2\right]^{3/2}} \right) \quad (4)$$

$$B_z(0,0) = B_0 = \frac{8\mu_0 N I}{5\sqrt{5}a} \quad (5)$$

بر اساس رابطه (۴) می توان منحنی تغییرات مؤلفه محوری میدان مغناطیسی در راستای محور پیچۀ را برحسب پارامتر بی بعد شده  $z/a$  رسم کرد (شکل ۳). به ناحیه یکنواخت حول مرکز توجه کنید.

از یک حجم کروی برای بیان محدوده یکنواختی میدان مغناطیسی استفاده کرد [۱۷]. شعاع این کره (یعنی شعاع یکنواختی، R)، حجم محدوده یکنواختی با درصد مورد نظر را معرفی می‌کند.



شکل ۶- بزرگ‌ترین حجم کروی محصور در ناحیه یکنواختی  $\pm 1\%$

برای پیچۀ هلمهولتز مربعی نیز می‌توان کانتورهای یکنواختی را در صفحات مختلف رسم کرد. البته در این مورد تقارن میدان وجود ندارد [۲].

خطای جهت<sup>۲۸</sup> به صورت زاویه انحراف بردار میدان مغناطیسی در هر نقطه نسبت به محور پیچ‌ها تعریف می‌شود. خطای جهت برای پیچۀ هلمهولتز دایروی و مربعی به ترتیب با روابط (۱۰) و (۱۱) تعریف می‌شود [۱۶].

$$e_{Ac} = \tan^{-1} \left( \frac{B_{\rho}}{B_z} \right) \quad (10)$$

$$e_{As} = \tan^{-1} \left( \frac{\sqrt{B_x^2 + B_y^2}}{B_z} \right) \quad (11)$$

کانتورهای یکنواختی جهت را نیز می‌توان با توجه به روابط (۱۰) و (۱۱) رسم کرد. به عنوان نمونه، با رسم این کانتورها در صفحات مختلف مشخص می‌گردد که در محدوده شعاع یکنواختی  $\pm 1\%$ ، میزان خطای جهت کمتر از ۱ درجه خواهد بود. شکل (۷) نمونه‌ای از این کانتورها را نشان می‌دهد و اعداد مشخص شده روی هر کانتور میزان خطای جهت را برحسب درجه نشان می‌دهد.

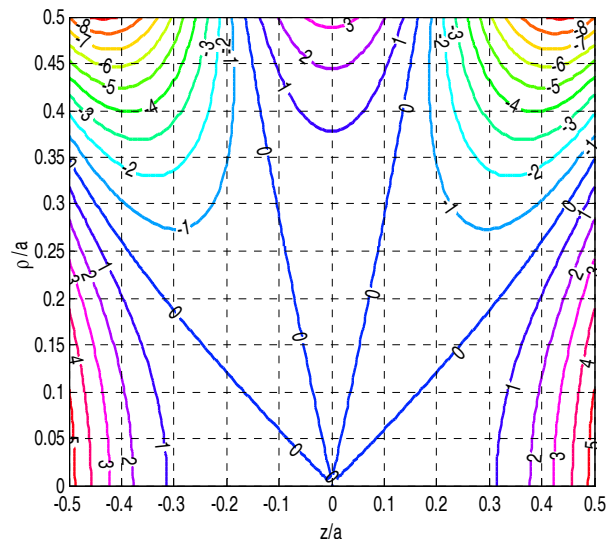
$$B_z(0,0,0) = B_0 = \frac{4\mu_0 N I a^2}{\pi} \left[ \frac{1}{\left( a^2 + \left( \frac{d}{2} \right)^2 \right) \sqrt{2a^2 + \left( \frac{d}{2} \right)^2}} \right] \quad (8)$$

## یکنواختی میدان مغناطیسی

یکنواختی میدان مغناطیسی، با رابطه (۹) تعریف می‌شود [۱۷]:

$$Uniformity = \frac{B_0 - B_i}{B_0} \times 100 \quad (9)$$

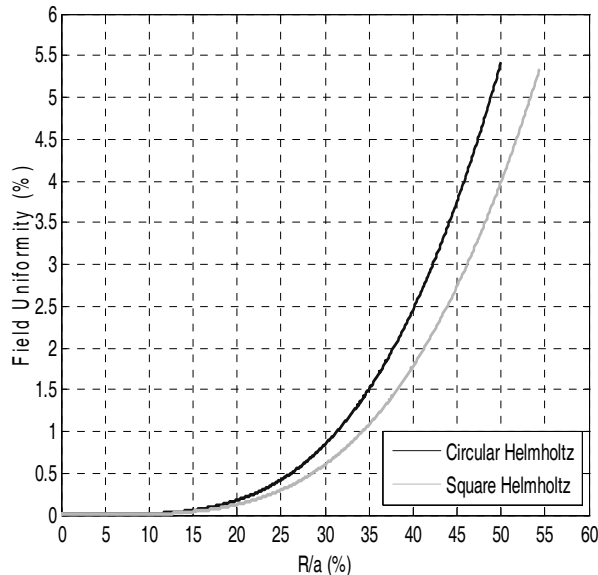
که در آن  $B_0$  اندازه میدان مغناطیسی در مرکز پیچۀ هلمهولتز و  $B_i$  اندازه میدان مغناطیسی در هر نقطه‌ای است که می‌خواهیم یکنواختی میدان را در آن محاسبه نماییم. با توجه به رابطه (۹)، می‌توان کانتورهای یکنواختی میدان مغناطیسی را در صفحات مختلف رسم کرد. به عنوان نمونه، شکل (۵) کانتورهای یکنواختی میدان مغناطیسی را در صفحه  $\rho z$  برای پیچۀ هلمهولتز دایروی نشان می‌دهد. اعداد مشخص شده روی هر خطوط، درصد یکنواختی را در آن ناحیه نشان می‌دهد. برای مثال، خطوطی که با اعداد  $\pm 1$  مشخص شده‌اند، مرز نواحی از میدان مغناطیسی را نشان می‌دهند که در داخل آن میزان یکنواختی اندازه میدان مغناطیسی در بازه  $\pm 1\%$  است.



شکل ۵- کانتورهای درصد یکنواختی مربوط به مؤلفه  $B_z$  میدان مغناطیسی

با توجه به تقارن میدان مغناطیسی پیچۀ هلمهولتز دایروی حول محور پیچ‌ها، با دوران ناحیه‌ای از شکل (۵) که مرز آن با اعداد  $\pm 1$  مشخص شده است، حجمی از میدان که دارای یکنواختی در بازه  $\pm 1\%$  است، به دست می‌آید (شکل ۶). برای سادگی می‌توان

گفت که از سه متغیر  $R$ ،  $a$  و درصد یکنواختی، دو متغیر آن مستقل هستند و متغیر سوم با توجه به منحنی‌های شکل (۹) تعیین می‌شود.



