

Re-Entry Trajectory Design with Use of Aided Optimization Algorithm through Combination of Classic Guidance & Acceleration Profile Optimization

Mohammad Javad Poustini¹, S. Hossein Sadati^{2*} , Yusef Abbasi³ and S. Majid Hosseini⁴

1. Ph.D. Student, Department of Aerospace University Complex, Malek Ashtar University of Technology, Tehran, Iran

2. Associate Professor, Department of Aerospace University Complex, Malek Ashtar University of Technology, Tehran, Iran

3. Assistant Professor, Department of Aerospace University Complex, Malek Ashtar University of Technology, Tehran, Iran

4. Ph.D., Department of Aerospace University Complex, Malek Ashtar University of Technology, Tehran, Iran

*Corresponding Author's E-mail: hsadati@aut.ac.ir

Abstract

Trajectory optimization is a familiar method for most of re-entry and Re-usable vehicles. This is because of the ability to include almost all of the problem constraints without facing restrictions such as time & calculation issues. Adding or removing constraints in trajectory optimization problem has significant effects on overall optimization performance which even can upgrade the method to an on-line process. Most of optimization Algorithms such as nonlinear-programming need an initial guess and are also sensitive to it. Hence in this research management of initial guess is done to remove some constraints from optimization problem and transfer them to initial phase. Accordingly an effort is conducted through using a classic guidance method to satisfy constraints of distance error and angle of impact command. The output of guidance initial guess is then fed to the optimization problem. Differential Flatness has been used as a complementary idea to reduce size of optimization problem. 6Dof Simulation results show the increase of optimization performance via reduced number of iterations and Optimization time and increased solution accuracy.

Keywords: Optimal trajectory design, Optimal guidance, Initial guess for optimization, Classic guidance reentry



COPYRIGHTS

© 2022 by the authors. Published by Aerospace Research Institute. This article is an open access article distributed under the terms and conditions of [the Creative Commons Attribution 4.0 International \(CC BY 4.0\)](https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/).

How to cite this article:

M. J. Poustini, S. H. Sadati, Y. Abasi and S. M. Hosseini, "Re-Entry Trajectory Design with Use of Aided Optimization Algorithm through Combination of Classic Guidance & Acceleration Profile Optimization," *Journal of Space Science and Technology*, Vol. 15, No. 1, pp. 51-62, 2022 (in Persian), <https://doi.org/10.30699/jsst.2021.1311>.

طراحی مسیر بازگشت به جو با استفاده از الگوریتم بهینه‌سازی ارتقا یافته برمبنای تلفیق هدایت کلاسیک و بهینه‌سازی بردار شتاب

محمد جواد پوستینی^۱، سید حسین ساداتی^{۲*}، یوسف عباسی^۳ و سیدمجید حسینی^۴

مجتمع دانشگاهی هوافضا، دانشگاه صنعتی مالک اشتر، تهران، ایران

* ایمیل نویسنده مخاطب: hsadati@aut.ac.ir

چکیده

طراحی مسیر بهینه یکی از راهکارهای مورد استفاده برای هدایت فضاپیماهای بازگشتی به جو است. در این رویکرد بسیاری از قیود و محدودیت‌های مسئله قابل بررسی است بدون اینکه مسئله زمان و حجم محاسبات محدودیتی را ایجاد نماید. در طراحی مسیر بهینه قیود گوناگونی قابل اعمال هستند که با حذف و اضافه نمودن آن‌ها عملکرد بهینه‌ساز قابل ارتقا است تا جایی که می‌توان آن را به عنوان کاندید روش هم‌زمان معرفی نمود. از آنجاییکه اکثر روش‌های بهینه‌سازی نیازمند حدس اولیه هستند، در این تحقیق با استفاده از مدیریت حدس اولیه، نسبت به کاهش قیود در مسئله بهینه‌سازی و انتقال آن‌ها به فاز مربوطه اقدام شده است. لذا قیودی مانند خطا و زاویه برخورد از طریق به کارگیری روش‌های هدایت کلاسیک مدیریت شده و سپس خروجی این روش‌ها به عنوان حدس اولیه به بهینه‌ساز ارائه می‌شود. از تئوری همواری دیفرانسیلی به عنوان ایده تکمیلی جهت کاهش حجم مسئله بهینه‌سازی استفاده شده است. نتایج در قالب شبیه‌سازی شش‌درجه آزادی صحنه‌گذاری شده و نشان‌دهنده ارتقای دقت و کاهش زمان محاسبات بهینه است.

واژه‌های کلیدی: طراحی مسیر بهینه، هدایت بازگشت به جو، حدس اولیه برای بهینه‌سازی، هدایت کلاسیک

علائم و اختصارات

$\vec{M} = [M_x, M_y, M_z]$	بردار گشتاور در معادلات ممثوم زاویه‌ای	$\vec{L}_{In} = [L_x, L_y, L_z]$	بردار نیروی برآ در دستگاه اینرسی
$\vec{M}_{Com} = [m_x, m_y, m_z]$	بردار گشتاور فرمان	h	ارتفاع از سطح زمین
$\vec{R}_{In} = [r_x, r_y, r_z]$	بردار موقعیت در دستگاه اینرسی	v	اندازه سرعت
$\vec{\omega} = [p, q, r]$	بردار نرخ گردش در دستگاه بدنی	$\vec{D}_{In} = [D_x, D_y, D_z]$	بردار نیروی پسا در دستگاه اینرسی
$\vec{W}_{In} = [w_x, w_y, w_z]$	بردار نیروی وزن در دستگاه اینرسی	$(Si) \rightarrow "In" = [[Si] _x, [Si] _y, [Si] _z]$	بردار نیروی سرش جانبی اینرسی
$\vec{E}_S, \vec{E}_D, \vec{E}_L$	بردار یکه نیروهای آیرودینامیک اینرسی	Δt	بازه زمانی بهینه‌سازی
\vec{E}_W	بردار یکه نیروی وزن در دستگاه اینرسی	$\vec{V}_{In} = [V_x, V_y, V_z]$	بردار سرعت در دستگاه اینرسی
K_{PI}	بهره کنترلی تناسبی - انتگرال گیر	$\vec{V}_B = [u, v, w]$	بردار سرعت در دستگاه بدنی
K_{DI}	بهره کنترلی در حلقه وارون دینامیک	$\vec{q} = [q_1, q_2, q_3, q_4]$	بردار کوآترنیون در دستگاه بدنی
$F(x)$	تابع هدف		
$g(x)h(x)$	توابع پایه کنترل کننده وارون دینامیک		
ϕ	توابع هزینه در هدایت شکل‌دهی مسیر		
mass	جرم		
ρ	چگالی اتمسفر		
z	خروجی هموار		
ψ	زاویه سمت پرواز		

