

مقاله علمی - پژوهشی

تعیین چگالی داده‌های پراکنده کروی جهت استفاده در یکنواخت‌سازی کاتالوگ ستاره

فرشاد سمیه‌ئی^۱، امیرعلی نیکخواه^{۲*} و جعفر روشنی‌یان^۳

۱، ۲ و ۳- دانشکده مهندسی هوافضا، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، تهران، ایران

*nikkhah@kntu.ac.ir

در این مقاله الگوریتم جدیدی جهت تعیین چگالی داده‌های پراکنده بر روی سطح کره ارائه و سپس از الگوریتم پیشنهادی به همراه روش خوشه‌بندی Geodesic Weighted K-Means و مثلث‌بندی دلونی جهت تولید کاتالوگ ستارگان یکنواخت استفاده شده است. مقایسه نتایج با نتایج حاصل از سایر مقالات مرتبط نشان داد که الگوریتم پیشنهادی منجر به کاهش قابل توجه در احتمال مشاهده تعداد زیاد ستاره‌ها در تمام میدان دیدهای شبیه‌سازی شده حس‌گر ستاره شده است. این بهبود، نتیجه افزایش یکنواختی کاتالوگ ستاره علی‌الخصوص در قطبین کره سماوی ناشی از الگوریتم تعیین چگالی پیشنهادی است. از سوی دیگر، استفاده از الگوریتم تعیین چگالی داده مناسب، منجر به افزایش احتمال مشاهده چند ستاره (مانند ۳ یا ۵) در همه میدان‌های دید مورد استفاده در شبیه‌سازی مونت‌کارلو شده است.

واژه‌های کلیدی: حسگر ستاره، کاتالوگ ستاره یکنواخت، تعیین چگالی داده‌های پراکنده، خوشه‌بندی

علائم و اختصارات

D	چگالی
N	تعداد داده‌ها
A	مساحت در واحد مترمربع
$p(\vec{x})$	توزیع چگالی
\mathbb{R}^n	فضای n بعدی
P	مجموعه نقاط
$VD(P)$	دیاگرام ورونوی بر روی مجموعه نقاط P
$V_p(i)$	سلول ورونوی
R_k	مجموعه نقاط
$d(\cdot, \cdot)$	تابع فاصله
$P \setminus P_k$	مجموعه P به غیر از P_k
S	مجموعه نقاط در فضای \mathbb{R}^3
s_i	مساحت سلول ورونوی

مقدمه

طی سال‌های اخیر تعیین چگالی داده‌های پراکنده در بسیاری از مراجع و تحقیقات علمی مختلف مورد استفاده قرار گرفته است که

عمدتاً به بررسی داده‌های تجربی حاصل از رفتارهای جمعیت انسانی و افراد پیاده می‌پردازند [۱]. لیکن با توجه به بررسی‌های صورت گرفته حداقل سه رویکرد اصلی برای محاسبه چگالی در این مراجع استفاده شده است:

۱. محاسبه میدان محلی^۴ از طریق به‌کارگیری یک رویه گوسی با انحراف معیار مشخص در حول وحوش داده مرکزی [۲]، این روش به‌عنوان تخمین چگالی با پهنای باند ثابت شناخته شده و ابزاری بسیار پرکاربرد در تجزیه و تحلیل داده‌های آماری است [۳].

۲. محاسبه دینامیک و یا چگالی داده‌های پراکنده با استفاده از تعریف کلاسیک چگالی در یک محدوده مشخص، $D = \frac{N}{A}$ که در آن N تعداد داده‌های واقع در منطقه‌ی با مساحت A در واحد مترمربع است [۴]-[۶].

۳. محاسبه چگالی داده‌های پراکنده بر اساس مساحت اشغال شده توسط هر داده، ایده اصلی در این روش عبارت از محاسبه مساحت اشغال شده توسط هر عنصر جمعیت داده با استفاده از محدوده سلول ورونوی^۵ متناظر آن است [۱].

۱. دانشجوی دکتری

۲. دانشیار (نویسنده مخاطب)

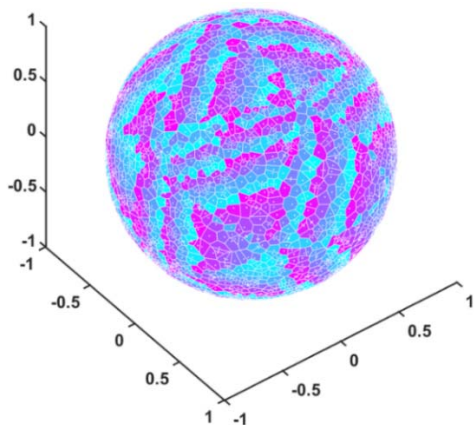
۳. استاد

4. Local field
5. Voronoi cell

به‌گونه‌ای که $V_p(i)$ از یک مجموعه نقاط R_k با تعریف زیر تشکیل شود:

$$R_k = \left\{ x \in \mathbb{R}^n \mid \max_{P_k} \{d(x, P_k) \mid P_k \in P\} \leq \min_{P_j \in P \setminus P_k} d(x, P_j) \right\} \quad (1)$$

که در آن $P \setminus P_k$ به معنای مجموعه نقاط P به غیر از P_k و d یک تابع فاصله در \mathbb{R}^n است. در \mathbb{R}^2 این تابع فاصله در بیشتر موارد فاصله اقلیدسی و هر سلول ورونوی یک چندضلعی محدب است. به عبارت دیگر دیاگرام ورونوی بر روی صفحه عبارت از تقسیم سطح با n گره، به تعدادی چندضلعی محدب است به طوری که هر چندضلعی شامل تنها یک نقطه گرهی بوده و فاصله هر نقطه چندضلعی تا نقطه گرهی آن نزدیک‌تر از هر نقطه گرهی دیگر باشد. در فضای سه‌بعدی برای مجموعه نقاط S واقع بر روی سطح کره، فاصله ژئودزیک بین دو نقطه از مجموعه S یک تابع کاملاً متناظر با فاصله اقلیدسی آن‌ها است. بنابراین دیاگرام ورونوی عبارت از تقاطع نقاط کره و نمودار ۳ بعدی ورونوی S است [۱۰]. شکل ۱ نمونه‌ای از اجرای الگوریتم دیاگرام ورونوی کروی برای ستاره‌های واقع بر کره سماوی (کاتالوگ Hipparcos محدود به قدر ۶) را نشان می‌دهد.