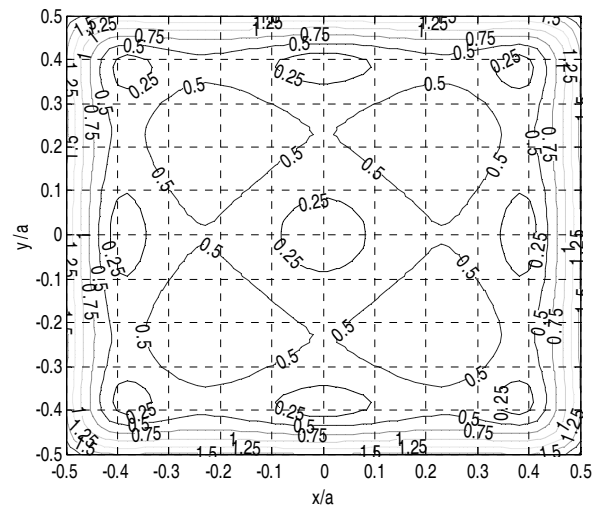
شکل ۹- منحنی درصد یکنواختی برحسب شعاع نسبی یکنواختی

نکته دیگر این است که به ازای مقدار  $a$ ، مقدار جریان الکتریکی و همچنین تعداد دور سیم‌پیچی یکسان در هر دو نوع پیچه، مقدار مؤلفه  $B_z$  میدان مغناطیسی در پیچه هلمهولتز دایروی بزرگ‌تر از پیچه هلمهولتز مربعی است. به عبارت دیگر برای رسیدن به یک میدان مغناطیسی برابر، پیچه هلمهولتز مربعی باید تعداد دور و یا جریان الکتریکی بزرگ‌تری داشته باشد.

بعد از مشخص شدن مقادیر  $R$ ،  $a$  و درصد یکنواختی، لازم است تا تعداد دور سیم‌پیچی و بیشینه جریان الکتریکی مورد نیاز را تعیین نمود. تعیین این مقادیر بستگی به حداکثر میدان مغناطیسی مورد نیاز تولیدی توسط پیچه‌ها دارد.

در عمل فقط میدان مغناطیسی ناشی از خود پیچه مهم است و میدان‌های موجود در محیطیک عامل اضافی به حساب می‌آید و باید آن را خنثی کرد. در نتیجه پیچه هلمهولتز علاوه بر تولید میدان مغناطیسی مورد نیاز، باید میدان دیگری را برای خنثی کردن میدان مغناطیسی محیطی در محل مورد نظر تولید کند. به این ترتیب می‌توان حداکثر میدان مغناطیسی تولیدی لازم را تعیین کرد.

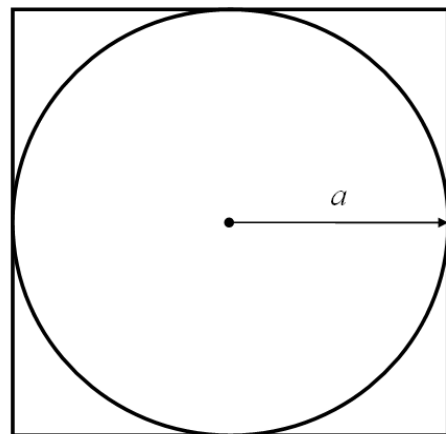
با مشخص شدن ابعاد و حداکثر میدان مغناطیسی مورد نیاز و با توجه به روابط (۵) یا (۸)، می‌توان منحنی بیشینه جریان الکتریکی مورد نیاز برحسب تعداد دور سیم‌پیچی را رسم کرد (شکل ۱۰).



شکل ۷- کانتورهای یکنواختی جهت میدان مغناطیسی در صفحه  $z/a=0.34$  برای پیچه هلمهولتز مربعی

## تعیین پارامترهای اساسی و روند طراحی

با رسم و تحلیل شکل‌هایی مانند شکل (۵) می‌توان منحنی تغییرات درصد یکنواختی میدان مغناطیسی را برحسب شعاع یکنواختی ( $R$ ) رسم نمود [۲، ۳]. شکل (۹) این منحنی‌ها را برای پیچه هلمهولتز دایروی و مربعی با پارامتر  $a$  یکسان نشان می‌دهد.



شکل ۸- پیچه دایروی و پیچه مربعی با پارامتر  $a$  یکسان

اگر دو پیچه هلمهولتز مربعی و دایروی با پارامتر  $a$  یکسان را در نظر بگیریم، با توجه به منحنی‌های شکل (۹) مشخص می‌شود که به ازای درصد یکنواختی یکسان، شعاع یکنواختی میدان مغناطیسی در پیچه هلمهولتز مربعی بزرگ‌تر از پیچه هلمهولتز دایروی است. با توجه به این منحنی‌ها و با تعیین میزان درصد یکنواختی و شعاع یکنواختی مورد نیاز، می‌توان ابعاد پیچه هلمهولتری که این شرایط را ارضاء می‌نماید، یافت. در واقع می‌توان

اطراف خود خواهند شد. معمولاً در ساخت قابها، از موادی مانند آلومینیوم، چوب یا مواد پلیمری و پلاستیکی استفاده می شود. آلومینیوم به دلیل استحکام فیزیکی مناسب، سبک بودن، قابلیت شکل پذیری آسان و همچنین ارزان و در دسترس بودن گزینه بسیار مناسبی برای ساخت قابهاست. چوب نیز به دلیل در دسترس بودن و ارزان بودن، گزینه مناسبی برای ساخت قابهاست. قاب چوبی عایق الکتریسیته بوده و این یک مزیت است. یکی از مشکلات قابهای چوبی این است که بر اثر رطوبت ممکن است دچار تغییر شکل شوند. از مواد پلیمری و پلاستیکی نیز در ساخت قاب پیچۀ هلمهولتز استفاده می گردد. این مواد گزینه ایده آلی برای ساخت قابها هستند ولی استفاده از این مواد ممکن است هزینه بیشتری نسبت به آلومینیوم و چوب داشته باشد.

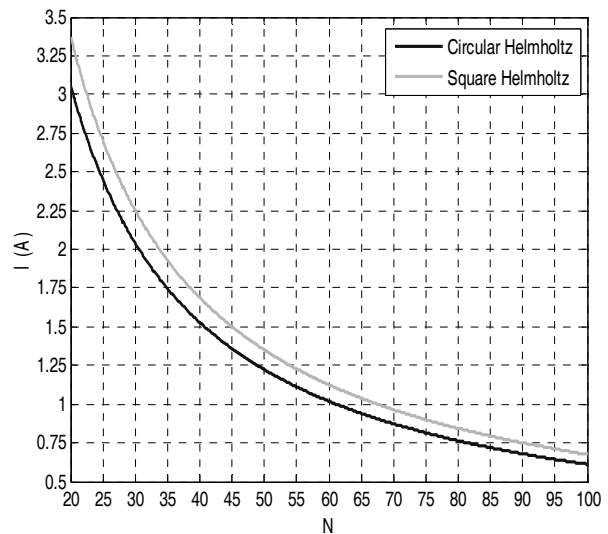
به هر حال با توجه به ملاحظات هزینه و امکانات موجود برای تأمین و ساخت، می توان جنس مناسب برای ساخت قابها را با توجه به نکات ذکر شده انتخاب کرد. همچنین در مرحله ساخت باید توجه کرد که اندازه شیار در نظر گرفته شده برای قاب به گونه ای باشد تا آن تعداد دور سیم با قطر مشخص که در مراحل طراحی تعیین شده است، درون شیار جای گیرد، و در عین حال اندازه شیار بیش از حد بزرگ نباشد تا ابعاد و وزن قاب را بالا ببرد.

## فلوچارت طراحی

با توجه به مطالب ارائه شده، می توان مراحل طراحی و ساخت یک پیچۀ هلمهولتز را به صورت شکل (۱۱) ارائه کرد.