۱. دانشجوی دکتری
۲. دانشیار
۳. استادیار
۴. دکتری



COPYRIGHTS

اغتشاشات مدل و محیط باشد. سه ترم اول وابسته به کل فرآیند پرواز است در حالیکه موارد چهارم و پنجم وابسته به شرایط نهایی هستند. معیار آخر عموماً به عنوان یک معیار مستقل به کار نمی‌رود بلکه در کنار معیارهای شش‌گانه بالا قرار دارد و نیازمند مصالحه‌ای بین عملکرد و پایداری وسیله است. در حوزه هدایت جسم بازگشت‌پذیر، معیار متداول نهایی، کاهش خطا و مدیریت سرعت یا زاویه برخورد بوده و سایر معیارها به عنوان قیود مسیری بر اساس محاسبات و تجربه طراحان استفاده می‌شود. در این بین نوع مکانیزم کنترلی وسیله پرنده نیز تأثیرگذار است.

هدایت ورود به جو در مراجع گوناگونی بررسی شده و به طور کلی شامل روش‌های کلاسیک و بهینه است. روش‌های کلاسیک ساده‌ترین روش هدایت حلقه‌بسته برای سیستم‌های ورود به جو هستند که عموماً بر پایه هندسه درگیری، استوار بوده و خروجی آن‌ها شتاب فرمان است. در هدایت دو نقطه‌ای به عنوان یکی از روش‌های هدایت کلاسیک، خط واصل به هدف توسط خود موشک ایجاد و فرآیند هدایت با توجه به موقعیت موشک نسبت به آن پیگیری می‌شود. از آنجایی که در اینگونه روش‌ها عموماً به مدل دینامیکی سیستم نیاز نبوده و یک حل صریح کفایت می‌نماید، این روش‌ها به طور گسترده برای موشک‌های تاکتیکی و یا فاز پایانی موشک‌های برد بلند استفاده شده‌اند. روش‌های هدایت کلاسیک مرسوم، شامل: هدایت تناسبی^۸ و شکل‌دهی مسیر^۹ هستند. در هدایت تناسبی، شتاب مانور رهگیر، متناسب با نرخ چرخش خط واصل که همان خط دید رهگیر- هدف است، اعمال می‌شود [2]. در هدایت تناسبی، شتاب فرمان با هدف حداقل‌سازی خطای برخورد در نقطه پایانی تولید می‌شود در حالیکه در روش هدایت شکل‌دهی مسیر، قیود زاویه و سرعت برخورد نیز علاوه بر دقت مکانی قابل اعمال است. از این‌رو، حجم قابل ملاحظه‌ای از مراجع به این نوع هدایت پرداخته‌اند. به عنوان مثال در تحقیق انجام شده توسط شارما و رانو [3] به حل یک مسئله با هدف برخورد جسم با زاویه دلخواه، به یک هدف ثابت با محدودیت زاویه دید جستجوگر، از طریق بکارگیری قانون هدایت شکل‌دهی پرداخته شده است. همچنین وین و وان چون [4] از قانون هدایت شکل‌دهی مسیر، برای هدایت وسیله ماوراء صوت، ضمن اعمال قیود سرعت و ضریب بار نهایی استفاده کرده‌اند. نامهون و همکاران [5] یک قانون هدایتی براساس روش شکل‌دهی مسیر برای اعمال قید زاویه برخورد و شتاب پایانی بدون خطی‌سازی سینماتیک درگیری و با فرض ثابت ماندن سرعت، طراحی کرده‌اند. شائومینگ و همکاران نیز [6] یک قانون

γ	زاویه مسیرپرواز
t_{go}	زمان باقیمانده برای رسیدن به هدف
t_f	زمان کل پرواز
α, β	زوایای حمله و سرش جانی در دستگاه باد
V_C	سرعت نزدیک‌شوندگی
S_{ref}	سطح مقطع روبروی جریان
U	سیگنال کنترل
n_C	شتاب فرمان در هدایت شکل‌دهی مسیر
n_T	شتاب هدف در هدایت شکل‌دهی مسیر
C_L, C_D, C_S	ضرایب آیرودینامیکی در دستگاه باد
C_l, C_m, C_n	ضرایب گشتاور در دستگاه بدنی
λ	طول جغرافیایی
L_{ref}	طول مرجع جسم
$mach$	عدد ماخ
δ	عرض جغرافیایی
y, \dot{y}	فاصله و سرعت عمودی هدف و رهگیر
I_{xx}, I_{yy}, I_{zz}	گشتاورهای اینرسی در دستگاه بدنی
DCM_{NED}^N	ماتریس انتقال افق محلی به اینرسی
DCM_I^B	ماتریس انتقال اینرسی به بدنی
x_1, \dots, x_n	متغیرهای بهینه‌سازی
$C(x)$	مجموعه قیود در بهینه‌سازی
\dot{Q}	نرخ انتقال حرارت

