

Research Paper

Kinematic Modelling Without Singularity and Nonlinear Control of Satellite Attitude Using Direct Adaptive and Fuzzy PD Control Methods

M. Navabi^{1*}, N. Safaei hashkavaei²

1, 2. Faculty of New Technologies Engineering, Shahid Beheshti University, Tehran, Iran

*m_navabi@sbu.ac.ir

Adaptive control technique is taken into consideration because of overcoming the problem of existence of uncertainties in the space missions. In this paper, a novel optimal direct adaptive control technique which is based on Markov parameters is presented. In this technique, the system's performance is expressed based on rotation matrices, and this method doesn't have a singularity problem. The problem of satellite attitude control using this method and nonlinear thruster actuator in existence of uncertainty in moment of inertia is analyzed. The novel adaptive controller using on-off thrusters is robust to inertia changes. In this paper, a mamdani fuzzy logic is used to schedule the gains of PD control method, and the satellite attitude control problem using a fuzzy controller is simulated. With considering the settling and rise times, it's shown that the fuzzy controller is better than the presented adaptive controller. Also, the problem of satellite attitude control using the novel adaptive controller in presence of a constant disturbance is analyzed, and simulation results illustrate that the new adaptive control is robust to a constant disturbance.

Keywords: Satellite attitude, optimal adaptive control, on-off thrusters, fuzzy controller, constant disturbance

1. Associate Professor (Corresponding Author)
2. M.Sc. Student

مقاله علمی - پژوهشی

مدل سازی سینماتیکی بدون تکینگی و کنترل غیر خطی وضعیت ماهواره با استفاده از روش کنترل تطبیقی مستقیم و PD فازی

محمد نوابی^{۱*} و نازنین صفائی حشکوائی^۲

۱ و ۲- دانشکده مهندسی فناوری های نوین، دانشگاه شهید بهشتی، تهران، ایران

*m_navabi@sbu.ac.ir

روش کنترل تطبیقی به دلیل غلبه بر مشکل وجود عدم قطعیت ها در مأموریت های فضایی مورد توجه قرار می گیرد. در این مقاله یک روش کنترل تطبیقی مستقیم بهینه نوین که بر اساس پارامترهای مارکوف طراحی می گردد جهت کنترل وضعیت ماهواره ارائه می شود، و مسئله کنترل وضعیت ماهواره با استفاده از این روش کنترلی و عملگر تراستر غیرخطی در حضور نامعینی های ممان اینرسی بررسی می گردد. در روش کنترلی ارائه شده عملکرد سیستم بر اساس ماتریس های دوران بیان می شود، و این روش مشکل سینگولاریتی ندارد. جهت مقایسه روش معرفی شده با سایر روش های کنترلی، کنترل وضعیت ماهواره با استفاده از کنترلر فازی شبیه سازی می گردد، و در نهایت برتری روش کنترلی فازی نسبت به روش کنترل تطبیقی بیان شده با در نظر گرفتن زمان صعود و نشست سیستم نشان داده می شود. همچنین نتایج حاصل از شبیه سازی ها نشان می دهند که روش کنترل تطبیقی ارائه شده با استفاده از عملگر تراستر روشن- خاموش نسبت به عدم قطعیت در اینرسی مقاوم است.

واژه های کلیدی: ماهواره، کنترل وضعیت، عملگر تراستر روشن- خاموش، کنترل تطبیقی بهینه، پارامترهای مارکوف، کنترلر فازی

علائم و اختصارات

| | | | |
|----------------|----------------------------------|------------------------------|------------------------|
| $r(t)$ | سیگنال کنترلی مرجع | | |
| $\phi(i)$ | بردار رگرسور | | |
| $P(i)$ | ماتریس کوواریانس | Proportional Derivative (PD) | کنترل مشتقی - تناسبی |
| I | ماتریس ممان اینرسی | Fuzzy Logic Controller (FLC) | کنترل کننده منطقی فازی |
| $w(i)$ | سیگنال اغتشاش | $\bar{\omega}$ | بردار سرعت زاویه ای |
| $v(i)$ | نویز اندازه گیری شده | \bar{H}_B/I | بردار مومنتوم زاویه ای |
| $z(i)$ | متغیر عملکرد | \bar{M} | گشتاور کنترلی |
| H_k | پارامتر مارکوف | $u(i)$ | سیگنال ورودی کنترل |
| $\theta(i)$ | پارامترهای کنترلر | | |
| $L_q(i)$ | بهره کنترلر | | |
| $M_q(i)$ | بهره کنترلر | | |
| $\delta\omega$ | بردار خطای سرعت زاویه ای ماهواره | | |

۱. دانشیار (نویسنده مخاطب)
۲. دانشجوی کارشناسی ارشد

تطبیق خود استفاده می‌نماید. در روش بیان شده پارامترهای کنترل با استفاده از داده‌های عملکرد گذشته و توسط روش حداقل مربعات بازگشتی^۴ به روزرسانی می‌شوند. همچنین در روش کنترلی بیان شده از پارامترهای مارکوف جهت بسط سری پارامتر عملکرد سیستم استفاده می‌گردد. پارامترهای مارکوف مقادیر پاسخ ضربه واحد سیستم زمان - گسسته هستند.

به علاوه در این مقاله مسئله کنترل وضعیت ماهواره با استفاده از روش کنترل تطبیقی ارائه شده بررسی و در محیط نرم افزار متلب شبیه‌سازی می‌گردد. از اهداف این مقاله این است که یک ماهواره صلب در طی یک مانور از شرایط اولیه مشخص به صورت بهینه به سرعت صفر و وضعیت نهایی مطلوب با استفاده از روش کنترل تطبیقی نوین بیان شده برسد. همچنین مسئله کنترل وضعیت ماهواره با استفاده از کنترل تطبیقی بیان شده و عملکرد تراستر روشن-خاموش که مومنتوم زاویه‌ای کل ماهواره را با وارد کردن گشتاور کنترلی تغییر می‌دهد، در حضور نامعینی‌ها در ماتریس اینرسی بررسی می‌گردد [۱۸]. همچنین مسئله کنترل وضعیت ماهواره توسط کنترل تطبیقی ارائه شده با وجود اغتشاش ثابت در سیستم شبیه‌سازی می‌شود. یکی از روش‌های کنترلی که در زمینه کنترل وضعیت ماهواره‌ها بسیار کاربرد دارد روش کنترلی فازی می‌باشد [۱۹]. تحقیقات گسترده‌ای پیرامون روش کنترلی فازی انجام شده است [۲۰، ۲۱]. در این مقاله جهت مقایسه روش کنترل تطبیقی ارائه شده با سایر روش‌های کنترلی، مسئله کنترل وضعیت ماهواره با استفاده از کنترل فازی شبیه‌سازی می‌گردد. در نهایت نتایج حاصل از شبیه‌سازی‌ها در قالب نمودار و جدول ارائه خواهند شد.

معادلات دینامیک و سینماتیک

در این بخش معادلات سینماتیک و دینامیک حرکت یک ماهواره صلب بیان می‌شوند. همچنین برای بیان وضعیت ماهواره از ماتریس‌های دوران استفاده می‌گردد. فقط دینامیک وضعیت ماهواره لحاظ می‌شود.

برای بررسی معادلات حرکت ماهواره، یک دستگاه مختصات بدنی که مبدأ آن مرکز جرم ماهواره است، و یک دستگاه مختصات اینرسی برای تعیین وضعیت ماهواره لحاظ می‌شود. همچنین معادلات حرکت غیرخطی ماهواره بر اساس معادلات اویلر^۵ [۲۲] و پواسون^۶ می‌باشند که به ترتیب در معادلات (۱) و (۶) بیان شده‌اند.

در معادلات حرکت $\bar{\omega} = [\omega_x \ \omega_y \ \omega_z]^T$ مبین بردار سرعت زاویه‌ای ماهواره، I ماتریس ممان اینرسی، $\bar{H}_{B/I}$ بردار مومنتوم زاویه‌ای ماهواره در دستگاه مختصات بدنی نسبت به دستگاه

| | |
|--------------------|---|
| ω_T | برداری سرعت زاویه‌ای نهایی |
| | مطلوب ماهواره |
| ω_0 | برداری سرعت زاویه‌ای اولیه ماهواره |
| $(\delta\omega)_e$ | برداری خطای سرعت زاویه‌ای ماهواره در نقطه تعادل |
| m_c | مرتبه کنترل |
| R | ماتریس دوران وضعیت هر لحظه ماهواره |
| h | گام زمانی |
| δR | ماتریس دوران خطای وضعیت ماهواره |
| $(\delta R)_e$ | ماتریس دوران خطای وضعیت ماهواره در نقطه تعادل |
| R_T | ماتریس دوران وضعیت نهایی مطلوب ماهواره |

مقدمه

ماهواره سیستم‌های کنترل در زمینه مهندسی هوافضا پر کاربرد بوده است، و در سال‌های اخیر مطالعات و تحقیقات گسترده‌ای در این زمینه صورت پذیرفته که موجب خلق نوآوری‌های ارزنده‌ای شده است [۱، ۲]. کنترل وضعیت ماهواره‌ها از مهم‌ترین زیر سیستم‌ها در ماهواره‌هاست [۳-۶]. با توجه به وجود عدم قطعیت‌ها در مأموریت‌های فضایی، روش کنترل تطبیقی جهت کنترل وضعیت ماهواره‌ها بسیار پرکاربرد است [۷]. کنترل تطبیقی کنترلی با پارامترهای قابل تنظیم همراه با مکانیزمی برای تنظیم پارامترها می‌باشد [۸-۱۱]. کنترل وضعیت ماهواره‌ها با استفاده از روش کنترل تطبیقی در سال‌های گذشته بسیار مورد مطالعه قرار گرفته است [۱۲، ۱۳]. همچنین مطالعات گسترده‌ای پیرامون کاربردهای متفاوت روش کنترل تطبیقی در مأموریت‌های فضایی انجام شده است [۱۴-۱۶].