## تست های عملکردی

بعد از ساخته شدن یک پیچۀ هلمهولتز، آزمایش هایی به منظور ارزیابی عملکرد آن انجام می گیرد. انجام این آزمایش ها، برای شناخت درست و بهره برداری صحیح از پیچۀ هلمهولتز ساخته شده، ضروری است. بدین منظور در مرحله اول، میدان مغناطیسی تولیدی آن را مورد ارزیابی قرار داده و مقدار میدان مغناطیسی و میزان یکنواختی آن را بررسی نماییم. همچنین باید رابطه دقیق بین جریان الکتریکی و میدان مغناطیسی تولیدی در مرکز پیچۀ هلمهولتز را نیز به دست آوریم. نتایج آزمایش ها باید با نتایج به دست آمده از روابط تئوری مقایسه شده و در صورت عدم همخوانی بین این نتایج، باید علل آن را بررسی کرده و به اصلاح شرایط تست یا اصلاح طراحی و ساخت انجام شده پرداخت.



شکل ۱۰- منحنی بیشینه جریان الکتریکی مورد نیاز بر حسب تعداد دور سیم- پیچی برای مقادیر مشخصی از متغیرها

هر کدام از نقاط روی منحنی های شکل (۱۰) می تواند یکی از انتخاب های ما باشد. افزایش یا کاهش تعداد دور و بیشینه جریان الکتریکی مزایا و معایب خاص خود را دارد. به عنوان مثال افزایش تعداد دور باعث افزایش حساسیت میدان مغناطیسی به تغییرات جریان می گردد و تغییرات اندکی در جریان پیچها می تواند موجب تغییرات بزرگی در میدان مغناطیسی گردد. همچنین افزایش تعداد دور باعث افزایش میزان ضریب خودالقایی یا اندوکتانس پیچها شده که این مسئله موجب افزایش ثابت زمانی و کندتر شدن زمان رسیدن جریان پیچها به مقدار نهایی خود خواهد شد. از طرفی افزایش تعداد دور باعث کاهش میزان جریان مورد نیاز برای رسیدن به یک میدان مغناطیسی مشخص می گردد و این امر مطلوبی است، چراکه کار با جریان های کم، آسان تر، ایمن تر و معقول تر خواهد بود. از طرفی افزایش تعداد دور با افزایش وزن و هزینه همراه است. با توجه به نوع کاربرد و محدودیت های موجود، یک نقطۀ طراحی مناسب انتخاب می شود.

با تعیین حداکثر جریان الکتریکی مورد نیاز، می توان سیم با قطر مناسب که این مقدار جریان را تحمل می کند، انتخاب کرد.

## قاب پیچۀ هلمهولتز

در ساخت هر نوع پیچۀ هلمهولتز از یک قاب استفاده می شود تا بتوان سیمها را روی آن پیچید. انتخاب جنس قاب مورد استفاده مسئله بسیار مهمی است. در ساخت قاب پیچۀ هلمهولتز باید از مواد غیر فرورمغناطیسی استفاده کرد، چراکه این مواد در حضور میدان مغناطیسی، خاصیت مغناطیسی پیدا کرده و باعث ایجاد تغییر در میدان مغناطیسی محیط



شکل ۱۲- نمونه اولیه پیچۀ هلمهولتز مربعی سه‌محوره در حال تست

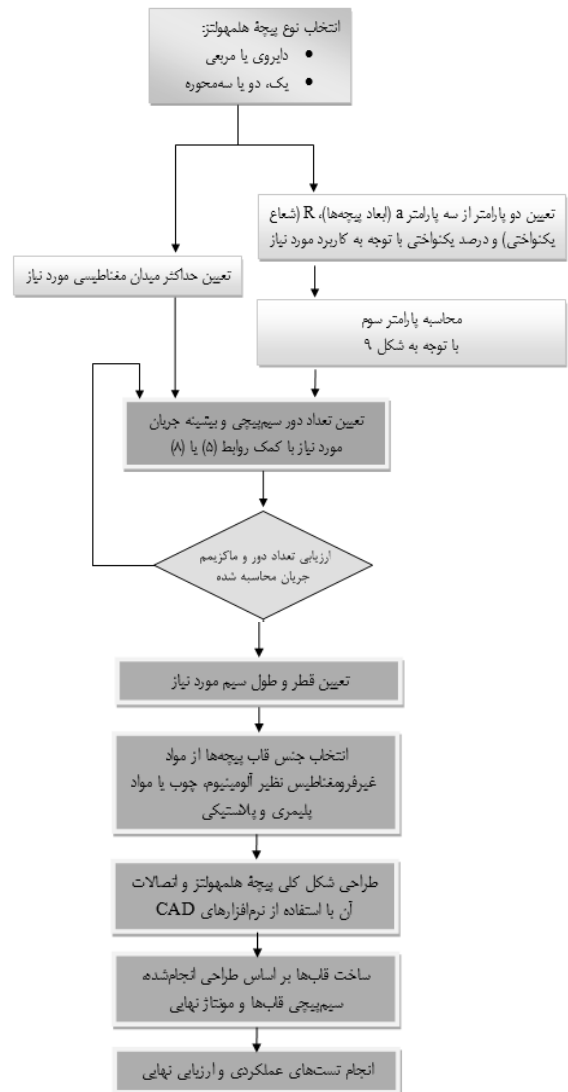
### شرایط محیطی تست

برای اندازه‌گیری میدان مغناطیسی در تست‌های عملکردی پیچۀ هلمهولتز، می‌توان از حسگر مگنتومتر سه‌محوره استفاده کرد. وجود میدان‌های مغناطیسی با فرکانس بسیار پایین در محیط، می‌تواند بر روی داده‌های اندازه‌گیری تأثیرگذار باشد. وجود مواد فرومغناطیسی در محیط پیرامونی می‌تواند تأثیر زیادی در داده‌های اندازه‌گیری داشته باشد و بهتر است این مواد از محیط اندازه‌گیری دور باشند. در صورتی که وجود این مواد در محیط اجتناب‌ناپذیر است، باید دقت کرد که محل قرارگیری آن‌ها در محیط و در حین انجام تست، ثابت باشد. باید دقت شود تا افراد حاضر در تست نیز از عدم وجود مواد فرومغناطیسی در پوشش خود (نظیر کمربند، انگشتر، دکمه لباس، خودکار و موارد دیگری که از مواد فرومغناطیس ساخته شده‌اند) اطمینان حاصل نمایند تا خطای اندازه‌گیری به حداقل برسد.

وجود جریان‌های الکتریکی DC در محیط نیز می‌تواند بر روی اندازه‌گیری‌ها تأثیرگذار باشد. برای جلوگیری از اثرات ناشی از سیم‌های حامل جریان DC، لازم است تا سیم‌های رفت و برگشت جریان الکتریکی در کنار یکدیگر قرار گرفته تا اثر میدان مغناطیسی تولیدی آن‌ها به حداقل برسد. به طور کلی تمامی عوامل تولید میدان مغناطیسی فرکانس پایین محیطی (اعم از دستگاه‌ها و تجهیزات لازم برای انجام تست) باید در حداکثر فاصله ممکن از محل اندازه‌گیری قرار گرفته و محل آن‌ها در طی انجام تست ثابت باشد.