مقدمه

یکی از جذاب‌ترین و پیچیده‌ترین مسائل در صنعت هوافضا مسئله بازگشت به جو^۵ است. ورود هر گونه جسم فضایی به جو یک سیاره از فضای بیرونی آن را بازگشت به جو می‌نامند. وسایل پرنده با بدنه کاملاً متقارن و زاویه حمله صفر درجه در هنگام ورود به جو، در دسته وسایل بازگشت‌پذیر دارای $(\frac{L}{D})_{max}$ پایین (۰ تا ۰/۵) قرار دارند. این وسایل با اعمال کمی زاویه آیرودینامیکی می‌توانند تولید نیروی برآ داشته و از آن برای هدایت وسیله استفاده نمایند. این درحالی است که فضاپیماهای دارای بال و بدنه و ابعاد بزرگ در دسته وسایل بازگشت‌پذیر دارای $(\frac{L}{D})_{max}$ متوسط (۰/۵ تا ۱/۵) و بالاتر قرار دارد و هدایت در آن‌ها کمی متفاوت است. زیرسیستم هدایت^۶، تعیین‌کننده استراتژی و الگوی معینی است که بر طبق آن سیستم کنترل^۷، وسیله را به سمت هدف روانه می‌کند [1]. بطور کلی معیارهای هدایت یک وسیله بازگشت‌پذیر می‌تواند شامل: حداقل زمان مورد نیاز، حداقل مصرف سوخت، حداقل مصرف انرژی، حداقل خطا در فاز نهایی یا تعقیب مسیر، حداکثر یا حداقل سرعت و زاویه برخورد نهایی و مقاومت نسبت به

8. Proportional Guidance
9. Trajectory Shaping Guidance

5. Re-Entry
6. Guidance
7. Control

به جو است که سابقه روشنی در ارتقای کیفیت بهینه‌سازی داشته و در مراجع [1, 10] و [12] نیز از آن استفاده شده است.

هدف از تحقیق حاضر، ارتقای حل بهینه عددی از طریق توزیع قیود مرزی با به‌کارگیری حدس اولیه مناسب برای بهینه‌ساز است. لذا برای ارتقای زمان و دقت در طراحی مسیر بهینه، از قابلیت تعریف قید مرزی زاویه برخورد، در روش صریح و حلقه‌بسته هدایت شکل‌دهی مسیر استفاده شده است. انتظار می‌رود ایده جدید در ترکیب با روش برنامه‌ریزی غیرخطی و تئوری همواری دیفرانسیلی، عملکرد بهینه‌ساز را به میزان چشمگیری افزایش دهد. به منظور تضمین دقت و صحت عملکرد بهینه‌ساز، زوایای آبرودینامیکی بهینه به‌عنوان خروجی بهینه‌ساز و سیستم کنترل وضعیت دورانی به عنوان ورودی ارائه شده‌اند. لذا صحه‌گذاری حل بهینه بر مبنای شبیه‌سازی شش‌درجه آزادی انجام شده است. در نتیجه، عملکرد نهایی هدایت بهینه پس از اعمال کنترل وضعیت و تأخیرهای ناشی از آن در حین تعقیب نمودن پاسخ بهینه بررسی می‌شود.

این مقاله شامل بخش‌های پیش‌رو است: در بخش دوم به معرفی معادلات شش‌درجه آزادی جسم بازگشتی پرداخته و در بخش سوم هدایت شکل‌دهی مسیر معرفی شده است. سپس در بخش چهارم بهینه‌سازی به روش برنامه‌ریزی غیرخطی و به کمک هم‌نشانی مستقیم و همواری دیفرانسیلی ارائه می‌شود. بعد از آن ساختار کلی سیستم کنترل وضعیت دورانی ارائه شده است. در نهایت بهینه‌سازی مسیر بازگشت به جو برای یک وسیله بازگشت‌پذیر بر اساس ترکیب هدایت کلاسیک و هدایت بر مبنای طراحی مسیر بهینه و مقید انجام و نتایج ارائه شده است.

دینامیک شش‌درجه آزادی جسم بازگشتی به جو

معادلات دینامیک شش‌درجه آزادی بازگشت به جو با توجه به فرضیات زیر قابل استخراج است.

- استفاده از دستگاه مختصات اینرسی^{۱۱} برای شبیه‌سازی دینامیک انتقالی، با فرض زمین کروی
- استفاده از دستگاه مختصات بدنی برای شبیه‌سازی دینامیک دورانی

انتخاب دستگاه اینرسی برای دینامیک انتقالی با هدف ارتقای سهولت و سرعت در محاسبات و دوری از پیچیدگی‌های ناشی از توابع مثلثاتی، انجام شده است [1, 10]. معادلات شش‌درجه آزادی جسم بازگشتی به جو، بدست آمده از طریق قوانین نیوتن و اوپلر، مطابق با دسته معادلات (۱) هستند.

جدید هدایت شکل‌دهی مسیر طراحی کرده‌اند که در آن، زمان و زاویه برخورد، با توجه به محدودیت‌های منطقه دید جستجوگر مدیریت شده‌اند. همچنین از قانون هدایت شکل‌دهی مسیر در ترکیب با منطق فازی جهت مقابله با اهداف مانوری [7]، برای تعقیب مسیر وسیله پرنده [8] و رهگیری موشک در مراحل ابتدایی پرتاب [9] استفاده شده است.

به‌رغم ویژگی‌های متعدد در روش هدایت شکل‌دهی مسیر، عدم وجود قابلیت مقید نمودن سیگنال فرمان، اصلی‌ترین مشکل در این‌گونه روش‌هاست که منجر به استفاده از تابع اشباع شده و از کیفیت سیستم هدایت می‌کاهد. لذا برای مدیریت قیود مسیری، سیستم‌های هدایت به سمت استفاده از روش‌های بهینه پایه سوق داده شده‌اند. در این روش‌ها از الگوریتم‌های بهینه‌سازی برای یافتن سیگنال فرمان استفاده می‌شود. هدف از ارائه راه حل بهینه برای هدایت، تعیین فرامینی است که در ضمن صدق کردن در قیود و محدودیت‌های فیزیکی مسئله، معیار معینی را حداقل یا حداکثر می‌کند. طراحی مأموریت‌های فضایی و مسئله طراحی مسیرهای پرتاب، جهت بازگشت و قراردادی ماهواره‌ها در مدار، محرکی مهم برای توسعه هدایت و کنترل بهینه بوده‌اند. در مرجع [1] هدایت بهینه و مقید برای طراحی مسیر بازگشت به جو برای کپسول کاوشی سازمان فضایی اروپا و در مراجع [10, 11] برای شاتل فضایی انجام شده است. هدایت بهینه تعقیب مسیر در مرجع [12] برای وسایل پروازی در ارتفاع پایین و با هدف اجتناب از عوارض زمینی انجام شده است. در مراجع فوق مسئله هدایت ورود به جو، به مسئله بهینه‌سازی مسیر تبدیل شده که در آن مطابق با شیوه کلی مسائل بهینه‌سازی، انواع قیود مرزی و مسیری و تابع هدف، قابل اعمال به مسئله هستند. لذا در بهینه‌سازی مسیر، دیگر محدودیتی از بابت اعمال قیود مسیری وجود ندارد. برای حل مسئله بهینه‌سازی فوق‌الذکر از یک روش پرکاربرد تحت عنوان برنامه‌ریزی غیرخطی^{۱۰} استفاده شده است. برنامه‌ریزی غیرخطی روشی گرادیان پایه است که در آن تعداد محدودی متغیر بهینه‌سازی تعریف می‌شود، به نحوی که تابع هدفی خاص بهینه شود بدون اینکه از قیود مسئله تجاوز شود [11]. در برنامه‌ریزی غیرخطی برای یافتن پاسخ بهینه از روش‌های حل عددی استفاده می‌شود که معمولاً پاسخ بهینه محلی ارائه می‌دهند. الگوریتم‌های حل عددی عموماً نیازمند یک حدس اولیه مناسب هستند. بر همین اساس هرچه حدس اولیه به پاسخ نهایی نزدیک‌تر باشد، بازدهی بهینه‌ساز افزایش می‌یابد. علاوه بر حدس اولیه مناسب، استفاده از تئوری همواری دیفرانسیلی، یکی دیگر از ابزارهای قوی برای ارتقای فرآیند بهینه‌سازی مسیر بازگشت

