

# شبیه‌سازی عددی تلاطم غیرخطی درون یک مخزن تحت اثر شتاب‌های انتقالی و زاویه‌ای

سپه‌نند مجیدی هروان<sup>۱</sup> و مصطفی اسماعیلی<sup>۲\*</sup>

۱- دانشکده مهندسی مکانیک و انرژی، دانشگاه شهید بهشتی

۲- دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه خوارزمی

\*تهران، کد پستی: ۱۴۹۱۱-۱۵۷۱۹

m.esmaeili@khu.ac.ir

در مقاله حاضر، پدیده تلاطم سیال در یک مخزن نیمه‌پر تحت اثر شتاب‌های جانبی (سرچ) و زاویه‌ای (پیچ) به صورت عددی مورد بررسی قرار گرفته است. یک الگوریتم عددی براساس تکنیک کسر حجمی استفاده شده تا رفتار غیرخطی تلاطم سیال و در نتیجه تعقیب سطح آزاد سیال و نحوه اثر شتاب‌های جانبی و زاویه‌ای بر روی آن شبیه‌سازی شود. به منظور بهبود کیفیت تسخیر سطح مشترک دو فاز از روش افزایش انسجام THINC در کد عددی موجود بهره گرفته شده است. ضمناً، به منظور اعتبار سنجی حل عددی، جایجایی سطح آزاد برای تلاطم سیال تحت اثر شتاب جانبی با در نظر گرفتن فرکانس ارتعاشات در دو حالت تشدید و دور از تشدید با نتایج آزمایشگاهی و حل تحلیلی مقایسه شده است. ضمناً، فشار بر روی دیواره برای تلاطم سیال تحت اثر شتاب زاویه‌ای برای دو حالت با و بدون صفحات میراکننده با نتایج آزمایشگاهی مقایسه شده‌اند.

واژه‌های کلیدی: تلاطم غیرخطی، مخزن، روش کسر حجمی، تشدید، صفحات نگهدارنده

## علائم و اختصارات

$u_j$	مؤلفه سرعت ( $ms^{-1}$ )	$r$	بردار مکان یک ذره نسبت به دستگاه مختصات ساکن
$V$	بردار سرعت جایجایی تحریک ( $ms^{-1}$ )	$R$	بردار مکان یک ذره نسبت به دستگاه مختصات متحرک
$x$	مختصه مکانی (m)	$b$	تحریک خطی (m)
$y$	مختصه مکانی (m)	$f$	کسر حجمی
$z$	مختصه مکانی (m)	$F$	عبارت چشمه مومنتوم ( $kgm^{-2}s^{-2}$ )
$H$	تابع هویساید	$g$	شتاب جاذبه ( $ms^{-2}$ )
$h$	ارتفاع اولیه سطح مایع در مخزن (m)	$P$	فشار ( $kgm^{-1}s^{-2}$ )
$a$	طول مخزن (m)	$t$	زمان (s)
$\theta$	جابه‌جایی زاویه‌ای (rad)	$T$	دوره تناوب (s)
$\mu$	لزجت دینامیکی ( $kgm^{-1}s^{-1}$ )		
$\rho$	چگالی ( $kgm^{-3}$ )		
$\tau$	تانسور تنش ( $kgm^{-1}s^{-2}$ )		
$\omega$	بسامد ( $rad s^{-1}$ )		
$\beta$	ضریب ثابت		

۱. استادیار

۲. استادیار (نویسنده مخاطب)

## مقدمه

تلاطم بیانگر نوسان سطح آزاد مایع و گاز در مخزنی است که بخشی از آن از مایع پر شده است. این نوسانات می‌تواند نتیجهٔ جابه‌جایی‌های جانبی، طولی و یا حرکات زاویه‌ای مخزن باشد. در حالتی که فرکانس نوسان تحریک خارجی نزدیک به فرکانس طبیعی سیال در تانک باشد و یا دامنهٔ فرکانس تحریک بزرگ باشد، امکان تشدید نوسان به‌وجود می‌آید و در این حالت نیروی حاصل از فشار ضربهٔ سیال در حال تلاطم می‌تواند باعث آسیب دیدن سازه و یا از بین رفتن پایداری سیستم شود [۱]. یکی از جلوه‌های ناپایداری ناشی از تلاطم را می‌توان در حرکت ماهواره‌بر در خارج از مدار زمین مشاهده نمود. در چنین شرایطی، به‌دلیل وجود شرایط بی‌وزنی، سطح مشترک دو فاز در مخزن سوخت تلاطمی مهارناپذیر را تجربه می‌کند که باعث پیش‌بینی‌ناپذیری مکان مرکز جرم ماهواره‌بر و در نتیجه کنترل‌ناپذیری حرکت ماهواره‌بر می‌شود. به همین دلیل، مهار تلاطم مخزن یکی از مهم‌ترین حوزه‌های پژوهشی فعال در صنایع هوافضا به‌ویژه در طراحی مخازن سوخت پیش‌رانه‌های فضایی است.

مطالعات در زمینهٔ امواج حاصل از تلاطم به‌طور گسترده در دهه‌های اخیر مورد توجه پژوهشگران قرار گرفته است. بسیاری از محققان تلاش خود را معطوف به حل تحلیلی تلاطم به کمک تئوری پتانسیل کرده‌اند. به‌طور مثال، فالتینسن [۲] یک حل تحلیلی خطی برای تلاطم در یک تانک دوبعدی که به‌صورت افقی تحت تحریک جانبی است را به‌دست آورد. این حل تحلیلی به‌صورت گسترده‌ای در اعتبارسنجی حل‌های عددی محققان مورد استفاده قرار گرفته است. فالتینسن و همکاران [۳]، اخیراً یک رهیافت مبنی بر گسترده‌ای از مودهای ارتعاشی را برای توصیف تلاطم غیرخطی در یک مخزن دوبعدی دارای سیال با عمق محدود توسعه داده‌اند. همچنین، هیل [۴] رفتار گذرای امواج تشدید را براساس فرضیات ارائه شده در مطالعات محققان قبلی، مورد تحلیل و بررسی قرار داده است. با این حال، این روش‌های تحلیلی برای جریان‌های لزج قابل قبول نیستند و در نتیجه شکست و برگشت امواج را نمی‌توان به کمک آنها بررسی کرد.

در رهیافت دیگری برای بررسی تلاطم سیال، حل عددی معادلهٔ لاپلاس به‌دست آمده براساس تئوری جریان پتانسیل در هندسهٔ دوبعدی [۵، ۶]، به‌همراه صفحات نگهدارنده [۷] یا مدل‌سازی سه‌بعدی هندسه [۸] مورد توجه قرار گرفته است. از اولین این افراد فالتینسن [۲] است که مدل المان‌های مرزی<sup>۳</sup> را برای

مطالعهٔ تلاطم سیال توسعه داد. بعدها ناکایاما و واشیزو<sup>۴</sup> [۹] روش مشابهی را برای شبیه‌سازی تلاطم سیال در یک مخزن دوبعدی دارای حرکات سرج و پیچ را مورد بررسی و تحلیل قرار دادند. در مورد روش‌های عددی مطرح در حل تلاطم با استفاده از تئوری جریان پتانسیل می‌توان به کارهای چو و لی<sup>۵</sup> [۱۰] با به‌کارگیری روش المان محدود<sup>۶</sup> و چن و نوکس<sup>۷</sup> [۱۱] با به‌کارگیری روش تفاضل محدود<sup>۸</sup> اشاره کرد. در تمامی مطالعات فوق به‌دلیل استفاده از تئوری جریان پتانسیل، اثرات لزجت و حرکت چرخشی سیال را نمی‌توان مورد تحلیل قرار داد.

روش دیگر در بررسی تلاطم، حل کامل معادلات ناویر-استوکس برای بررسی تلاطم ویسکوز است [۱۲-۱۵]. از مطالعات انجام شده در این زمینه می‌توان به مراجع [۱۶] در شبیه‌سازی تلاطم پرده‌مانه و کار تحقیقاتی ژائو و چن<sup>۹</sup> در شبیه‌سازی تلاطم با روش ترکیبی حجم سیال- سطح تراز<sup>۱۰</sup> [۱۷] اشاره کرد. در این دسته از روش‌ها، حلگر توسعه داده شده می‌بایست علاوه‌بر حل معادلات جریان تلاطم، سطح مشترک دو فاز را نیز با استفاده از روش‌های عددی تصویر نماید. در این روش‌ها، سطح مشترک عمدتاً به‌صورت یک مرز متحرک جداکننده دو نواحی اشغال شده توسط هر یک از فازها عمل می‌نماید [۱۸]. به همین دلیل، در این دسته از روش‌ها سطح مشترک دو فاز، باید دارای کمترین ضخامت باشد تا روش بتواند تحولات فیزیکی سطح مشترک را به دقت تسخیر کند. به‌عبارت‌دیگر، روش به‌کار گرفته شده در تعیین سطح مشترک می‌بایست قابلیت تعیین محل و جهت‌گیری سطح مشترک را در هر لحظه و در سراسر دامنهٔ محاسباتی داشته باشد [۱۹]. روش‌های تعیین وضعیت سطح مشترک دو فاز خود به دو دستهٔ عمدهٔ روش‌های تعقیب سطح مشترک دو فاز و روش‌های تسخیر سطح مشترک دو فاز، تقسیم‌بندی می‌شوند.

