

مدل سازی و کنترل تلاطم سوخت و اثر آن روی وضعیت فضاپیما

محمد نوابی^{۱*} و علی داودی^۲

۱- دانشکده مهندسی فناوری های نوین، دانشگاه شهید بهشتی

*تهران، کدپستی: ۱۹۸۳۹۶۹۴۱۱

m_navabi@sbu.ac.ir

سوخت موجود در مخزن فضاپیما در حین انجام مانور مداری دچار پدیده تلاطم می شود و این پدیده روی وضعیت فضاپیما اثر نامطلوبی می گذارد. بنابراین، باید قبل از انجام مانورهای مداری تلاطم سوخت مدل سازی و روشی مناسب برای کنترل آن انتخاب شود. در این مقاله به مدل سازی دینامیک تلاطم با استفاده از مدل دو پاندولی در فضای دو بعدی پرداخته شده است. مانور فضاپیما و حرکت پاندول ها در صفحه در نظر گرفته شده و بنابراین سیستم فضاپیما و پاندول ها سیستمی پنج درجه آزادی خواهد شد. برای پایداری معادلات دینامیکی سیستم معرفی شده هم از کنترلرهای خطی (کلاسیک و LQR) و هم از کنترلرهای غیرخطی (لیاپانوف و فازی) استفاده شده است که البته برای استفاده از کنترلرهای خطی معادلات دینامیکی با استفاده از تقریب مناسب خطی شده اند. نتایج شبیه سازی موفقیت آمیز بودن کنترلرهای طراحی شده بر روی وضعیت فضاپیما و پاندول ها را نشان می دهد.

واژه های کلیدی: مدل سازی تلاطم، دینامیک ترکیب شده تلاطم و فضاپیما، کنترل وضعیت، کنترل تلاطم، کنترلر خطی، کنترلر غیرخطی.

علائم و اختصارات

مقدمه

به دلیل کاربرد وسیع ماهواره ها در مدارهای با ارتفاع بالا، مانور مداری از جمله ماموریت های فضایی بسیار مورد توجه، است. مانور مداری به انتقال فضاپیما از مدار اولیه به مدار نهایی گفته می شود و برای انجام صحیح این امر باید فضاپیما در زمان و وضعیت از پیش تعیین شده در مدار نهایی قرار گیرد. وضعیت فضاپیما در حین انجام مانور مداری تحت تأثیر عوامل مختلفی دستخوش تغییرات شده و این باعث خارج شدن فضاپیما از حالت مطلوب می شود. بنابراین، کنترل وضعیت [۱ و ۲] یکی از اساسی ترین مسائل در انجام این قبیل ماموریت های فضایی است، که البته کنترل وضعیت خود به دو بخش مدل سازی [۳-۵] و طراحی کنترلر [۶-۹] تقسیم بندی می شود. از جمله مواردی تأثیرگذار بر روی وضعیت فضاپیما در حین انجام مانور مداری می توان به تلاطم سوخت موجود در مخزن فضاپیما اشاره کرد [۶]. این سوخت به منظور تولید نیروی تراست

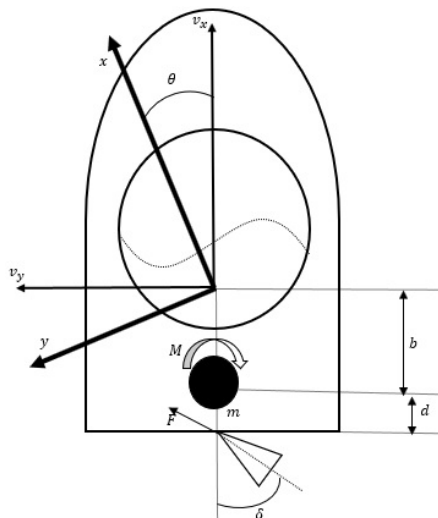
L	لاگرانژین
ζ_i	بردار زوایای وضعیت پاندول ها
R	تابع اتلاف رایلی
τ_t	بردار نیروها
τ_r	مومنوم های کلی
V	بردار سرعت محوری مرکز جرم مخزن
ϵ_i	ضریب دمپینگ جرم های پاندولی
a_y و a_x	اینجا و مولفه های شتاب مرکز جرم مخزن
F	نیروی تراست موتور اصلی
P	قوانین کنترل تناسبی
PD	مشتق گیر - تناسبی

۱. دانشیار (نویسنده مخاطب)

۲. دانشجوی کارشناسی ارشد

برای انجام مانور مداری در فضاپیما تعبیه شده و درصد آن نسبت به جرم کل فضاپیما، درصد بالایی است. به طور مثال ۴۰ درصد از جرم ماهواره‌های زمین‌آهنگ به سوخت اختصاص دارد [۱۰]. در نتیجه اگر این میزان سوخت تحت تأثیر شتاب دورانی و یا محوری دچار تلاطم شود، به راحتی می‌تواند وضعیت فضاپیما را از حالت مطلوب خارج کند. بنابراین، تلاطم سوخت یکی از مسائل بسیار مهم کنترل وضعیت فضاپیما در حین انجام مانور مداری است که در چند دهه اخیر مورد بحث و مطالعه قرار گرفته است [۱۱-۱۳].

مطالعات زیادی در زمینه کنترل تلاطم و اثر آن بر روی وضعیت فضاپیما انجام شده است. همان‌طور که گفته شد کنترل وضعیت به دو بخش مدل‌سازی و طراحی کنترل تقسیم‌بندی می‌شود. در این مطالعات نشان داده شده است که مدل‌های مکانیکی پاندول [۱۵ و ۱۴] و یا جرم- فنر [۱۶] به خوبی می‌توانند دینامیک پیچیده تلاطم را تقریب بزنند. برخی از این مطالعات کل جرم سوخت را متلاطم و برخی دیگر قسمتی از سوخت که به مخزن چسبیده و همراه آن حرکت می‌کند را غیرمتلاطم و قسمتی را متلاطم، در نظر گرفته‌اند. در این مطالعات برای بررسی اولین مدل از تلاطم از مدل تک پاندول [۱۳] و یا تک جرم- فنر [۱۷] استفاده شده است. بدین صورت که جرم متلاطم به وسیله یک پاندول و یا یک جرم- فنر، و جرم غیرمتلاطم به وسیله یک جرم صلب که به مخزن چسبیده و همراه آن حرکت می‌کند، مدل شده است. همچنین، برای بررسی تعداد مدهای بیش‌تر تلاطم از مدل چند پاندول [۱۸] و یا چند جرم- فنر [۲۰ و ۱۹] استفاده شده است.



شکل ۱- مدل فضاپیما همراه با مخزن سوخت

مدل‌سازی و معادلات دینامیکی

در مطالعاتی که در زمینه تعامل بین دینامیک تلاطم و فضاپیما صورت گرفته نشان داده شده است که مدل‌های مکانیکی مانند پاندول یا جرم- فنر به خوبی می‌توانند دینامیک پیچیده تلاطم را مدل کنند. بنابراین در این بخش نیز به مدل‌سازی دینامیک تلاطم

مطالعات زیادی در زمینه کنترل تلاطم و اثر آن بر روی وضعیت فضاپیما انجام شده است. همان‌طور که گفته شد کنترل وضعیت به دو بخش مدل‌سازی و طراحی کنترل تقسیم‌بندی می‌شود. در این مطالعات نشان داده شده است که مدل‌های مکانیکی پاندول [۱۵ و ۱۴] و یا جرم- فنر [۱۶] به خوبی می‌توانند دینامیک پیچیده تلاطم را تقریب بزنند. برخی از این مطالعات کل جرم سوخت را متلاطم و برخی دیگر قسمتی از سوخت که به مخزن چسبیده و همراه آن حرکت می‌کند را غیرمتلاطم و قسمتی را متلاطم، در نظر گرفته‌اند. در این مطالعات برای بررسی اولین مدل از تلاطم از مدل تک پاندول [۱۳] و یا تک جرم- فنر [۱۷] استفاده شده است. بدین صورت که جرم متلاطم به وسیله یک پاندول و یا یک جرم- فنر، و جرم غیرمتلاطم به وسیله یک جرم صلب که به مخزن چسبیده و همراه آن حرکت می‌کند، مدل شده است. همچنین، برای بررسی تعداد مدهای بیش‌تر تلاطم از مدل چند پاندول [۱۸] و یا چند جرم- فنر [۲۰ و ۱۹] استفاده شده است.