از جمله روش‌های کنترل تطبیقی مستقیم یک روش کنترلی نوین می‌باشد که بر اساس مفاهیم تطبیقی و بهینه طراحی می‌شود [۱۷]. در این مقاله از روش کنترل تطبیقی بیان شده جهت کنترل وضعیت ماهواره استفاده می‌گردد. این روش کنترلی دارای قابلیت پایداری و تعقیب فرمان است. همچنین پاسخ زمانی سیستم در حالت استفاده از روش کنترل تطبیقی بیان شده جهت کنترل وضعیت ماهواره، قابل‌قبول و کوتاه می‌باشد. در روش کنترلی ارائه شده برای بیان عملکرد سیستم از ماتریس‌های دوران استفاده می‌گردد، و این روش کنترلی بر اساس گروه ماتریس‌های متعامد خاص از مرتبه سه^۳ گسترش می‌یابد، و مشکل سینگولاریتی ندارد، و این از مزیت‌های این روش است. این روش کنترل تطبیقی از یک روش نوین بهینه در قانون

4. Recursive least squares (RLS)
5. Euler
6. Poisson

3. Three-dimensional Special Orthogonal Group (SO(3))

کنترل تطبیقی بهینه بر مبنای پارامترهای مارکوف

در این مقاله کنترل معرفی شده یک کنترل تطبیقی مستقیم بهینه و همچنین یک کنترل پسخور خروجی است. در ابتدا یک سیستم زمان-گسسته چند ورودی- چند خروجی در معادله (۸) در نظر گرفته می‌شود [۲۳].

$$\begin{aligned} x(i) &= Ax(i-1) + Bu(i-1) + Fw(i-1) \\ y(i) &= Cx(i) + v(i) \\ z(i) &= Ex(i) - r(i) \end{aligned} \quad (8)$$

در معادله (۸)، $x(i) \in R^{lx}$ بردار حالت، $y(i) \in R^{ly}$ بردار خروجی سیستم، $u(i) \in R^{lu}$ سیگنال ورودی کنترل، $w(i) \in R^{lw}$ سیگنال اغتشاشی، $v(i) \in R^{lv}$ نویز اندازه‌گیری شده، $z(i) \in R^{lz}$ عملکرد سیستم، $r(i) \in R^{lr}$ فرمان کنترلی و $i \geq 1$ است. فرض می‌شود اندازه‌های سرعت زاویه‌ای و وضعیت ماهواره در دسترس است. همچنین این کنترل بر اساس پارامترهای مارکوف که پاسخ ضربه واحد سیستم زمان-گسسته می‌باشند بیان می‌شود، و در این روش کنترلی از پارامترهای مارکوف درون یک کنترل زمان-گسسته استفاده می‌گردد. پارامترهای مارکوف (H_k) توسط تعریف تابع تبدیل G_{zu} که سیگنال ورودی u را به پارامتر Z (متغیر عملکرد سیستم) مرتبط می‌سازد محاسبه می‌گردد.

عملگر q ، $G_{zu}(q) = E(q-A)^{-1}B = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{H_k}{q^k} \approx \sum_{k=0}^{m_H} \frac{H_k}{q^k}$ عملگر گام به جلو، و $x(i+1) = qx(i) = Ax(i) + Bu(i)$ می‌باشد، و پارامترهای مارکوف توسط $H_k = EA^{k-1}B$ برای $k \geq 1$ محاسبه می‌شوند [۲۳].

برای نوشتن سری تشکیل شده از جملات متغیر عملکرد به شکل بیانی از پارامترهای مارکوف ابتدا $x(i)$ در معادله (۸) برای $i \geq 1$ که $m \geq 1$ یک عدد صحیح است، به صورت یک سری مطابق رابطه (۹) بیان می‌گردد. سپس عملکرد $z(i)$ توسط معادله (۱۰) بدست می‌آید [۲۳].

$$x(i) = A^m x(i-m) + \sum_{k=1}^m A^{k-1} [Bu(i-k) + Fw(i-k)] \quad (9)$$

$$z(i) = EA^m x(i-m) + \sum_{k=1}^m EA^{k-1} Bu(i-k) + \sum_{k=1}^m EA^{k-1} Fw(i-k) - r(i) \quad (10)$$

$k = 1, \dots, m$ است. متغیر $\tilde{y} = [1 \ \dots \ m]$ تعریف می‌گردد، و سپس معادله (۱۰) بر اساس تعمیم پارامترهای مارکوف و سیگنال‌های ورودی کنترل در زمان‌های گذشته بازنویسی می‌شود تا معادلات (۱۱) و (۱۲) حاصل گردد.

$$z(i) = E_1 A^m x(i-m) + [H_1 \ \dots \ H_m] \begin{bmatrix} u(i-1) \\ \vdots \\ u(i-m) \end{bmatrix} + E_1 \sum_{k=1}^m A^{k-1} Fw(i-k) - E_0 r(i) \quad (11)$$

مختصات اینرسی، \bar{M}_d و \bar{M}_c به ترتیب بردارهای گشتاور خارجی کنترلی و اغتشاشی هستند. همچنین زیروندهای B و I به ترتیب دستگاه مختصات بدنی و دستگاه مختصات اینرسی را بیان می‌نمایند، و زیروند B/I مبین دستگاه مختصات بدنی نسبت به دستگاه مختصات اینرسی می‌باشد.

$$\bar{M}_c + \bar{M}_d = \bar{H}_{B/I}^{B\bullet} + \bar{\omega}_{B/I}^{\times} \bar{H}_{B/I} \quad (1)$$

$$\bar{H}_{B/I}^{B\bullet} = \bar{I}_{B/I}^{B\bullet} \bar{\omega}_{B/I}^{B\bullet} \quad (2)$$

$$\bar{H}_{B/I} = \bar{I}_{B/I} \bar{\omega}_{B/I} \quad (3)$$

$\bar{\omega}_{B/I}^{B\bullet}$ بیانگر مشتق سرعت زاویه‌ای ماهواره در دستگاه مختصات بدنی است. با فرض اینکه از این پس $\bar{\omega}_{B/I|B}$ و $\bar{I}_{B/I|B}$ به ترتیب با نماد ω ، $\dot{\omega}$ و I بیان گردند، و با جاگذاری معادلات (۲) و (۳) در معادله (۱)، معادله (۴) حاصل می‌گردد.

$$\bar{M}_c + \bar{M}_d = I\dot{\omega} + \omega^{\times} I\omega \quad (4)$$

معادله سینماتیک حرکت ماهواره توسط $R = \bar{R}_{B/I|B}$ ماتریس دوران وضعیت هر لحظه ماهواره می‌باشد، در رابطه (۵) بیان شده است. تعریف علامت ضرب (\times) در معادلات بیان شده، در معادله (۵) مشخص شده است.

$$\dot{R} = R\omega^{\times} = R \begin{bmatrix} 0 & -\omega_z & \omega_y \\ \omega_z & 0 & -\omega_x \\ -\omega_y & \omega_x & 0 \end{bmatrix} \quad (5)$$

اکنون معادلات سینماتیک و دینامیک به شکل دیگری که بیانی از خطای وضعیت و سرعت‌های زاویه‌ای هستند نوشته می‌شوند. در معادلات پیش رو R_T ماتریس دوران وضعیت نهایی مطلوب و ω_T سرعت زاویه‌ای نهایی مطلوب است.

روابط $\delta R = R_T^T R$ و $\delta \omega = \omega - (\delta R)^T \omega_T$ به ترتیب جهت تعریف ماتریس خطای وضعیت و بردار خطای سرعت زاویه‌ای نوشته می‌شوند. با استفاده از روابط تعریف شده و با جاگذاری و (۴)، معادلات $(\delta R)^T \omega_T$ حرکت غیرخطی (۶) و (۷) بدست می‌آیند. همچنین در معادله (۶) $((\delta R)^T)^T = (\delta R(\delta \omega)^{\times})^T = ((\delta \omega)^{\times})^T (\delta R)^T \omega_T$

$$\begin{aligned} \bar{M}_c + \bar{M}_d &= I\dot{\omega} + \omega^{\times} I\omega = I(\delta \omega + (\delta R)^T \omega_T) + \\ &(\delta \omega + (\delta R)^T \omega_T)^{\times} I(\delta \omega + (\delta R)^T \omega_T) = I(\delta \dot{\omega}) + \\ &I((\delta R)^T)^T \omega_T + I(\delta R)^T \dot{\omega}_T - (I(\delta \omega + (\delta R)^T \omega_T))^{\times} \\ &((\delta \omega + (\delta R)^T \omega_T)) = I(\delta \dot{\omega}) + \\ &I((\delta \omega)^{\times})^T (\delta R)^T \omega_T + I(\delta R)^T \dot{\omega}_T - (I(\delta \omega + \\ &(\delta R)^T \omega_T))^{\times} ((\delta \omega + (\delta R)^T \omega_T)) = I(\delta \dot{\omega}) - \\ &I(\delta \omega)^{\times} (\delta R)^T \omega_T + I(\delta R)^T \dot{\omega}_T - (I(\delta \omega + \\ &(\delta R)^T \omega_T))^{\times} ((\delta \omega + (\delta R)^T \omega_T)) = I(\delta \dot{\omega}) - \\ &I(\delta \omega \times (\delta R)^T \omega_T) + I(\delta R)^T \dot{\omega}_T - (I(\delta \omega + \\ &(\delta R)^T \omega_T))^{\times} ((\delta \omega + (\delta R)^T \omega_T)) \end{aligned} \quad (6)$$

$$(\delta \dot{R}) = \delta R(\delta \omega)^{\times} \quad (7)$$

براساس توضیحات بیان شده تابع ه-زین-ه-
 $\hat{f}(i) = \hat{u}(i, \bar{\sigma})^T R_U \hat{u}(i, \bar{\sigma}) + \hat{z}(i, \bar{\rho})^T R_Z \hat{z}(i, \bar{\rho})$ تعریف می‌گردد.
در این تابع هزینه $R_Z \in R^{dl_z \times dl_z}$ ماتریس وزنی عملکرد
معین مثبت است، و $R_U \in R^{al_u \times al_u}$ ماتریس وزنی کنترل
نیمه معین مثبت می‌باشد. از (۱۸) برای بسط تابع هزینه
بیان شده استفاده می‌گردد. در نتیجه معادله (۱۹) بدست
می‌آید. در محاسبه معادله (۱۹) از این ویژگی که:

$$\left((z(i, \bar{\rho}) - Hu(i, \bar{\sigma}))^T R_Z H \hat{u}(i, \bar{\sigma}) \right)^T = (z(i, \bar{\rho}) - Hu(i, \bar{\sigma}))^T R_Z H \hat{u}(i, \bar{\sigma})$$