شکل ۱- دیاگرام کروی ورونوی برای کاتالوگ ستاره محدود به قدر ۶

بنابراین، در الگوریتم پیشنهادی این بخش، دیاگرام ورونوی ابتدا در سطح کره برای مجموعه نقاط $\vec{x} = \{\vec{x}_i \in \mathbb{R}^3, \|\vec{x}_i\| = 1\}$ محاسبه شده و سپس مساحت سلول متناظر $S_i = \iint_{S_i} d\vec{x}$ برای تمام چندضلعی‌های محدب حاصل از نمودار کروی ورونوی و متناظر با ستاره‌های واقع بر روی سطح کره محاسبه می‌شود. در نهایت، با توجه به [۱۱]، توزیع چگالی برای هر ستاره به صورت زیر تعریف می‌گردد:

$$p_i(\vec{x}) = \begin{cases} \frac{1}{S_i} & \text{if } \vec{x} \in S_i \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad \text{and } p(\vec{x}) = \sum_i p_i(\vec{x}) \quad (2)$$

لیکن از آنجاکه تابع غیرمنفی $p_i(\vec{x})$ دارای یک عملکرد پیوسته نبوده و بدون اعمال محدودیت‌های خاص در اندازه سلول،

در این بین روش محاسبه میدان محلی مشکلات جدی در تخمین چگالی در محدوده‌های مشخص، تأثیرات ناشی از لبه‌ها و یا مرزها، دارد [۷]. همچنین روش دوم نیز یک چگالی متوسط و نه توزیع چگالی $p(\vec{x})$ را برای یک محدوده خاص محاسبه می‌نماید. بدیهی است در این روش محدود کردن مساحت منطقه به مقدار حدی صفر غیرممکن بوده و همچنین شکل هندسه منطقه نیز در نتایج حاصل تأثیر بسزایی دارد. علاوه بر این، روش مبتنی بر تعریف کلاسیک چگالی دو اشکال عمده دیگر نیز دارد. نکته کم‌اهمیت‌تر این است که گهگاه محدوده "داخل" و یا «خارج» منطقه تحت بررسی می‌بایست به صورت دلخواه تعیین گردد که این موضوع در تعیین چگالی تأثیر دارد. لیکن نکته مهم‌تر آن است که در این روش چگالی به صورت ناپیوسته به زمان و مکان دقیق منطقه اندازه‌گیری بستگی داشته و لذا چگالی در نواحی کوچک دچار جهش‌های بزرگ می‌شود. لذا طی چند سال اخیر اقبال عمومی به استفاده از دیاگرام ورونوی بوده است. لیکن مشکل عمده دیگری که این روش‌ها مورد استفاده با آن مواجه هستند این است که در این روش‌ها تعیین چگالی داده‌های پراکنده بر روی صفحه انجام گرفته و در صورتی که داده‌ها بر روی سطح دیگری نظیر کره واقع باشند؛ امکان تعیین چگالی آن‌ها وجود ندارد. بدین ترتیب در مقاله پیش‌رو روشی جدید به منظور تعیین چگالی داده‌ها بر روی سطح کره پیشنهاد شده و سپس نتایج آن در الگوریتم یکنواخت‌سازی کاتالوگ ستاره مورد بررسی قرار می‌گیرد.

تعیین چگالی داده‌های پراکنده بر روی کره

به طور کلی چگالی داده‌های پراکنده، عبارت از تعیین تعداد داده‌ها در واحد نمونه‌گیری (حجم، سطح و غیره) است. به همین دلیل، از آنجاکه چگالی بستگی به واحد نمونه‌گیری دارد، فرآیند تعیین چگالی باید به گونه‌ای باشد که نواحی اندازه‌گیری به حداقل برسند. از طرف دیگر تعمیم موضوع نیازمند آن است که نواحی اندازه‌گیری محدود به اشکال هندسی خاص (نظیر دایره و ...) نبوده و دارای شکل و اندازه دلخواه باشند. بنابراین دیاگرام ورونوی و سلول‌های متناظر آن بهترین روشی است که می‌تواند برای این منظور استفاده گردد. لیکن، از آنجا که در این مقاله داده‌ها در سطح یک کره واحد توزیع شده‌اند، استفاده از دیاگرام ورونوی کروی پیشنهاد می‌گردد.

متابقی تعاریف ارائه شده در مراجع [۸] و [۹]، دیاگرام ورونوی $VD(P)$ مجموعه نقاط $P = \{p_1, \dots, p_n\}$ در فضای \mathbb{R}^n عبارت از تقسیم فضا به سلول‌های ورونوی $V_p(i)$ ، for $i = 1, \dots, n$ است،

این حوزه انجام گرفته که نتایج آن به صورت خلاصه در جدول ۱ ارائه شده است.

یکنواخت‌سازی با تعیین چگالی داده‌های پراکنده کروی

ایده اصلی در تعیین چگالی داده‌های پراکنده عبارت از محاسبه مساحت اشغال شده توسط هر عنصر با استفاده از محدوده سلول ورونوی متناظر آن است [۱]. بدین ترتیب هر چند که به کارگیری روش خوشه‌بندی K-Means ژئودزیک وزن دار (GWKM^y)، مثلث‌بندی دلونی و تعیین چگالی داده‌های بر روی صفحه پیشنهادی در مرجع [۲۹] منجر به بهبود چشمگیری در یکنواختی پایگاه داده گردیده است؛ لیکن نتایج شبیه‌سازی مونت‌کارلو نشان داد که مشکلاتی در نزدیکی قطب‌های سماوی وجود داشته و احتمال مشاهده بیش از ۱۵ ستاره در میدان دید ۱۲ درجه، به شدت در قطب‌های سماوی افزایش می‌یابد (شکل ۳).