### تست بررسی میزان یکنواختی

برای بررسی میزان یکنواختی، میدان مغناطیسی تولیدشده توسط پیچۀ هلمهولتز را بر روی محورهای آن اندازه‌گیری می‌کنیم. برای قرار دادن حسگر و اندازه‌گیری میدان مغناطیسی در نقاط مشخص، یک تختۀ مدرج شده که در شکل (۱۲) نیز قابل مشاهده است، در وسط پیچۀ هلمهولتز تعبیه شده است. در این تست علاوه بر حسگر مگنتومتر، از یک منبع تغذیه و آمپرتر برای تنظیم جریان



شکل ۱۱- فلوجارت طراحی پیچۀ هلمهولتز

### مشخصات پیچۀ هلمهولتز ساخته‌شده

پیش از ساخت یک پیچۀ هلمهولتز عملیاتی، نمونه اولیه آن با ابعاد کوچک‌تر ساخته شد. همان‌طور که در شکل (۱۲) مشاهده می‌کنید، این پیچۀ هلمهولتز از نوع مربعی و سه‌محوره است. قاب پیچۀها از چوب ساخته شده است. در جدول (۱) مشخصات این پیچۀ هلمهولتز آورده شده است [۲].

جدول ۱- مشخصات نمونه اولیه پیچۀ هلمهولتز مربعی ساخته‌شده

تعداد دور سیم‌پیچ	ضلع سیم‌پیچ (cm)	محور
۱۶	۵۲	X
۱۹	۵۸	Y
۱۸	۵۵	Z



یکی از قاب‌های محور  $Z$  ناشی از عدم دقت در مونتاژ قاب‌ها بوده است. بنابراین باید دقت شود که در هنگام اتصال قاب‌ها به یکدیگر، تا حد امکان به صورت متعامد با هم قرار گیرند. همچنین لازم است تا در هنگام سیم‌پیچی قاب‌ها، سیم‌ها به طور کاملاً منظم، صاف و محکم در داخل شیار قاب‌ها در کنار یکدیگر قرار بگیرند و از جابجایی و بازی کردن آن‌ها در داخل شیار قاب جلوگیری شود. از دیگر عوامل ایجاد خطا در این تست می‌توان به موارد زیر اشاره کرد:

- وجود میدان مغناطیسی سیم‌های حامل جریان که پیچۀ هلمهولتز را به منبع تغذیه وصل می‌کنند و به طور کامل قرار نگرفتن سیم‌های رفت و برگشت جریان در کنار هم؛
- عدم همراستایی دقیق محور حسگر با محور پیچۀها؛
- عدم همراستایی دقیق صفحه‌ی مدرج با محور پیچۀها؛
- ندانستن محل دقیق حساسه حسگر در داخل جعبه آن؛
- وجود خطا در حسگر.

### تست یافتن ضریب حساسیت میدان مغناطیسی

بعد از بررسی یکنواختی میدان مغناطیسی، لازم است تا رابطه‌ی دقیق بین میدان مغناطیسی هر محور را با جریان الکتریکی آن محور به دست آوریم. منظور از میدان مغناطیسی هر محور، میدان مغناطیسی ایجادشده در مرکز پیچۀ هلمهولتز توسط آن محور است.

با توجه به معادله (۸)، رابطه‌ی بین میدان مغناطیسی در مرکز پیچۀ هلمهولتز با جریان الکتریکی عبوری از پیچۀ یک رابطه خطی است و شیب این خط به تعداد دور و همچنین پارامترهای ابعادی پیچۀ بستگی دارد. در این تست هدف یافتن مقدار دقیق این شیب (یا ضریب حساسیت میدان مغناطیسی) است. برای انجام این تست، میدان مغناطیسی تولیدشده در مرکز پیچۀ هلمهولتز را به ازای جریان‌های الکتریکی مختلف، برای محورهای مختلف اندازه‌گیری می‌کنیم.

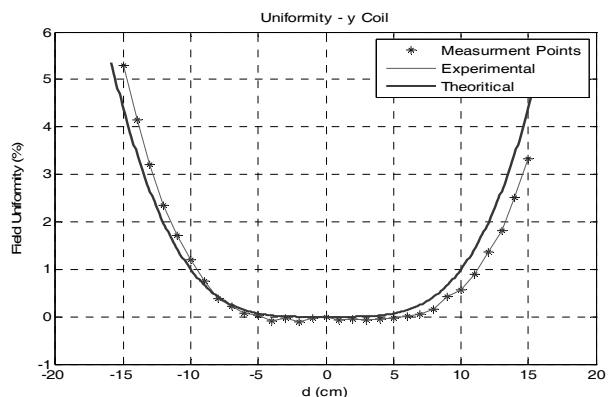
### نتایج تست ضریب حساسیت

به عنوان نمونه، نمودار مربوط به تغییرات میدان مغناطیسی پیچۀ محور  $X$  به ازای مقدار جریان الکتریکی عبوری از آن در شکل (۱۴) آورده شده است. در این شکل منحنی تئوری و تجربی نشان داده شده است. با برازش یک منحنی خطی بر روی داده‌های تجربی، می‌توان عدد دقیق ضریب حساسیت را به دست آورد. نتایج به دست آمده از این تست در جدول (۳) آورده شده است.

الکتریکی عبوری از سیم‌پیچ‌ها استفاده می‌شود. برای اندازه‌گیری میدان مغناطیسی بر روی محورهای پیچۀ هلمهولتز، تعدادی نقطه نمونه را با فواصل معین بر روی صفحه‌ی مدرج نشانه‌گذاری کرده و در این نقاط میدان مغناطیسی را اندازه‌گیری می‌نماییم. اندازه‌گیری میدان مغناطیسی برای هر سه محور پیچۀ هلمهولتز انجام می‌گیرد. شکل (۱۲) تصویری از محیط تست و ثبت داده‌های میدان مغناطیسی توسط کامپیوتر را نشان می‌دهد.

### نتایج تست بررسی میزان یکنواختی

با توجه به رابطه (۹) می‌توان منحنی‌های یکنواختی میدان مغناطیسی پیچۀ هلمهولتز را رسم کرده و با نتایج تجربی به دست آمده از تست مقایسه کرد. به عنوان نمونه، نتایج به دست آمده برای پیچۀ محور  $Y$  در شکل (۱۳) نشان داده شده است. محور افقی فاصله بر روی محور از نقطه مرکز پیچۀ هلمهولتز را نشان می‌دهد. با توجه به منحنی‌های رسم شده، می‌توان شعاع یکنواختی را برای درصدهای یکنواختی مختلف به دست آورد. مقادیر تجربی و تئوری مربوط به شعاع یکنواختی ۰/۵٪ و ۱٪ در جدول (۲) آورده شده است.