در این مقاله فضاپیمایی در حین انجام مانور مداری در صفحه دو بعدی و دارای یک مخزن کروی سوخت، در نظر گرفته شده است. تنها بخشی از مخزن پر بوده و سوخت موجود در آن دچار تلاطم شده است. همچنین، در اینجا بخشی از سوخت متلاطم و بخشی دیگر غیر متلاطم در نظر گرفته شده است. برای مدل‌سازی قسمت متلاطم سوخت از مدل دو پاندولی در فضای دو بعدی و برای مدل‌سازی قسمت غیرمتلاطم از یک جسم صلب کروی که در مرکز جرم سوخت غیرمتلاطم قرار داشته و همراه با مخزن حرکت می‌کند، استفاده شده است. حرکت فضاپیما در صفحه می‌باشد و دارای سه درجه آزادی می‌باشد. همچنین، پاندول‌ها در فضای دو بعدی در نظر گرفته شده‌اند و هرکدام از آن‌ها دارای یک درجه آزادی می‌باشد. پس در مجموع سیستم فضاپیما و پاندول معرفی شده دارای پنج درجه آزادی می‌باشد. پس از مشخص شدن مدل‌سازی، معادلات دینامیک ترکیب شده فضاپیما و پاندول‌ها با استفاده از معادلات کرشلف [۲۱] به دست آورده شده است. پس از آن نیز به بخش دوم کنترل وضعیت یعنی طراحی کنترل می‌پردازیم. معادلات دینامیکی به دست آمده، معادلاتی غیرخطی هستند و برای

‡ Proportional-Derivative (PD)

‡ Linear Quadratic Regulator (LQR)

در این معادلات L لاگرانژین است و به دلیل این فرض که فضاییما در حال انجام مانور در محیط بدون گرانش است.

$$L = T - U, U = 0 \Rightarrow L = T \quad (۴)$$

بنابراین، لاگرانژین برابر است با انرژی جنبشی تمام اجزای سیستم فضاییما و پاندول‌ها، یا به عبارتی دیگر:

$$L = \frac{1}{2} m \|V_c\|^2 + \frac{1}{2} m_0 \|V_0\|^2 + \frac{1}{2} (I + I_0) \|\Omega\|^2 + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^2 [m_i \|V_i\|^2 + I_i \|\Omega + \omega_i\|^2] \quad (۵)$$

در اینجا V_c ، V_0 و V_i به ترتیب بردار سرعت محوری جرم‌های m ، m_0 و m_i می‌باشند. همچنین، I_i و I_0 مونتوم اینرسی جرم‌های m_0 و m_i و I ممان اینرسی جرم m می‌باشد. علاوه بر این، ω_i بردار سرعت زاویه‌ای جرم‌های پاندولی و Ω بردار سرعت زاویه‌ای فضاییما می‌باشد. برای بردار دلخواه \hat{p} ، ماتریس پاد متقارن است.

$$V_c = \dot{r}_c + \hat{\Omega} \times r_c = \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ 0 \end{bmatrix} + \hat{\Omega} \times \begin{bmatrix} x - b \\ y \\ 0 \end{bmatrix} \quad (۶)$$

$$V_0 = \dot{r}_0 + \hat{\Omega} \times r_0 = \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ 0 \end{bmatrix} + \hat{\Omega} \times \begin{bmatrix} x - h_0 \\ y \\ 0 \end{bmatrix} \quad (۷)$$

$$V_i = \dot{r}_i + \hat{\Omega} \times r_i = \begin{bmatrix} \dot{x} + l_i \dot{\varphi}_i \sin \varphi_i \\ \dot{y} + l_i \dot{\varphi}_i \cos \varphi_i \\ 0 \end{bmatrix} + \hat{\Omega} \times$$

$$\begin{bmatrix} x + h_i - l_i \cos \varphi_i \\ y + l_i \sin \varphi_i \\ 0 \end{bmatrix} \quad (۸)$$

$$p = \begin{bmatrix} p_1 \\ p_2 \\ p_3 \end{bmatrix} \Rightarrow \hat{p} = \begin{bmatrix} 0 & p_3 & p_2 \\ -p_3 & 0 & -p_1 \\ -p_2 & p_1 & 0 \end{bmatrix}, \omega_i = [\dot{\varphi}_i],$$

$$\Omega = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \Omega_3 \end{bmatrix}$$

در معادلات ۱ و ۲، τ_t و τ_r به ترتیب بردار نیروها و مونتوم‌های کلی هستند که بر مرکز جرم فضاییما اعمال می‌شوند و V بردار سرعت محوری مرکز جرم مخزن می‌باشد (معادله ۹).

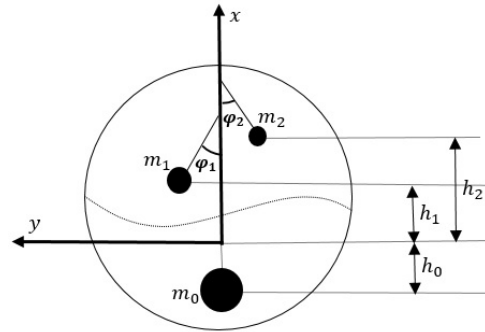
$$\tau_t = \begin{bmatrix} F \cos \delta \\ F \sin \delta \\ 0 \end{bmatrix}, \tau_r = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ M + F(b + d) \sin \delta \end{bmatrix}$$

$$V = \begin{bmatrix} v_x \\ v_y \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ 0 \end{bmatrix} + \hat{\Omega} \times \begin{bmatrix} x \\ y \\ 0 \end{bmatrix} \quad (۹)$$

در معادله ۳ نیز ζ_i بردار زوایای وضعیت پاندول‌ها، و R تابع اتلاف رایلی است که برای شامل ساختن اتلافات اجزای داخلی در این معادله ظاهر شده است.

سوخت موجود در فضاییما به وسیله مدل مکانیکی پاندولی پرداخته شده است.

همان‌طور که در شکل ۱ می‌توان مشاهده کرد، فضاییما در نظر گرفته شده است که در حال انجام مانور در صفحه است. این فضاییما دارای یک مخزن کروی است که تنها بخشی از آن پر است. همچنین این فضاییما دارای سه درجه آزادی می‌باشد و میزان انحراف آن از محور ثابت در امتداد محور طولی فضاییما با θ نشان داده می‌شود. در اینجا فرض می‌کنیم که کل جرم فضاییما به جز جرم سوخت، به صورت یک جرم نقطه‌ای (m) در مرکز جرم فضاییما قرار دارد. فاصله این نقطه تا مفصل گیمبال با d و تا مرکز جرم مخزن با b نشان داده می‌شود.