روش‌های تعقیب سطح مشترک دو فاز، سطح مشترک را به‌صورت مجموعه‌ای از ذرات لاگرانژی در نظر می‌گیرد که چسبیده به مرز دو فاز هستند [۲۰]. این روش‌ها به‌دلیل نیاز آنها به بازتوزیع مداوم ذرات لاگرانژی جهت حفظ تراکم یکسان در سرتاسر سطح مشترک، نسبتاً پرهزینه هستند [۲۱، ۲۲]. جایگزین کم‌هزینه‌تر مجموعهٔ روش‌های فوق دسته دیگری از روش‌های تعیین سطح مشترک مشهور به روش‌های تسخیر سطح مشترک دو فاز هستند

4. Nakayama and Washizu

5. Cho and Lee

6. Finite Element Method (FEM)

7. Chen and Noken

8. Finite Difference Method (FDM)

9. Zhao and Chen

10. VOF-Levelset

3. Boundary Element Method (BEM)

## معادلات حاکم و مدل عددی

در این تحقیق، معادلات نایر-استوکس معادلات حاکم بوده و فرض بر این است که هر دو فاز موجود در شبیه‌سازی تلاطم سطح آزاد، سیالات نیوتنی و تراکم‌ناپذیر هستند. ناحیه محاسباتی یک مخزن صلب مستطیلی و نیمه‌پر است. از یک شبکه سازمان‌یافته برای شبیه‌سازی‌ها استفاده شده است. تحریک مخزن به گونه‌ای است که تغییرات سطح مشترک سیال تنها در یک صفحه اهمیت داشته و تغییرات در جهت عمود بر صفحه ناچیز است. بنابراین امکان انجام محاسبات به صورت دوبعدی ممکن شده است. به منظور اجتناب از به‌کارگیری شرایط مرزی پیچیده برای دیواره متحرک، از یک سیستم مختصات متحرک برای بیان معادلات حاکم استفاده شده است. مبدأ مختصات در وسط مخزن و بر روی سطح ساکن سیال (قبل از شروع نوسان) قرار دارد. مبدأ مختصات قابلیت حرکت جابجایی و چرخشی را نسبت به ناظر ساکن داراست. در شکل (۱) وضعیت ناظر ساکن و متحرک نسبت به هم نشان داده شده‌اند. با در نظر گرفتن این مطلب، معادلات حاکم بر جریان (معادلات پیوستگی و مومنتوم) نسبت به ناظر متحرک به صورت روابط (۱) و (۲) هستند:

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0 \quad (1)$$

$$\rho \left( \frac{\partial u_i}{\partial t} + u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right) = - \frac{\partial P}{\partial x_i} + \mu \left( \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j \partial x_j} \right) + F_i \quad (2)$$

در معادله بالا جمله چشمه  $F_i$  نشان‌دهنده جملات حاصل از بیان معادلات نسبت به مختصات ساکن است و در شکل برداری به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$F = g - \frac{dv}{dt} - \frac{d\theta}{dt} \times (r - R) - 2\theta \times \frac{d(r-R)}{dt} - \theta \times \theta \times (r - R) \quad (3)$$

در معادله بالا  $g$  بردار گرانش بوده و  $V$  و  $\frac{d\theta}{dt}$  به ترتیب بردار سرعت جابجایی و زاویه‌ای نسبت به ناظر متحرک هستند. ضمناً بردار مکان یک ذره نسبت به دستگاه مختصات ساکن برابر  $r$  و نسبت به دستگاه مختصات متحرک برابر  $r-R$  است. همچنین، بردار  $R$  بیانگر مکان مبدا دستگاه مختصات متحرک نسبت به دستگاه مختصات ساکن است. در این مقاله به منظور تعقیب سطح آزاد سیال و مشاهده نحوه نفوذ گاز به درون مایع از مدل کسر حجمی استفاده شده است.

[۲۳]. در این گونه از روش‌ها، سطح مشترک دو فاز به‌عنوان یک سطح هم‌تراز از یک کمیت نشانگر فاز شناخته می‌شود [۲۴، ۲۵]. این دسته از روش‌ها عمدتاً در زیرمجموعه روش‌های کسر حجمی و سطح تراز قرار می‌گیرند و یا ترکیبی از این دو روش هستند.

در روش کسر حجمی، متغیر نشان‌گر فاز بر حسب قرارگیری در حوزه اشغال شده توسط هر کدام از فازها مقادیر صفر یا یک را اختیار می‌کند. روش‌های کسر حجمی به‌طور عمده دارای دو مرحله اساسی مقداردهی به کمیت کسر حجمی و بازسازی سطح مشترک می‌باشند [۲۶]. روش‌های بازسازی سطح مشترک به دو دسته عمده روش‌های هندسی [۲۳، ۲۷، ۲۸] و روش‌های جبری [۲۹] تقسیم می‌شوند. گونه‌های مختلفی از روش‌های جبری در هر دو نوع شبکه سازمان‌یافته [۳۰، ۳۱] و بی‌سازمان [۳۲] توسعه داده شده‌اند.

در تحقیق حاضر، تلاطم ناشی از شتاب جانبی و زاویه‌ای با استفاده از حل عددی معادلات کامل نایر-استوکس و به‌کارگیری روش کسر حجمی مورد بررسی قرار گرفته است. به منظور بهبود کیفیت تسخیر سطح مشترک دو فاز از روش جبری THINC [۳۳، ۳۴] استفاده شده است. ضمناً اعتبار نتایج کد عددی و الگوریتم به‌کار رفته در آن با مقایسه نتایج عددی به‌دست آمده و نتایج تحلیلی و عددی دیگر محققان برای حالت تلاطم خطی و غیرخطی سنجیده شده است. در آخر، تأثیر وجود صفحات نگهدارنده بر شدت تلاطم سطح آزاد به‌صورت عددی بررسی و نتایج عددی به‌دست آمده با نتایج تجربی دیگر محققان مقایسه شده است.

پژوهش عددی انجام شده در مقاله حاضر، بخشی از یک طرح پژوهشی جامع به منظور تهیه و توسعه یک حلگر عددی جامع با قابلیت شبیه‌سازی جریان‌های چندفازی است. در بخش اول این پروژه پژوهشی، توانایی حلگر عددی در شبیه‌سازی جریان‌های نیوتنی دوفاز و تراکم‌ناپذیر مورد سنجش قرار گرفت که نتایج آن در تحقیق حاضر آورده شده است. در فاز بعدی طرح پژوهشی، تعمیم قابلیت‌های کد عددی به شبیه‌سازی جریان‌های دو فازی تراکم‌پذیر مد نظر است تا بتوان پدیده‌های مربوط به انتشار موج ضربه‌ای و برهم‌کنش آنها با سطح مشترک دو فاز را مد نظر قرار داد. همچنین، در فازهای بعدی در نظر است که روش THINC مورد استفاده در این تحقیق به گونه‌ای تعمیم داده شود که امکان شبیه‌سازی منسجم<sup>۱۱</sup> جریان‌های سه‌فازی با یک فاز غیرنیوتنی فراهم آید. در این صورت حلگر عددی تعمیم داده شده قابلیت استفاده در شبیه‌سازی جریان چندفازی زیستی را خواهد داشت.

بین صفر و یک در سلول‌های قطع شده با سطح مشترک دو سیال خواهد داشت. به منظور تشریح روش کسر حجمی، ابتدا معادله فرارفت یک‌بعدی و خطی زیر را در نظر می‌گیریم:

$$\frac{\partial f}{\partial t} + u \frac{\partial f}{\partial x} = 0 \quad (8)$$

با بازنویسی معادله به فرم بقایی خواهیم داشت:

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \frac{\partial F}{\partial x} = 0 \rightarrow F = fu \quad (9)$$

در صورتی که مقدار متوسط تابع ممیز را در سلول محاسباتی  $j$  به صورت زیر تعریف کنیم:

$$f_j = \frac{1}{\Delta x} \int_{j-1/2}^{j+1/2} f(x) dx \quad (10)$$

می‌توان معادله بقایی فوق را به صورت گسسته زیر بازنویسی کرد:

$$f_j^{n+1} - f_j^n = \int_t^{t+\Delta t} F_{j+1/2} dx - \int_t^{t+\Delta t} F_{j-1/2} dx \quad (11)$$

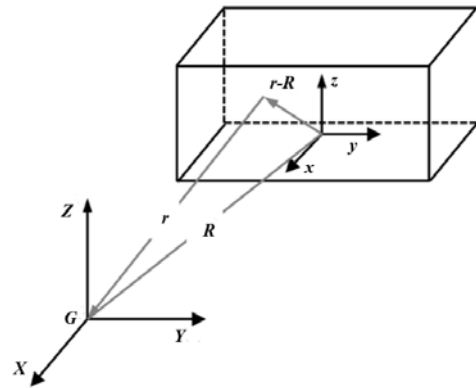
در رابطه بالا باید مقادیر انتگرال سمت راست به صورت تابعی از  $f$  محاسبه شوند. با توجه به این که در حل معادله گسسته تنها به مقدار متوسط تابع ممیز در هر سلول دسترسی داریم، می‌بایست یک توزیع برای مقادیر  $f$  در نظر گرفت. اگر  $f$  را در تمام نقاط سلول برابر مقدار متوسط آن فرض کنیم، با استفاده از روش تفاضل بالادست می‌توان رابطه زیر را بین مقدار متوسط تابع ممیز در هر سلول و مقدار شار عبور کننده از مرزها به صورت زیر بازنویسی نمود:

$$\int_t^{t+\Delta t} F_{j+1/2} dx = \Delta t u f_j^n, \int_t^{t+\Delta t} F_{j-1/2} dx = \Delta t u f_{j-1}^n \quad (12)$$

در این صورت فرم کلی معادله گسسته به صورت زیر قابل بازنویسی است:

$$f_j^{n+1} - f_j^n = \frac{\Delta t u}{h} (f_j^n - f_{j-1}^n) \quad (13)$$

به طور کلی حل معادله فرارفت و فوق و به دست آوردن مقادیر جدید تابع ممیز در گام زمانی فعلی را می‌توان به صورت یک فرایند دومرحله‌ای تصور نمود که در گام اول آن، ابتدا معادله فرارفت حل می‌شود. نقطه ضعف اساسی روش فوق این است که شار تابع  $f$  قبل از آن که تمامی سلول محاسباتی  $j$  از  $f$  پر شود (به عبارتی قبل از آن که جبهه موج ناپیوستگی به مرز برسد)، از سلول  $j$  تخلیه می‌شود. این مسأله به دلیل در نظر گرفتن توزیع ثابت تابع  $f$  در تمام نقاط هر سلول و از طرفی به دلیل محاسبه شار تابع  $f$  به کمک همین مقادیر متوسط است. بنابراین، عملاً ناپیوستگی‌های موجود در تابع  $f$  بعد از طی چند گام زمانی از بین رفته یا به عبارتی پخش مصنوعی تابع  $f$  در دامنه محاسباتی اتفاق می‌افتد.