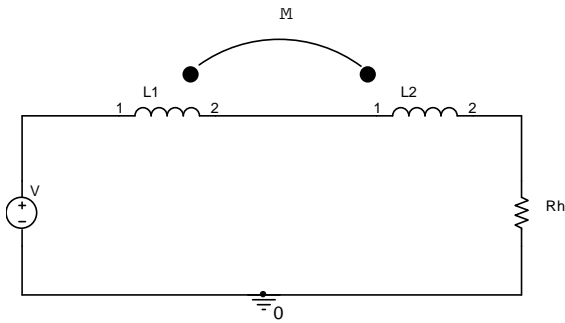
شکل ۱۳- منحنی یکنواختی میدان مغناطیسی برای پیچۀ محور  $Y$

جدول ۲- نتایج تست یکنواختی میدان مغناطیسی

شعاع یکنواختی ۱٪ (cm)	شعاع یکنواختی ۰/۵٪ (cm)		تئوری	تجربی
	تئوری	تجربی		
۹	۷/۵	۷/۵	۷/۵	۷/۵
۱۰	۸/۳	۸/۴	۸/۳	۸/۴
۹/۵	۷/۹	۶/۷۵	۷/۹	۶/۷۵

### بررسی منابع خطا در تست یکنواختی

بیشترین میزان خطا مربوط به داده‌های محور  $Z$  است که در حدود ۱۵٪ می‌باشد. به نظر می‌رسد علت اصلی این خطا، انحراف



شکل ۱۵- مدل اولیه پیچ هلمهولتز تک محوره

با توجه به این شکل می توان رابطه زیر را نوشت:

$$V = R_h I + L_1 \frac{dI}{dt} + M \frac{dI}{dt} + L_2 \frac{dI}{dt} + M \frac{dI}{dt} \quad (12)$$

که در آن  $V$  ولتاژ دو سر پیچ،  $I$  جریان عبوری و  $R_h$  مقدار مقاومت پیچ هلمهولتز است. همچنین مقادیر  $M$  و  $L$  به ترتیب نشان دهنده ضرایب اندوکتانس خودی و اندوکتانس تزویج هستند. چون شار مغناطیسی عبوری از دو سیم پیچ در یک جهت است و یکدیگر را تقویت می کنند، بنابراین تزویج با علامت مثبت وارد شده است.

با توجه به مشخصات یکسان دو سیم پیچ داریم:

$$L_1 = L_2 \quad (13)$$

با توجه به روابط (۱۲) و (۱۳) خواهیم داشت:

$$V = R_h I + (2L + 2M) \frac{dI}{dt} \quad (14)$$

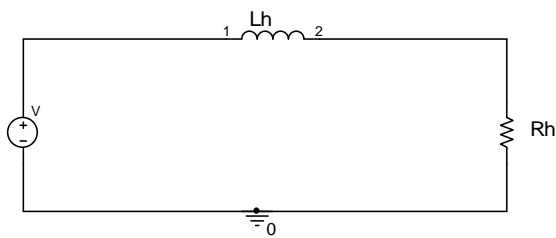
تعریف می کنیم:

$$L_h = 2L + 2M \quad (15)$$

بنابراین داریم:

$$V = R_h I + L_h \frac{dI}{dt} \quad (16)$$

معادله دیفرانسیل فوق بیانگر رفتار پیچ هلمهولتز تک محوره به ازای ورودی ولتاژ است.



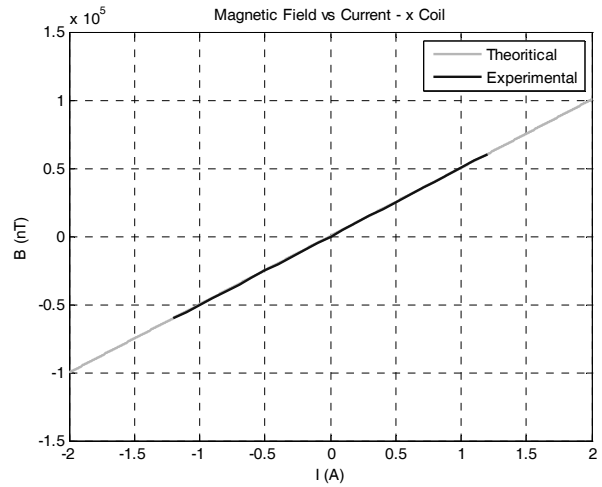
شکل ۱۶- مدل نهایی پیچ هلمهولتز تک محوره

با گرفتن تبدیل لاپلاس از طرفین معادله (۱۶) داریم:

$$V(s) = R_h I(s) + L_h s I(s) \quad (17)$$

بنابراین تابع تبدیل جریان نسبت به ولتاژ اعمالی به دو سر پیچ هلمهولتز به صورت زیر خواهد بود:

$$\frac{I(s)}{V(s)} = \frac{1}{R_h + L_h s} = \frac{1/R_h}{1 + \tau_h s} \quad (18)$$



شکل ۱۴- تغییرات میدان مغناطیسی در مرکز پیچ هلمهولتز برحسب جریان الکتریکی آن برای پیچ محور X

جدول ۳- نتایج تست ضریب حساسیت میدان مغناطیسی

شیب خط (nT/mA)		
تئوری	تجربی	
۵۰/۱	۵۰/۳	پیچ محور X
۵۳	۵۳/۲	پیچ محور Y
۵۳/۱	۵۳/۵	پیچ محور Z

خطاهای گفته شده برای تست یکنواختی در این تست نیز وجود دارد و بیشترین خطا مربوط به محور Z بوده و در حدود ۱٪ است.

## تست های شناسایی

برای شروع طراحی کنترلر برای هر سیستمی، لازم است تا یک مدل ریاضی که بیان کننده رفتار آن سیستم است را به دست آوریم. بعد از یافتن مدل ریاضی، باید پارامترهای این مدل را با توجه به رفتار سیستم واقعی، شناسایی نماییم. به این منظور باید مجموعه ای از تست ها را بر روی سیستم مورد نظر انجام داد.

### مدل سازی پیچ هلمهولتز

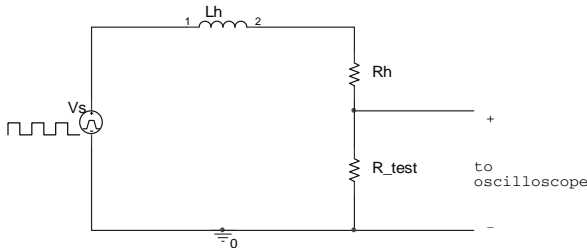
با توجه به ساختار پیچ هلمهولتز تک محوره که از دو سیم پیچ سری با هم تشکیل شده است، می توان آن را به صورت یک مقاومت و دو سلف مدل سازی کرد. این سلف ها دارای تزویج نیز هستند، زیرا شار مغناطیسی تولید شده توسط هر کدام از آن ها از داخل دیگری نیز عبور می کند. شکل (۱۵) مدل اولیه پیچ هلمهولتز تک محوره را نشان می دهد که به یک منبع تغذیه متصل شده است.

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \end{bmatrix} \cong \begin{bmatrix} R_{h1} I_1 \\ R_{h2} I_2 \\ R_{h3} I_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} L_{h1} & 0 & 0 \\ 0 & L_{h2} & 0 \\ 0 & 0 & L_{h3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{dI_1}{dt} \\ \frac{dI_2}{dt} \\ \frac{dI_3}{dt} \end{bmatrix} \quad (21)$$

با این فرض می‌توان پیچۀ هلمهولتز سه‌محوره را نیز به صورت سه پیچۀ تک‌محوره و مستقل از هم در نظر گرفت.

### تست شناسایی اندوکتانس خودی و ثابت زمانی

برای شناسایی اندوکتانس خودی برای هر محور پیچۀ هلمهولتز ابتدا یک مقاومت تست با اندازه مشخص را با پیچۀ هلمهولتز سری کرده، با استفاده از یک فانکشن ژنراتور، یک پالس مربعی را به عنوان ورودی پله به مدار اعمال نموده و ولتاژ در سو مقاومت تست را با اسیلوسکوپ مشاهده می‌نماییم (شکل ۱۸).