لذا با توجه به فرم و شکل مسئله به نظر می‌رسد این مشکل ناشی از تعیین چگالی داده‌های پراکنده در روی صفحه است. در حقیقت، در روش پیشنهادی مرجع [۲۹] تمام مراحل الگوریتم یکنواخت‌سازی به جز تعیین چگالی، بر روی کره واحد انجام می‌شود. بنابراین برای اصلاح این مشکل، در این بخش از روش پیشنهادی تعیین چگالی داده‌های پراکنده بر روی سطح کره واحد استفاده می‌شود؛ به عبارت دیگر روش یکنواخت‌سازی استفاده شده در این مقاله بسیار شبیه به روش مورد استفاده در مرجع [۲۹] است. بدین معنی که ابتدا کاتالوگ ستاره مرجع بر اساس حداقل قدر مورد نظر، $6 \leq MV [30]$ ، محدود شد و سپس به علت مشکلات ناشی از ستاره‌های دوپل در مرحله شناسایی، این ستاره‌ها از پایگاه داده حذف می‌شوند. در نهایت، کاتالوگ با استفاده از خوشه‌بندی GWKM، مثلث‌بندی دلونی و تعیین چگالی داده‌های پراکنده کروی یکنواخت می‌گردد.

همانند روش پیشنهادی در مرجع [۲۹]، در هر مرحله از تکرار الگوریتم یکنواخت‌سازی، ستاره‌های با چگالی بالاتر از یک به عنوان ستاره‌های غیریکنواخت (آبی - تیره‌تر) و بقیه به عنوان یکنواخت (فیروزه‌ای - روشن‌تر) انتخاب شده‌اند. لازم به ذکر است اگرچه در الگوریتم پیشنهادی تعیین چگالی داده‌های پراکنده در سطح کره واحد انجام می‌شود، لیکن به منظور مقایسه با نتایج مرجع [۲۹]، خروجی‌ها بر روی صفحه نمایش داده می‌شوند. به این طریق، شکل ۵ اولین تکرار الگوریتم یکنواخت‌سازی با استفاده از چگالی داده‌های پراکنده در روی کره را نشان می‌دهد.

$\int_{\mathbb{S}} p(\vec{x}) d\vec{x} \neq 1$ نیست. بنابراین، یک کانولوشن با فیلتر متوسط سه‌بعدی متحرک برای نرم‌سازی استفاده شده و چگالی در روی سطح کره به شرح زیر تعریف می‌شود (شکل ۲):

$$D = \frac{\int_{\mathbb{S}} p(\vec{x}) d\vec{x}}{4\pi} \quad (3)$$

Algorithm: Spherical Scattered Data Density
Input: $\vec{x} = \{\vec{x}_i \in \mathbb{R}^3, \|\vec{x}_i\| = 1\}$
Output: The density on the sphere
Steps:
Calculate the Voronoi diagram at the surface of the sphere
Calculate the area (s_i) for all spherical Voronoi cells
Calculate the density ($p_i(\vec{x})$) for all spherical Voronoi cells
Smooth the results with a 3D moving average filter
Calculate the density on the sphere with $D = \frac{\int_{\mathbb{S}} p(\vec{x}) d\vec{x}}{4\pi}$

شکل ۲- الگوریتم تعیین چگالی داده‌های پراکنده کروی

یکنواخت‌سازی کاتالوگ ستاره

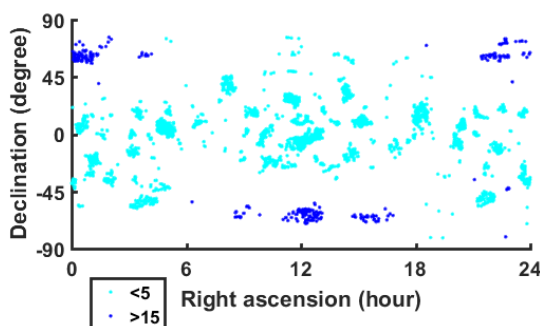
محدودیت‌های موجود در سخت‌افزار حس‌گر ستاره نظیر محدودیت حجم حافظه‌های فلش، رم و یا پردازش، منجر به الزاماتی در طراحی و ساخت حس‌گرهای ستاره می‌گردد. علاوه بر این محدودیت‌ها، چگالی کم پایگاه داده در میدان دید حس‌گر نیز احتمال مشاهده حداقل تعداد ستاره‌های لازم برای الگوریتم شناسایی را کاهش می‌دهد. لازم به ذکر است چگالی بیش از اندازه پایگاه داده در میدان دید حس‌گر و زاویه فضایی کوچک بین ستارگان نیز احتمال بروز خطا در الگوریتم شناسایی ستاره را افزایش می‌دهد.

لذا حجم پایگاه داده و کمینه تعداد ستاره‌های مورد نیاز الگوریتم شناسایی ستاره دو پارامتر مهم، تأثیرگذار و در عین حال متناقض می‌باشند که می‌بایست مورد توجه قرار گیرند. در این راستا به کارگیری کاتالوگ‌های ستاره یکنواخت جهت توسعه حسگرهای ستاره بهینه و حصول الگوریتم شناسایی با عملکرد پیوسته و قابلیت اطمینان بالا روشی است که در مراجع مختلف (نظیر [۱۲] و [۱۳]) پیشنهاد شده است. این کاتالوگ‌ها تنها با محدود نمودن کاتالوگ ستاره مرجع به یک قدر مشخص حاصل نمی‌گردند؛ بلکه در کاتالوگ‌های ستاره یکنواخت انتظار می‌رود تعداد ستاره‌هایی که در یک میدان مشاهده می‌شوند، تقریباً ثابت (۵ یا ۶ ستاره)، با حداقل انحراف معیار و مستقل از سمت نشانه‌روی محور اپتیکی دوربین حسگر باشند [۱۴].