شکل ۱- مرجع مختصات متحرک برای یک تانک تحت اثر تحریک خارجی

بر اساس ایده اسکاردوولی و زالسکی<sup>۱۲</sup> [۲۵]، ساده‌ترین راه تعریف سطح مشترک دو سیال آن است که سطح مشترک را به صورت رویه‌ای با تعریف زیر بیان کنیم:

$$h(x, y, z, t) = 0 \quad (4)$$

در این حالت یک تابع ممیز  $f$  را می‌توان به گونه‌ای تعریف کرد که مقدار آن در حوزه وجود یک سیال برابر یک و در حوزه وجود سیال دیگر برابر صفر است.

$$f(x, y, z, t) = H[z - h(x, y, t)] \quad (5)$$

در عبارت فوق  $H$  معرف تابع هوی‌ساید است. اگر از دیدگاه لاگرانژی به مسأله تغییرات سطح آزاد نگاه کنیم، در حالتی که تغییر فاز را در نظر نگیریم، می‌توان گفت که مقدار تابع ممیز برای هر ذره ثابت باقی خواهد ماند. یعنی خواهیم داشت:

$$\frac{Df}{Dt} = 0 \rightarrow \frac{\partial f}{\partial t} + u \cdot \nabla f = 0 \quad (6)$$

معادله سمت راست در عبارت فوق، بیان حرکت سطح آزاد در نگرش اوپلری است. روش‌های گوناگونی برای مدل کردن سطح مشترک دو سیال در شبکه ثابت وجود دارد که یکی از اولین روش‌ها، روش کسر حجمی است. در تکنیک کسر حجمی اولین مفهومی که باید به آن اشاره شود، تابع کسر حجمی است که در حقیقت کمیت نظیر تابع ممیز در فضای گسسته است. این تابع به صورتی تعریف می‌شود که نشان‌دهنده کسری از حجم یک سلول محاسباتی که توسط سیال یک پر شده است، باشد. رابطه این تابع کسر حجمی با تابع ممیز به صورت زیر است:

$$C_{ij} h^2 = \int_{(i,j)} f(x, y) dx dy \quad (7)$$

در رابطه بالا  $h$  طول یک سلول محاسباتی در یک شبکه دوبعدی یکنواخت است. با توجه به تعریف بالا، تابع کسر حجمی مقداری برابر صفر یا یک در سلول‌های دور از سطح آزاد و مقداری

$$\nabla \cdot \left( \frac{\nabla P^{n+1}}{\rho} \right) = \frac{\nabla \cdot V^*}{dt} \quad (19)$$

۳) محاسبه مقدار صحیح سرعت در گام زمانی جدید با استفاده از مقدار به‌روز شده فشار و سرعت تخمینی:

$$V^{n+1} = V^* - dt \left( \frac{\nabla P^{n+1}}{\rho} \right) \quad (20)$$

جهت گسسته‌سازی عبارات جابه‌جایی و پخشی در معادلات حاکم به ترتیب از روش گسسته‌سازی اختلاف بالادست مرتبه دوم و تفاضل مرکزی مرتبه دوم استفاده شده است. ضمناً مشتقات زمانی نیز به صورت صریح و به کمک روش گسسته‌سازی رانج-کوئای مرتبه سوم گسسته شده‌اند.

### نتایج

نتایج مطالعه حاضر در چهار بخش ارائه می‌شود. در بخش اول نتایج حل عددی با حل تحلیلی به‌دست آمده از تحلیل خطی تلاطم با کمک حل معادله پتانسیل مقایسه می‌شود. در بخش دوم تلاطم در مخزن مستطیلی نیمه‌پر تحت تحریک جانبی سینوسی مورد بررسی قرار می‌گیرد. در این بخش میزان دامنه و بسامد طوری در نظر گرفته شده که توانایی کد عددی در شبیه‌سازی تلاطم همراه با شکست سطح آزاد (تلاطم غیرخطی) مورد بررسی قرار گیرد. همچنین، در این بخش تلاطم نتایج حل عددی با نتایج آزمایشگاهی دیگر محققان اعتبارسنجی می‌شود. در بخش سوم، تلاطم در مخزن خطی مخزن مستطیلی نیمه‌پر تحت اثر جابجایی زاویه‌ای پیچ مورد بررسی قرار می‌گیرد. صحت نتایج عددی حاصل به کمک مقایسه آنها با نتایج تحلیلی موجود نشان داده می‌شود. در بخش آخر، اثر استفاده از صفحات نگهدارنده در کاهش تلاطم مطالعه شده و نتایج حل عددی با نتایج حاصل از آزمایش‌های تجربی موجود مقایسه می‌شود.

### تلاطم خطی تحت اثر تحریک افقی

با در نظر گرفتن سیال تراکم‌ناپذیر و فرض جریان غیرچرخشی و معادله لاپلاس برای تابع پتانسیل، فالتینسن [۲] یک حل تحلیلی خطی برای جابه‌جایی سطح آزاد در مخزن مستطیلی تحت تحریک جانبی ارائه کرده است:

$$\eta = \frac{1}{g} \sum_{n=0}^{\infty} \sin \left( \frac{(2n+1)\pi}{2a} x \right) \times \cosh \left( \frac{(2n+1)\pi}{2a} h \right) \times [-A_n \omega_n \sin(\omega_n t) - c_n \omega \sin(\omega t)] - \frac{1}{g} A \omega x \sin(\omega t) \quad (21)$$

به منظور رفع نقیصه پخشی مصنوعی سطح مشترک، در این تحقیق از روش افزایش انسجام سطح مشترک THINC [۳۳، ۳۴] استفاده می‌شود. در این روش ابتدا سلول‌های مجاور سطح مشترک دو فاز به صورت رابطه (۱۴) شناسایی می‌شوند:

$$(\bar{f}_{i+1} - \bar{\alpha}_i)(\bar{f}_i - \bar{f}_{i-1}) > 0, \varepsilon < \bar{f}_i < 1 - \varepsilon \quad (14)$$

که در این تحقیق  $\bar{f}_i$  نمایانگر کسر حجمی سلول  $i$  و مقدار  $\varepsilon$  برابر  $10^{-4}$  است. شرط اول در معادله (۱۴)، در حقیقت همان شرط یکنوایی کسر حجمی در عرض سطح مشترک است که از ایجاد نوسانات اضافی پس از اعمال روش افزایش انسجام جلوگیری می‌نماید. اکنون، می‌خواهیم توزیع کسر حجمی روی سلول دارای دربرگیرنده سطح مشترک دو فاز را به گونه‌ای بازسازی نماییم که پرش کسر حجمی از مقدار صفر تا مقدار یک را حتی‌الامکان در یک سلول متمرکز نماید. به عبارت دیگر، می‌خواهیم در عرض یک سلول توزیع کسر حجمی نشان داده شده در معادله (۱۵) را داشته باشیم:

$$f_i(x) = \frac{1}{2} \left[ 1 + \sigma_i \tanh \left( \beta \left( \frac{x - x_{i-1/2}}{\Delta x_i} - \bar{x}_i \right) \right) \right] \quad (15)$$

در عبارت فوق  $\sigma_i = \text{sgn}(\bar{f}_{i+1} - \bar{f}_{i-1})$  و ضریب  $\beta$  برابر ۳/۵ می‌باشند. تنها پارامتر تعیین نشده در بالا  $\bar{x}_i$  است که از تساوی معادله (۱۶) به صورت نشان داده شده در معادله (۱۷) تعیین می‌شود.

$$\bar{x}_i = \frac{1}{\Delta x_i} \int_{i-1/2}^{i+1/2} f_i(x) dx \quad (16)$$

$$\bar{x}_i = \frac{1}{2\beta} \ln \left[ \frac{\exp(\beta(1 + \sigma_i - 2\bar{\varphi}_i)/\sigma_i) - 1}{1 - \exp(\beta(1 - \sigma_i - 2\bar{\varphi}_i)/\sigma_i)} \right] \quad (17)$$

به منظور گسسته‌سازی و حل معادلات ناویر-استوکس از روش تصویرسازی منارد و همکاران<sup>۱۳</sup> [۳۵] و همچنین لیو و لین<sup>۱۴</sup> [۳۶] به عنوان یکی از انواع روش‌های حجم محدود، استفاده شده است. به طور خلاصه، این روش در هر گام زمانی دارای سه مرحله اساسی زیر است:

۱) محاسبه سرعت تخمینی  $V^*$  درحالتی که معادله مومنوم بدون گرادیان فشار در نظر گرفته شود:

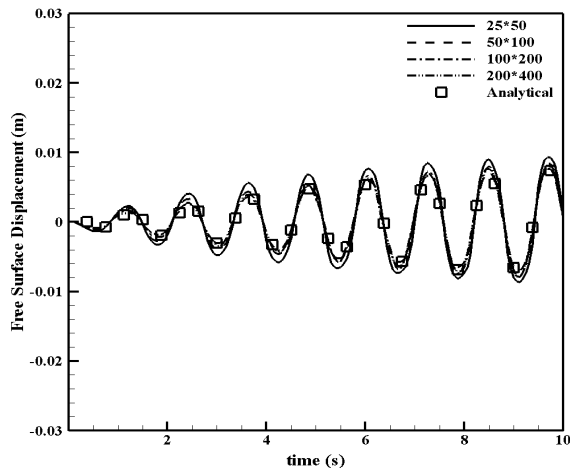
$$V^* = V - dt \left[ (V^n \cdot \nabla) V^n - \frac{1}{\rho} \nabla \cdot \tau \right] \quad (18)$$