11. Inertial

10. Non-Linear Programming

به محاسبه اثر ضرایب گشتاور عملگرها در بردار گشتاور نهایی نیست. لذا برای سهولت در طراحی گشتاورها و مشاهده اثر کنترل وضعیت، شبیه سازی دینامیک دورانی تا همین مرحله انجام شده و گشتاورهای فرمان به عنوان ورودی کنترلی در شبیه سازی شش درجه آزادی اعمال می شوند.

$$\begin{bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_z \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \rho V^2 S_{ref} L_{ref} \begin{bmatrix} C_1 \\ C_m \\ C_n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} m_x \\ m_y \\ m_z \end{bmatrix}_{Command} \quad (9)$$

برای توصیف زوایای وضعیت در سه راستای محورهای دستگاه بدنی، معادلات دیفرانسیل کوانترنیونی به دسته معادلات (۱) اضافه می شود. توصیف کوانترنیونی برای پرهیز از شرایط تکینگی در محاسبات به کار می رود.

$$\dot{\vec{q}} = \frac{1}{2} [\vec{q}] \vec{\omega} \quad (10)$$

بردار \vec{q} حاوی مقادیر کوانترنیون هاست که تشکیل دهنده ماتریس انتقال از اینرسی به بدنی $[DCM]_I^B$ هستند. بردار $\vec{\omega}$ حاوی مؤلفه های نرخ گردش در دستگاه بدنی است. شرایط اولیه کوانترنیون ها بر مبنای زوایای اوپلر اولیه در دستگاه اینرسی و بر اساس ترتیب دوران قراردادی مشخص می شود. سپس با انتگرال گیری از کوانترنیون ها در هر لحظه، ماتریس دوران اینرسی به بدنی قابل محاسبه است. اطلاعات بیشتر در این مورد و کلیت شبیه سازی شش درجه آزادی انجام شده در این تحقیق، در مرجع [14] ارائه شده است. برای محاسبه زوایای آیرودینامیکی در دستگاه باد از بردار سرعت در دستگاه بدنی استفاده می شود.

$$[u \ v \ w] = [DCM]_I^B V_I \quad (11)$$

$$\alpha = \text{tg}^{-1} \left(\frac{w}{u} \right) \quad (12)$$

$$\beta = \text{tg}^{-1} \left(\frac{v}{u} \right) \quad (13)$$

کلیه ضرایب آیرودینامیکی و گشتاور در معادلات فوق، از میان داده های جدولی، میان یابی شده و تابعی از عدد ماخ، جریان و زاویه حمله جسم بازگشتی است. وسیله بازگشتی مورد مطالعه، یک وسیله با نسبت برآ به پسای پایین است و ممان های اینرسی اصلی و جرم آن به ترتیب برابر با $I_{xx}=28$ ، $I_{yy}=360$ ، $I_{zz}=360$ و $mass = 520 \text{ kg}$ هستند.

طراحی هدایت شکل دهی مسیر

روش هدایت شکل دهی مسیر در حقیقت یک حل صریح هدایتی است که قابلیت تعقیب هدف یا هدف مجازی با موقعیت، سرعت و زاویه سمت خاص را دارا است. بدین معنا که قیود زاویه و سرعت برخورد قابل اعمال است. در حقیقت روش شکل دهی مسیر، ضعف هدایت تناسبی در تعقیب مسیر را نیز می تواند پوشش دهد. از این رو،

$$\dot{r}_x = V_x$$

$$\dot{r}_y = V_y$$

$$\dot{r}_z = V_z$$

$$\dot{V}_x = \frac{L_x + S i_x + D_x + w_x}{mass}$$

$$\dot{V}_y = \frac{L_y + S i_y + D_y + w_y}{mass}$$

$$\dot{V}_z = \frac{L_z + S i_z + D_z + w_z}{mass}$$

(۱)

$$\dot{p} = M_x / I_{xx} - (I_{yy} - I_{zz}) q r / I_{xx}$$

$$\dot{q} = M_y / I_{yy} - (I_{xx} - I_{zz}) p r / I_{yy}$$

$$\dot{r} = M_z / I_{zz} - (I_{xx} - I_{yy}) p q / I_{zz}$$

بردار نیروهای آیرودینامیکی و وزن، در دستگاه اینرسی، مطابق با معادلات زیر تعریف می شوند.

$$\vec{L}_{In} = \frac{1}{2} \rho V^2 S_{ref} C_L \times \vec{E}_L \quad (2)$$

$$\vec{S}_{In} = \frac{1}{2} \rho V^2 S_{ref} C_S \times \vec{E}_S \quad (3)$$

$$\vec{D}_{In} = \frac{1}{2} \rho V^2 S_{ref} C_D \times \vec{E}_D \quad (4)$$

$$\vec{W}_{In} = mass \times g \times \vec{E}_g \quad (5)$$

برای سهولت در تعیین شرایط اولیه، می توان از معادله بردار موقعیت در دستگاه اینرسی استفاده نمود. برای تعیین شرایط اولیه بردار سرعت نیز ابتدا مشخصات آن در دستگاه افق محلی تعیین شده و سپس به دستگاه اینرسی منتقل می شود.