شکل ۲- مدل دو پاندولی تلاطم سوخت

در این مقاله سوخت موجود در مخزن فضاییما به دو قسمت متلاطم و غیرمتلاطم تقسیم‌بندی شده است. همان‌طور که در شکل ۲ می‌توان مشاهده کرد، جرم غیرمتلاطم سوخت توسط یک جسم صلب کروی (m_0) که همراه با مخزن و فضاییما حرکت کرده و در مرکز سوخت غیرمتلاطم واقع است، مدل شده است. جرم متلاطم نیز توسط دو جرم پاندولی ($m_i, i = 1, 2$) که توصیف‌کننده ویژگی‌های دو مد اول تلاطم می‌باشد و با فاصله l_i از نقطه اتصال پاندول به محور x قرار دارند و هر کدام دارای یک درجه آزادی می‌باشند، مدل شده است. برای به دست آوردن معادلات دینامیک ترکیب شده فضاییما و پاندول‌ها، مرکز مختصات را در مرکز جرم مخزن قرار می‌دهیم. فاصله مرکز مختصات تا جرم‌های m_0 و m_i با h_0 و h_i و زاویه پاندول‌ها نسبت به محور x با φ_i نشان داده شده است. معادلات دینامیکی مورد نظر با استفاده از معادلات کرشلف معادلات ۱ تا ۳ به دست خواهند آمد [۲۲].

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial v} + \hat{\Omega} \times \frac{\partial L}{\partial v} = \tau_t \quad (۱)$$

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \Omega} + \hat{\Omega} \times \frac{\partial L}{\partial \Omega} + \hat{V} \times \frac{\partial L}{\partial v} = \tau_r \quad (۲)$$

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \zeta} - \frac{\partial L}{\partial \zeta} + \frac{\partial R}{\partial \zeta} = 0 \quad (۳)$$

$$(mb^2 + m_0 h_0^2) \dot{\Omega}_3 + (I + I_0) \dot{\Omega}_3 + mba_y - \sum_{i=1}^2 [m_i h_i^2 \dot{\Omega}_3 + m_i l_i h_i (\dot{\Omega}_3 + \dot{\varphi}_i) - m_i l_i a_y - \epsilon_i \dot{\varphi}_i] = M + F(b+d) \sin \delta \quad (17)$$

$$(I_i + m_i l_i^2) (\dot{\Omega}_3 + \dot{\varphi}_i) - m_i l_i h_i \dot{\Omega}_3 + m_i l_i (\dot{v}_x \varphi_i + a_y) + \epsilon_i \dot{\varphi}_i = 0, \forall i \quad (18)$$

طراحی کنترلر

در این بخش به طراحی کنترلر برای کنترل همزمان وضعیت فضاپیما و تالطم سوخت خواهیم پرداخت. بدین منظور سیستم دینامیکی فضاپیما و پاندولها معرفی شده در بخش قبل، در نظر گرفته شده است و معادلات دینامیک ترکیب شده فضاپیما و پاندولها نیز در بخش قبل به دست آمد. حال اگر فرض کنیم ورودیهای کنترل (مومتوم حول مرکز جرم و انحراف زاویه گیمبال) صفر باشد، و نیروی تراست موتور اصلی، ثابت و برابر با F باشد، آنگاه یک رابطه تعادل نسبی به صورت زیر برقرار خواهد بود:

$$v_y = \tilde{v}_y, \theta = \tilde{\theta}, \Omega_3 = 0, \zeta_i = \omega_i = 0 \quad (19)$$

در اینجا \tilde{v}_y و $\tilde{\theta}$ مقداری ثابت و دلخواه هستند که در اینجا صفر در نظر گرفته شده است. با این فرض اولین معادله از معادلات دینامیکی به ترتیب برای معادلات غیرخطی و خطی به فرم زیر تبدیل خواهد شد:

$$a_x = \frac{F}{m+m_0+\sum_{i=1}^2 m_i} \quad (20)$$

$$\dot{v}_x = \frac{F}{m+m_0+\sum_{i=1}^2 m_i} \quad (21)$$

با تبدیل ورودیهای کنترل (δ و M) به ورودیهای جدید (u_1 و u_2)، سایر معادلات دینامیکی غیرخطی، معادلات ۲۲ تا ۲۴ به فرم کاهش یافته نوشته می شود.

$$\dot{v}_y = u_1 + \Omega_3 v_x \quad (22)$$

$$\dot{\Omega}_3 = u_2 \quad (23)$$

$$\begin{aligned} \dot{\varphi}_i = & -u_1 \cos \varphi_i \frac{m_i l_i}{l_i + m_i l_i^2} - a_x \sin \varphi_i \frac{m_i l_i}{l_i + m_i l_i^2} - u_2 \\ & \left(1 - \frac{m_i l_i h_i}{l_i + m_i l_i^2} \cos \varphi_i\right) - \frac{\epsilon_i}{l_i + m_i l_i^2} \dot{\varphi}_i + \Omega_3^2 \\ & \frac{m_i l_i h_i}{l_i + m_i l_i^2} \sin \varphi_i, \forall i \end{aligned} \quad (24)$$

همچنین، با تبدیل ورودیهای کنترل به ورودیهای جدید، معادلات دینامیکی خطی به فرم کاهش یافته زیر تبدیل خواهند شد:

$$\dot{v}_y = u_1 + \Omega_3 v_x \quad (25)$$

$$\zeta_i = [\varphi_i] \quad (10)$$

$$R = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^2 \epsilon_i \dot{\varphi}_i^2$$

در اینجا ϵ_i ضریب دمپینگ جرمهای پاندولی است. با توجه به رابطه لاگرانژین و معادلات ۱ و ۲ که نشان دهنده دینامیک فضاپیما و معادله ۳ که نشان دهنده دینامیک اجزای داخلی سیستم (پاندولها) هستند، می توان به این موضوع پی برد که دینامیک فضاپیما تحت تأثیر دینامیک پاندولهاست و بالعکس.

با مشخص شدن پارامترهای استفاده شده در معادلات ۱-۳، با اعمال این معادلات، معادلات دینامیک ترکیب شده فضاپیما و پاندولها معادلات (۱۱-۱۴) به دست خواهند آمد:

$$(m + m_0) a_x + mb \Omega_3^2 + \sum_{i=1}^2 [m_i a_x + m_i l_i (\dot{\Omega}_3 + \dot{\varphi}_i) \sin \varphi_i - m_i l_i \Omega_3^2 + m_i l_i (\Omega_3 + \dot{\varphi}_i)^2 \cos \varphi_i] = F \cos \delta \quad (11)$$

$$(m + m_0) a_y + mb \dot{\Omega}_3 + \sum_{i=1}^2 [m_i l_i (\dot{\Omega}_3 + \dot{\varphi}_i) \cos \varphi_i - m_i l_i \dot{\Omega}_3 - m_i l_i (\Omega_3 + \dot{\varphi}_i)^2 \sin \varphi_i] = F \sin \delta \quad (12)$$

$$(mb^2 + m_0 h_0^2) \dot{\Omega}_3 + (I + I_0) \dot{\Omega}_3 + mba_y - \sum_{i=1}^2 [m_i h_i^2 \dot{\Omega}_3 + m_i l_i h_i ((\dot{\Omega}_3 + \dot{\varphi}_i) \cos \varphi_i - (\Omega_3 + \dot{\varphi}_i) \sin \varphi_i) - m_i l_i a_y - \epsilon_i \dot{\varphi}_i] = M + F(b+d) \sin \delta \quad (13)$$

$$(I_i + m_i l_i^2) (\dot{\Omega}_3 + \dot{\varphi}_i) - m_i l_i h_i (\dot{\Omega}_3 \cos \varphi_i + \Omega_3^2 \sin \varphi_i) + m_i l_i (a_x \sin \varphi_i + a_y \cos \varphi_i) + \epsilon_i \dot{\varphi}_i = 0, \forall i \quad (14)$$