است، و اینکه

$$\left((z(i, \bar{\rho}) - Hu(i, \bar{\sigma}))^T R_Z H \hat{u}(i, \bar{\sigma}) \right)^T = (H \hat{u}(i, \bar{\sigma}))^T R_Z (z(i, \bar{\rho}) - Hu(i, \bar{\sigma}))$$

می‌باشد استفاده می‌گردد.

$$\begin{aligned} \hat{f}(i) &= \hat{u}(i, \bar{\sigma})^T R_U \hat{u}(i, \bar{\sigma}) + (z(i, \bar{\rho}) - Hu(i, \bar{\sigma}))^T R_Z (z(i, \bar{\rho}) - Hu(i, \bar{\sigma})) + \\ & H \hat{u}(i, \bar{\sigma})^T R_Z (z(i, \bar{\rho}) - Hu(i, \bar{\sigma})) + H \hat{u}(i, \bar{\sigma}) = \hat{u}(i, \bar{\sigma})^T R_U \hat{u}(i, \bar{\sigma}) + \\ & ((z(i, \bar{\rho}) - Hu(i, \bar{\sigma}))^T + (H \hat{u}(i, \bar{\sigma}))^T) R_Z ((z(i, \bar{\rho}) - Hu(i, \bar{\sigma})) + \\ & H \hat{u}(i, \bar{\sigma})) = \hat{u}(i, \bar{\sigma})^T R_U \hat{u}(i, \bar{\sigma}) + \hat{u}(i, \bar{\sigma})^T H^T R_Z H \hat{u}(i, \bar{\sigma}) + (z(i, \bar{\rho}) - \\ & Hu(i, \bar{\sigma}))^T R_Z (z(i, \bar{\rho}) - Hu(i, \bar{\sigma})) + (z(i, \bar{\rho}) - Hu(i, \bar{\sigma}))^T R_Z H \hat{u}(i, \bar{\sigma}) + \\ & (H \hat{u}(i, \bar{\sigma}))^T R_Z (z(i, \bar{\rho}) - Hu(i, \bar{\sigma})) = \hat{u}(i, \bar{\sigma})^T (H^T R_Z (i) H + R_U (i)) \hat{u}(i, \bar{\sigma}) + \\ & [z(i, \bar{\rho}) - Hu(i, \bar{\sigma})]^T R_Z (i) [z(i, \bar{\rho}) - Hu(i, \bar{\sigma})] + \\ & 2 \left((z(i, \bar{\rho}) - Hu(i, \bar{\sigma}))^T R_Z H \hat{u}(i, \bar{\sigma}) \right) = \\ & \hat{u}(i, \bar{\sigma})^T (H^T R_Z (i) H + R_U (i)) \hat{u}(i, \bar{\sigma}) + [z(i, \bar{\rho}) - Hu(i, \bar{\sigma})]^T R_Z (i) [z(i, \bar{\rho}) - \\ & Hu(i, \bar{\sigma})] + 2 \left((z(i, \bar{\rho}) - Hu(i, \bar{\sigma}))^T R_Z H \right)^T \hat{u}(i, \bar{\sigma}) = \\ & \hat{u}(i, \bar{\sigma})^T (H^T R_Z (i) H + R_U (i)) \hat{u}(i, \bar{\sigma}) + (2H^T R_Z (i) [z(i, \bar{\rho}) - \\ & Hu(i, \bar{\sigma})])^T \hat{u}(i, \bar{\sigma}) + [z(i, \bar{\rho}) - Hu(i, \bar{\sigma})]^T R_Z (i) [z(i, \bar{\rho}) - Hu(i, \bar{\sigma})] \end{aligned} \quad (19)$$

$$\hat{u}(i, \bar{\sigma}) = \begin{bmatrix} \hat{u}_i(i - \sigma_1) \\ \vdots \\ \hat{u}_i(i - \sigma_a) \end{bmatrix}$$

معادله (۱۹) توسط سیگنال کنترلی بهینه می‌گردد [۲۵].
که در معادله (۲۰) بیان شده است کمینه می‌گردد [۲۵].

$$z(i) = E_1 A^m x(i - m) + H(\bar{y}) u(i, \bar{y}) + E_1 \sum_{k=1}^m A^{k-1} F w(i - k) - E_0 r(i) \quad (12)$$

طراحی کنترلر

در این مقاله یک کنترلر تطبیقی زمان-گسسته مطابق معادله (۱۳) ارائه می‌گردد [۲۳-۲۵].

$$u(i) = \sum_{k=1}^{m_c} L_q(i) u(i - k) + \sum_{k=1}^{m_c} M_q(i) y(i - k) = \theta(i) \phi(i) \quad (13)$$

در معادله (۱۳)، $q = 1, \dots, m_c$ ، و پارامترهای کنترلر $\theta(i)$ از ماتریس‌های بهره نامشخص $L_q \in R^{l_u \times l_u}$ و $M_q \in R^{l_u \times l_y}$ تشکیل شده‌اند. $\phi(i)$ بردار رگر سور است که توسط رابطه (۱۴) تعریف می‌گردد [۲۳-۲۵].

$$\phi(i) = \begin{bmatrix} u(i - 1) \\ u(i - m_c) \\ \vdots \\ y(i - 1) \\ \vdots \\ y(i - m_c) \end{bmatrix} \quad (14)$$

یک سیگنال کنترلی بهینه با تعریف یک تابع هزینه بر مبنای سیگنال کنترلی و متغیر عملکرد به منظور به روزرسانی پارامترهای کنترلر و مطابق توضیحات پیش رو به دست می‌آید [۲۳].

اگر تأخیر زمانی در محاسبات پارامترها مانند Z لحاظ شود، آنگاه آن موارد تأخیر زمانی در کم کردن مقادیر اندیس i در ماتریس‌های $u(i, \bar{y})$ و بقیه عبارات موجود در سمت راست تساوی (۱۲) نیز لحاظ می‌گردد. رابطه (۱۵) با توجه به تعریف $\bar{\rho} = [\rho_1 \ \dots \ \rho_a]$ می‌گردد.

$$z(i, \bar{\rho}) = \begin{bmatrix} z(i - \rho_1) \\ \vdots \\ z(i - \rho_a) \end{bmatrix} \quad (15)$$

با حذف سیگنال‌های کنترلی تکرار شده از جهت مرحله زمانی آنها، از ماتریس متشکل از u های گذشته $(u(i, \bar{\rho}))$ ، ماتریس $u(i, \bar{\sigma})$ ساخته می‌شود. همچنین $\sigma_a = [\sigma_1 \ \dots \ \sigma_a]$ و $\sigma_1 < \sigma_a < \dots$ در نظر گرفته می‌شوند. اکنون یک سیگنال کنترلی بهینه $\hat{u}(i, \bar{\sigma})$ تعریف می‌گردد. بنا به معادله (۱۵) و بر اساس سیگنال کنترلی $u(i, \bar{\sigma})$ و سیگنال کنترلی بهینه $\hat{u}(i, \bar{\sigma})$ ، معادلات (۱۶) و (۱۷) نوشته می‌شوند، و همچنین در این معادلات پارامترهای مارکوف متناظر با سیگنال‌های کنترلی موجود در همین معادلات تعریف می‌شوند.

$$z(i, \bar{\rho}) = \vartheta(i, \bar{\rho}) + Hu(i, \bar{\sigma}) \quad (16)$$

$$\hat{z}(i, \bar{\rho}) = \vartheta(i, \bar{\rho}) + H \hat{u}(i, \bar{\sigma}) \quad (17)$$

بر اساس معادلات (۱۶) و (۱۷)، معادله (۱۸) تعریف می‌گردد.

$$\hat{z}(i, \bar{\rho}) = z(i, \bar{\rho}) - Hu(i, \bar{\sigma}) + H \hat{u}(i, \bar{\sigma}) \quad (18)$$

کنترل وضعیت ماهواره با استفاده از کنترل

تطبیقی بهینه

پارامترهای مارکوف برای سیستم زمان-گسسته خطی بیان شده در معادله (۲۴) توسط $H_k = CA^{k-1}B$ برای $k \geq 1$ محاسبه می‌گردند.

$$\begin{aligned} x(T) &= Ax(T-1) + Bu(T-1) \\ z(T) &= Cx(T) - Dr(T) \end{aligned} \quad (24)$$

متغیر عملکرد سیستم در مسئله کنترل سرعت زاویه‌ای ماهواره برابر $Z_p = \omega - (\delta R)^T \omega_T$ است که این متغیر بردار خطای سرعت زاویه‌ای می‌باشد. در مسئله کنترل وضعیت ماهواره، از آنجا که روش کنترلی بیان شده به بردار عملکرد نیاز دارد. ماتریس دوران در معادله (۵) نمی‌تواند به طور مستقیم استفاده شود. بنابراین رابطه‌ای جهت بیان دینامیک خطای وضعیت با استفاده از یک تابع برداری از ماتریس خطای وضعیت (δR) تعیین می‌گردد. برای $k = 1, 2, 3$ ستون k ام ماتریس همانی I_3 است، و $A_a = \text{diag}(a_1, a_2, a_3)$ یک ماتریس معین مثبت قطری است. بردار خطای وضعیت $Z_a = \sum_{k=1}^3 a_k ((\delta R)^T e_k) \times e_k$ وضعیت ماهواره تعریف می‌نماید. همچنین در مسئله کنترل وضعیت ماهواره $Z = \begin{bmatrix} Z_p \\ Z_a \end{bmatrix}$ متغیر عملکرد ترکیبی نامیده می‌شود.