$$\vec{R}_{In} = \begin{bmatrix} |h+Re| \cos(\delta) \cos(\lambda) \\ |h+Re| \cos(\delta) \sin(\lambda) \\ |h+Re| \sin(\delta) \end{bmatrix} \quad (6)$$

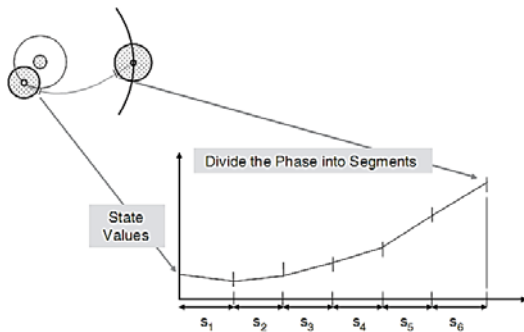
$$\vec{V}_{NED} = \begin{bmatrix} V \cos(\gamma) \cos(\psi) \\ V \cos(\gamma) \sin(\psi) \\ V \sin(\gamma) \end{bmatrix} \quad (7)$$

$$\vec{V}_{In} = [DCM]_{NED}^{In} \vec{V}_{NED} \quad (8)$$

پارامترهای اتمسفر بر اساس مدل استاندارد ۱۹۷۶ و نیروی گرانش، بر اساس مدل پتانسیل جاذبه محاسبه شده است [13]. مدل پتانسیل جاذبه حاصل تخمین درجه پنجم توابع لژاندر از سطح کره زمین است و ضرایب مربوط به زمین بیضوی را نیز شامل می شود.

معادلات دیفرانسیل $[\dot{p} \ \dot{q} \ \dot{r}]$ با فرض تقارن جسم و بر مبنای بردار نرخ گردش در دستگاه بدنی $\vec{\omega} = [p \ q \ r]$ و گشتاورهای $\vec{M} = [M_x \ M_y \ M_z]$ نوشته شده است. پارامترهای I_{zz} ، I_{yy} ، I_{xx} تعیین کننده میزان گشتاور مورد نیاز برای تغییر ممنتوم زاویه ای جسم هستند. در صورت ایده آل فرض کردن عملگر، نیازی

در هم نشانی مستقیم پایه،^{۱۳} تاریخچه متغیرها در هر گره با استفاده از منحنی‌هایی مانند هرمیت - سیمپسون^{۱۴} و چندجمله‌ای‌های درجه سه^{۱۵} تعریف و تلاش می‌شود تا معادلات دیفرانسیل حالت در هر بازه به صورت قیود مساوی تعریف شده و در حین فرآیند بهینه‌سازی با دقت مناسب همگرا شوند. این فرآیند همان انتگرال‌گیری ضمنی است و در طی آن قید مساوی شامل اختلاف اندازه معادلات دیفرانسیل در وسط هر بازه اعمال می‌شود [16]. قیود انتگرال‌گیری ضمنی به علاوه سایر قیود در قالب قیود مرزی مانند قید زاویه و خطای موقعیت در نقطه برخورد، و قیود مسیری مانند محدوده مجاز زوایای آیرودینامیکی و سقف نرخ انتقال حرارت، مسئله بهینه‌سازی را تکمیل خواهند نمود.



شکل ۱ - شمای کلی نحوه گسسته سازی مسیر [16]

کاهش متغیرهای بهینه‌سازی به کمک تئوری همواری دیفرانسیلی

در روش هم‌نشانی مستقیم قیود انتگرال‌گیری ضمنی بار محاسباتی قابل توجهی را بر مسئله اعمال می‌نمایند. لذا تلاش می‌شود تا از طریق تئوری همواری دیفرانسیلی این قیود حذف شوند. همچنین با حذف متغیرهای کنترلی از شمول متغیرهای بهینه‌سازی بار محاسباتی سیستم بیش از پیش کاهش خواهد یافت. بدین ترتیب که پارامترهای کنترلی بر حسب متغیرهای حالت و مشتقاتشان، به صورت تحلیلی محاسبه می‌شوند. آن دسته از متغیرهای حالت که بر حسب آنها و مشتقاتشان، پارامترهای کنترلی محاسبه می‌شوند، تحت عنوان متغیرها یا خروجی‌های هموار^{۱۶} شناخته خواهند شد.

$$U=F(z, \dot{z}, \ddot{z}) \rightarrow z = \text{Flat Output}$$

با توجه به تعریف مدل دینامیک انتقالی در دستگاه اینرسی، متغیرهای طول، عرض و ارتفاع در این دستگاه، قابلیت تعریف به عنوان خروجی هموار را دارا هستند.

حجم قابل ملاحظه‌ای از مراجع، به این مسئله پرداخته‌اند. برای استخراج روش هدایتی شکل‌دهی مسیر، از معادلات حالت با فرض هدف مانوری با شتاب n_T (با مشتق صفر) و نامساوی شوارتز^{۱۲} استفاده شده است. در حقیقت یک مسئله کنترل بهینه با تابع هزینه زیر برای استخراج قانون هدایتی حل شده است [15].

$$y(t_F)=0 \ \& \ \dot{y}(t_F)=\dot{y}_F \rightarrow \text{Minimize} \int_0^{t_F} n_c^2(t) dt \quad (14)$$

$$x(t_F)=\phi(t_F-t)x(t) + \int_0^{t_F} \phi(t_F-\lambda)G(\lambda)u(\lambda) d\lambda \quad (15)$$

در نهایت بعد از انجام عملیات ریاضی، قانون هدایت شکل‌دهی مسیر [15] بصورت زیر خواهد بود.

$$n_c(t) = \frac{6y + 4\dot{y}t_{go} + n_T t_{go}^2 + 2\dot{y}(t_F)t_{go}}{t_{go}^2} \quad (16)$$