در اینجا a_x و a_y مولفه های شتاب مرکز جرم مخزن می باشند. معادلات دینامیکی به دست آمده غیرخطی هستند و برای اعمال کنترلرهای کلاسیک و LQR بهتر است که این معادلات را خطی کنیم. بنابراین، با فرض تغییرات کوچک حول نقطه تعادل پارامترهای سیستم ($v_y, \theta, \Omega, \varphi_i$ و $\dot{\varphi}_i$) معادلات را خطی می کنیم.

$$(m + m_0) \dot{v}_x + \sum_{i=1}^2 [m_i \dot{v}_x + m_i l_i (\dot{\Omega}_3 + \dot{\varphi}_i) \varphi_i] = F \cos \delta \quad (15)$$

$$(m + m_0) a_y + mb \dot{\Omega}_3 + \sum_{i=1}^2 [m_i l_i (\dot{\Omega}_3 + \dot{\varphi}_i) - m_i l_i \dot{\Omega}_3] = F \sin \delta \quad (16)$$

کنترل فازی

در دو قسمت قبلی به طراحی کنترلرهای خطی برای اهداف کنترلی پرداخته شد. اما در اینجا به طراحی کنترلر بر مبنای منطق فازی پرداخته خواهد شد. بدین منظور با توجه به معادلات غیرخطی کاهش یافته دینامیکی، کنترلرهای زیر را طراحی می‌شود.

$$u_1 = K_{p_1} v_y \quad (۳۲)$$

$$u_2 = K_{p_2} \theta + K_{d_2} \Omega_3 \quad (۳۳)$$

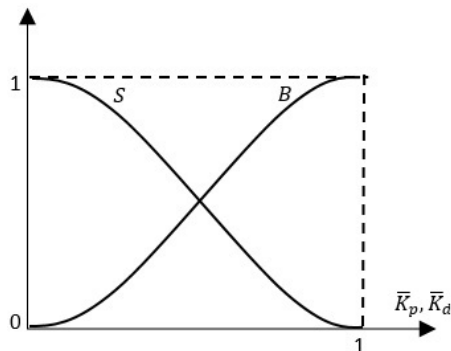
در اینجا K_{p_1} ، K_{p_2} و K_{d_2} از روابط زیر به دست خواهند آمد.

$$K_{p_1} = K_{p_1 \min} + (K_{p_1 \max} - K_{p_1 \min}) \bar{K}_{p_1} \quad (۳۴)$$

$$K_{p_2} = K_{p_2 \min} + (K_{p_2 \max} - K_{p_2 \min}) \bar{K}_{p_2} \quad (۳۵)$$

$$K_{d_2} = K_{d_2 \min} + (K_{d_2 \max} - K_{d_2 \min}) \bar{K}_{d_2} \quad (۳۶)$$

در روابط ۳۲ تا ۳۶ \bar{K}_{p_1} ، \bar{K}_{p_2} و \bar{K}_{d_2} خروجی‌های منطق کنترل فازی ممدانی هستند. همان‌طور که در شکل ۳ می‌توان دید، هر خروجی دو تابع عضویت گاوسی (B و S) در بازه $[0, 1]$ دارد. ورودی‌های این منطق فازی v_z ، θ و Ω هستند و در شکل ۴ می‌توان مشاهده کرد که هر کدام از این ورودی‌ها دارای پنج تابع عضویت مثلثی (PM ، PS ، ZO ، NS و NM) و دو تابع عضویت دوزنقه‌ای (PB و NB) می‌باشند. در شکل ۴، e خطای ورودی‌های منطق فازی و \dot{e} مشتق زمانی آن‌هاست. قوانین برای تعیین خروجی‌های \bar{K}_{p_1} و \bar{K}_{d_2} به ترتیب با استفاده از جدول‌های ۱ و ۲ استخراج می‌شوند [۲۳]. همچنین، قوانین برای تعیین خروجی \bar{K}_{p_1} نیز بدین صورت است که اگر v_z دارای تابع عضویت PM ، PB ، NB و NM باشد، آنگاه \bar{K}_{p_1} براساس تابع عضویت B و اگر v_z دارای تابع عضویت PS ، ZO و NS باشد، آنگاه \bar{K}_{p_1} براساس تابع عضویت S مشخص می‌شود.



شکل ۳- توابع عضویت خروجی‌ها

$$\dot{\Omega}_3 = u_2 \quad (۲۶)$$

$$\dot{\phi}_i = -u_1 \frac{m_i l_i}{I_i + m_i l_i^2} - a_x \phi_i \frac{m_i l_i}{I_i + m_i l_i^2} - u_2 (1 - \frac{m_i l_i h_i}{I_i + m_i l_i^2}) - \frac{\epsilon_i}{I_i + m_i l_i^2} \phi_i, \forall i \quad (۲۷)$$

کنترل کلاسیک

در این بخش با توجه به معادلات کاهش یافته خطی، با استفاده از قوانین کنترل تناسبی (P) و مشتق‌گیر- تناسبی (PD)، به طراحی کنترلر برای رسیدن به اهداف کنترلی خواهیم پرداخت.

$$u_1 = k_{p_1} v_y \quad (۲۸)$$

$$u_2 = k_{p_2} \theta + k_{d_2} \Omega_3 \quad (۲۹)$$

در روابط بالا k_{p_1} ، k_{p_2} و k_{d_2} بهره‌های کنترلی می‌باشند.

کنترل LQR

در این بخش نیز با توجه به معادلات خطی کاهش یافته دینامیک فضاپیما و پاندول‌ها، با استفاده از قانون کنترلی LQR به طراحی کنترلر خواهیم پرداخت. برای این منظور تابع هزینه‌ای را که باید کمینه شود، به صورت معادله (۳۰) تعریف می‌شود:

$$J = \frac{1}{2} X^T H X + \frac{1}{2} \int_0^{t_f} (X^T Q X + U^T R U) dt \quad (۳۰)$$

در این رابطه H تابع همیلتونین است، و به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$H = X^T Q X + U^T R U + P^T (A X + B U) \quad (۳۱)$$

در روابط (۳۰ و ۳۱) Q و R ماتریس‌های نیمه معین حقیقی و مثبت هستند. برای سیستم در نظر گرفته شده، ماتریس‌های A ، B ، X و U به صورت زیر تعریف خواهند شد:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & v_x & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -d_1 & -e_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -d_2 & -e_2 \end{bmatrix}, X = \begin{bmatrix} v_y \\ \theta \\ \Omega_3 \\ \phi_1 \\ \phi_2 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \\ -c_1 & c_1 h_1 - 1 \\ 0 & 0 \\ -c_2 & c_2 h_2 - 1 \end{bmatrix}, U = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix}$$