شکل ۱۸- مدار مربوط به شناسایی اندوکتانس خودی پیچۀ هلمهولتز با اعمال ورودی پله

ولتاژ مقاومت تست با اعمال ورودی پله، به صورت نمایی و مطابق رابطه (۲۲) رفتار می‌کند:

$$V_{R_{test}} = \frac{R_{test}}{R_{test} + R_h + R_{out}} V_s (1 - e^{-\frac{t}{\tau}}) \quad (22)$$

که در آن  $V_s$  ولتاژ ورودی، و  $R_{out}$  امپدانس خروجی فانکشن ژنراتور است. مقدار  $R_{out}$  با مقاومت‌های موجود در مدار قابل مقایسه بوده و لازم است که در محاسبات لحاظ گردد. زمان  $\tau$  زمانی است که ولتاژ مقاومت تست به ۶۳ درصد مقدار نهایی خود می‌رسد. با توجه به منحنی رسم شده بر روی اسیلوسکوپ می‌توان مقدار  $\tau$  را به دست آورد. پارامتر  $\tau$  در این مدار طبق رابطه زیر تعریف می‌شود:

$$\tau = \frac{L_h}{R_{test} + R_h + R_{out}} \quad (23)$$

بنابراین با دانستن مقادیر مقاومت‌ها و محاسبه زمان  $\tau$  از روی اسیلوسکوپ، مقدار اندوکتانس خودی پیچۀ هلمهولتز به دست می‌آید:

$$L_h = (R_{test} + R_h + R_{out})\tau \quad (24)$$

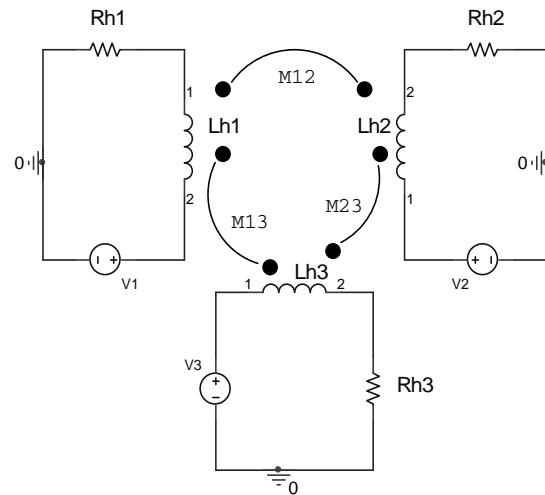
بعد از محاسبه اندوکتانس خودی، می‌توان ثابت زمانی پیچۀ هلمهولتز را از رابطه (۲۵) محاسبه کرد:

که در آن ثابت زمانی پیچۀ هلمهولتز است:

$$\tau_h = \frac{L_h}{R_h} \quad (19)$$

همان طور که می‌بینیم، پیچۀ هلمهولتز یک سیستم مرتبه اول است که در آن رفتار جریان الکتریکی نسبت به ولتاژ ورودی به صورت یک تابع نمایی است.

اگر پیچۀ هلمهولتز سه‌محوره باشد، آن را می‌توان به صورت مجموعه سه مدار مجزا مانند شکل (۱۷) نشان داد. در حالت کلی میدان‌های مغناطیسی هر سه پیچه می‌توانند روی همدیگر اثر گذاشته و بنابراین دارای تزویج با یکدیگر خواهند بود. هرچه در ساخت پیچه‌ها دقت بیشتری داشته باشیم تا میدان مغناطیسی هر سه پیچه متقارن بوده و تعامد آن‌ها بیشتر باشد، میزان تأثیر آن‌ها بر روی یکدیگر کمتر خواهد بود. در این حالت معادلات حاکم بر پیچۀ هلمهولتز سه‌محوره به فرم ماتریسی رابطه (۲۰) خواهد بود.



شکل ۱۷- مدل پیچۀ هلمهولتز سه‌محوره

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_{h1} I_1 \\ R_{h2} I_2 \\ R_{h3} I_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} L_{h1} & M_{12} & M_{13} \\ M_{12} & L_{h2} & M_{23} \\ M_{13} & M_{23} & L_{h3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{dI_1}{dt} \\ \frac{dI_2}{dt} \\ \frac{dI_3}{dt} \end{bmatrix} \quad (20)$$

همان طور که می‌بینیم در این حالت سه معادله دیفرانسیل وابسته به یکدیگر خواهیم داشت.

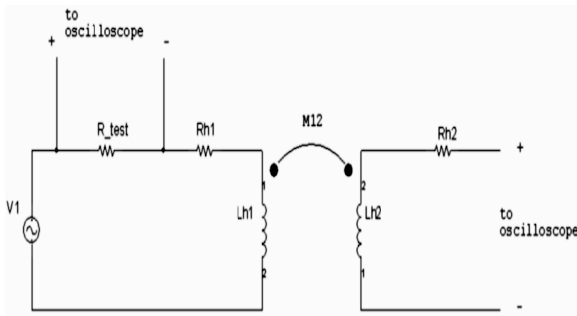
اگر فرض کنیم که مقادیر اندوکتانس‌های تزویج نسبت به اندوکتانس‌های خودی بسیار کوچک‌تر باشند، در این صورت می‌توان از تأثیر آن‌ها صرف‌نظر نمود. در این حالت دسته معادلات (۲۰) به سه معادله دیفرانسیل مستقل تبدیل خواهد شد:

$$\begin{aligned} |V_2| &= jM_{12}\omega|I_1| \\ \omega &= 2\pi f \end{aligned} \quad (29)$$

که در آن علامت قدر مطلق به معنی اندازه یا دامنه متغیر مربوطه می‌باشد و  $f$  نیز فرکانس منبع سینوسی است. بنابراین داریم:

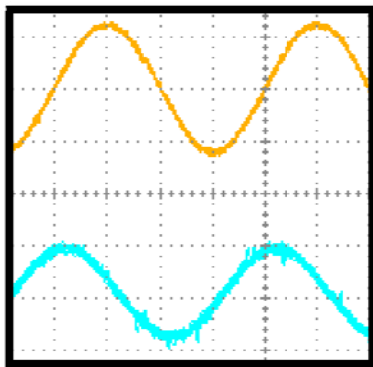
$$M_{12} = \frac{|V_2|}{\omega|I_1|} \quad (30)$$

برای محاسبه  $M_{12}$  به این صورت عمل می‌کنیم که ابتدا یک مقاومت تست را با پیچۀ محور اول سری نموده و پیچۀ محور اول را با یک منبع تحریک سینوسی تغذیه می‌کنیم. حال ولتاژ دو سر پیچۀ دوم و ولتاژ دو سر مقاومت تست را با استفاده از اسیلوسکوپ مشاهده می‌نماییم (شکل ۲۰). با مشخص بودن مقدار مقاومت تست، اندازه دامنه جریان در پیچۀ اول مشخص خواهد بود. همچنین با اندازه‌گیری ولتاژ دو سر پیچۀ دوم از طریق اسیلوسکوپ، مقدار دامنه ولتاژ القایی  $V_2$  نیز محاسبه می‌گردد. در نهایت با توجه به رابطه (۳۰) و مشخص بودن فرکانس منبع، مقدار  $M_{12}$  محاسبه می‌گردد. همین آزمایش برای پیچۀهای اول و سوم، و پیچۀهای دوم و سوم نیز تکرار می‌شود.