در معادله فوق n_c شتاب هدایت، t_{go} زمان باقی‌مانده برای رسیدن به هدف، y فاصله عمودی هدف و رهگیر و \dot{y} سرعت عمودی هدف و رهگیر است. با انجام ساده‌سازی، قانون هدایت بصورت زیر نهایی می‌شود.

$$n_c(t) = 4V_C \dot{\lambda} + \frac{2V_C[\lambda - \lambda_F]}{t_{go}} + n_T \quad (17)$$

بنابراین قانون هدایتی شکل‌دهی مسیر، ضمن نزدیک نمودن وسیله پرنده به هدف با کمترین انرژی، می‌تواند زاویه نهایی خط دید در لحظه برخورد λ_F را نیز که توسط طراح انتخاب می‌شود، ارضا نماید. براین اساس این قانون یکی از مشتقات قانون هدایت تناسبی با ضریب تأثیر ۴ و شامل یک جمله افزایشنده برای شتاب هدف به علاوه یک جمله جهت نزدیک کردن زاویه خط دید واقعی و ایده‌آل در لحظه پایانی پرواز است.

طراحی مسیر بهینه

طراحی مسیر بهینه در قالب برنامه‌ریزی غیرخطی صورت می‌پذیرد. در برنامه‌ریزی غیرخطی با تعیین تعداد محدودی گره‌های زمانی به عنوان متغیرهای بهینه‌سازی $x=[x_1, x_2, \dots, x_n]$ تابع هدف $F(x)$ به‌گونه‌ای محاسبه می‌شود که مجموعه قیود مساوی و نامساوی $x_L \leq x \leq x_U$ ، با توجه به محدوده تغییرات $C_L(x) \leq C(x) \leq C_U(x)$ خدشه‌دار نشوند [11]. در نتیجه این کار، دینامیک پیوسته به گسسته تبدیل می‌شود. همچنین بازه زمانی حل مسئله مطابق با شکل ۱ به تعدادی زیربازه تقسیم شده که مقادیر ابتدایی و انتهایی آنها را گره می‌نامند. متغیرهای حالت و کنترل سیستم در گره‌های زمانی به صورت گسسته تعریف می‌شوند و به ازای مقادیر هر یک از متغیرها در هر گره زمانی، یک متغیر بهینه‌سازی تعریف خواهد شد.

13. Direct Collocation
14. Hermite-Simpson
15. Cubic Polynomials
16. Flat Output

12. Schwartz

در هر گره سر و کار خواهیم داشت. برای محاسبه بردار سرعت و موقعیت در حین فرایند حل کافی است تا از بردار شتاب، انتگرال گیری به عمل آید. با این کار ضمن به همراه داشتن تقریب درجه یک از شتاب، درجه دو از سرعت و درجه سه از موقعیت، تعداد متغیرهای بهینه سازی به طرز قابل توجهی کاهش می یابد.

مسئله بهینه سازی نهایی

مسئله بهینه سازی نهایی شامل قیود و توابع هدفی است که در ادامه معرفی خواهند شد. هدف بهینه سازی طراحی مسیر بهینه، بازگشت به جو، با توجه به قیود مرزی و مسیری دلخواه است. هدف اصلی، رعایت سقف مجاز برای نرخ انتقال حرارت در طول مسیر است. این هدف را می توان به عنوان تابع پناستی تعریف کرد تا حاصل بهینه سازی، مسیری با حداقل \dot{Q} باشد و هم می توان به عنوان قید مسیری تعریف نمود تا مسیر بهینه حاصل شده صرفاً سقف تعیین شده را رعایت نماید. در این جا نوع دوم انتخاب شده، بنابراین تابع هدف برابر با صفر تعیین شده است. لذا اولین نوع از قید مسیری که به صورت قید نامساوی اعمال می شود، رعایت سقف نرخ انتقال حرارت مجاز در طول مسیر است.

$$C_1(Q) = |\dot{Q}| - \dot{Q}_{\max} < 0 \quad (24)$$

دومین و سومین قید مسیری که به صورت قید نامساوی اعمال می شوند، تلاش برای مدیریت محدوده مجاز زوایای آیرودینامیکی هستند.

$$C_2(\alpha) = |\alpha| - \alpha_{\max} < 0 \quad (25)$$

$$C_3(\beta) = |\beta| - \beta_{\max} < 0 \quad (25)$$

برای تطابق پاسخ بهینه بدست آمده با رفتار ذاتی مدل در اختیار برای وسیله بازگشتی، یک قید مساوی شامل برابری ضریب پسای بدست آمده از بهینه سازی CD^* ، با ضریب پسای واقعی بر حسب عدد ماخ، در هر گره هم نشانی اعمال می شود.

$$C_{eq1}(CD) = CD - CD^* \quad (26)$$

این قید به عنوان چهارمین قید مسیری ولی از نوع مساوی در هر گره، جایگزین انتگرال گیری ضمنی شده و منجر به کاهش محاسبات در هر گره می شود. پس از تعریف قیود مسیری نوبت به قیود مرزی می رسد. تنها قید مرزی مربوط به بردار موقعیت در نقطه برخورد است که به صورت قید مساوی اعمال می شود.

$$C_{eq2}(\text{Target Point}) = \vec{R}_{\text{Vehicle}} - \vec{R}_{\text{Target}} \quad (27)$$

مقیاس بندی متغیرهای بهینه سازی

یکی از چالش های همیشگی در اجرای کد بهینه ساز، هم وزن کردن متغیرها، قیود و تابع هدف است. به عنوان مثال در صورتی که قیود

$$\begin{aligned} Z_1 &= r_x \\ Z_2 &= r_y \\ Z_3 &= r_z \end{aligned} \quad (18)$$

از آنجاکه در معادلات مورد استفاده، نرخ تغییر بردار موقعیت دقیقاً برابر با متغیرهای حالت بعدی یعنی بردار سرعت است و این ویژگی در مورد شتاب هم صدق می کند، می توان پس از تعریف خروجی های هموار نسبت به بازتعریف متغیرهای کنترلی از روی آنها اقدام نمود. بر مبنای تئوری همواری دیفرانسیلی می توان معادلات توسعه داده شده را به نحوی نوشت که ضرایب آیرودینامیکی در دستگاه باد، بر حسب تابعی از خروجی های هموار و مشتقات آنها بدست آیند. لذا خواهیم داشت:

$$C_L^*, C_D^*, C_B^* = f(z_1, z_2, z_3, \dot{z}_1, \dot{z}_2, \dot{z}_3, \ddot{z}_1, \ddot{z}_2, \ddot{z}_3) \quad (19)$$