در اینجا

$$c_i = \frac{m_i l_i}{I_i + m_i l_i^2}, e_i = \frac{\epsilon_i}{I_i + m_i l_i^2}$$

$$d_i = \frac{F m_i l_i}{(m + m_0 + \sum_{i=1}^2 m_i) I_i + m_i l_i^2}$$

پیشنهاد شده عبارتی مثبت است. مشتق زمانی تابع کاندید لیاپانوف فوق، عبارتی به شکل زیر خواهد بود:

$$\dot{V} = [L] + [M]u_1 + \sum_{i=1}^2 [(fu_2 + g)\Omega_3] \quad (38)$$

در اینجا $[L]$ ، $[M]$ ، f و g توابعی از متغیرهای سیستم هستند. حال با استفاده از روابط (۳۹ و ۴۰) ورودی‌های کنترل مشخص می‌شود:

$$u_1 = -w_1[M] \quad (39)$$

$$u_2 = -\frac{1}{f}(g + w_2\Omega_3) \quad (40)$$

در اینجا نیز w_1 و w_2 اعدادی ثابت و دلخواه هستند. حال با جایگذاری (u_2 و u_1) در رابطه (۳۸) خواهیم داشت:

$$\dot{V} = [L] - w_1[M]^2 - w_2\Omega_3^2 \quad (41)$$

در اینجا $[L]$ و $[M]$ از روابط زیر به دست می‌آیند:

$$[L] = -r_4 \sum_{i=1}^2 [\dot{\varphi}_i (\frac{Fm_i l_i}{(m + m_0 + m_i)l_i + m_i l_i^2} \sin\varphi_i + \frac{\epsilon_i}{l_i + m_i l_i^2})] \quad (42)$$

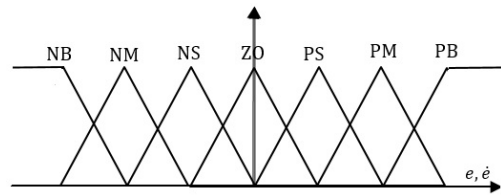
$$[M] = r_1 v_z - r_4 \sum_{i=1}^2 [\frac{m_i l_i}{l_i + m_i l_i^2} \cos\varphi_i (\dot{\varphi}_i + \Omega_3 (1 - \frac{m_i l_i h_i}{l_i + m_i l_i^2} \cos\varphi_i))] \quad (43)$$

رابطه (۴۱) حاصل جمع سه عبارت منفی است. بنابراین، مشتق زمانی تابع کاندید لیاپانوف یک عبارت منفی است. در نتیجه با توجه به مثبت بودن تابع کاندید لیاپانوف و منفی بودن مشتق زمانی آن، این تابع پایدار است.

شبیه‌سازی

در این بخش برای بررسی عملکرد کنترلرهای طراحی شده در بخش قبل، یک مثال فیزیکی شبیه‌سازی شده است. در این مثال یک فضاپیما دارای یک مخزن کروی سوخت در حین انجام مأموریت فضایی مانور مداری در صفحه $x\gamma$ ، در نظر گرفته شده است. فرض شده است که فضاپیما در محیط بدون گرانش و تنها بخشی از مخزن آن پر است. برای مدل‌سازی تلاطم سوخت در این فضاپیما از مدل دو پاندولی در فضای دو بعدی استفاده شده است. پارامترهای فیزیکی سیستم فضاپیما و پاندول‌ها از جدول ۳ و شرایط اولیه از جدول ۴ استخراج می‌شوند.

معادلات دینامیکی سیستم در نظر گرفته شده همانند معادلات ۱۴-۱۱ است که البته این معادلات در فرم ساده و



شکل ۴- توابع عضویت ورودی‌ها

جدول ۱- قوانین خروجی \bar{K}_{p2}

e		NB	NM	NS	ZO	PS	PM	PB
\dot{e}	NB	B	B	B	B	B	B	B
	NM	S	B	B	B	B	B	S
	NS	S	S	B	B	B	S	S
	ZO	S	S	S	B	S	S	S
	PS	S	S	B	B	B	S	S
	PM	S	B	B	B	B	B	S
	PB	B	B	B	B	B	B	B

جدول ۲- قوانین خروجی \bar{K}_{d2}

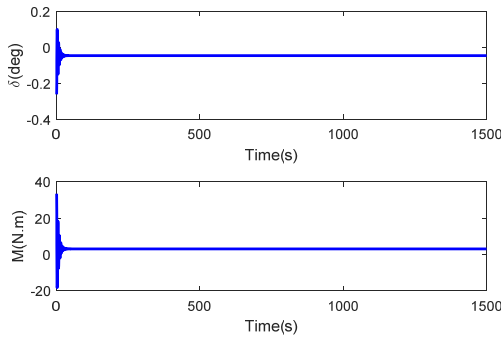
e		NB	NM	NS	ZO	PS	PM	PB
\dot{e}	NB	S	S	S	S	S	S	S
	NM	B	B	S	S	S	B	B
	NS	B	B	B	S	B	B	B
	ZO	B	B	B	B	B	B	B
	PS	B	B	B	S	B	B	B
	PM	B	B	S	S	S	B	B
	PB	S	S	S	S	S	S	S

کنترل لیاپانوف

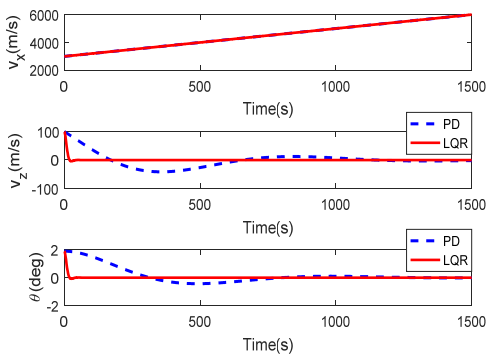
در این قسمت برای رسیدن به اهداف کنترلی به طراحی کنترلر مبنی بر تابع کاندید لیاپانوف پرداخته می‌شود. بدین منظور معادلات غیرخطی کاهش‌یافته سیستم فضاپیما و پاندول‌ها در نظر گرفته می‌شود. با توجه به معادلات کاهش یافته دینامیک پاندول‌ها تابع کاندید V در رابطه (۳۷) معرفی می‌شود.

$$V = \frac{1}{2}r_1 v_y^2 + \frac{1}{2}r_2 \theta^2 + \frac{1}{2}r_3 \Omega_3^2 + \frac{1}{2}r_4 \left(\sum_{i=1}^2 [\dot{\varphi}_i^2 + \varphi_i \Omega_3 (1 - \frac{m_i l_i h_i}{l_i + m_i l_i^2} \cos\varphi_i)] \right) \quad (37)$$

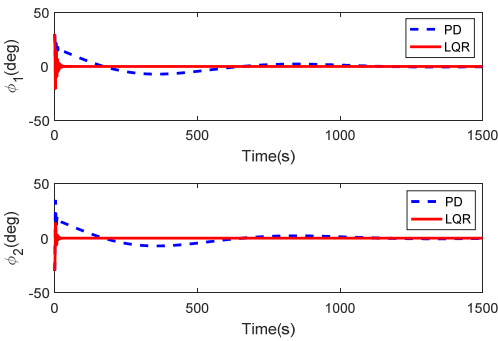
تابع پیشنهاد شده عبارت است از حاصل ضربی از مربعات پارامترهای دینامیکی فضاپیما که عددی مثبت است و ضربی از پارامترهای دینامیکی پاندول‌ها که البته تأثیر این عبارت از عبارت اول به دلیل اینکه $r_4 \ll r_1, r_2, r_3$ کمتر است. بنابراین، تابع



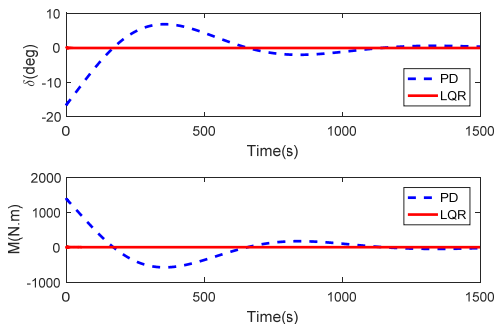
شکل ۱۰- تغییرات ورودی‌های کنترلی برای کنترلر LQR