شکل ۲۰- مدار مربوط به شناسایی اندوکتانس تزویج بین محورها

با توجه به رابطه (۲۹)، ولتاژ القایی در دو سر سیم‌پیچ ثانویه با جریان در سیم‌پیچ اولیه ۹۰ درجه اختلاف فاز دارد. شکل (۲۱) تغییرات ولتاژ دو سر مقاومت تست و ولتاژ القایی را بر روی اسیلوسکوپ نشان می‌دهد. نتایج تست در جدول (۵) آورده شده است.



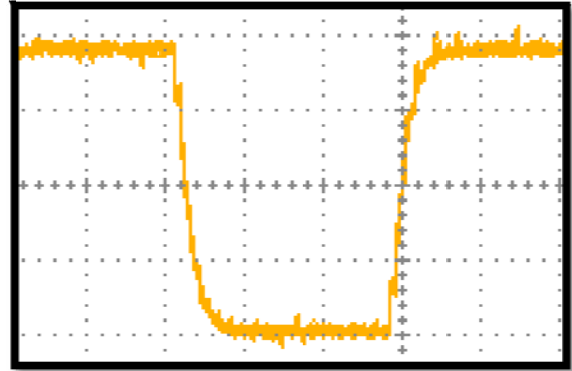
شکل ۲۱- روند تغییرات ولتاژ مقاومت تست سری شده با پیچۀ محور X (منحنی بالایی) و ولتاژ القاء شده در پیچۀ محور Y (منحنی پایینی)

$$\tau_h = \frac{L_h}{R_h} \quad (25)$$

این آزمایش برای هر سه محور پیچۀ هلمهولتز قابل انجام بوده و مقادیر اندوکتانس خودی و ثابت زمانی هر محور به صورت مجزا محاسبه می‌گردد. نتایج در جدول (۴) آورده شده است.

جدول ۴- نتایج تست شناسایی اندوکتانس خودی و ثابت زمانی

$R_h$ ( $\Omega$ )	$L_h$ (mH)	$\tau_h$ (msec)	
۲/۹	۱/۰۱	۰/۳۴۹	پیچۀ محور X
۳/۶۵	۱/۴۳	۰/۳۹۲	پیچۀ محور Y
۳/۲۲	۱/۲۲	۰/۳۶۷	پیچۀ محور Z



شکل ۱۹- روند تغییرات ولتاژ دو سر مقاومت تست (واحد محور افقی برابر ۱۰ میکروثانیه و واحد محور عمودی برابر ۰/۵ ولت است)

### تست شناسایی اندوکتانس تزویج بین محورها

برای شناسایی اندوکتانس تزویج، محورها را دو به دو مورد آزمایش قرار می‌دهیم. با توجه به معادله (۲۰) در این حالت داریم:

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_{h1}I_1 \\ R_{h2}I_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} L_{h1} & M_{12} \\ M_{12} & L_{h2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{dI_1}{dt} \\ \frac{dI_2}{dt} \end{bmatrix} \quad (26)$$

اگر فرض کنیم که فقط پیچۀ اول به منبع متصل است و پیچۀ دوم مدار باز است، خواهیم داشت:

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_{h1}I_1 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} L_{h1} & M_{12} \\ M_{12} & L_{h2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{dI_1}{dt} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (27)$$

اگر پیچۀ اول را به یک منبع سینوسی متصل نماییم، در این صورت ولتاژی که در دو سر پیچۀ دوم ظاهر می‌شود برابر است با:

$$V_2 = M_{12} \frac{dI_1}{dt} \quad (28)$$

فرم فازوری رابطه اخیر به صورت معادله (۲۹) است:

جدول ۵- نتایج تست شناسایی اندوکتانس تزویج بین محورها

$ I_{Rtest} $ (A)	$ V_2 $ (V)	M (mH)	
۰/۱۱۳	۰/۸۵	۰/۱۲	پیچۀ محور X و Y
۰/۱۱۳	۱/۰۵	۰/۱۵	پیچۀ محور X و Z
۰/۰۸۴	۱/۱۵	۰/۲۲	پیچۀ محور Y و Z

### تحلیل نتایج تست شناسایی

می‌دانیم که هرچه تعداد دور سیم‌پیچی بیشتر باشد، مقدار اندوکتانس خودی نیز بیشتر خواهد بود. مقادیر به‌دست آمده برای اندوکتانس خودی محورهای مختلف نیز این امر را تأیید می‌کند و محور Y که بیشترین تعداد دور سیم‌پیچی را دارد، ضریب اندوکتانس خودی آن هم بیشتر از دو محور دیگر است.

همان‌طور که ملاحظه می‌نماییم، مقدار اندوکتانس تزویج بین محورهای YZ و XZ بیشتر است. علت این امر همان‌گونه که اشاره گردید، انحراف یکی از قاب‌های محور Z ناشی از عدم دقت در مونتاژ قاب‌ها بوده که باعث شده است تا تغییر شار مغناطیسی تولیدی این محور تأثیر بیشتری را روی دو محور دیگر داشته باشد. گفته شد که هرچه مقدار اندوکتانس تزویج نسبت به اندوکتانس خودی کمتر باشد، می‌توان از تأثیر آن‌ها در برابر اندوکتانس خودی صرف‌نظر نموده و پیچ‌ها را به صورت مستقل مورد بررسی قرار داد. با مقایسه نتایج به‌دست آمده از تست شناسایی، ملاحظه می‌گردد که در بدترین حالت، اندوکتانس خودی بیش از ۵ برابر اندوکتانس تزویج مربوطه است ( $I_z$  نسبت  $M_{yz}$ ) که البته در این مورد چندان مناسب به نظر نمی‌رسد و علت اصلی آن انحراف قاب محور Z است. در عمل باید سعی نمود تا مقدار اندوکتانس تزویج کوچک‌تر از اندوکتانس خودی باشد تا در هنگام کنترل میدان مغناطیسی پیچ‌ها، تأثیر آن‌ها بر روی یکدیگر به حداقل رسیده و عملاً با سه پیچۀ مستقل سر و کار داشته باشیم. دو عامل در هرچه کمتر کردن تأثیر میدان مغناطیسی پیچ‌ها بر روی یکدیگر مؤثر است:

- تعامد هرچه بیشتر قاب‌ها؛
- سیم‌پیچی صاف و منظم در داخل شیار قاب‌ها.

### تابع تبدیل حلقه‌باز سیستم تک‌محوره

اگر بخواهیم در حالت ماندگار جریان مشخص  $I_d$  در پیچۀ جریان یابد، باید ولتاژی متناسب با مقدار مقاومت آن را در دو سر پیچۀ اعمال نماییم. به عبارت دیگر خواهیم داشت:

$$V = R_h I_d \quad (31)$$

و یا:

$$\frac{V(s)}{I_d} = R_h \quad (32)$$

این ولتاژ در عمل می‌تواند توسط یک مدار درایور جریان الکتریکی و یا یک منبع ولتاژ قابل کنترل اعمال شود. با ضرب رابطه (۳۲) در رابطه (۱۸) خواهیم داشت:

$$\frac{I(s)}{I_d} = \frac{1}{1 + \tau_h s} \quad (33)$$

همچنین با توجه به رابطه (۸) داریم:

$$\frac{B(s)}{I(s)} = k_h \quad (34)$$

که در آن  $k_h$  همان ضریب حساسیت میدان مغناطیسی است.