با استفاده از مقادیر بهینه بدست آمده برای ضرایب نیروی برآ، سرش جانبی و درگ که با نمایه * نشان داده شده اند، بر اساس مدل هموار ارائه شده و مدل آیرودینامیکی موجود، می توان زوایای کنترلی بهینه را استخراج نمود.

$$\alpha = f(C_L^*, mach^*) \quad (20)$$

$$\beta = f(C_B^*, mach^*) \quad (21)$$

نرخ انتقال حرارت عموماً تابعی از مکعب اندازه سرعت جسم است. بنابراین در مسئله بهینه سازی حاضر از معادله زیر به عنوان نرخ انتقال حرارت استفاده می شود.

$$\dot{Q} = \rho^* V^{*3} \quad (22)$$

تقریب بهینه خروجی های هموار

از آنجاکه هدف، بهینه سازی براساس روش برنامه ریزی غیرخطی بوده و لازم است تا سابقه زمانی متغیرهای بهینه سازی گسسته شود، گام بعدی در تولید مسیر بهینه، تقریب مناسب خروجی های هموار تعیین شده در مرحله قبل است. این کار توسط منحنی های درجه سه امکان پذیر است. در سایر تحقیقات انجام شده عموماً متغیرهای بردار موقعیت با استفاده از یک منحنی درجه سه تقریب زده شده اند اما با توجه به ماهیت برداری معادلات انتقالی، طبق معادلات زیر از یک روش متفاوت برای تقریب خروجی های هموار استفاده می شود. این روش عبارت است از: تقریب معکوس بردار موقعیت توسط انتگرال گیری از بردار شتاب وسیله در دستگاه اینرسی [1].

$$\begin{aligned} a &= a_0 + a_1 \Delta t \\ V &= \int a dt = a_0 \Delta t + \frac{a_1 \Delta t^2}{2} + C_1 (=V_0) \end{aligned} \quad (23)$$

$$R = \int V dt = \frac{a_0 \Delta t^2}{2} + \frac{a_1 \Delta t^3}{6} + C_1 \Delta t + C_2 (=R_0)$$

طبق معادلات فوق شتاب وسیله در هر بازه هم نشانی توسط یک تابع خطی تقریب زده می شود. لذا فقط با یک متغیر بهینه سازی

ساده‌ترین شیوه تعیین بهره ثابت k ، استفاده از روش تناسبی است، اگرچه از طریق سایر روش‌های کنترلی نیز، قابل دستیابی است. این ضریب تابعی از فرکانس طبیعی سیستم و نسبت میرایی است که با توجه به مشخصات پرنده قابل انتخاب است. براساس معادلات دینامیک وضعیت، بردار گشتاور $[M_X \ M_Y \ M_Z]$ در حلقه درونی متغیرهای کنترلی قرار دارد. با بازنویسی معادلات وارون دینامیک و معادلات دورانی داریم:

$$\begin{bmatrix} \dot{p} \\ \dot{q} \\ \dot{r} \end{bmatrix} = h(x) + g(x) \begin{bmatrix} M_X \\ M_Y \\ M_Z \end{bmatrix} \quad (31)$$

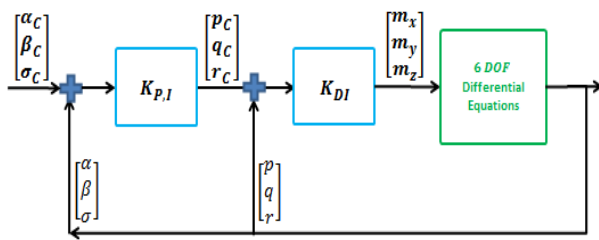
در نتیجه کنترل وارون دینامیک برای حلقه درونی مطابق با زیر خواهد بود:

$$\begin{bmatrix} M_X \\ M_Y \\ M_Z \end{bmatrix} = h(x)^{-1} (v - h(x)) \quad (32)$$

معادلات g و h برابرند با:

$$g = \begin{bmatrix} \frac{1}{I_{xx}} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{I_{yy}} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{I_{zz}} \end{bmatrix}, h = \begin{bmatrix} -\frac{(I_{yy}-I_{zz})}{I_{xx}}qr \\ \frac{(I_{xx}-I_{zz})}{I_{yy}}pr \\ -\frac{(I_{xx}-I_{yy})}{I_{zz}}pq \end{bmatrix} \quad (33)$$

حلقه‌های کنترل وضعیت دورانی با استفاده از بهره‌های ثابت و با در نظر گرفتن تأخیر به میزان ۱۰۰ میلی ثانیه در اجرای گشتاورها تنظیم و به کار برده شده‌اند. بهره کنترلی حلقه داخلی برابر با $k_{pI} = 180$ و بهره‌های کنترلی در حلقه بیرونی برابر با $k_p = 1.75$ و $k_I = 1.7$ هستند.



شکل ۲- بلوک‌دیگرام معماری کنترل وضعیت دورانی

طراحی مسیر بهینه و مقید بر مبنای حدس اولیه هدایت کلاسیک

در این بخش نتایج طراحی مسیر بهینه برای جسم بازگشتی ارائه شده است. بر مبنای آنچه گفته شد، طراحی مسیر بهینه شامل دو فاز حدس اولیه و بهینه‌سازی است. شرایط مرزی ابتدای مسیر، شامل پارامترهای موقعیت و سرعت، مطابق با معادله زیر است.