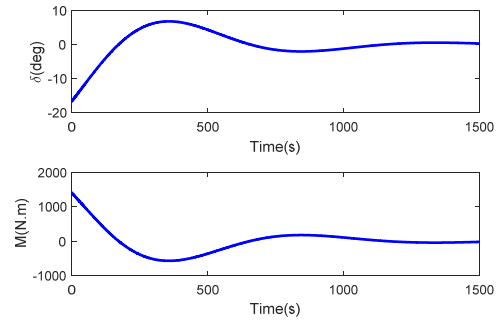
شکل ۱۱- مقایسه پاسخ زمانی وضعیت فضاپیما برای کنترلرهای خطی



شکل ۱۲- مقایسه پاسخ زمانی وضعیت پاندول‌ها برای کنترلرهای خطی



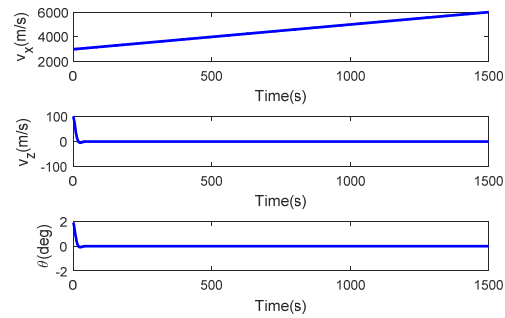
شکل ۱۳- مقایسه تغییرات ورودی‌های کنترلی برای کنترلرهای خطی



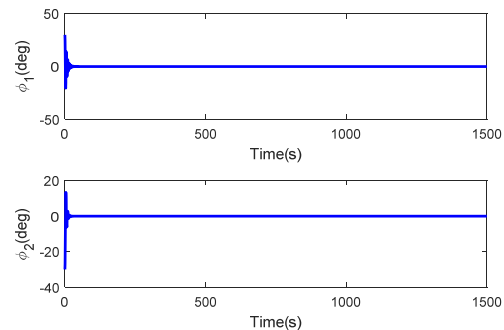
شکل ۷- تغییرات ورودی‌های کنترلی برای کنترلر کلاسیک

پاسخ زمانی بردارهای سرعت و زاویه وضعیت فضاپیما در شکل ۸ و پاسخ زمانی وضعیت پاندول‌ها در شکل ۹، در حالتی که کنترلر LQR استفاده شده، نشان داده شده است. در شکل ۱۰ نیز تغییرات ورودی‌های کنترلی برای این حالت نشان داده شده است.

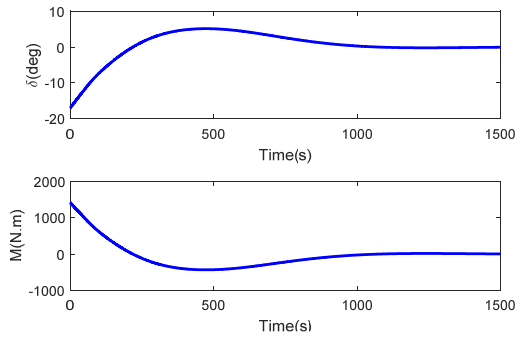
دو کنترلر LQR و کلاسیک، کنترلرهایی خطی هستند. در شکل‌های ۱۱ و ۱۲ نتایج حاصل از این دو کنترلر با یکدیگر مقایسه شده و همان‌طور که در این شکل‌ها مشخص است، کنترلر LQR در مدت زمان کوتاه‌تری پارامترهای سیستم فضاپیما و پاندول‌ها را به حالت پایدار می‌رساند. اما، تغییرات این پارامترها نسبت به زمان در این حالت بیشتر است. همچنین، شکل ۱۳ تفاوت ورودی‌های کنترل در این دو حالت نشان داده شده است.



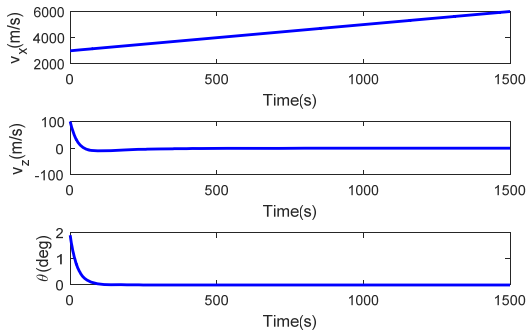
شکل ۸- پاسخ زمانی بردارهای وضعیت فضاپیما برای کنترلر LQR



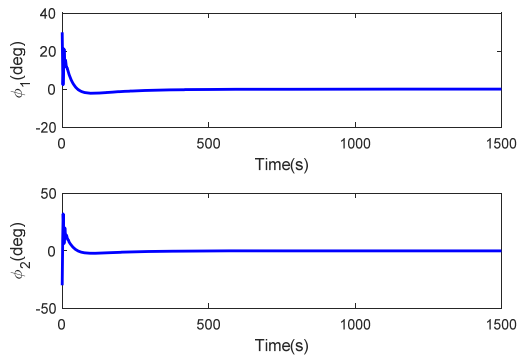
شکل ۹- پاسخ زمانی وضعیت پاندول‌ها برای کنترلر LQR



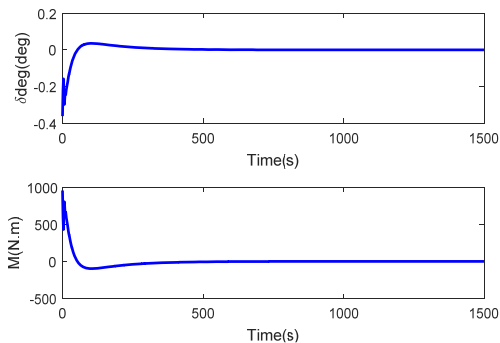
شکل ۱۶- تغییرات ورودی‌های کنترلی برای کنترل فازی



شکل ۱۷- پاسخ زمانی بردارهای وضعیت فضاییما برای کنترلر لیاپانوف



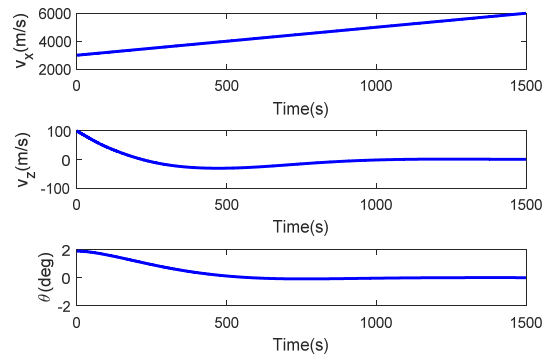
شکل ۱۸- پاسخ زمانی وضعیت پاندول‌ها برای کنترلر لیاپانوف



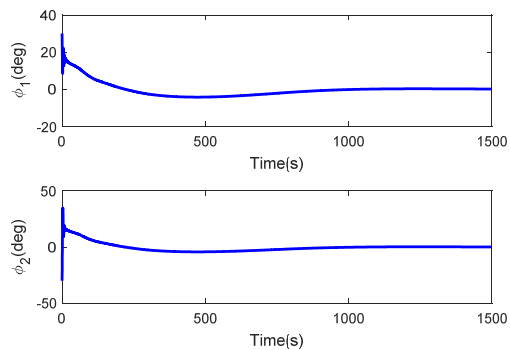
شکل ۱۹- تغییرات ورودی‌های کنترلی برای کنترلر لیاپانوف

کنترلر فازی کنترلی غیرخطی است که بر روی معادلات دینامیکی غیرخطی سیستم اعمال می‌شود. شکل ۱۴ پاسخ زمانی بردارهای سرعت و زاویه وضعیت فضاییما و شکل ۱۵ پاسخ زمانی زاویه وضعیت پاندول‌ها را نشان می‌دهد. بردار سرعت عمودی فضاییما، زاویه وضعیت فضاییما و زاویه وضعیت پاندول‌ها به ترتیب پس از گذشت ۱۰۰۰ ثانیه به‌طور مماسی به صفر میل می‌کنند. همچنین، تغییرات ورودی‌های کنترلی برای این حالت در شکل ۱۶ آورده شده است.