۲) حل معادله پواسون فشار با متغیر سرعت میانی به‌دست آمده از بالا و تعیین مقدار فشار در گام زمانی جدید:

13. Menard et al.

14. Liu and Lin

به منظور دستیابی به نتایج مستقل از شبکه محاسباتی، چهار شبکه محاسباتی در صفحه XZ در نظر گرفته شد که تعداد نودها در جهت X و Z به ترتیب ۲۰۰×۴۰۰، ۱۰۰×۲۰۰، ۵۰×۱۰۰ و ۲۵×۵۰ است. در شکل (۳) می‌توان دید که در تمامی جواب‌ها، بسامد نوسان تقریباً یکسانی برای تالطم سطح آزاد به دست آمده است. در عین حال، اختلاف ملموسی بین دامنه نوسان پیش‌بینی شده توسط شبکه درشت با مقدار پیش‌بینی شده توسط حل تحلیلی و شبکه‌های ریزتر مشهود است. با توجه به این که اختلافی بین نتایج حاصل از شبکه‌های ۵۰×۱۰۰، ۱۰۰×۲۰۰ و ۲۰۰×۴۰۰ با حل عددی وجود ندارد، می‌توان گفت که نتایج عددی در شبکه ۱۰۰×۲۰۰ مستقل از شبکه شده‌اند. در جدول (۱)، خطای حل عددی حاصل از شبکه‌های محاسباتی مذکور نسبت به حل آمده است.



شکل ۳- مقایسه جابه‌جایی سطح آزاد در  $x=0.5m$  برای حل عددی به دست آمده از این مطالعه و نتیجه تحلیلی [۲] برای  $b=0.0004m$  و  $\omega = 0.95\omega_0$

جدول ۱- مقدار خطای متوسط حل عددی نسبت به حل تحلیلی در پیش‌بینی مقدار نوسان سطح آزاد دو فاز

شبکه محاسباتی	۵۰×۲۵	۱۰۰×۵۰	۲۰۰×۱۰۰	۴۰۰×۲۰۰
خطا نسبت به حل تحلیلی	۰/۰۰۱۳۹۸	۰/۰۰۰۵۹۴	۰/۰۰۰۴۳۳	۰/۰۰۰۳۶۴

اکنون به منظور بررسی عملکرد روش THINC در بهبود کیفیت تسخیر سطح مشترک دو فاز، مسئله تحریک عرضی مخزن در بسامد تحریک برابر ۰/۹۵ بسامد طبیعی مخزن را مجدداً در شبکه ۱۰۰×۲۰۰ بررسی می‌نماییم. این بار دامنه تحریک ۵ برابر حالت قبل (یعنی حداکثر جابه‌جایی عرضی برابر ۲ میلی‌متر) در نظر گرفته می‌شود تا به تبع آن دامنه نوسان سطح آزاد نیز افزایش یابد و تحولات سطح مشترک دو فاز نسبت به حالت قبل بزرگ‌نمایی شود. این مسئله در دو شبیه‌سازی جداگانه، با به‌کارگیری روش THINC و بدون به‌کارگیری آن مطالعه شده است. در شکل (۴)، توزیع کسر حجمی در زمان‌های یکسان از دو شبیه‌سازی، به‌طور کیفی با یکدیگر مقایسه شده‌اند. می‌توان دید که در حالت عدم به-

در معادله (۲۱)،  $a$  و  $h$  به ترتیب طول مستطیل و نصف ارتفاع سطح اولیه سیال بوده و  $\omega$  بسامد طبیعی است. دنباله‌های موجود در رابطه بالا به صورت زیر تعریف می‌شوند:

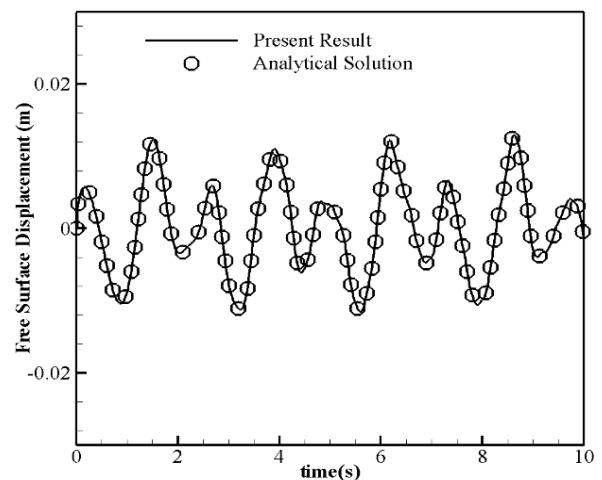
$$\omega_n^2 = g \frac{(2n+1)\pi}{2a} \tanh\left(\frac{(2n+1)\pi}{2a} h\right) \quad (22)$$

$$C_n^2 = g \frac{\omega K_n}{\omega_n^2 - \omega^2} \quad (23)$$

$$A_n = -C_n - \frac{K_n}{\omega} \quad (24)$$

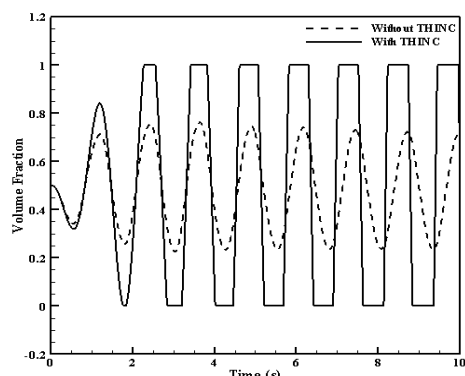
$$K_n = \frac{\omega A}{\cosh\left(\frac{(2n+1)\pi}{2a} h\right)} \frac{2}{a} \left(\frac{2a}{(2n+1)\pi}\right)^2 (-1)^n \quad (25)$$

در معادله (۲۵)،  $A = b\omega$  بوده که در آن  $b$ ، دامنه جابه‌جایی است. به منظور بررسی قابلیت حل عددی در تصویر کشیدن تالطم خطی، مخزنی با طول و عرض ۱ متر در نظر گرفته شده است. مخزن تحت اثر تحریک افقی سینوسی  $x = -b\sin(\omega t)$  بوده و سطح اولیه سیال ۰/۵ متر خواهد بود. دو حالت برای شبیه‌سازی در نظر گرفته شده است. در حالت اول بسامد تحریک برابر با نصف بسامد تشدید سیستم در نظر گرفته شده و دامنه تحریک ۱۰ میلی‌متر است. در حالت دوم، بسامد تحریک برابر با ۰/۹۵ بسامد تشدید سیستم و دامنه تحریک ۰/۴ میلی‌متر است. نتایج جابه‌جایی سطح آزاد سیال در گوشه سمت راست مخزن (مولفه  $x$  برابر ۰/۵ متر) برای حالت اول شبیه‌سازی در شکل (۲) و برای حالت دوم شبیه‌سازی در شکل (۳) نشان داده شده است. همان‌طور که در این شکل‌ها مشهود است، نتایج حل عددی انطباق بسیار خوبی با نتایج تحلیلی دارد که البته برای حالت خطی (حالتی که نسبت جابه‌جایی سطح آزاد به سطح اولیه سیال خیلی کوچک است) قابل پیش‌بینی بود.

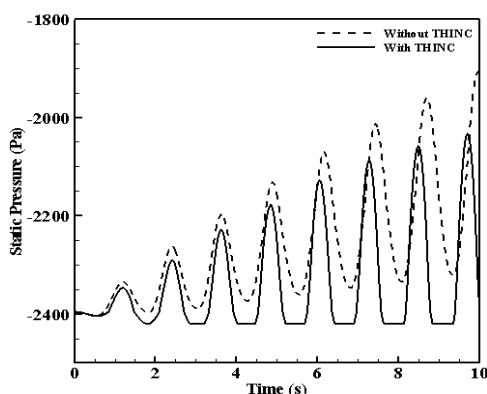


شکل ۲- مقایسه جابه‌جایی سطح آزاد در  $x=0.5m$  برای حل عددی به دست آمده از این مطالعه و نتیجه تحلیلی [۲] برای  $b=0.01m$  و  $\omega = 0.5\omega_0$

مجاورت فازهای خالص قرار می‌گیرد و پارامتر کسر حجمی دارای مقدار ثابتی خواهد بود. همچنین، در نمودار تغییرات فشار نیز دیده می‌شود که مقدار بیشینه فشار در هر دوره تناوب افزایش می‌یابد (شکل ۵-ب). این بدان دلیل است که دامنه نوسانات سطح آزاد در هر دوره تناوب در اثر نزدیکی بسامد تحریک به بسامد طبیعی مخزن افزایش می‌یابد. در نتیجه در زمان فشار بیشینه، نقطه داده‌برداری در هر دوره تناوب در عمق بیشتری از مایع فرو می‌رود. این نکته در نتایج به‌دست آمده از هر دو شبیه‌سازی قابل مشاهده است. اما در عین حال، به دلیل حفظ ضخامت سطح مشترک دو فاز و عدم ایجاد پخش عددی، در بازه‌های زمانی مشخصی مقدار فشار ثابت است که به دلیل قرارگیری نقطه داده‌برداری در مجاورت فاز گازی است. در زمان عدم به‌کارگیری روش THINC به دلیل ایجاد اختلاط غیرفیزیکی در مرز دو فاز، عملاً نقطه داده‌برداری همواره در معرض مخلوطی از دو فاز قرار می‌گیرد و در نتیجه هیچ‌گاه فشار فاز گازی خالص را تجربه نمی‌نماید. همچنین، می‌توان دید که عدم به‌کارگیری THINC به دلیل تشدید پخش عددی، موجب ایجاد تفاوت در بسامد نوسان سطح آزاد دو فاز نسبت به حالت تحلیلی می‌شود.