موضوع انتخاب بهینه ستاره‌های راهنما و یکنواخت‌سازی کاتالوگ اولین بار در سال ۱۹۹۳ میلادی در مرجع [۱۵] مطرح گردید و طی حدود سه دهه گذشته مراجع و تحقیقات متعددی در

جدول ۱- مرور مراجع مرتبط با یکنواخت‌سازی کاتالوگ ستاره

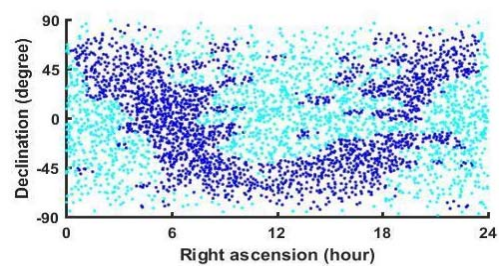
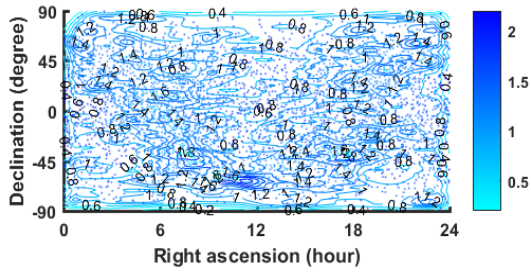
مرجع	سال	نوآوری
[۱۵]	۱۹۹۳	برای اولین بار استفاده از کاتالوگ ستاره یکنواخت را پیشنهاد نمود.
[۱۶]	۱۹۹۸	یک روش تولید ستاره راهنما با استفاده از پوشش نقاط هم‌فاصله ارائه کرد.
[۱۷]	۲۰۰۰	از روش VDR مبتنی بر دیاگرام ورونی جهت انتخاب ستاره راهنما و تولید کاتالوگ یکنواخت استفاده کرد.
[۱۳]	۲۰۰۲	از میدان دید دایروی و روش تُنگ‌سازی جهت تولید کاتالوگ یک ستاره یکنواخت استفاده کرد.
[۱۸]	۲۰۰۲	استفاده از ماریچ دقیق برای یکنواخت‌سازی کاتالوگ ستاره را معرفی نمود.
[۱۲]	۲۰۰۴	مسئله یکنواخت‌سازی را در اجرای الگوریتم شناسایی هرم مورد توجه قرار داده است.
[۱۹]	۲۰۰۴	روش حداقل آنروپی بولتزمن با FOV دایره‌ای را برای انتخاب ستاره از بین ستاره‌های کاندید پیشنهاد داد.
[۲۰]	۲۰۰۳	الگوریتم یادگیری تحت نظارت، ماشین بردار پشتیبانی SVM را برای انتخاب ستاره راهنمایی ارائه کرد.
[۲۱]	۲۰۱۴	یک روش غربالگری برای تولید کاتالوگ ستاره شبه یکنواخت پیشنهاد داد.
[۲۲]	۲۰۱۵	روشی برای تولید کاتالوگ ستاره یکنواخت بر اساس خوشه‌بندی DBSCAN ارائه کرد.
[۲۳]	۲۰۱۵	سه روش برای تولید کاتالوگ یکنواخت اجرا و بهترین روش یکنواخت‌سازی را انتخاب کرد.
[۲۴]	۲۰۱۵	بر اهمیت یکنواختی برای کاهش اندازه کاتالوگ مأموریت در حس‌گرهای ستاره روز تمرکز دارد.
[۲۵]	۲۰۱۸	یک الگوریتم شناسایی مقاوم با استفاده از کاتالوگ یکنواخت برای حس‌گرهای ستاره روزانه توسعه است.
[۲۶]	۲۰۱۸	از یک مدل احتمالاتی مرتبط با میدان دید برای ایجاد کاتالوگ ستاره یکنواخت استفاده کرده است.
[۲۷]	۲۰۱۸	از روش هلیکس کروی برای تولید امتدادهای یکنواخت و انتخاب ستاره‌های راهنمای استفاده کرده است.
[۲۸]	۲۰۱۸	از مثلث‌بندی دلونی و شبکه ژئودزیک به‌منظور یکنواخت‌سازی کاتالوگ ستاره استفاده کرده است.
[۲۹]	۲۰۱۹	از روش خوشه‌بندی Geodesic K-means به همراه مثلث‌بندی دلونی و تعیین چگالی برای یکنواخت‌سازی کاتالوگ استفاده کرده است.



شکل ۳- توزیع مکانی مناطق با احتمال مشاهده کمتر از ۵ و بیشتر از ۱۵ ستاره [۲۹]

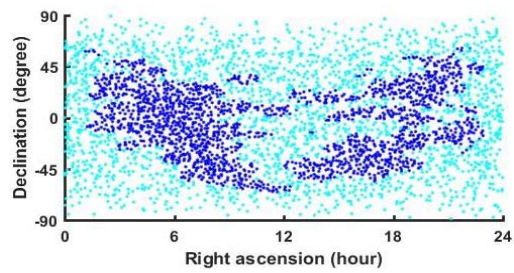
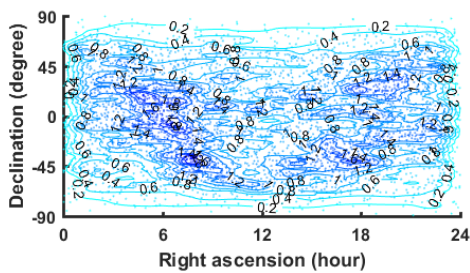
Algorithm: Catalog Uniformity Input: Reference star Catalog Output: Uniformed star Catalog Steps: Read reference star Catalog Limiting reference Catalog to a certain magnitude Removing double stars Repeat { Generate Delaunay's triangulation with param (Init param = 30) Make uniform Catalog by GWKM Clustering Aggregate the uniform Catalog of this step with the previous step Screening aggregated uniform Catalog using density determination on sphere param = param - 1 } Until (change in the number of stars in uniform Catalog > 0 or max (density) ≥ 1) Generate uniform Catalog
--

شکل ۴- الگوریتم یکنواخت‌سازی کاتالوگ ستاره با استفاده از روش خوشه‌بندی GWKM، مثلث‌بندی دلونی و تعیین چگالی داده‌های پراکنده کروی