دیگر کنترلر غیرخطی استفاده شده در این مقاله، کنترلر غیرخطی مبنی بر تابع کاندید لیاپانوف است. پاسخ‌های زمانی حاصل از شبیه‌سازی برای این کنترلر در شکل‌ها ۱۷ و ۱۸، که به ترتیب نشان‌دهنده پاسخ زمانی پارامترهای فضاییما و پاندول‌ها هستند، آورده شده است. شکل ۱۹ نیز تغییرات ورودی‌های کنترلی در این حالت را نشان می‌دهد. همچنین، مقدار مشتق زمانی تابع کاندید لیاپانوف که معیاری برای بررسی پایداری این تابع است، در شکل ۲۰ نشان داده شده است. همانگونه که در این شکل قابل مشاهده است، مشتق زمانی این تابع عددی کوچکتر یا مساوی صفر است و بنابراین تابع کاندید لیاپانوف تابعی پایدار است.



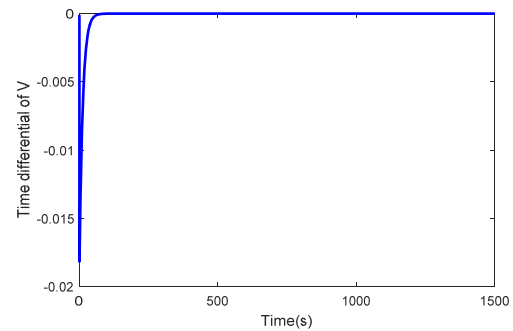
شکل ۱۴- پاسخ زمانی بردارهای وضعیت فضاییما برای کنترلر فازی



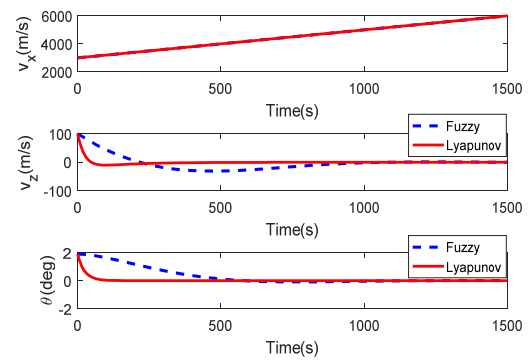
شکل ۱۵- پاسخ زمانی وضعیت پاندول‌ها برای کنترلر فازی

مقایسه پاسخ زمانی پارامترهای سیستم فضاپیما و پاندولها برای کنترلر فازی و لیاپانوف که هر دو کنترلر غیرخطی هستند، در شکل‌های ۲۱ و ۲۲ آورده شده است. همان‌طور که در این شکل‌ها مشخص است، کنترلر لیاپانوف سریعتر پارامترهای سیستم را به حالت پایدار می‌رساند. تفاوت ورودی‌های کنترل برای این دو حالت نیز در شکل ۲۳ نشان داده شده است.

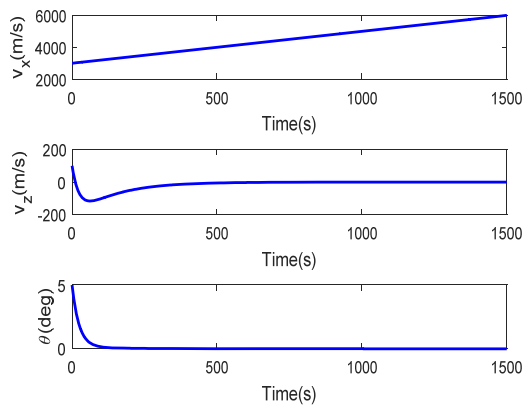
با مقایسه نتایج حاصل از اعمال کنترلرهای اعمال شده در این مقاله با کنترلر اعمال شده در سایر مقالات می‌توان به این نتیجه پی برد که کنترلرهای طراحی شده در اینجا پاسخگویی قابل قبولی داشته‌اند. به عنوان مثال، پاسخ زمانی بردارهای وضعیت فضاپیما و وضعیت پاندولها در مقاله‌ای که در سال ۲۰۱۱ انجام شده است [۱۸] و شرایطی تقریباً مشابه با مثال انجام شده در این مقاله دارد و کنترلر اعمال شده در آن کنترلر مینی بر تابع کاندید لیاپانوف است، در شکل‌های ۲۴ و ۲۵ (با مقیاس زمانی ۱۵۰۰ ثانیه) آورده شده است.



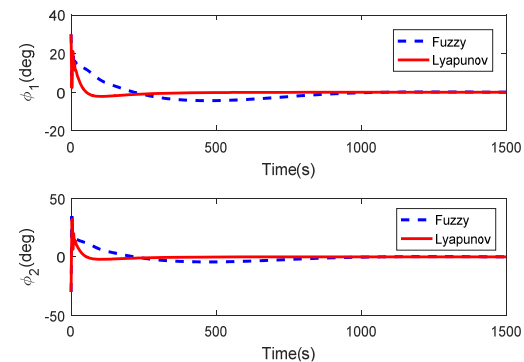
شکل ۲۰- مشتق زمانی تابع کاندید لیاپانوف



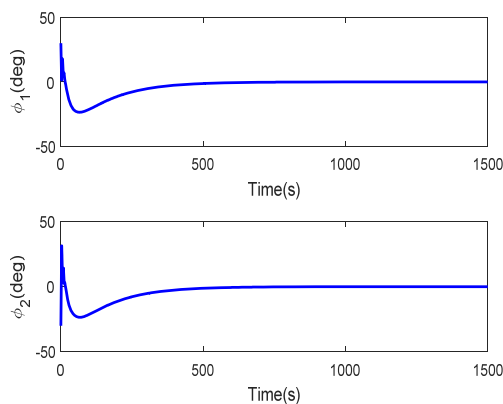
شکل ۲۱- مقایسه پاسخ زمانی وضعیت فضاپیما برای کنترلرهای غیرخطی



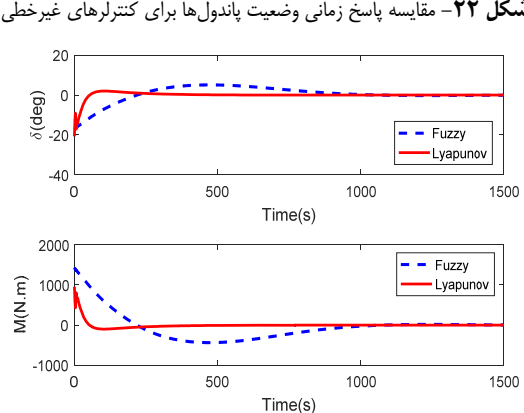
شکل ۲۲- مقایسه پاسخ زمانی وضعیت پاندولها برای کنترلرهای غیرخطی



شکل ۲۳- مقایسه پاسخ زمانی وضعیت پاندولها در مرجع [۱۶]



شکل ۲۴- مقایسه تغییرات ورودی‌های کنترلی برای کنترلرهای غیرخطی



شکل ۲۵- پاسخ زمانی وضعیت پاندولها در مرجع [۱۶]

Power Series Expansion of Riccati Methods,” *Journal of Space Science & Technology*, Vol. 7, No. 4, pp. 39-49 (in Persian).