با ترکیب روابط (۳۳) و (۳۴) به‌دست می‌آوریم:

$$G(s) = \frac{B(s)}{I_d} = \frac{k_h}{1 + \tau_h s} \quad (35)$$

رابطۀ اخیر تابع تبدیل حلقه‌باز پیچۀ هلمهولتز است. مقدار  $\tau_h$  با همان ثابت زمانی پیچۀ هلمهولتز با تست شناسایی به‌دست آمده است. مقدار  $k_h$  نیز با انجام تست عملکردی به طور دقیق محاسبه شده است. همان‌طور که می‌بینیم سیستم فوق یک سیستم مرتبۀ اول بوده و با توجه به مثبت بودن مقدار  $\tau_h$ ، سیستم پایدار است.

در شبیه‌سازی عملکرد سیستم کنترلی، خروجی کنترلر که به صورت یک عدد برای جریان الکتریکی مطلوب گذرنده از پیچۀ هلمهولتز است، به عنوان ورودی به این تابع تبدیل وارد می‌شود.

### نتیجۀ گیری

در این مقاله، مفاهیم، کاربردها، معادلات و روابط ریاضی حاکم بر پیچۀ هلمهولتز ارائه شده و کارکرد آن مورد تحلیل و بررسی قرار گرفت. با توجه به این تحلیل‌ها و به عنوان یکی از نتایج اصلی کار، روند طراحی یک پیچۀ هلمهولتز، مفاهیم و ملاحظات مرتبط با آن به صورت عام ارائه گردید. بر اساس تجربۀ به‌دست‌آمده در طراحی و ساخت نمونه‌ای از این وسیله، می‌توان گفت که با استفاده از روند پیشنهادی، کار طراحی پیچۀ هلمهولتز و محاسبات مرتبط با آن با توجه به نیازها و محدودیت‌های موجود برای طراح، کاملاً مشخص و ساده خواهد شد. در ادامه و به منظور ارزیابی نمونه ساخته‌شده، دو مورد از تست‌های عملکردی مهم شامل تست اندازه‌گیری یکنواختی میدان مغناطیسی و تست یافتن ضریب حساسیت میدان مغناطیسی پیچۀ هلمهولتز بررسی گردید. روند اجرا و نتایج حاصل از این تست‌ها بر روی نمونه اولیه پیچۀ هلمهولتز مربعی سه‌محوره ارائه شده و مورد تحلیل و ارزیابی قرار گرفت. در ادامه، روند مدل‌سازی ریاضی پیچۀ هلمهولتز و انجام تست‌های شناسایی لازم برای یافتن پارامترهای این مدل بررسی شد. تست جدیدی با عنوان شناسایی اندوکتانس تزویج پیشنهاد و معرفی گردید. این تست می‌تواند به عنوان معیاری برای بررسی میزان تعامد محورها، کیفیت ساخت، مونتاژ و سیم‌پیچی قاب‌ها

- Cage for Experimental Magnetic Attitude Determination,” *Advances in the Astronautical Sciences Journal*, Vol. 135, 2010, pp. 147-160.
- [8] Vernier, R., Todd, B. and Slavin, J., “Goddard Space Flight Center Spacecraft Magnetic Test Facility Restoration Project,” NASA Goddard Space Flight Center.
- [9] Hardacre, S., *Hardware In The Loop Testing of Microsatellite Components*, (MSc Thesis), Ryerson University, Toronto, 2005.
- [10] Poppenk, F.M., Amini, R. and Brouwer, G.F., “Design and Application of a Helmholtz Cage for Testing Nano-Satellites,” *ESA-ESTEC 6<sup>th</sup> International Symposium on Environmental Testing for Space Programmes*, 2006.
- [11] Ure, N.K., Kaya, Y.B. and Inalhan, G., “The Development of a Software and Hardware-In-The-Loop Test System for ITU-PSAT II Nano Satellite ADCS,” *IEEE Aerospace Conference*, 2011, pp. 5-12.
- [12] Ryan, K.P., *Experimental Testing of The Accuracy of Attitude Determination Solutions for a Spin-Stabilized Spacecraft*, (MSc Thesis), Utah State University, 2011.
- [13] Brewer, M.R., *Cubesat Attitude Determination and Helmholtz Cage Design*, (MSc Thesis), Department of The Air Force Air University, Air Force Institute Of Technology, Wright-Patterson Air Force Base, Ohio, 2012.
- [14] Asokan, B., *Development of an In-Orbit Simulator for Nanosatellites*, (MSc Thesis), LULEA University Of Technology, Sweden, 2012.
- [15] Bozo, L.F. and Milani, P.G., “A Proposal for Implementing a Helmholtz Coils Cube Control,” *Journal of Aerospace Engineering, Sciences and Applications*, Vol. IV, No. 4, 2012, pp. 97-104.
- [16] Pastena, M. and Grassi, M., “Optimum Design of a Three-Axis Magnetic Field Simulator,” *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, Vol. 38, No. 2, 2002, pp. 488-501.
- [17] Marino, A.R., *Field Homogeneity in Helmholtz Coils*, Application Note NAS02-i, Serviciencia, S.L., 2008.
- استفاده گردد. در انتها با توجه به نتایج به دست آمده، تابع تبدیل حلقه- باز سیستم محاسبه گردید. با یافتن این تابع تبدیل می توان کار طراحی و پیاده سازی کنترلر میدان مغناطیسی پیچیده هلمهولتز به منظور حذف اغتشاشات مغناطیسی محیطی و ایجاد میدان مغناطیسی مطلوب در داخل آن را آغاز نموده و در نهایت به یک نمونه عملیاتی از این وسیله دست یافت.

## مراجع

- [1] Piergentili, F., Candini, G.P. and Zannoni, M., “Design, Manufacturing, and Test of a Real-Time, Three-Axis Magnetic Field Simulator,” *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, Vol. 47, No. 2, 2011, pp. 1369-1379.
- [2] Mousavi, S.M.S., *Design and Control of Triaxial Helmholtz Coil to Electromagnetic Tests of Satellite in Presence of Environmental Disturbances*, (MSc Thesis), Amirkabir University of Technology, Tehran, 2014.
- [3] Frix, W.M., Karady, G.G. and Venetz, B.A., “Comparison of Calibration Systems for Magnetic Field Measurement Equipment,” *IEEE Transactions on Power Delivery*, Vol. 9, No. 1, 1994, pp. 100-108.
- [4] Gyawali, S.R., *Design and Construction of Helmholtz Coil for Biomagnetic Studies on Soybean*, (MSc Thesis), University of Missouri-Columbia, 2008.
- [5] Cvetkovic, D. and Cosic, I., “Modeling and Design of Extremely Low Frequency Uniform Magnetic Field Exposure Apparatus for In Vivo Bioelectromagnetic Studies,” *Proceedings of the 29th Annual International Conference of the IEEE EMBS*, France, 2007, pp. 1675-1678.
- [6] Schalkowsky, S. and Harris, M., “Spacecraft Magnetic Torques,” *NASA Space Vehicle Design Criteria (Guidance and Control)*, NASA SP-8018, 1969.
- [7] Klesh, A., Seagraves, S., Bennett, M., Boone, D., Cutler, J. and Bahcivan, H., “Dynamically Driven Helmholtz