اکنون ماتریس خطای وضعیت δR به شکل معادله (۲۵) نوشته می‌شود.

$$\delta R = \begin{bmatrix} (\delta r)_1 \\ (\delta r)_2 \\ (\delta r)_3 \end{bmatrix} \quad (25)$$

برای $k = 1, 2, 3$ یک سطر از ماتریس دوران خطای وضعیت $(\delta R)_k \in R^{1 \times 3}$ توسط معادله $\delta r = [(\delta r)_1 \ (\delta r)_2 \ (\delta r)_3]^T$ تعریف می‌گردد. متغیرهای عملکرد به شکل‌های جدید بازنویسی می‌گردند. مطابق توضیحات بیان شده در قبل، Z براساس δr به شکل جدید بازنویسی می‌شود. بدین منظور Z_p بیان شده در توضیحات قبل به شکل جدید $Z_p = \omega - [\omega_{Tx} I_3 \ \omega_{Ty} I_3 \ \omega_{Tz} I_3] \delta r = \omega - W(\omega_T)(\delta r)$ در آن ماتریس همانی است بازنویسی می‌گردد. سپس معادله (۶) توسط شکل جدید بیان شده Z_p و به صورت بیانی از $W(\omega_T)$ و δr بازنویسی می‌شود. همچنین معادله (۷) به حالت جدید $(\delta r) =$

$$\text{بازنویسی می‌گردد،} \quad (\delta r) = \begin{bmatrix} -(\delta \omega)^x & & \\ & -(\delta \omega)^y & \\ & & -(\delta \omega)^z \end{bmatrix}_{9 \times 9}$$

و این معادله به شکل جدیدی برای هر سطر $(\delta r)_k$ از δR به صورت معادله $(\delta r)_k = ((\delta r)_k \times (\delta \omega))^T$ تقسیم‌بندی و نوشته می‌شود.

$$\hat{u}(i, \bar{\sigma}) = -\frac{1}{2} (H^T R_Z(i) H + R_U(i))^{-1} (2H^T R_Z(i) [z(i, \bar{\rho}) - Hu(i, \bar{\sigma})]) \quad (20)$$

با استفاده از $\hat{u}(i, \bar{\sigma})$ و روش RLS پارامترهای کنترل به روزرسانی می‌گردند. به عبارتی با استفاده از روش حداقل مربعات بازگشتی، ضرایب کنترلر به دست می‌آیند. بدین منظور ابتدا برای $l = 1, \dots, a$ تابع هزینه مطابق معادله (۲۱) تعریف می‌گردد.

$$J_R(\theta_{\sigma_l}(i), i) = \sum_{f=1}^l \|\hat{u}_i(i - \sigma_f) - \theta_{\sigma_l}(i) \phi(i - \sigma_f)\|^2 + \sum_{f=1}^a \sum_{n=1}^p \|\hat{u}_{i-n}(i - \sigma_f - n) - \theta_{\sigma_l}(i) \phi(i - \sigma_f - n)\|^2 \quad (21)$$

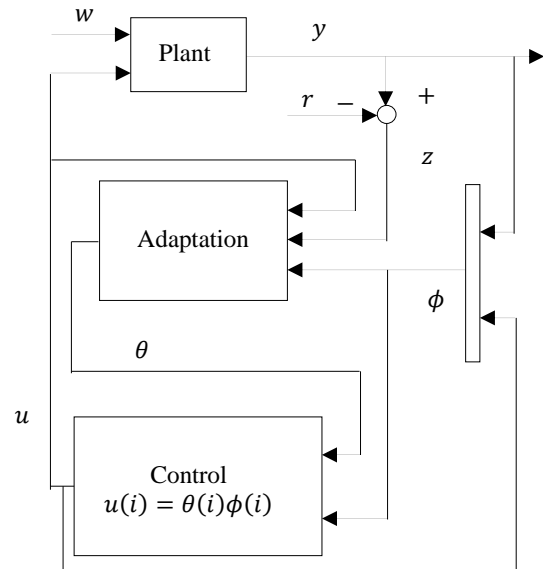
معادله (۲۱) توسط پارامترهای کنترلی که از معادله (۲۲) بدست می‌آید کمینه می‌گردد [۲۴، ۲۵].

$$\theta_{\sigma_l}(i) = \theta_{\sigma_l-1}(i) + \left(\frac{\hat{u}_i(i - \sigma_l) - \theta_{\sigma_l-1}(i) \phi(i - \sigma_l)}{1 + \phi^T(i - \sigma_l) P_{\sigma_l-1}(i) \phi(i - \sigma_l)} \right) \phi^T(i - \sigma_l) P_{\sigma_l-1}(i) \quad (22)$$

ماتریس کوواریانس $P(i)$ مطابق معادله (۲۳) می‌باشد [۲۴، ۲۵].

$$P_{\sigma_l}(i) = P_{\sigma_l-1}(i) - \left(\frac{P_{\sigma_l-1}(i) \phi(i - \sigma_l) \phi^T(i - \sigma_l) P_{\sigma_l-1}(i)}{\phi^T(i - \sigma_l) P_{\sigma_l-1}(i) \phi(i - \sigma_l) + 1} \right) \quad (23)$$

سپس کنترلر مطابق معادله $u(i) = \theta(i) \phi(i)$ بدست می‌آید. روش کنترل تطبیقی بیان شده در شکل (۱) نشان داده شده است. در این شکل بلوک دیاگرام کنترل وضعیت ماهواره با استفاده از روش کنترل تطبیقی بهینه بیان شده نمایش داده شده است.



شکل ۱- بلوک دیاگرام کنترل وضعیت ماهواره با استفاده از روش کنترل تطبیقی بهینه

$$u = \text{sign}(u_{\text{command}})u_{(on)} \quad (27)$$

در معادله (۲۷)، $u_{(on)}$ یک کمیت اسکالر مثبت است، و u_{command} گشتاور کنترلی فرمان داده شده و محاسبه شده توسط روش کنترل تطبیقی بهینه ارائه شده در این مقاله است.

کنترل وضعیت ماهواره با استفاده از کنترلر فازی

در این بخش مسئله کنترل وضعیت ماهواره با استفاده از کنترلر فازی بررسی می‌گردد. مطالعات و تحقیقات گوناگونی پیرامون کنترلرهای فازی انجام شده است [۱۹-۲۱]. در این مقاله منطق فازی برای به روزرسانی ضرایب یک کنترلر PD جهت کنترل وضعیت ماهواره استفاده شده است. قانون کنترلر PD در معادله (۲۸) مشخص شده است.

$$G_c(s) = k_p + k_d s = k_p(1 + T_d s) \quad (28)$$

k_p بهره تناسبی، k_d بهره مشتق‌گیر و T_d ثابت زمانی مشتق‌گیر می‌باشد. ضرایب k'_d و k'_p توسط FLC محاسبه می‌گردند که در معادلات (۲۹) و (۳۰) مشخص شده‌اند.

$$k'_p = \frac{k_p - k_{p,\min}}{k_{p,\max} - k_{p,\min}} \quad (29)$$

$$k'_d = \frac{k_d - k_{d,\min}}{k_{d,\max} - k_{d,\min}} \quad (30)$$

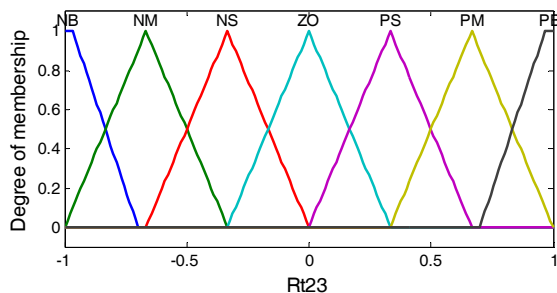
سپس توسط معادلات (۳۱) و (۳۲) ضرایب k_p و k_d محاسبه می‌شوند.

$$k_p = (k_{p,\max} - k_{p,\min})k'_p + k_{p,\min} \quad (31)$$

$$k_d = (k_{d,\max} - k_{d,\min})k'_d + k_{d,\min} \quad (32)$$

سپس ضرایب $k_{p,\max} = 0.15k_u T_u$ ، $k_{p,\min} = 0.6k_u$ ، $k_{d,\max} = 0.08k_u T_u$ ، $k_{d,\min} = 0.32k_u$ می‌باشند. k_u و T_u به ترتیب بهره و دوره تناوبی هستند که موجب نوسانی شدن سیستم

می‌گردند. ماتریس δR به شکل $\delta R = \begin{bmatrix} Rt11 & Rt12 & Rt13 \\ Rt21 & Rt22 & Rt23 \\ Rt31 & Rt32 & Rt33 \end{bmatrix}$ نوشته می‌شود. در شکل (۲) درجه عضویت ورودی $Rt23$ مشخص شده است.



شکل ۲- درجه عضویت ورودی $Rt23$

فرض می‌شود $\bar{M}_d = 0$ و $\bar{M}_c = B_s u$ است. سپس معادلات حرکت بازنویسی شده جدید توسط ژاکوبین [۲۶] حول نقاط تعادل $(\delta\omega)_e$ و $(\delta r)_e$ تبدیل به معادلات خطی می‌شوند.