- [9] Shageer, H. and Tao, G., “Modeling and Adaptive Control of Spacecraft with Fuel SLOSH: Overview and Case Studies,” *AIAA Guidance, Navigation and Control Conference and Exhibit*, AIAA 2007-6434, 2007, pp. 1-19.
- [10] Sidi, M.J., *Spacecraft Dynamics and Control, a Practical Engineering Approach*, Cambridge University Press, 1997, pp. 291-316.
- [11] Hill, D.E. and Baumgarten, J.R., “Control of Spin-Stabilized Spacecraft with SLOSHING Fluid Stores,” *Journal of Dynamics Systems, Measurement, and Control*, Vol. 114, Issue 4, 1992, pp. 1-4.
- [12] X. Yu, S. and R. Yun, Q., “Using Sliding Mode Control Method to Suppress Fuel SLOSHING of a Liquid-Filled Spacecraft,” *27th Chinese Control and Decision Conference*, 2015, pp. 1268-1273.
- [13] Cho, S., McClamroch, N. H. and Reyhanoglu, M., “Feedback Control of a Space Vehicle with Unactuated Fuel SLOSH Dynamics,” *AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference*, 2000, AIAA 2000-4046, pp. 354-359.
- [14] Bandyopadhyay, B., Gandhi, P.S. and Kurode, S., “Sliding Mode Observer Based Sliding Mode Controller for SLOSH-FREE Motion Through PID Scheme,” *IEEE Transaction on Industrial Electronics*, Vol. 56, No. 9, 2009, pp. 3432-3442.
- [15] Souza, A. G. and d. Souza, L. C. G., “Design of Satellite Attitude Control System Considering the Interaction Between Fuel SLOSH and Flexible Dynamics,” *11th International Conference on Vibration problems*, 2013, pp. 1-10.
- [16] Ibrahim, R. A., *Liquid SLOSHING Dynamics, Theory and Applications*, Cambridge University Press, 2005, pp. 296-334.
- [17] Reyhanoglu, M., “Maneuvering Control Problem for a Spacecraft with Unactuated Fuel SLOSH Dynamics,” *IEEE Conference on Control Applications*, 2003, pp. 695-699.
- [18] Reyhanoglu, M. and R. Hervas, J., “Nonlinear Control of a Spacecraft with Multiple Fuel SLOSH Modes,” *Conference on Decision and Control and European Control Conference*, 2011, pp. 6192-6197.
- [19] R. Hervas, J., Reyhanoglu, M. and Tang, H., “Thrust-Vector Control of a Tree-Axis Stabilized Spacecraft with Fuel SLOSH Dynamics,” *International Conference on Control, Automation and Systems*, 2013, pp. 761-766.
- [20] R. Hervas, J. and Reyhanoglu, M., “Observer-Based Nonlinear Control of Space Vehicles with Multi-Mass Fuel SLOSH Dynamics,” *IEEE International Symposium on Industrial Electronics*, 2014, pp. 178-182.
- [21] Cho, S., McClamroch, N. H. and Reyhanoglu, M., “Dynamics of Multibody Vehicles and Their Formulation as Nonlinear Control Systems,” *American Control Conference*, 2000, pp. 3908-3912.

بحث و نتیجه‌گیری

در این مقاله به پدیده تلاطم سوخت در فضاییما و کنترل اثر آن بر روی وضعیت فضاییما پرداخته شد. تلاطم سوخت به وسیله مدل معادل مکانیکی دو پاندولی مدل شد و معادلات دینامیک ترکیب شده فضاییما و پاندول‌ها به دست آمد. معادلات دینامیکی سیستم فضاییما و پاندول‌ها غیرخطی هستند. بنابراین، برای رسیدن به اهداف کنترلی که در واقع کنترل همزمان وضعیت فضاییما و پاندول‌هاست، بهتر است که از کنترل‌های غیرخطی استفاده شود. اما، می‌توان با استفاده از تقریب مناسب معادلات را خطی و سپس از کنترلر خطی استفاده کرد. البته در این مقاله از دو کنترلر خطی کلاسیک و LQR و دو کنترلر غیرخطی فازی و لیاپانوف استفاده شده است. نتایج شبیه‌سازی نشان‌دهنده عملکرد مناسب کنترل‌های طراحی شده برای رسیدن به همه اهداف کنترلی در هر دو حالت خطی و غیرخطی بود. البته باید به این نکته نیز اشاره کرد که کنترلر کلاسیک و فازی نسبت به دو کنترلر دیگر عملکرد کمتری داشتند.

مراجع

- [1] Deng, M., Baozeng, Y. and Jiarui, Y., “Position and Attitude Control of Spacecraft with Large Amplitude Propellant SLOSH and Depletion,” *Journal of Aerospace Engineering*, Vol. 30, Issue 6, 2017, pp. 1-12.
- [2] Pukdeboon, C. and Kumam, P., “Robust Optimal Sliding Mode Control for Spacecraft Position and Attitude Maneuvers,” *Journal of Aerospace science and Technology*, vol. 43, 2015, pp. 329-342.
- [3] Meirovitch, L. and Kwak, M. K., “State Equation for a Spacecraft with Maneuvering Flexible Appendages in Terms of Quasi-Coordinates,” *Applied Mechanics Reviews*, Vol. 42, Issue 11, 1989, pp. 161-170.
- [4] Peterson, L. D., Crawley, E. F. and Hansman, R. J., “Nonlinear Fluid SLOSH Coupled to the Dynamics of Spacecraft,” *AIAA Journal*, Vol. 27, No. 9, 1989, pp. 1230-1240.
- [5] Hung, R.J., Long, Y.T. and Chi, Y.M., “SLOSH Dynamics Coupled with Spacecraft Attitude Dynamics Part1: Formulation and Theory,” *Journal of Spacecraft and Rockets*, Vol. 33, No. 4, 1996, pp. 575-581.
- [6] Vadali, S. R., “Variable-Structure Control of Spacecraft Large-Angle Maneuvers,” *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, Vol. 9, No. 2, 1986, pp. 235-239.
- [7] Navabi, M., Akhlojadi, M. R., “Nonlinear Optimal Control of Space Docking and Rendezvous Problem,” *Journal of Space Science & Technology*, Vol. 8, No. 3, pp. 27-40 (in Persian).
- [8] Navabi, M., Tavana, M., Mirzaei, H., “Attitude Control of Spacecraft by State Dependent Riccati Equation and

[23] Zhao, Z., Tomizuka, M. and Isaka, S., "Fuzzy Gain Scheduling of PID Controllers," *IEEE Transaction on Systems, Man, and Cybernetics*, Vol. 23, Issue 5, 1993, pp. 1392-1398.

[22] Reyhanoglu, M., Van der Schaft, A., Kolmanovski, I. and McClamroch, N. H., "Dynamics and Control of a Class of Underactuated Mechanical Systems," *IEEE Transaction on Automatic Control*, Vol. 44, No. 9, 1999, pp. 1663-1671.