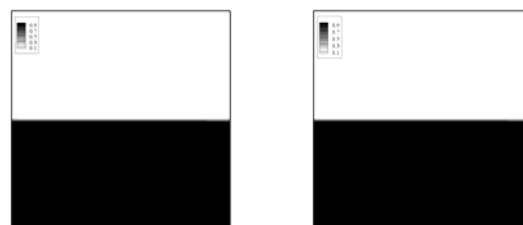
الف) تغییرات کسر حجمی



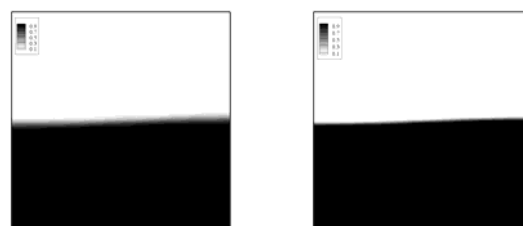
ب) تغییرات فشار

**شکل ۵-** مقایسه کمی نتایج در دو شبیه‌سازی با استفاده از روش THINC و بدون استفاده از این روش در نقطه مشخص داده‌برداری روی خط تقارن افقی مخزن و در منتهی‌الیه سمت راست

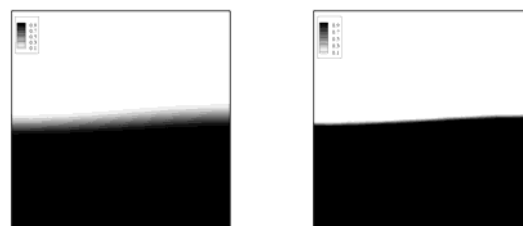
کارگیری THINC ضخامت سطح مشترک دو فاز در طول زمان شبیه‌سازی به تدریج افزایش می‌یابد و در نتیجه از کیفیت تسخیر سطح مشترک دو فاز کاسته شده است.



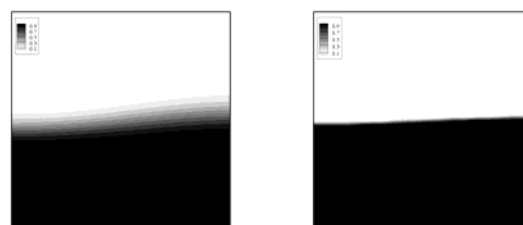
t=0.0s



t=2.5s



t=5.0s



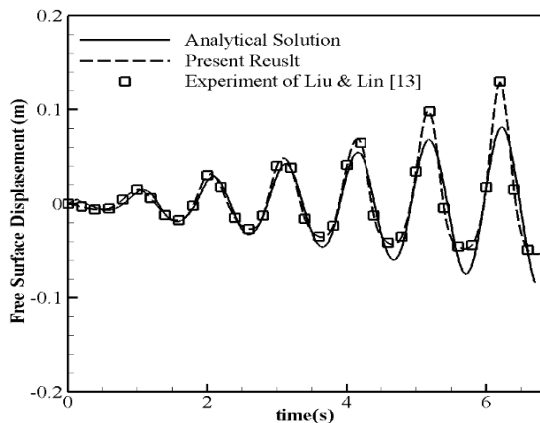
t=7.5s

**شکل ۴-** توزیع کسر حجمی در زمان‌های مختلف شبیه‌سازی برای حل عددی با دامنه  $b=0.0004m$  و بسامد  $\omega = 0.95\omega_0$ ، ستون سمت راست نتایج همراه با اعمال THINC و ستون سمت چپ نتایج بدون اعمال آن

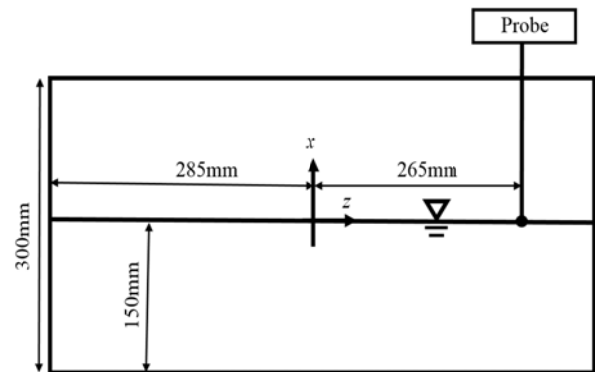
به منظور انجام یک مقایسه کمی در مورد کیفیت تسخیر سطح مشترک در دو حالت فوق، تحولات دو متغیر کسر حجمی و فشار استاتیک با زمان در گوشه سمت راست مخزن در شکل نشان داده شده است. مشاهده می‌شود که در زمان به‌کارگیری روش THINC تغییرات کسر حجمی در عرض سطح مشترک دارای ضخامت معینی است که در طول زمان شبیه‌سازی محدود باقی می‌ماند (شکل ۵-الف). به همین دلیل، در حالت به‌کارگیری THINC نقطه  $x=0.5$  در بازه‌هایی از زمان شبیه‌سازی کاملاً در

### تلاطم غیرخطی سیال تحت اثر تحریک افقی

به منظور سنجش توانایی ابزار عددی در به تصویر کشاندن تلاطم غیرخطی، مطالعه آزمایشگاهی مرجع [۱۶] در نظر گرفته شده است. همان طور که در شکل (۶) دیده می شود، نمونه آزمایشگاهی تانکی با طول ۵۷۰ میلی متر و ارتفاع ۳۰۰ میلی متر است. مخزن تحت اثر تحریک افقی سینوسی ( $x = -b \sin(\omega t)$ ) بوده و نیمی از آن از سیال پر شده است.



شکل ۷- مقایسه حل عددی و نتایج تجربی به دست آمده از مرجع [۱۶] برای جابه جایی سطح آزاد تحت اثر شتاب جانبی

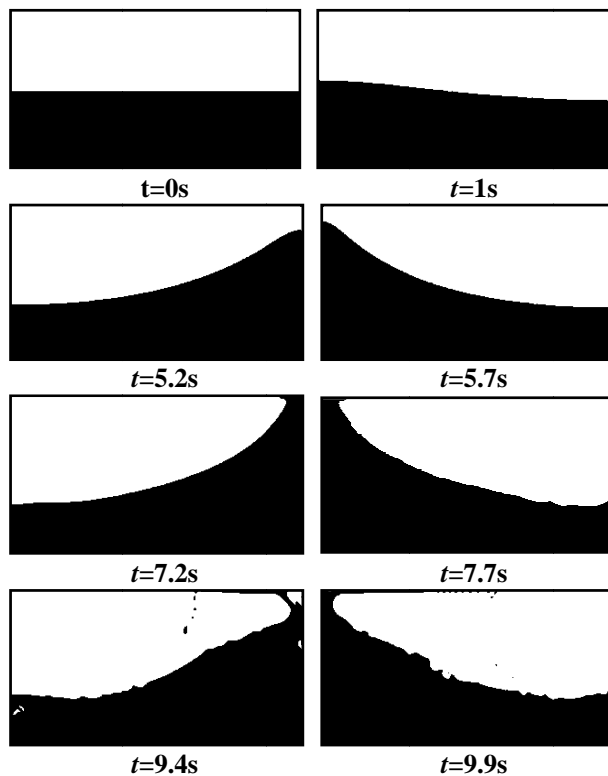


شکل ۶- شکل شماتیکی تانک استفاده شده در آزمایش مرجع [۱۶]

در آزمایش مذکور دامنه تحریک ۵ میلی متر است و فرکانس های تحریک در حالت تشدید بررسی شده است. همان طور که در مرجع [۱۶] اشاره شده، مخزن ذکر شده با این ابعاد و شرایط تحریک، در ناحیه تلاطم غیرخطی (حالتی که نسبت جابه جایی سطح آزاد به سطح اولیه قابل صرف نظر نیست) است.

به عنوان نمونه ای از نتایج، میزان جابه جایی سطح آزاد برای حالت تشدید با نتایج آزمایشگاهی مقایسه شده است. همان طور که از شکل (۷) مشخص است، انطباق قابل قبولی بین نتایج عددی و نتایج آزمایشگاهی وجود دارد که نشان دهنده دقت مناسب ابزار عددی برای پیش بینی تلاطم غیرخطی است. از آنجاکه حل تحلیلی صرفاً برای حالت های خطی و غیرخطی دور از تشدید برقرار است، با گذشت زمان اختلاف بین نتایج حل عددی و حل تحلیلی افزایش می یابد. نتایج پیش بینی شده برای حل عددی حاضر در ناحیه خطی و حالت غیرخطی دور از تشدید کاملاً با هر دو نتایج تحلیلی و آزمایشگاهی همخوانی دارد که این مطلب با توجه به نتایج مناسب شکل (۳) دور از ذهن نیست.

موقعیت سطح آزاد در زمانهای مختلف در حالت تشدید در شکل (۸) به نمایش درآمده است. همان طور که در این شکل مشخص است با گذشت زمان دامنه موج تشکیل شده افزایش می یابد و در نهایت امواج شکننده سطح آزاد<sup>۱۵</sup> به وجود می آیند.