ماتریس دینامیک برای سیستم زمان-پیوسته خطی (A_1) توسط ژاکوبین مطابق معادله $A_1((\delta\omega)_e, (\delta r)_e, \omega_T) = \begin{bmatrix} A_v \\ A_{att} \end{bmatrix}$ که $A_v = \begin{bmatrix} \frac{\partial(\delta\omega)}{\partial(\delta\omega)} & \frac{\partial(\delta\omega)}{\partial(\delta r)} \end{bmatrix}$ می‌باشد، و A_{att} نیز در معادله (۲۶) بیان شده است محاسبه می‌گردد. بردار حالت شامل درایه‌های بردار خطای سرعت زاویه‌ای ماهواره و درایه‌های ماتریس دوران خطای وضعیت آن است.

$$A_{att} = \begin{bmatrix} \frac{\partial(\delta r)_1}{\partial(\delta\omega)} & \frac{\partial(\delta r)_2}{\partial(\delta\omega)} & \frac{\partial(\delta r)_3}{\partial(\delta\omega)} \\ \frac{\partial(\delta r)_1}{\partial(\delta r)_1} & \frac{\partial(\delta r)_2}{\partial(\delta r)_1} & \frac{\partial(\delta r)_3}{\partial(\delta r)_1} \\ \frac{\partial(\delta r)_1}{\partial(\delta r)_2} & \frac{\partial(\delta r)_2}{\partial(\delta r)_2} & \frac{\partial(\delta r)_3}{\partial(\delta r)_2} \\ \frac{\partial(\delta r)_1}{\partial(\delta r)_3} & \frac{\partial(\delta r)_2}{\partial(\delta r)_3} & \frac{\partial(\delta r)_3}{\partial(\delta r)_3} \end{bmatrix}^T \quad (26)$$

ماتریس ورودی برای سیستم زمان-پیوسته خطی توسط معادله

$$B_1 = \begin{bmatrix} \frac{\partial(\delta\omega)}{\partial u} \\ \frac{\partial(\delta r)}{\partial u} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I^{-1}B_s \\ 0_{9 \times 3} \end{bmatrix}$$

در این معادله I

ماتریس ممان اینرسی است. سپس معادلات خطی شده تبدیل به معادلات زمان-گسسته می‌شوند. ماتریس دینامیک زمان-گسسته توسط $A = e^{A_1 h}$ و ماتریس ورودی زمان-گسسته مطابق $B = \int_0^h e^{A_1 \tau} B_1 d\tau$ محاسبه می‌شود. در معادلات بیان شده h گام زمانی کنترلر است، و سپس پارامترهای مارکوف محاسبه می‌شوند. آنگاه از کنترلر تطبیقی بیان شده در مسئله کنترل وضعیت ماهواره استفاده می‌گردد.

عملگر تراستر روشن - خاموش

تراسترها مومتوم زاویه‌ای کل ماهواره را با وارد کردن گشتاور کنترلی تغییر می‌دهند. در این مقاله از عملگر تراستر روشن-خاموش برای کنترل وضعیت ماهواره استفاده می‌گردد. یک ورودی غیرخطی به شکل عملگر تراستر روشن-خاموش معرفی می‌گردد. در عملگر تراستر روشن-خاموش یک سیگنال پیوسته گشتاور کنترلی فرمان داده شده باید به پالس‌هایی تبدیل شوند که این پالس‌ها تعیین می‌کنند که تراستر باید چه زمانی روشن باشد یا نباشد. گشتاور کنترلی وارده بر ماهواره با استفاده از عملگر بیان شده توسط معادله (۲۷) محاسبه می‌شود [۱۸].

جدول ۱- قوانین تنظیم منطق فازی برای k'_{p1}

| | | ω_x | | | | | | |
|------|----|------------|----|----|----|----|----|----|
| | | NB | NM | NS | ZO | PS | PM | PB |
| Rt23 | NB | B | B | B | B | B | B | B |
| | NM | S | B | B | B | B | B | S |
| | NS | S | S | B | B | B | S | S |
| | ZO | S | S | S | B | S | S | S |
| | PS | S | S | B | B | B | S | S |
| | PM | S | B | B | B | B | B | S |
| | PB | B | B | B | B | B | B | B |

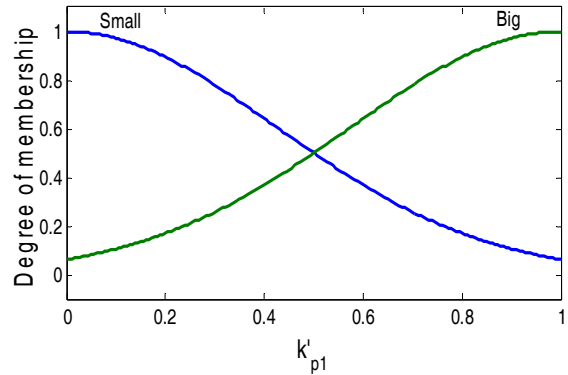
جدول ۲- قوانین تنظیم منطق فازی برای k'_{d1}

| | | ω_x | | | | | | |
|------|----|------------|----|----|----|----|----|----|
| | | NB | NM | NS | ZO | PS | PM | PB |
| Rt23 | NB | S | S | S | S | S | S | S |
| | NM | B | S | S | S | S | S | B |
| | NS | B | B | S | S | S | B | B |
| | ZO | B | B | B | S | B | B | B |
| | PS | B | B | S | S | S | B | B |
| | PM | B | S | S | S | S | S | B |
| | PB | S | S | S | S | S | S | S |

جدول ۳- پارامترهای روش کنترلی

| پارامتر | مقدار |
|------------|--|
| θ_0 | 0 |
| P_0 | 100 |
| m_c | 3 |
| R_z | 1 |
| R_{II} | 0 |
| σ_a | 2 |
| h | 0.1(s) |
| a | 1 |
| B_x | I_3 |
| D | 0 |
| I | $\begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \end{bmatrix}$ (kg-m ²) |
| ω_0 | $[3.1 \quad -3.1 \quad 3.1]^T$ (deg/sec) |
| ω_T | $[0 \quad 0 \quad 0]^T$ (deg/sec) |

درجه عضویت برای سایر ورودی‌ها ($Rt12, Rt31, \omega_y, \omega_x$) و ω_z مشابه شکل (۲) است. در شکل (۳) درجه عضویت خروجی k'_{p1} مشخص شده است. درجه عضویت سایر خروجی‌ها ($k'_{d1}, k'_{p2}, k'_{d2}, k'_{p3}, k'_{d3}$) مشابه شکل (۳) می‌باشد.



شکل ۳- درجه عضویت خروجی k'_{p1}

در این بخش از این مقاله گشتاور خروجی وارده بر ماهواره جهت کنترل وضعیت ماهواره توسط قانون کنترلی PD به دست می‌آید که در معادله (۳۳) مشخص شده است.

$$\begin{aligned} T_{cx} &= k_{p1}Rt23 - k_{d1}\omega_x \\ T_{cy} &= k_{p2}Rt31 - k_{d2}\omega_y \\ T_{cz} &= k_{p3}Rt12 - k_{d3}\omega_z \end{aligned} \quad (33)$$

در جداول (۱) و (۲) به ترتیب قوانین تنظیم منطق فازی برای ضرایب k'_{p1} و k'_{d1} مشخص شده است. سایر قوانین تنظیم منطق فازی برای ضرایب $k'_{p2}, k'_{d2}, k'_{p3}, k'_{d3}$ نیز مشابه جدول (۱) و برای ضرایب k'_{d3} و k'_{d2} مشابه جدول (۲) می‌باشد.

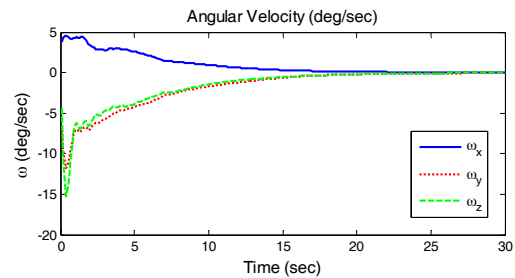
شبیه‌سازی و نتایج عددی

در این بخش به ترتیب مسئله کنترل وضعیت ماهواره با استفاده از روش کنترل تطبیقی معرفی شده و سپس با استفاده از کنترلر فازی و همچنین مسئله کنترل وضعیت ماهواره با استفاده از روش کنترل تطبیقی بیان شده در حالتی که در آن از عملگر تراستر روشن-خاموش استفاده شده است شبیه-سازی و نتایج حاصل شده ارائه می‌شوند. زمانی که از عملگر تراستر روشن-خاموش استفاده می‌گردد مقاومت در برابر تغییرات ماتریس ممان اینرسی ارزیابی می‌شود. همچنین مسئله کنترل وضعیت ماهواره با استفاده از کنترلر تطبیقی ارائه شده با وجود اغتشاش ثابت شبیه‌سازی می‌گردد، و در سایر شبیه‌سازی‌ها مقادیر اغتشاشات صفر هستند. در شبیه‌سازی‌ها یک ماهواره صلب در نظر گرفته می‌شود. مقادیر پارامترها جهت شبیه‌سازی در جدول (۳) مشخص شده است.

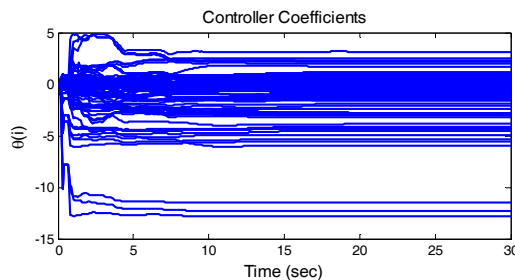
کنترل وضعیت ماهواره با استفاده از روش کنترل تطبیقی ارائه شده

در این بخش مسئله کنترل وضعیت ماهواره شبیه‌سازی می‌گردد. همچنین در این مقاله در روش کنترل تطبیقی بیان شده $A_a = I$ می‌باشد. پارامتر مارکوف براساس نقاط تعادل $(\delta R)_e = I_3$ و $(\delta \omega)_e = 0$ توسط معادله $H_1 = CB$ محاسبه می‌گردد. برای بیان پارامتر C دو پارامتر $T = I_3$ و $P = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ تعریف می‌گردد، و $C = \begin{bmatrix} T & 0_{3 \times 9} \\ 0_{3 \times 3} & P \end{bmatrix}$ است. $E_1 = C$ است. مقادیر سایر پارامترها جهت شبیه‌سازی در این بخش مشابه مقادیری است که در جدول (۳) بیان شده است. ماتریس وضعیت نهایی ماهواره برابر $R_T = \begin{bmatrix} 0.2887 & 0.4082 & -0.8660 \\ -0.8165 & 0.5774 & 0 \\ 0.5 & 0.7071 & 0.5 \end{bmatrix}$ و ماتریس وضعیت اولیه آن برابر $R(0) = I_3$ می‌باشد.