شکل ۵- اولین گام یکنواخت‌سازی و تعیین چگالی داده‌های پراکنده بر روی کره

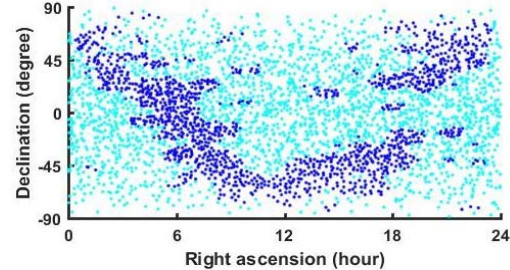
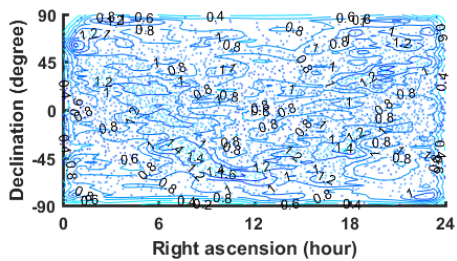
در مقایسه با شکل ۵، شکل ۶ مربوط به اولین تکرار الگوریتم یکنواخت‌سازی مورد استفاده در مرجع [۲۹] است.



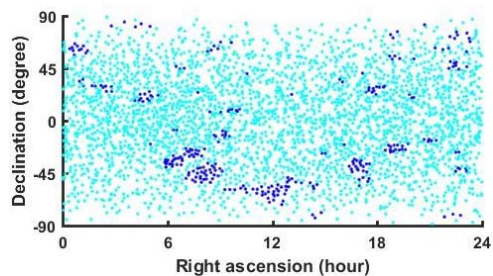
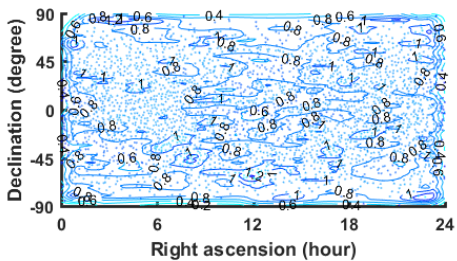
شکل ۶- اولین گام یکنواخت‌سازی و تعیین چگالی داده‌های پراکنده بر روی کره در مرجع [۲۹]

جدول ۲ نیز نتایج عددی مراحل سیزده‌گانه اجرای الگوریتم پیشنهادی را نشان می‌دهد.

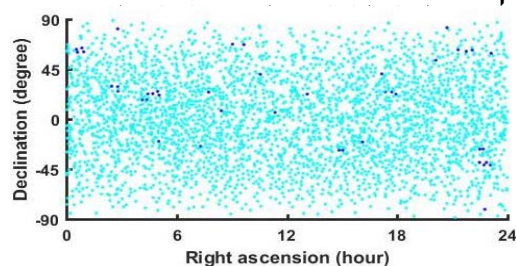
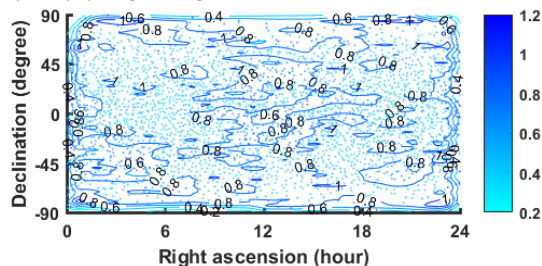
در ادامه، اشکال ۷ تا ۹ برخی از خروجی‌های الگوریتم یکنواخت‌سازی پیشنهادی در این مقاله، بر اساس تعیین چگالی کروی، را نشان داده و



شکل ۷- دومین گام یکنواخت‌سازی و تعیین چگالی داده‌های پراکنده بر روی کره



شکل ۸- پنجمین گام یکنواخت‌سازی و تعیین چگالی داده‌های پراکنده بر روی کره

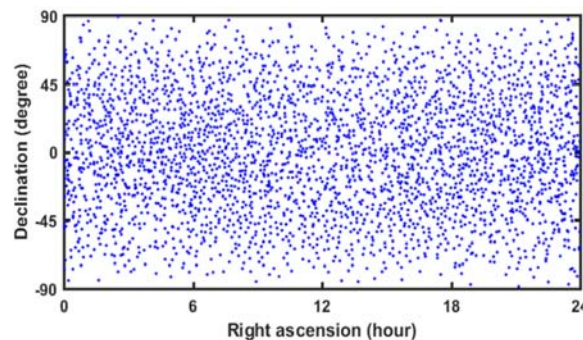


شکل ۹- سیزدهمین گام یکنواخت‌سازی و تعیین چگالی داده‌های پراکنده بر روی کره

جدول ۲- نتایج اجرای الگوریتم یکنواخت‌سازی بر اساس تعیین چگالی داده‌های پراکنده بر روی کره

Iteration	No. of Triangles	No. of stars Uniform	No. of stars Non-uniform	Density
1	9002	1493	2086	2.26
2	8412	1961	1332	1.65
3	7842	2307	849	1.56
4	7292	2547	551	1.48
5	6762	2767	285	1.39
6	6265	2835	198	1.29
7	5762	2869	156	1.29
8	5292	2902	115	1.18
9	4842	2917	96	1.18
10	4412	2922	85	1.18
11	4002	2940	65	1.18
12	3612	2942	60	1.18
13	3242	2948	43	1.14

شکل ۱۰ پایگاه داده نهایی تولید شده توسط الگوریتم پیشنهادی را نشان می‌دهد که می‌تواند با پایگاه داده یکنواخت تولید شده در مرجع [۲۹] مقایسه شود.