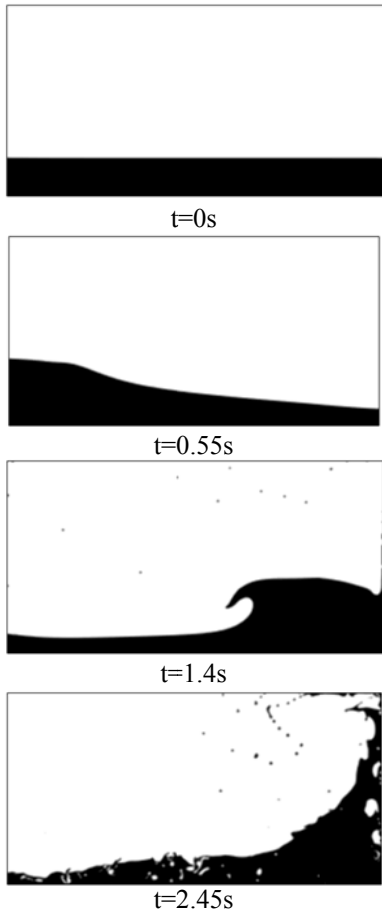
شکل ۸- تلاطم سیال در مخزن تحت اثر تحریک جانبی در حالت تشدید در زمان های مختلف

در شکل (۹)، اثر مدهای مختلف بسامد تشدید بر روی موقعیت سطح آزاد نشان داده شده است. تعداد پیک های موجود در سطح آزاد برای مدهای مختلف، مرتبط با شماره مد فرکانس بوده و این نتیجه منطبق بر نتایج تحلیلی در مرجع [۱] است. با افزایش فرکانس تحریک (تغییر مد فرکانس تشدید) ماکزیمم جابه جایی سطح آزاد در زمان زودتری اتفاق می افتد ولی این ماکزیمم ارتفاع با افزایش فرکانس کاهش می یابد. با گذشت زمان برای مدهای فرکانس تشدید بالاتر از ۱ دیگر شکست سطح آزاد دیده نمی شود چون با عبور از بیشینه جابه جایی سطح آزاد، موقعیت سطح آزاد به یک حل شبه دائم میل می کند.

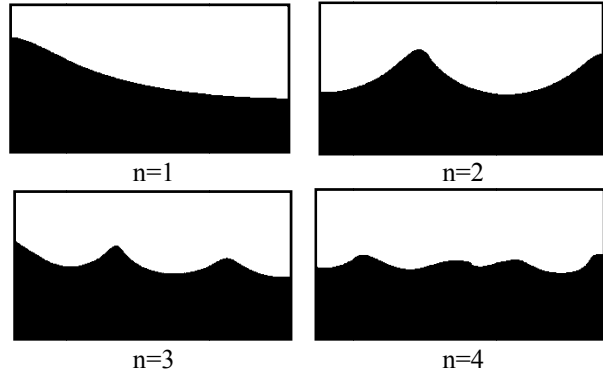


### تلاطم خطی تحت اثر تحریک زاویه‌ای پیچ

در این بخش نتایج عددی به‌دست آمده برای تلاطم مخزن مستطیلی تحت اثر تحریک زاویه‌ای پیچ با نتایج تحلیلی ارائه شده در مراجع [۳۹، ۳۸، ۹] مقایسه می‌شود. طول و عرض مخزن به ترتیب ۰/۹ و ۱/۲ متر است و مبدأ مختصات در مرکز مخزن و بر روی سطح اولیه سیال قرار دارد. بدین ترتیب، ارتفاع سطح اولیه سیال در حال سکون، ۰/۶ متر است. مخزن تحت اثر حرکت نوسانی پیچ به شکل  $\theta = \theta_0 \cos(\omega t)$  حول مرکز خود است. در این رابطه،  $\theta_0$  و  $\omega$  دامنه و بسامد تحریک زاویه‌ای است که به ترتیب برابر با ۰/۸ درجه و ۵/۵ رادیان بر ثانیه در نظر گرفته شده‌اند. زمان اولیه مخزن با زاویه  $\theta_0$  شیب‌دار و سیستم در حال سکون است. بررسی حساسیت حل نسبت به شبکه محاسباتی نشان داد که استفاده از شبکه  $200 \times 100$  منجر به استقلال حل عددی از شبکه محاسباتی می‌شود. در شکل (۱۲)، نتایج مربوط به مقایسه جابه‌جایی سطح آزاد در گوشه سمت راست مخزن با نتایج تحلیلی ارائه شده در مرجع [۳۹] مقایسه شده است. انطباق مناسبی بین نتایج عددی و تحلیلی برای جابه‌جایی پیچ در ناحیه خطی وجود دارد که نشان‌دهنده قابلیت بالای روش عددی در شبیه‌سازی تلاطم خطی (ناشی از حرکت زاویه‌ای) است.

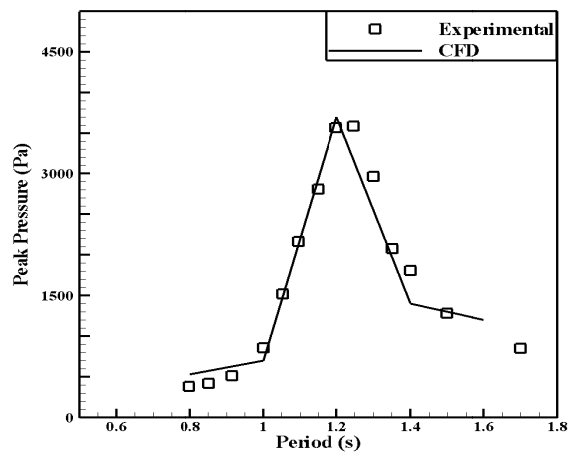


شکل ۱۱- توزیع کسر حجمی در مسئله تلاطم سطح آزاد مطالعه شده در مرجع [۳۷] در بسامد تحریک ۰/۸ ثانیه



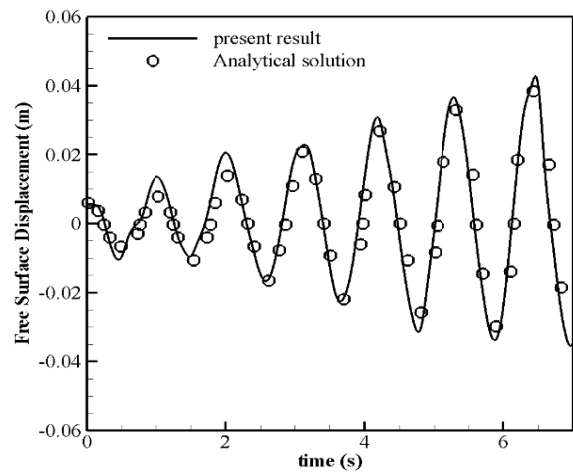
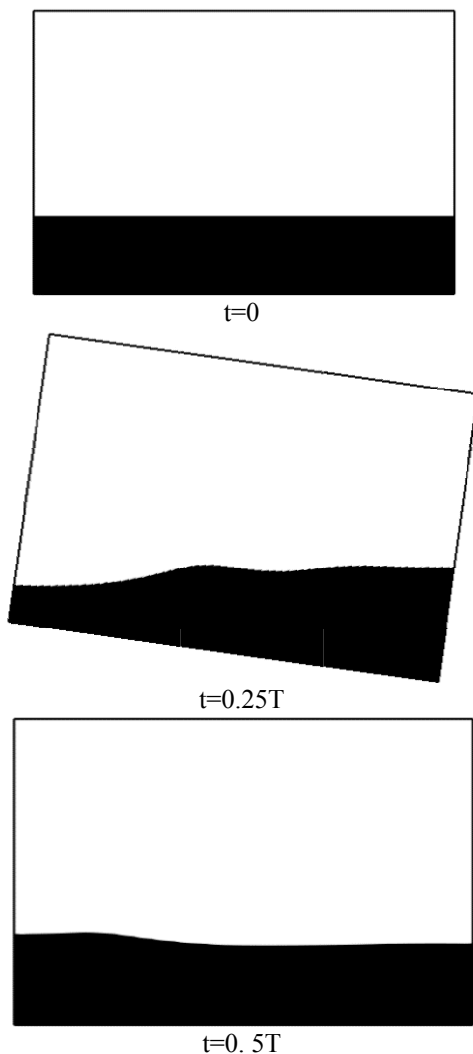
شکل ۹- تلاطم سیال تحت اثر تحریک جانبی در مدهای مختلف تشدید

اکنون به منظور سنجش توانایی کد عددی در شبیه‌سازی تلاطم‌های پر دامنه و با بسامد بالا، مسئله تلاطم مورد بررسی در تحلیل عددی جئونگ و همکاران<sup>۱۶</sup> [۳۷] به‌عنوان آخرین مسئله مورد بررسی در این بخش شبیه‌سازی شده است. مخزن مورد بررسی در این مسئله مستطیلی به طول ۰/۶ متر و ارتفاع ۰/۳ متر می‌باشد که با یک شبکه یکنواخت به طول شبکه ۲ میلی‌متر پوشیده شده است. ارتفاع سطح آزاد برابر ۶ سانتی‌متر و محل داده‌برداری نقطه‌ای به ارتفاع ۱۰ سانتی‌متر در سمت راست مخزن است. دامنه نوسان برابر مقدار ثابت ۵ سانتی‌متر و دوره تناوب نوسان مقداری در بازه ۰/۸ الی ۱/۶ ثانیه انتخاب شده است. در شکل ۱۰، مقدار بیشینه فشار در نقطه داده‌برداری بر حسب دوره تناوب رسم و با مقادیر تجربی مورد اشاره در مرجع [۳۷] مقایسه شده است. روند تغییرات مقدار فشار بیشینه حاکی از وجود انطباق قابل قبول بین پیش‌بینی‌های عددی و نتایج تجربی است. همچنین، در شکل (۱۱) نمایی از تلاطم شدید ایجاد شده در مخزن به‌دلیل دامنه نوسان بالا و بسامد زیاد تحریک نشان داده شده است.