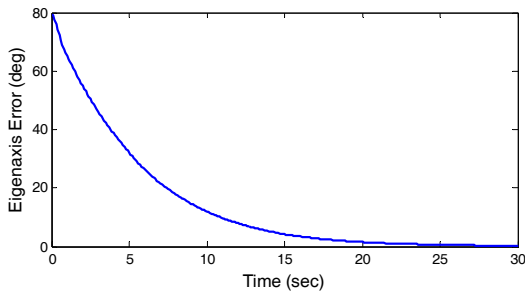
شکل‌های (۴-۶) به ترتیب نمودارهای سرعت‌های زاویه‌ای ماهواره، پارامترهای کنترلر $(\theta(i))$ و خطای وضعیت محور ویژه که توسط معادله $\cos^{-1}\left(\frac{1}{2}(tr(\delta R) - 1)\right)$ محاسبه می‌شود می‌باشند. طبق این معادله می‌توان خطای وضعیت ماهواره را در هر لحظه نسبت به وضعیت مطلوب نهایی آن حساب کرد.



شکل ۴- نمودار سرعت‌های زاویه‌ای ماهواره حول هر سه محور در مسئله کنترل وضعیت ماهواره با استفاده از روش کنترل تطبیقی بیان شده



شکل ۵- نمودار پارامترهای کنترلر $(\theta(i))$ در مسئله کنترل وضعیت ماهواره با استفاده از روش کنترل تطبیقی بیان شده



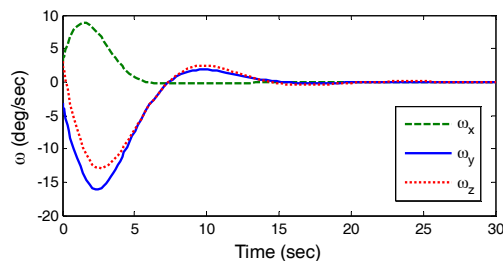
شکل ۶- نمودار خطای وضعیت محور ویژه در مسئله کنترل وضعیت ماهواره با استفاده از روش کنترل تطبیقی بیان شده

همانطور که از نمودارها مشخص است سرعت‌های زاویه‌ای پس از مدت زمانی از مقادیر اولیه خود به مقدار صفر همگرا شده‌اند، و پارامترهای کنترلر نیز به مقادیر ثابتی رسیده‌اند، و نمودار خطای وضعیت محور ویژه به صورت بهینه به مقدار صفر رسیده است. در نهایت وضعیت هر لحظه ماهواره بر وضعیت نهایی مطلوب آن منطبق شده است. همچنین بر اساس شکل‌های (۴) و (۶) مشخص است با اعمال قانون کنترل تطبیقی ارائه شده جهت کنترل وضعیت ماهواره، دقت سرعت زاویه‌ای بهتر از 0.14 (deg/sec) و دقت در نمودار خطای وضعیت محور ویژه جهت بررسی وضعیت 0.4 درجه است.

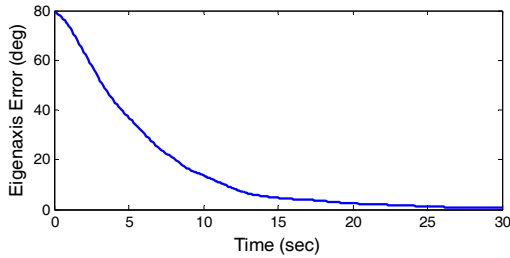
کنترل وضعیت ماهواره با استفاده از کنترلر فازی

در این بخش مسئله کنترل وضعیت ماهواره با استفاده از کنترلر فازی شبیه‌سازی می‌گردد. پارامترهای مورد نیاز جهت شبیه‌سازی مطابق با جدول (۳) می‌باشد. همچنین $k_{p1max} = 0.9$, $k_{p1min} = 0.48$, $k_{d1max} = 2.7$, $k_{d1min} = 1.44$, $k_{p2min} = 0.64$, $k_{d2max} = 2.8350$, $k_{d2min} = 1.5120$, $k_{p2max} = 1.2$, $k_{d3min} = 1.89$, $k_{p3max} = 1.5$, $k_{p3min} = 0.8$ و $k_{d3max} = 3.5437$ می‌باشند. خطای وضعیت محور ویژه توسط معادله $\cos^{-1}\left(\frac{1}{2}(tr(\delta R) - 1)\right)$ محاسبه می‌گردد.

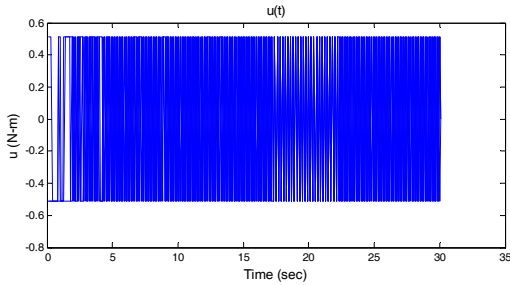
در شکل‌های (۷) و (۸) به ترتیب نمودارهای سرعت‌های زاویه‌ای ماهواره حول هر سه محور و خطای وضعیت محور ویژه مشخص شده است.



شکل ۷- نمودار سرعت‌های زاویه‌ای ماهواره حول هر سه محور در مسئله کنترل وضعیت ماهواره با استفاده از کنترلر فازی

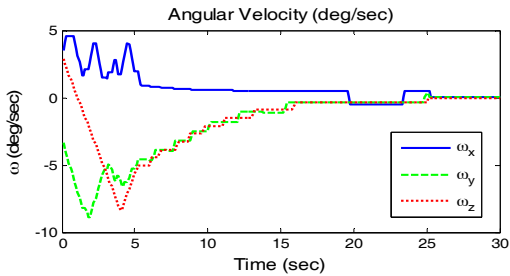


شکل ۱۰- نمودار خطای وضعیت محور ویژه در مسئله کنترل وضعیت ماهواره با استفاده از کنترل تطبیقی بیان شده و عملگر تراستر روشن-خاموش، $I_1 = I$

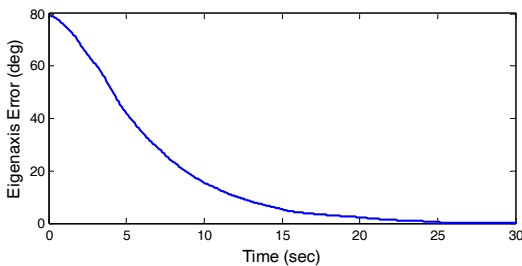


شکل ۱۱- نمودار گشتاور کنترلی در مسئله کنترل وضعیت ماهواره با استفاده از کنترل تطبیقی بیان شده و عملگر تراستر روشن-خاموش، $I_1 = I$

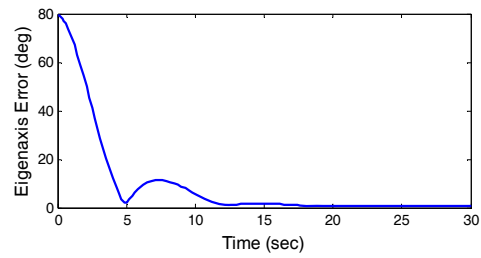
اکنون ماتریس اینرسی $I_2 = 2I$ جهت شبیه‌سازی در نظر گرفته می‌شود. اشکال (۱۴-۱۲) به ترتیب بیانگر نمودارهای سرعت-های زاویه‌ای ماهواره حول هر سه محور، خطای وضعیت محور ویژه و گشتاور کنترلی می‌باشند.



شکل ۱۲- نمودار سرعت‌های زاویه‌ای ماهواره حول هر سه محور در مسئله کنترل وضعیت ماهواره با استفاده از کنترل تطبیقی بیان شده و عملگر تراستر روشن-خاموش، $I_2 = 2I$



شکل ۱۳- نمودار خطای وضعیت محور ویژه در مسئله کنترل وضعیت ماهواره با استفاده از کنترل تطبیقی بیان شده و عملگر تراستر روشن-خاموش، $I_2 = 2I$



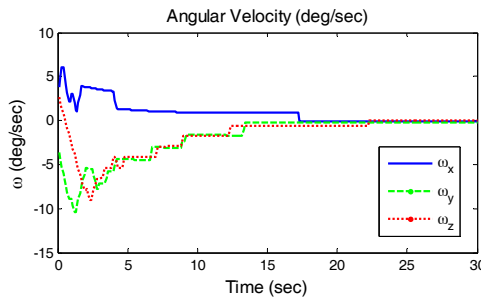
شکل ۸- نمودار خطای وضعیت محور ویژه در مسئله کنترل وضعیت ماهواره با استفاده از کنترل فازی

با توجه به شکل‌های (۷) و (۸) سرعت‌های زاویه‌ای و خطای وضعیت محور ویژه نیز به صفر همگرا شده‌اند. در مقایسه نمودارهای شکل‌های (۴) و (۶) با اشکال (۷) و (۸) می‌توان به این نتیجه رسید که زمان صعود سیستم در روش کنترلی فازی در حدود پنج ثانیه و در روش کنترل تطبیقی بیان شده در حدود پانزده ثانیه است که نشان از برتری روش کنترلی فازی دارد، و زمان نشست سیستم در روش کنترلی فازی نیز کمتر است. همچنین بر اساس شکل‌های (۷) و (۸) مشخص است با اعمال قانون کنترلی فازی جهت کنترل وضعیت ماهواره، دقت سرعت زاویه‌ای بهتر از 0.09 (deg/sec) و دقت در نمودار خطای وضعیت محور ویژه جهت بررسی وضعیت 0.09 درجه است.

کنترل وضعیت ماهواره با استفاده از روش کنترل تطبیقی بیان شده و عملگر تراستر روشن-خاموش

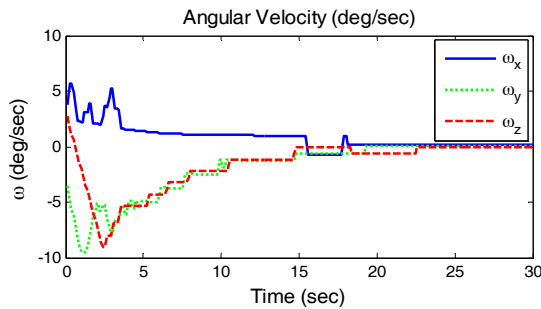
در این بخش نتایج حاصل از شبیه‌سازی مسئله کنترل وضعیت ماهواره با استفاده از روش کنترل تطبیقی بیان شده و عملگر تراستر روشن-خاموش نشان داده می‌شود. $u_{(on)} = 0.51$ است. سایر مقادیر پارامترها جهت شبیه‌سازی در این بخش مشابه مقادیری است که در بخش کنترل وضعیت ماهواره با استفاده از روش کنترل تطبیقی بیان شده و در جدول (۳) آمده است. دو مقدار متفاوت ماتریس ممان اینرسی $I_2 = 2I$ و $I_1 = I$ در نظر گرفته می‌شوند. در جدول (۴) زمان‌های نشست مشخص شده است.