شکل ۱۰- کاتالوگ یکنواخت شده با خوشه‌بندی GWKM و چگالی داده پراکنده بر روی کره

بدین ترتیب همان‌گونه که ملاحظه می‌شود در مقایسه با روش پیشنهادی مرجع [۲۹] تعداد تکرارها برای تولید کاتالوگ یکنواخت و همچنین تعداد ستاره‌ها در پایگاه داده یکنواخت کاهش یافته است. به طوری که در روش یکنواخت‌سازی پیشنهاد شده تعداد ستارگان موجود در پایگاه داده نهایی با ۴۳ درصد کاهش نسبت به کاتالوگ مرجع Hipparcos محدود به حداقل ۶ به ۲۹۴۸ رسیده است. لازم به ذکر است که این کاهش برای مرجع [۳۱] ۳۲.۳ درصد و معادل ۳۲۷۶ ستاره راهنما و برای مرجع [۲۹] در حدود ۴۲.۳٪ بود و به ۲۹۸۳ ستاره هدایت در کاتالوگ یکنواخت منجر شده است.

بررسی اثربخشی کاتالوگ یکنواخت تولید شده

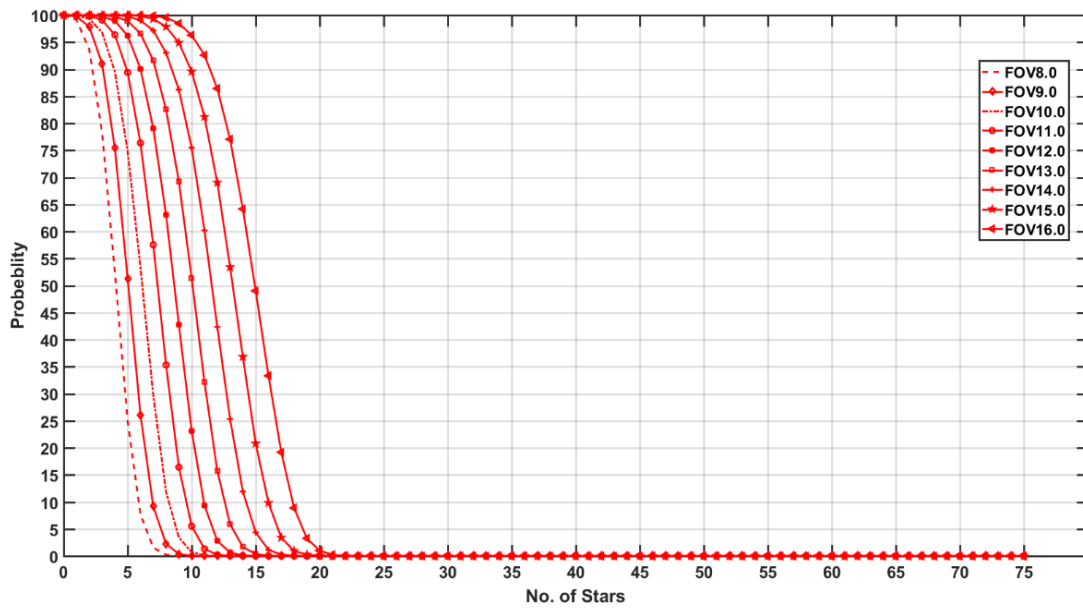
به منظور بررسی تأثیر فرآیند یکنواخت‌سازی پیشنهادی بر کیفیت کاتالوگ یکنواخت تولید شده و مشاهده احتمال وقوع حداقل ستاره مورد نیاز برای الگوریتم شناسایی ستاره در میدان دید حس‌گر، پایگاه داده‌های یکنواخت (شکل ۱۰) برای شبیه‌سازی کره آسمانی استفاده شد. این آزمایش با استفاده از شبیه‌سازی حسگر ستاره با مدل روزنه ایده‌آل [۳۲] انجام و شبیه‌سازی مونت کارلو ۵۰۰۰۰ بار برای پایگاه داده‌های یکنواخت با استفاده از وضعیت‌های تصادفی و میدان دیدهای مختلف از ۸ تا ۱۶ درجه با گام یک درجه اجرا و نتایج در شکل ۱۱ نشان داده شده است. شایان ذکر است که این شکل قابل مقایسه با اشکال ۱۲ و ۱۳ مرجع [۲۹] است.

همان‌طور که در شکل ۱۱ نشان داده شده، احتمال مشاهده بیش از ۲۱ ستاره در تمام FOV های شبیه‌سازی شده صفر است، در حالی که این تعداد برای روش ارائه شده در مرجع [۲۹] ۲۹ است. از سوی دیگر، علیرغم کاهش حداکثر تعداد ستاره‌های مشاهده شده در تمامی میدان دیدهای مختلف، احتمال مشاهده تعداد کم ستاره (۳ یا ۵) به میزان قابل توجهی افزایش یافته است. به عنوان مثال، در مرجع [۲۹] احتمال مشاهده ۵ ستاره در میدان دید ۱۲ درجه حدود ۹۵.۱۱ درصد بود، در حالی که این احتمال برای روش پیشنهاد شده در این مقاله به ۹۶.۲ درصد افزایش یافته است. شایان ذکر است برای کاتالوگ غیریکنواخت احتمال مشاهده حداقل پنج ستاره در میدان دید ۱۲ درجه ۹۸.۳۶٪ است.

علاوه بر این، جدول ۳ احتمال مشاهده ۳، ۵ و بیش از ۱۰ و ۲۰ ستاره را همراه با میانگین و انحراف معیار تعداد ستاره‌های مشاهده شده در تمامی میدان دیدهای مختلف شبیه‌سازی شده ارائه می‌دهد.