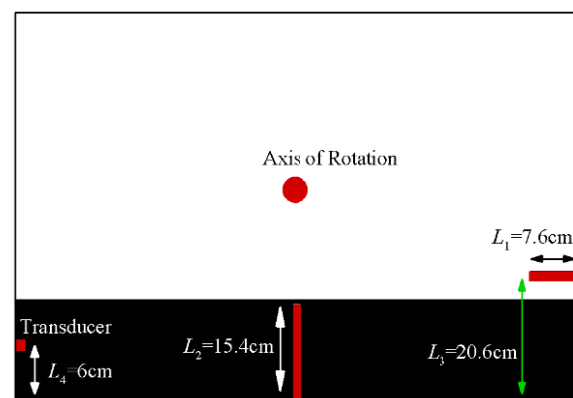
شکل ۱۰- مقایسه دوره تناوب به‌دست آمده در شبیه‌سازی مسئله تلاطم مورد بررسی در مرجع [۳۷] با نتایج تجربی موجود در همان مرجع

تلاطم سطح آزاد سیال در حالات مخزن بدون صفحات نگهدارنده در شکل (۱۴) و همراه با صفحات نگهدارنده در شکل (۱۵) نشان داده شده است. براساس مشاهدات و مطابق انتظار، وجود صفحات نگهدارنده باعث کاهش دامنه تلاطم سطح آزاد سیال شده است. اثر وجود صفحات نگهدارنده در کاهش نوسانات را می‌توان به صورت کمی در نمودارهای شکل‌های (۱۶) و (۱۷) مشاهده نمود. در این شکل نوسان فشار در محل کارگذاری حسگر فشار در دامنه محاسباتی نشان داده شده و با نتایج تجربی آکیلدیز و اونال [۴۰] مقایسه شده است. می‌توان مشاهده کرد که انطباق بسیار خوبی از لحاظ دامنه و بسامد نوسانات بین نتایج عددی و تجربی برقرار است. بنابراین، ابزار عددی توسعه داده شده در تحقیق حاضر را می‌توان به عنوان یک ابزار قابل اتکاء در مطالعه اثرات پیکره‌بندی‌های مختلف صفحات نگهدارنده بر مهار تلاطم سطح آزاد، مورد استفاده قرار داد. همچنین، مقایسه نتایج ارائه شده در شکل‌های (۱۲) و (۱۳) نشان از تأثیر قابل توجه صفحات نگهدارنده در کاهش دامنه نوسانات و مهار تلاطم سیال دارد.

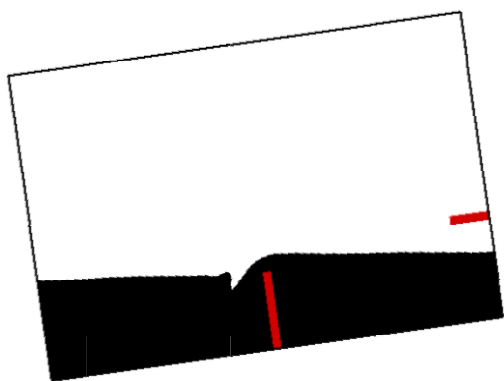


شکل ۱۲- مقایسه جابه‌جایی سطح آزاد در  $x=0.45m$  مخزن تحت اثر تحریک زاویه‌ای پیچ برای حل عددی به دست آمده از این مطالعه و نتیجه تحلیلی [۳۹]

پس از نمایش توانایی کد عددی توسعه داده شده در شبیه‌سازی تلاطم خطی سطح آزاد سیال بر اثر شتاب زاویه‌ای، در اینجا به بررسی تأثیر وجود صفحات نگهدارنده بر شدت تلاطم سیال می‌پردازیم. به منظور اعتبارسنجی نتایج به دست آمده، آزمایش تجربی آکیلدیز و اونال [۴۰]<sup>۱۷</sup> به صورت عددی بازتولید می‌شود. دامنه محاسباتی یک مخزن دوبعدی به طول ۹۲ سانتی‌متر و ارتفاع ۶۲ سانتی‌متر است که با یک شبکه محاسباتی یکنواخت با ضخامت ۵ میلی‌متر پوشیده شده است (شکل ۱۳). در حالت اولیه مخزن در وضعیت افقی بوده و ۲۵ درصد آن از آب پر شده است. سپس بدنه مخزن در معرض نوسانات تناوبی به فرم  $\theta = \theta_0 \cos(\omega t)$  حول محور دوران قرار می‌گیرد. محور دوران منطبق بر محور تقارن مخزن است. در این مسئله آزمایشی، مقدار دامنه نوسان  $\theta_0$  برابر ۸ درجه و بسامد نوسان برابر ۲ رادیان بر ثانیه در نظر گرفته شده است.

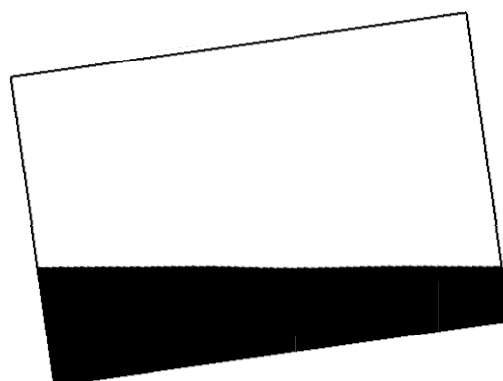


شکل ۱۳- مخزن دوبعدی تحریک شده در اثر شتاب زاویه‌ای پیچ



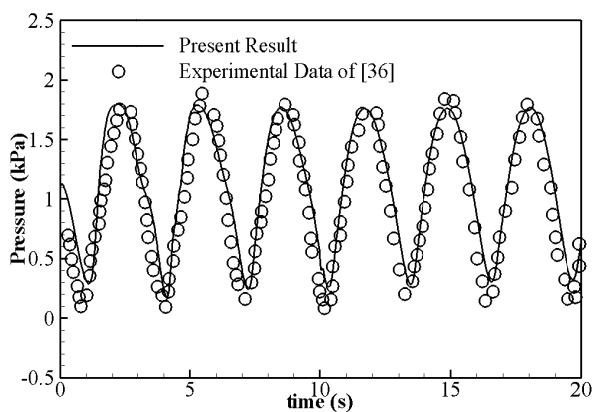
$t=0.75T$

شکل ۱۵- تلاطم سیال در اثر شتاب زاویه‌ای مخزن همراه با صفحات نگهدارنده

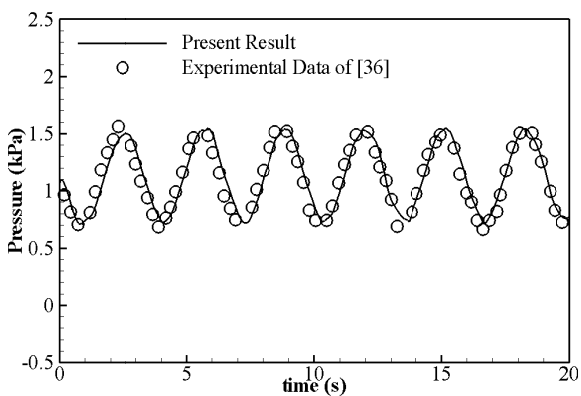


$t=0.75T$

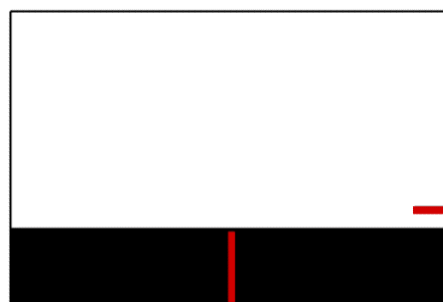
شکل ۱۴- تلاطم سیال بر اثر شتاب زاویه‌ای مخزن در حالت بدون صفحات نگهدارنده



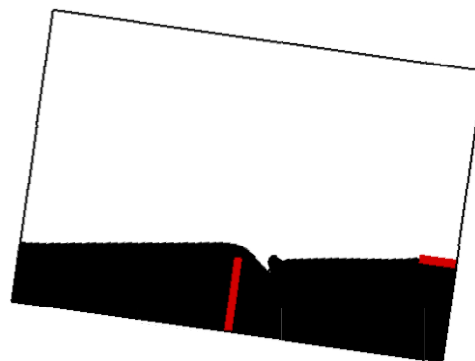
شکل ۱۶- مقایسه نوسانات فشار اندازه‌گیری شده توسط حسگر عددی در حالت بدون صفحات نگهدارنده برای حل عددی به‌دست آمده از این مطالعه و نتایج تجربی [۴۰]



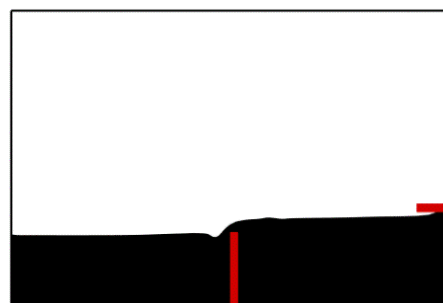
شکل ۱۷- مقایسه نوسانات فشار اندازه‌گیری شده توسط حسگر عددی در حالت همراه با صفحات نگهدارنده برای حل عددی به‌دست آمده از این مطالعه و نتایج تجربی [۴۰]



$t=0$



$t=0.25T$



$t=0.5T$

## نتیجه‌گیری

در تحقیق حاضر، یک ابزار محاسباتی به منظور شبیه‌سازی عددی تلاطم در سطح مشترک دو فاز توسعه داده شد. معادلات ناویر-استوکس تراکم‌ناپذیر به همراه معادله نشان‌گر فاز به عنوان دسته معادلات حاکم بر جریان دو فاز در نظر گرفته شده‌اند. معادلات حاکم به روش حجم محدود گسسته‌سازی و حل شدند. روش حجم سیال به منظور تسخیر سطح مشترک و تصویرسازی تحولات آن مورد استفاده قرار گرفت. همچنین، از روش افزایش انسجام THINC به منظور بهبود کیفیت تصویرسازی سطح مشترک بهره گرفته شد. در بخش نتایج، ابتدا تلاطم سطح آزاد دو فاز در دو حالت خطی و غیرخطی مطالعه شد. مقایسه نتایج حاضر با نتایج تحلیلی و عددی موجود، انطباق بسیار خوبی بین حل عددی حاضر و نتایج دیگر محققان نشان داد. در انتها اثر وجود صفحات نگهدارنده بر تلاطم سطح آزاد مورد بررسی قرار گرفت. نتایج به دست آمده نشان داد که وجود صفحات مذکور نقش به‌سزایی در مهار تلاطم سطح آزاد دارد.