اکنون بر اساس ماتریس اینرسی $I_1 = I$ ، اشکال (۹-۱۱) به ترتیب نمودارهای سرعت زاویه‌ای ماهواره حول هر سه محور، خطای وضعیت محور ویژه و گشتاور کنترلی می‌باشند.

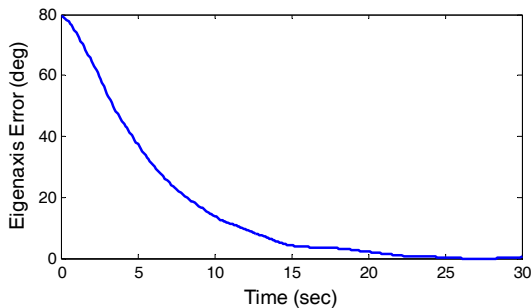


شکل ۹- نمودار سرعت‌های زاویه‌ای ماهواره حول هر سه محور در مسئله کنترل وضعیت ماهواره با استفاده از کنترل تطبیقی بیان شده و عملگر تراستر روشن-خاموش، $I_1 = I$

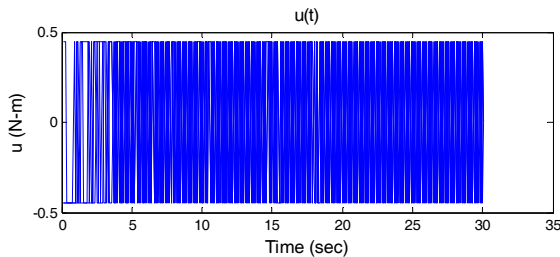
سرعت زاویه‌ای بهتر از 0.3 (deg/sec) ، به عبارتی دقت سرعت-های زاویه‌ای ω_x ، ω_y و ω_z به ترتیب برابر 0.2 (deg/sec) ، 0.06 (deg/sec) و 0.2 (deg/sec) است، و دقت در نمودار خطای وضعیت محور ویژه جهت بررسی وضعیت 0.38 درجه است. همچنین جهت مقایسه برای مقدار $I_1 = I$ و $u_{(on)} = 0.45$ مسئله کنترل وضعیت ماهواره نیز شبیه‌سازی می‌گردد، و در شکل‌های (۱۵-۱۷) به ترتیب نمودارهای سرعت‌های زاویه‌ای ماهواره حول هر سه محور، خطای وضعیت محور ویژه و گشتاور کنترلی نشان داده شده است.



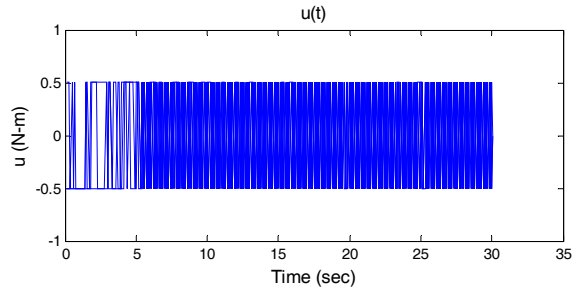
شکل ۱۵- نمودار سرعت‌های زاویه‌ای ماهواره حول هر سه محور در مسئله کنترل وضعیت ماهواره با استفاده از کنترلر تطبیقی بیان شده و عملگر تراستر روشن-خاموش، $I_1 = I$ ، $u_{(on)} = 0.45$



شکل ۱۶- نمودار خطای وضعیت محور ویژه در مسئله کنترل وضعیت ماهواره با استفاده از کنترلر تطبیقی بیان شده و عملگر تراستر روشن-خاموش، $u_{(on)} = 0.45$ ، $I_1 = I$



شکل ۱۷- نمودار گشتاور کنترلی در مسئله کنترل وضعیت ماهواره با استفاده از کنترلر تطبیقی بیان شده و عملگر تراستر روشن-خاموش، $u_{(on)} = 0.45$ ، $I_1 = I$



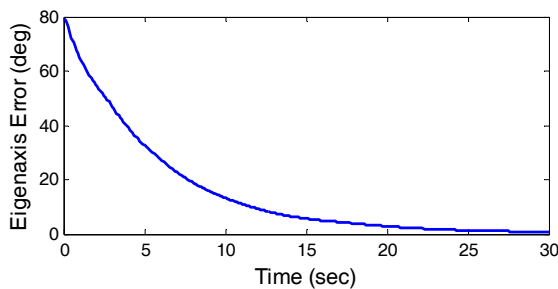
شکل ۱۸- نمودار گشتاور کنترلی در مسئله کنترل وضعیت ماهواره با استفاده از کنترلر تطبیقی بیان شده و عملگر تراستر روشن-خاموش، $I_2 = 2I$

جدول ۴- زمان نشست سیستم با استفاده از روش کنترلی تطبیقی بهینه ارائه شده و عملگر تراستر روشن-خاموش

| ماتریس اینرسی | زمان نشست (s) | | |
|---------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| | $\omega_x \text{ (deg/s)}$ | $\omega_y \text{ (deg/s)}$ | $\omega_z \text{ (deg/s)}$ |
| $I_1 = I$ | 17.3 | 15 | 22.3 |
| $I_2 = 2I$ | 25.3 | 25.2 | 25.1 |

همان‌طور که از شکل‌های (۹-۱۴) و جدول (۴) مشخص است روش کنترل تطبیقی ارائه شده در این مقاله در مسئله کنترل وضعیت ماهواره با استفاده از عملگر تراستر روشن-خاموش نسبت به تغییرات اینرسی مقاوم است. همچنین زمان نشست سیستم با استفاده از روش کنترل تطبیقی بیان شده و عملگر تراستر روشن-خاموش با تغییر در ماتریس ممان اینرسی تغییر قابل توجهی نمی‌کند، و مقادیر سرعت زاویه‌ای و خطای وضعیت محور ویژه به صورت بهینه به مقادیر صفر همگرا شده‌اند. در مقایسه شکل‌های (۴) و (۶) با شکل‌های (۹) و (۱۰) مشخص است که زمان نشست سیستم هنگامی که از عملگر تراستر روشن-خاموش جهت کنترل وضعیت ماهواره استفاده شده است، تغییر قابل توجهی نمی‌کند. با مقایسه شکل‌های (۱۱) و (۱۴) این نتیجه حاصل می‌شود که در حالتی که مقدار ماتریس ممان اینرسی افزایش یافته است میزان پهنای پالس در نمودار گشتاور کنترلی نیز پس از گذشت مدت زمان بیشتری کاهش می‌یابد.

بر اساس اشکال (۹) و (۱۰) مشخص است با اعمال قانون کنترل تطبیقی ارائه شده و تراستر روشن-خاموش در حالت $I_1 = I$ دقت سرعت زاویه‌ای بهتر از 0.3 (deg/sec) است، و به عبارتی دقت سرعت‌های زاویه‌ای ω_x ، ω_y و ω_z به ترتیب برابر 0.1 (deg/sec) ، 0.2 (deg/sec) و 0.2 (deg/sec) است، و دقت در نمودار خطای وضعیت محور ویژه جهت بررسی وضعیت 0.6 درجه است. همچنین بر اساس اشکال (۱۲) و (۱۳) در حالت $I_2 = 2I$ دقت



شکل ۲۰- نمودار خطای وضعیت محور ویژه در مسئله کنترل وضعیت ماهواره توسط کنترل تطبیقی ارائه شده در حضور اغتشاش ثابت

با توجه به شکل‌های (۲۰-۱۸) سرعت‌های زاویه‌ای و خطای وضعیت محور ویژه به صفر همگرا شده‌اند، و پارامترهای کنترلر نیز به مقادیر ثابتی رسیده‌اند. نتایج نشان می‌دهد که روش کنترل تطبیقی بیان شده در برابر یک اغتشاش ثابت مقاوم است.

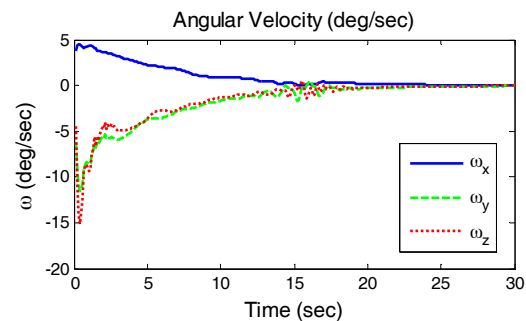
نتیجه‌گیری

در این مقاله یک روش کنترل تطبیقی مستقیم بهینه نوین جهت کنترل وضعیت ماهواره معرفی گردید، و کنترل وضعیت یک ماهواره صلب با وجود نامعینی در ماتریس ممان اینرسی و استفاده از عملگر تراستر روشن-خاموش بررسی شد، و نتایج حاصل از شبیه‌سازی‌های عددی ارائه شدند. در روش کنترلی بیان شده از پارامترهای مارکوف جهت بسط سری متغیر پارامتر عملکرد سیستم استفاده شد. روش کنترل تطبیقی معرفی شده بر اساس گروه ماتریس‌های متعامد خاص از مرتبه سه گسترش یافت، و مشکل سینگولاریتی نداشت. برای بیان بردارهای وضعیت از ماتریس‌های دوران استفاده گردید. در بررسی روش کنترل تطبیقی و روش کنترلی فازی جهت کنترل وضعیت ماهواره این نتیجه حاصل شد که زمان صعود و زمان نشست سیستم در روش کنترلی فازی کمتر از زمان صعود و زمان نشست آن در روش کنترل تطبیقی بیان شده بود که نشان از برتری روش کنترلی فازی داشت. همچنین نتایج شبیه‌سازی بیانگر عدم تغییر قابل ملاحظه زمان نشست سیستم در صورت استفاده از تراستر روشن-خاموش با وجود نامعینی در ممان اینرسی بود. روش کنترل تطبیقی نوین بیان شده در مسئله کنترل وضعیت ماهواره با استفاده از عملگر تراستر روشن-خاموش نسبت به تغییرات ماتریس ممان اینرسی مقاوم بود. همچنین با در نظر گرفتن مقادیر متفاوت برای کمیت اسکالر مثبت جهت تعیین مقدار گشتاور کنترلی اعمال شده توسط عملگر تراستر روشن-خاموش، این نتیجه حاصل شد که با کاهش مقدار کمیت اسکالر نام برده میزان زمان نشست سیستم کاهش یافت. همچنین نتایج شبیه‌سازی مسئله کنترل وضعیت ماهواره توسط کنترلر تطبیقی ارائه شده با وجود