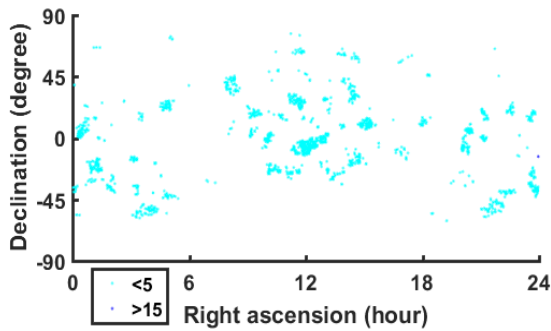
جدول ۳- آمار شبیه‌سازی مونت کارلو برای پایگاه داده یکنواخت

FOV	3 stars	5 stars	≥10 stars	≥20 stars	Mean	STD
8	78.36%	24.96%	0%	0%	3.58	1.38
9	91.07%	51.31%	0.04%	0%	4.53	1.52
10	96.82%	74.85%	0.71%	0%	5.60	1.66
11	99.10%	89.42%	5.54%	0%	6.77	1.79
12	99.78%	96.20%	23.54%	0%	8.05	1.93
13	99.97%	98.92%	51.36%	0%	9.45	2.07
14	100%	99.80%	75.49%	0.002%	10.96	2.21
15	100%	99.97%	89.59%	0.06%	12.57	2.36
16	100%	100%	96.30%	1.02%	14.30	2.50



شکل ۱۱- احتمال مشاهده تعداد مشخصی از ستارگان در FOV های مختلف برای پایگاه داده یکنواخت تولید شده با استفاده از چگالی داده پراکنده در کره (شکل ۱۰)

به ذکر است این احتمال برای مشاهده بیش از ۱۵ ستاره نیز نزدیک به صفر است (شکل ۱۳). لازم به ذکر است که استفاده از روش پیشنهادی و بهبود الگوریتم یکنواختی همچنین احتمال ردیابی کمتر از ۵ ستاره در شبیه‌سازی مونت کارلو را کاهش داده است. این بهبود نتیجه افزایش یکنواختی کاتالوگ در قطبین سماوی است که به دلیل استفاده از تعیین تراکم داده‌های پراکنده در کره واحد است.

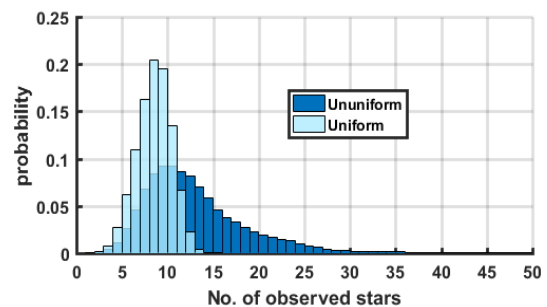


شکل ۱۳- توزیع فضایی مناطق با احتمال مشاهده کمتر از ۵ و بیش از ۱۵ ستاره در میدان دید ۱۲ درجه

نتیجه‌گیری

در این پژوهش الگوریتم جدیدی جهت تعیین چگالی داده‌های پراکنده کروی ارائه شده است. برای این منظور، از دیاگرام کروی و رونوی و مساحت مربوط به سلول‌های ورونوی متناظر استفاده شد. سپس، الگوریتم تعیین چگالی کروی پیشنهادی در الگوریتم یکنواخت‌سازی کاتالوگ مبتنی بر مرجع [۲۹] استفاده و نتایج با یکدیگر مقایسه شد.

در مقایسه با [۲۹] احتمال مشاهده تعداد کم ستاره (۳ و ۶) با استفاده از روش پیشنهادی کمی افزایش یافته است و برعکس احتمال مشاهده تعداد زیاد ستاره (بیش از ۱۰ و ۲۰) کاهش یافته است. همچنین، در هر میدان دید، میانگین تعداد ستاره‌های مشاهده شده تا حدودی افزایش و انحراف معیار آن کاهش یافته است. شکل ۱۲ توزیع احتمال مشاهده تعداد ستاره‌های مختلف در میدان دید ۱۲ درجه را برای پایگاه داده یکنواخت و کاتالوگ غیریکنواخت (محدود به قدر ۶ و حذف ستاره‌های دابل) را نشان می‌دهد. همان‌گونه که مشاهده می‌گردد الگوریتم پیشنهادی میانگین و انحراف معیار تعداد ستاره‌های مشاهده شده را نسبت به کاتالوگ غیریکنواخت کاهش داده، با این حال، در مقایسه با [۲۹]، میانگین کمی افزایش و انحراف استاندارد کاهش یافته است.



شکل ۱۲- توزیع احتمالی برای مشاهده تعداد ستاره‌ها در میدان دید ۱۲ درجه (برای دو کاتالوگ غیریکنواخت و پایگاه داده یکنواخت)

برای میدان دید ۱۲ درجه، احتمال مشاهده بیش از ۲۰ ستاره در کاتالوگ غیریکنواخت حدود ۱۱.۴۷٪ است، در حالی که این احتمال در یک پایگاه داده یکنواخت به صفر کاهش می‌یابد. لازم