## مراجع

- [9] Nakayama, T. and Washizu, K., "Nonlinear Analysis of Liquid Motion in a Container Subjected to Forced Pitching Oscillation," *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol. 15, 1980, pp. 1207-1220.
- [10] Cho, J. and Lee, H., "Non-Linear Finite Element Analysis of Large Amplitude Sloshing Flow in Two-Dimensional Tank," *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, vol. 61, 2004, pp. 514-531.
- [11] Chen, B. F. and Nokes, R. "Time-Independent Finite Difference Analysis of Fully Non-Linear and Viscous Fluid Sloshing in a Rectangular Tank," *Journal of Computational Physics*, Vol. 209, 2005, pp. 47-81.
- [12] De Chowdhury, S. and Sannasiraj, S., "Numerical Simulation of 2D Sloshing Waves Using SPH with Diffusive Terms," *Applied Ocean Research*, Vol. 47, 2014, pp. 219-240.
- [13] Safarzade A., Maghsod N., "Investigation of the Excitation Frequency Effect on Liquid Sloshing Phenomenon using Three-Dimensional Numerical Model," *Presented at the International Conference in Civil Engineering, Architecture and Urban Sustainable Development, Tabriz*, 1392.
- [14] Javanshir, A., "Numerical Investigation of Three-Dimensional Sloshing in a Liquid Container," (Thesis Ms.c.) Ferdowsi university Mashhad, 1392.
- [15] Gharae R., "Numerical Simulation and Experimental Investigation of the Liquid Sloshing in a Partially Filled Container with Damping Baffle," (Thesis Ms.c.), Shahroud University of Thecnology, 1390.
- [16] Liu, D. and Lin, P., "A Numerical Study of Three-Dimensional Liquid Sloshing in Tanks," *Journal of Computational physics*, Vol. 227, 2008, pp. 3921-3939.
- [17] Zhao, Y. and Chen, H.C., "Numerical Simulation of 3D Sloshing Flow in Partially Filled LNG Tank Using a Coupled Level-Set and Volume-of-Fluid Method," *Ocean Engineering*, Vol. 104, 2015, pp. 10-30.
- [18] Gibou, F., Chen, L., Nguyen, D. and Banerjee, S., "A Level Set Based Sharp Interface Method for the Multiphase Incompressible Navier-Stokes Equations with Phase Change," *Journal of Computational Physics*, Vol. 222, 2007, pp. 536-555.
- [19] Prosperetti, A. and Tryggvason, G., *Computational Methods for Multiphase Flow*, Cambridge University Press, 2009.
- [20] Chern, I. L., Glimm, J., McBryan, O., Plohr, B. and Yaniv, S. "Front Tracking for Gas Dynamics," *Journal of Computational Physics*, Vol. 62, 1986, pp. 83-110.
- [21] Tryggvason, G., Bunner, B., Esmaeeli, A. and et al., "A Front-Tracking Method for The Computations of Multiphase Flow," *Journal of Computational Physics*, Vol. 169, 2001, pp. 708-759.
- [22] Unverdi, S.O. and Tryggvason, G., "A Front-Tracking Method for Viscous, Incompressible, Multi-Fluid Flows," *Journal of Computational Physics*, Vol. 100, 1992, pp. 25-37.
- [23] Renardy, Y. and Renardy, M., "PROST: a Parabolic Reconstruction of Surface Tension for The Volume-of-Fluid Method," *Journal of Computational Physics*, Vol. 177, 2002, pp. 307-338.
- [1] Abramson, H.N., *The Dynamic Behavior of Liquids in Moving Containers, with Applications to Space Vehicle Technology*, NASA SP. 106, 1966.
- [2] Faltinsen, O.M. "A Numerical Nonlinear Method of Sloshing in Tanks with Two-Dimensional Flow," *Journal of Ship Research*, Vol. 22, 1978, pp. 193-202.
- [3] Faltinsen, O.M., Rognabakke, O.F., Lukovsky, I.A. and Timokha, A.N., "Multidimensional Modal Analysis of Nonlinear Sloshing in a Rectangular Tank with Finite Water Depth," *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 407, 2000, pp. 201-234.
- [4] Hill, D. F., "Transient and Steady-State Amplitudes of Forced Waves in Rectangular Basins," *Physics of Fluids*, Vol. 15, 2003, pp. 1576-1587.
- [5] Pal P. and Bhattacharyya, S., "Sloshing in Partially Filled Liquid Containers—Numerical and Experimental Study for-2 D Problems," *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 329, 2010, pp. 4466-4485.
- [6] Zhang, T., Ren, Y.-F., Fan, C.M. and Li, P.W., "Simulation of Two-Dimensional Sloshing Phenomenon by Generalized Finite Difference Method," *Engineering Analysis with Boundary Elements*, Vol. 63, 2016, pp. 82-91.
- [7] Wang, J., Lo, S. and Zhou, D., "Liquid Sloshing in Rigid Cylindrical Container with Multiple Rigid Annular Baffles: Free Vibration," *Journal of Fluids and Structures*, Vol. 34, 2012, pp. 138-156.
- [8] Wu, N.J., Hsiao, S.C. and Wu, H.L., "Mesh-Free Simulation of Liquid Sloshing Subjected to Harmonic Excitations," *Engineering Analysis with Boundary Elements*, Vol. 64, 2016, pp. 90-100.

- [32] Ubbink, O. and Issa, R., "A Method for Capturing Sharp Fluid Interfaces on Arbitrary Meshes," *Journal of Computational Physics*, Vol. 153, 1999, pp. 26-50.
- [33] Ii, S., Sugiyama, K., Takeuchi, S., Takagi, S., Matsumoto, Y. and Xiao, F., "An Interface Capturing Method with a Continuous Function: The THINC Method with Multi-Dimensional Reconstruction," *Journal of Computational Physics*, Vol. 231, 2012, pp. 2328-2358.
- [34] Shyue, K.M. and Xiao, F., "An Eulerian Interface Sharpening Algorithm for Compressible Two-Phase Flow: The Algebraic THINC Approach," *Journal of Computational Physics*, Vol. 268, 2014, pp. 326-354.
- [35] Ménard, T., Tanguy, S. and Berlemont, A., "Coupling Level Set/VOF/Ghost Fluid Methods: Validation and Application to 3D Simulation of the Primary Break-up of a Liquid Jet," *International Journal of Multiphase Flow*, Vol. 33, 2007, pp. 510-524.
- [36] Liu, D. and Lin, P., "Three-Dimensional Liquid Sloshing in a Tank with Baffles," *Ocean Engineering*, Vol. 36, 2009, pp. 202-212.
- [37] Jeong, S.m., Hwang, S.C. and Park, J.C., "Numerical Simulation of Impact Loads Caused by Sloshing in a Rectangular Tank Using Eulerian and Lagrangian Approaches," *International Journal of Offshore and Polar Engineering*, Vol. 24, 2014, pp. 174-180.
- [38] Ibrahim, R.A., *Liquid Sloshing Dynamics: Theory and Applications*: Cambridge University Press, 2005.
- [39] Nakayama, T. and Washizu, K., "The Boundary Element Method Applied to the Analysis of Two-Dimensional Nonlinear Sloshing Problems," *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol. 17, 1981, pp. 1631-1646.
- [40] Akyildiz, H. and Ünal, E., "Experimental Investigation of Pressure Distribution on a Rectangular Tank Due to the Liquid Sloshing," *Ocean Engineering*, Vol. 32, 2005, pp. 1503-1516.
- Fluid Method," *Journal of Computational Physics*, Vol. 183, 2002, pp. 400-421.
- [24] Rudman, M., "Volume-Tracking Methods for Interfacial Flow Calculations," *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, Vol. 24, 1997, pp. 671-691.
- [25] Scardovelli, R. and Zaleski, S., "Direct Numerical Simulation of Free-surface and Interfacial Flow," *Annual Review of Fluid Mechanics*, Vol. 31, 1999, pp. 567-603.
- [26] Xiao, F., Honma, Y. and Kono, T., "A Simple Algebraic Interface Capturing Scheme using Hyperbolic Tangent Function," *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, Vol. 48, 2005, pp. 1023-1040.
- [27] Aulisa, E., Manservigi, S. and Scardovelli, R. "A Mixed Markers and Volume-of-Fluid Method for the Reconstruction and Advection of Interfaces in Two-Phase and Free-Boundary Flows," *Journal of Computational Physics*, Vol. 188, 2003, pp. 611-639.
- [28] Manservigi, C.S. and Scardovelli, R., "An Optimal Constrained Approach for Divergence-Free Velocity Interpolation and Multilevel VOF Method," *Computers & Fluids*, Vol. 47, 2011, pp. 101-114.
- [29] Cassidy, D. A., Edwards, J.R. and Tian, M., "An Investigation of Interface-Sharpener Schemes for Multi-phase Mixture Flows," *Journal of Computational Physics*, Vol. 228, 2009, pp. 5628-5649.
- [30] So, K., Hu, X. and Adams, N., "Anti-diffusion Method for Interface Steepening in Two-Phase Incompressible Flow," *Journal of Computational Physics*, Vol. 230, 2011, pp. 5155-5177.
- [31] Yokoi, K., "Efficient Implementation of THINC Scheme: a Simple and Practical Smoothed VOF Algorithm," *Journal of Computational Physics*, Vol. 226, 2007, pp. 1985-2002.