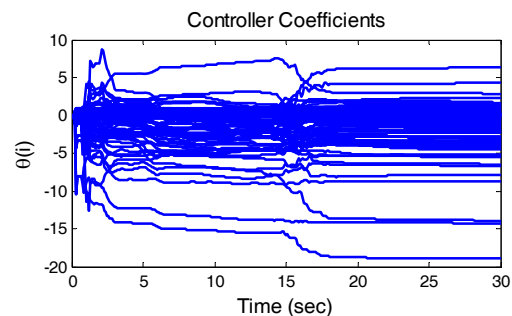
با مقایسه شکل‌های (۱۰) و (۱۶) این نتیجه حاصل می‌شود که میزان زمان نشست سیستم با کاهش مقدار $u_{(on)}$ کاهش می‌یابد. همچنین با توجه به شکل‌های (۱۵) و (۱۶) دقت سرعت زاویه‌ای بهتر از 0.13 (deg/sec) است، و به عبارتی دقت سرعت‌های زاویه‌ای ω_x ، ω_y و ω_z به ترتیب برابر 0.1 (deg/sec)، 0.2 (deg/sec) و 0.1 (deg/sec) است، و دقت در نمودار خطای وضعیت محور ویژه جهت بررسی وضعیت بهتر از 0.7 درجه است.

کنترل وضعیت ماهواره با استفاده از روش کنترل تطبیقی بیان شده در حضور اغتشاش ثابت

در این بخش مسئله کنترل وضعیت ماهواره با استفاده از روش کنترل تطبیقی ارائه شده در صورت وجود اغتشاش ثابت شبیه‌سازی و پاسخ سیستم کنترل بررسی می‌گردد. یک سیگنال اغتشاش ثابت مطابق معادله $M_d = \lambda e_j$ در نظر گرفته می‌شود. e_j ستون i ام ماتریس همانی (I_3) است. جهت شبیه‌سازی $\lambda = 0.25$ ، $e_2 = [0 \ 1 \ 0]^T$ و مقادیر سایر پارامترها جهت شبیه‌سازی مشابه مقادیر مورد استفاده در بخش کنترل وضعیت ماهواره با استفاده از روش کنترل تطبیقی ارائه شده می‌باشند. در شکل‌های (۲۰-۱۸) به ترتیب نمودارهای سرعت‌های زاویه‌ای ماهواره حول هر سه محور، پارامترهای کنترلر و خطای وضعیت محور ویژه مشخص شده‌اند.



شکل ۱۸- نمودار سرعت‌های زاویه‌ای ماهواره حول هر سه محور در مسئله کنترل وضعیت ماهواره توسط کنترلر تطبیقی ارائه شده در حضور اغتشاش ثابت



شکل ۱۹- نمودار پارامترهای کنترلر $(\theta(i))$ در مسئله کنترل وضعیت ماهواره توسط کنترلر تطبیقی ارائه شده در حضور اغتشاش ثابت

- Rejection." *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, Vol. 41, No. 2, 2018, pp. 550-558.
- [14] Yoon, H. and Tsiotras, P., "Spacecraft Adaptive Attitude and Power Tracking with Variable Speed Control Moment Gyroscopes," *AIAA Journal of Guidance, Control and Dynamics*, Vol. 25, No. 6, 2002, pp. 1081-1090.
- [15] Zeng, Y., Araujo, A. D. and Singh, S. N., "Output Feedback Variable Structure Adaptive Control of a Flexible Spacecraft," *Acta Astronautica*, Vol. 44, No. 1, 1999, pp. 11-22.
- [16] Chen, Z. and Huang, J., "Attitude Tracking and Disturbance Rejection of Rigid Spacecraft by Adaptive Control," *IEEE Transactions on Automatic Control*, Vol. 54, No. 3, 2009, pp. 600-605.
- [17] Navabi, M. and Safaei Hashkavaei, N., "Design of Optimal Adaptive Control for Satellite Attitude in Presence of Uncertainty in Moment of Inertia," *Proceedings of 5th International Conference on Knowledge-Based Engineering and Innovation, IEEE*, 2019, pp. 478-483.
- [18] C. Hall, P. Tsiotras, and H. Shen, "Tracking Rigid Body Motion Using Thrusters and Momentum Wheels," *The Journal of the Astronautical Sciences*, Vol. 50, No. 3, 1998, pp. 311-323.
- [19] C-H. Cheng, S-L. Shu, and P-J. Cheng, "Attitude Control of a Satellite Using Fuzzy Controllers," *The Journal of Expert Systems with Applications*, Vol. 36, 2009, pp. 6613-6620.
- [20] Li, J., Post, M. and Lee, R., "Real-time Nonlinear Attitude Control System for Nanosatellite Applications," *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, Vol. 36, No. 6, 2013, pp. 1661-1671.
- [21] Geng, Q., Li, P., Zhang, T., Ju, Sh. and Yang, H., "Fuzzy Control of Spacecraft Attitude Maneuver with Actuator Saturation," *Proceedings of the 36th Chinese Control Conference*, 2017, pp. 4204-4209.
- [22] Sidi, M. J., *Spacecraft Dynamics and Control, a Practical Engineering Approach*, Cambridge University Press, 1997.
- [23] D'Amato, A. M., Sumer, E. D. and Bernstein, D. S., "Frequency-domain Stability Analysis of Retrospective-Cost Adaptive Control for Systems with Unknown Nonminimum-phase Zeros," *50th IEEE Conference on Decision and Control and European Control Conference*, 2011, pp. 1098-1103.
- [24] Al Janaideh, M. and Bernstein, D. S., "Adaptive Control of Hammerstein Systems with Unknown Input Nonlinearity and Partially Modeled Linear Dynamics," *International Journal of Control, Automation and Systems*, Vol. 14, No. 4, 2016, pp. 957-966.
- [25] Yan, J. and Bernstein, D. S., "Minimum Modelling Retrospective Cost Adaptive Control of Uncertain Hammerstein Systems Using Auxiliary Nonlinearities," *International Journal of Control*, Vol. 87, No. 3, 2014, pp. 483-505.
- [26] Chen, C. T., *Linear System Theory and Design*, 3rd Ed., Oxford University Press, 1999.

اغتشاش ثابت در سیستم نشان می‌دهد که روش کنترل تطبیقی بیان شده در برابر یک اغتشاش ثابت مقاوم است. با وجود کنترل تطبیقی بیان شده در سیستم، نمودار پارامترهای کنترلر به مقادیر ثابتی رسیدند، و به خوبی تخمین زده شدند. نمودارهای سرعت‌های زاویه‌ای و وضعیت هر لحظه ماهواره به صورت بهینه بر سرعت و وضعیت نهایی مطلوب آن منطبق شد.

مراجع

- [1] Kristiansen, R. and Hagen, D., "Modeling of Actuator Dynamics for Spacecraft Attitude Control," *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, Vol. 32, No. 3, 2009, pp. 1022-1025.
- [2] Ahmed, J., Coppola, V. T. and Bernstein, D. S., "Adaptive Asymptotic Tracking of Spacecraft Attitude Motion with Inertia Matrix Identification," *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, Vol. 21, No. 5, 1998, pp. 684-691.
- [3] Seo, D. and Akella, M. R., "High-performance Spacecraft Adaptive Attitude-tracking Control Through Attracting-Manifold Design," *Journal of guidance, control, and dynamics*, Vol. 31, No. 4, 2008, pp. 884-891.
- [4] Xiao, B., Hu, Q. and Zhang, Y., "Fault-tolerant Attitude Control for Flexible Spacecraft without Angular Velocity Magnitude Measurement," *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, Vol. 34, No. 5, 2011, pp. 1556-1561.
- [5] Sheen, J. J. and Bishop, R. H., "Spacecraft Nonlinear Control," *Journal of the Astronautical Sciences*, Vol. 42, No. 3, 1994, pp. 361-377.
- [6] Skullestad, A. and Gilbert, M. J., " H_∞ Control of Gravity Gradient Stabilized Satellite," *Control Engineering Practice*, Vol. 8, No. 9, 2000, pp. 975-983.
- [7] Luo, W., Chu, Y.-C. and Ling, K.-V. "Inverse Optimal Adaptive Control for Attitude Tracking of Spacecraft," *Automatic Control, IEEE Transaction on*, Vol. 50, No. 11, 2005, pp. 1639-1654.
- [8] Slotine, J. J. E. and Li, W., *Applied Nonlinear Control*, Prentice Hall, Englewood Cliffs, 1991.
- [9] Astrom, K. J. and Wittenmark, B., *Adaptive Control*, 2nd Ed., Addison-Wesley, Reading MA, 1995.
- [10] Laonnau, P., Sun, J., "Theory and Design of Robust Direct and Indirect Adaptive Control Schemes," *International Journal of Control*, Vol. 47, No. 3, 1998, pp. 775-813.
- [11] Slotine, J. J. E. and Di Benedetto, M., "Hamiltonian Adaptive Control of Spacecraft," *IEEE Transactions on Automatic Control*, Vol. 35, No. 7, 1990, pp. 848-852.
- [12] Lee, K. W. and Singh, S. N., "Quaternion-based Adaptive Attitude Control of Asteroid-orbiting Spacecraft via Immersion and Invariance," *Acta Astronautica*, Vol. 167, 2020, pp. 164-180.
- [13] Bai, Y., Biggs, J. D., Zazzera, F. B. and Cui, N., "Adaptive Attitude Tracking with Active Uncertainty