- [16] E. K. Silverman, "Autonomous navigation recovery for fine pointing low earth orbiting spacecraft." George Washington University, 1998.
- [17] R. Bauer, "Distribution of points on a sphere with application to star catalogs," *J. Guid. Control. Dyn.*, vol. 23, no. 1, pp. 130–137, 2000.
- [18] A. Prakash, A. Wu, J. Liu, and R. K. Li, "Performance based evaluation of star catalog generation methods," in *AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference and Exhibit*, 2002, p. 4669.
- [19] C. Zhang, C. Chen, and X. Shen, "A new guide star selection algorithm for star tracker," in *Intelligent Control and Automation, 2004. WCICA 2004. Fifth World Congress on*, 2004, vol. 6, pp. 5445–5449.
- [20] F. C. Liu, Z. H. Liu, W. Liu, D. S. Liang, K. Cui, and H. Yuan, "A research on navigation star catalog selection algorithm based on SVM," in *Advanced Materials Research*, 2013, vol. 706, pp. 613–617.
- [21] X. Li, J. Yang, L. Zhang, S. Li, and G. Jin, "A new simplified selection algorithm of the guide star catalogue for a star sensor," *J. Navig.*, vol. 67, no. 6, pp. 984–994, 2014.
- [22] B. P. S. and I. S. S. Muhammad Arif Saifudin, "Star Catalog Generation for Satellite Attitude Navigation Using Density Based Clustering," *J. Comput. Sci.*, vol. 11, no. 12, pp. 1082–1089, 2015.
- [23] J. Roshanian, S. Yazdani, M. Ebrahimi, M. J. H. Kabutarkhani, M. Javad, and H. Kabutarkhani, "Uniform Star Catalog Generation and Comparison Criterion Introduction for a Typical Star Tracker," *Modares Mech. Eng.*, vol. 15, no. 3, pp. 344–352, 2015.
- [24] J. Roshanian, S. Yazdani, S. Bekranbehesht, and M. Ebrahimi, "2MASS infrared star catalog data mining for use onboard a daytime star tracker," in *Recent Advances in Space Technologies (RAST), 2015 7th International Conference on*, 2015, pp. 75–79.
- [25] J. Roshanian, S. Yazdani, S. BekranBehesht, and M. Ebrahimi, "Develop mission catalog and robust pattern recognition algorithm to enhance the performance of the star tracker throughout the day," *Tabriz Mech. Eng.*, vol. 50, no. 2, pp. 20–26, 2017.
- [26] J. Li, G. Wang, and X. Wei, "Generation of Guide Star Catalogue for Star Trackers," *IEEE Sens. J.*, 2018.
- [27] W. Wang, X. Wei, J. Li, and G. Zhang, "Guide star catalog generation for short-wave infrared (SWIR) All-Time star sensor," *Rev. Sci. Instrum.*, vol. 89, no. 7, p. 75003, 2018.
- [28] F. Somayeh, A. A. Nikkhah, and J. Roshanian, "Uniform star catalog using triangulation for application in star sensor," *Modares Mech. Eng.*, vol. 18, no. 04, pp. 725–734, 2018.
- [29] F. Somayeh, A. A. Nikkhah, and J. Roshanian, "Uniform Star Catalogue using GWKM Clustering for Application in Star Sensors," *J. Navig.*, vol. 01, pp. 1–17, 2019.
- [30] J. Martin-Fleitas *et al.*, "Enabling Gaia observations of naked-eye stars," in *pace Telescopes and Instrumentation 2014: Optical, Infrared, and Millimeter Wave. International Society for Optics and Photonics*, 2014.
- [31] J. Li, G. Wang, and X. Wei, "Generation of guide star catalog for star trackers," *IEEE Sens. J.*, vol. 18, no. 11, pp. 4592–4601, 2018.
- [32] A. ali Nikkhah, farsahd somayeh, and J. Roshanian, "Simulation of night sky images with an ideal pinhole model for a star sensor," *J. Sp. Sci. Technol.*, vol. 11, no. 3, pp. 21–32, Dec. 2018.

بدین ترتیب مقایسه پایگاه داده یکنواخت شده با پایگاه داده یکنواخت مرجع [۲۹] و کاتالوگ غیریکنواخت (محدود به قدر ۶ و پس از حذف ستاره‌های دابل) نشان داد که روش تعیین چگالی پیشنهادی منجر به کاهش قابل توجهی در احتمال مشاهده تعداد زیاد ستاره‌ها در تمام میدان دیدهای مختلف گردیده است. این بهبود در نتیجه افزایش یکنواختی کاتالوگ در قطب‌های سماوی ناشی از تعیین چگالی داده‌های پراکنده در سطح کره واحد است. از سوی دیگر، استفاده از این روش موجب افزایش احتمال مشاهده تعداد کمتر ستاره در تمام میدان دیدهای مختلف مورد استفاده در شبیه‌سازی مونت کارلو شده است.

مراجع

- [1] M. Plaue, G. Bärwolff, and H. Schwandt, "On measuring pedestrian density and flow fields in dense as well as sparse crowds," in *Pedestrian and Evacuation Dynamics 2012*, Springer, 2014, pp. 411–424.
- [2] D. Helbing, A. Johansson, and H. Z. Al-Abideen, "Dynamics of crowd disasters: An empirical study," *Phys. Rev. E*, vol. 75, no. 4, p. 46109, 2007.
- [3] B. W. Silverman, *Density estimation for statistics and data analysis*. Routledge, 2018.
- [4] Z. Fang, J. P. Yuan, Y.-C. Wang, and S. M. Lo, "Survey of pedestrian movement and development of a crowd dynamics model," *Fire Saf. J.*, vol. 43, no. 6, pp. 459–465, 2008.
- [5] S. P. Hoogendoorn and W. Daamen, "Pedestrian behavior at bottlenecks," *Transp. Sci.*, vol. 39, no. 2, pp. 147–159, 2005.
- [6] F.P. Navin and R.J. Wheeler, "Pedestrian flow characteristics," *Traffic Eng. Inst Traffic Engr*, vol. 39, 1969.
- [7] S.-T. Chiu, "Boundary adjusted density estimation and bandwidth selection," *Stat. Sin.*, pp. 1345–1367, 2000.
- [8] B. Gärtner and M. Hoffmann, "Computational Geometry Lecture Notes1 HS 2012," 2013.
- [9] A. Okabe, B. Boots, K. Sugihara, and S. N. Chiu, *Spatial tessellations: concepts and applications of Voronoi diagrams*, vol. 501. John Wiley & Sons, 2009.
- [10] H.-S. Na, C.-N. Lee, and O. Cheong, "Voronoi diagrams on the sphere," *Comput. Geom.*, vol. 23, no. 2, pp. 183–194, 2002.
- [11] B. Steffen and A. Seyfried, "Methods for measuring pedestrian density, flow, speed and direction with minimal scatter," *Phys. A Stat. Mech. its Appl.*, vol. 389, no. 9, pp. 1902–1910, 2010.
- [12] M. A. Samaan, C. Bruccoleri, D. Mortari, and J. L. Junkins, "Novel techniques for creating nearly uniform star catalog," *Adv. Astronaut. Sci.*, vol. 116, no. 979, pp. 1–13, 2004.
- [13] H.-Y. Kim and J. L. Junkins, "Self-organizing guide star selection algorithm for star trackers: thinning method," in *Aerospace Conference Proceedings, 2002. IEEE*, 2002, vol. 5, p. 5.
- [14] B. B. Spratling and D. Mortari, "A survey on star identification algorithms," *Algorithms*, vol. 2, no. 1, pp. 93–107, 2009.
- [15] J. D. Vedder, "Star trackers, star catalogs, and attitude determination-Probabilistic aspects of system design," *J. Guid. Control. Dyn.*, vol. 16, no. 3, pp. 498–504, 1993.