گونگون مسیری و مرزی و همچنین معیارهای هدف تعیین شده به لحاظ ابعاد و اندازه در یک سطح نباشند، تأثیر بهینه‌سازی روی بزرگترین مقدار از میان آن‌ها بیشتر بوده و سایر پارامترها که اندازه کوچکتری دارند، مورد توجه قرار نگرفته و در پاسخ بهینه نهایی، نقشی نخواهند داشت. لذا تلاش می‌شود تا پارامترهای بهینه‌سازی با یکدیگر هم وزن و هم اندازه باشند، به این ترتیب که قبل از ورود مسئله به فرایند حل، کلیه متغیرهای بهینه‌سازی، قیود و توابع هدف مقیاس‌بندی می‌شوند. در نتیجه از مقیاس واقعی به یک مقیاس استاندارد وارد شده، سپس فرایند بهینه‌سازی روی آن‌ها انجام می‌شود. پس از اتمام بهینه‌سازی مجدداً داده‌ها از مقیاس مرجع به مقیاس واقعی برگردانده خواهند شد. این کار ضمن جلوگیری از بروز خطا در وزن دهی متغیرها، منجر به افزایش دقت و سرعت بهینه‌سازی می‌شود. در تحقیق حاضر اندازه کلیه متغیرهای بهینه‌سازی با استفاده از تبدیل خطی به بازه $[-0.5 \ 0.5]$ منتقل و مقیاس می‌شود. برای متغیرهایی که دارای بخش منفی نیستند بازه مقیاس‌بندی برابر با $[0 \ 0.5]$ است.

معماری سیستم کنترل وضعیت

با توجه به بلوک‌دیگرام شکل ۲، می‌توان کنترل وضعیت را در دو حلقه پیاده نمود. حلقه اول و بیرونی دارای ماهیت دینامیکی آهسته و شامل بردار زوایای آیرودینامیکی $[\alpha \ \beta \ \sigma]$ است. حلقه دوم و درونی دارای ماهیت دینامیکی سریع، شامل بردار متغیرهای نرخ گردش در دستگاه بدنی $[p \ q \ r]$ است. برای کنترل زوایای آیرودینامیکی در حلقه بیرونی از یک کنترل‌کننده ساده تناسبی-انتگرال‌گیر و برای حلقه درونی از کنترل‌کننده وارون دینامیک استفاده شده است. این روش بر مبنای استخراج سیگنال کنترلی برحسب دینامیک غیرخطی و خطی‌سازی رابطه ورودی - خروجی استوار است [17]. چرا که با اعمال سیگنال کنترلی غیرخطی، در عمل ترم‌های غیرخطی سیستم با یکدیگر ساده می‌شوند. با در نظر گرفتن معادلات سیستم به صورت $\begin{cases} \dot{X} = f(x, u) \\ Y = Cx \end{cases}$ ، Y برابر با خروجی سیستم، ماتریس C نشان‌دهنده متغیرهای تحت کنترل است. در کنترل‌کننده وارون دینامیک، آنقدر از معادله خروجی سیستم، مشتق‌گیری می‌شود تا ترم u در آن ظاهر شود.

$$y^{(d)} = h(x) + g(x)U \quad (28)$$

با توجه به معادله فوق می‌توان سیگنال کنترلی را برحسب

وارون دینامیک بازنویسی نمود.

$$U = g(x)^{-1} [y^{(d)} - h(x)] \quad (29)$$

در این جا $v = y^{(d)}$ برابر با دینامیک مطلوب سیستم

حلقه‌بسته است.

$$v = \dot{X} = k(X_{Com} - X) \quad (30)$$

در سناریوهای سوم و چهارم وظیفه بهینه‌ساز تولید سیگنال بهینه با توجه به قید مسیری نرخ انتقال حرارت به میزان ۲۰٪ کمتر از مقدار غیربهینه در مسیر بدون هدایت و کنترل است. این دو مرحله نیز مانند قبل با دو حدس اولیه با هدایت شکل‌دهی مسیر و بدون آن صورت می‌پذیرد. هدف از این آزمون‌ها نشان دادن این واقعیت است که استفاده از حدس اولیه‌ای که زاویه برخورد مورد انتظار را فراهم نموده، فرآیند بهینه‌سازی را از اعمال قید مرزی زاویه برخورد بی‌نیاز می‌سازد، ضمن اینکه تعداد تکرار کمتر و در نتیجه زمان کمتری صرف همگرایی بهینه‌ساز خواهد شد. یکی از ویژگی‌های استفاده از هدایت شکل‌دهی مسیر در کنار فرآیند بهینه‌سازی، دستیابی سریع به قابلیت‌های واقعی پرنده و مقادیر امکان‌پذیر برای قیود مورد نظر است. در حین بهینه‌سازی، مسئله گسسته شده و کل سابقه زمانی بازگشت به جو به ۸۰ نقطه تقسیم می‌شود. در فرآیند صحه‌گذاری، زوایای آپرودینامیکی بهینه، مجدداً در شبیه‌سازی شش‌درجه آزادی به کار رفته و در هر گام انتگرال‌گیری با استفاده از منحنی درجه سه میان‌یابی می‌شوند. سپس از طریق سیستم کنترل وضعیت دورانی گشتاورهای مورد نیاز تولید می‌شود. برای حل مسائل بهینه‌سازی برنامه‌ریزی غیرخطی توابع گوناگونی توسعه یافته است که یکی از آنها تابع $fmincon$ در نرم افزار مطلب است. این تابع قادر به حل مسائل بهینه‌سازی در فرمت برنامه‌ریزی غیرخطی است. برای بهینه‌سازی با استفاده از تابع فوق از الگوریتم نقطه‌درونی^{۱۷} استفاده شده که دارای قابلیت پردازش گرادینت توابع و قیود در فرمت ttk ^{۱۸} است. این قابلیت علاوه بر ایجاد امکان حل مسائل با ابعاد زیاد، باعث همگرایی سریع‌تر بهینه‌ساز به پاسخ نهایی نسبت به سایر حل‌گرها خواهد شد. دقت همگرایی در زیرتابع OptimSet برابر با 0.00001 در نظر گرفته شده است. آزمون‌های فوق روی یک سیستم با پردازنده ۲/۶ گیگاهرتز و حافظه داخلی ۶ گیگابایت اجرا شده است.

تحلیل نتایج

نتایج شبیه‌سازی هدایت بهینه بر مبنای حدس اولیه هدایت شکل‌دهی مسیر و سپس بهینه‌سازی غیرخطی، به ازای چهار سناریوی فوق در جدول ۲ ارائه شده است. با توجه به دینامیک سیستم، زاویه و سرعت برخورد در مسیر بدون هدایت و کنترل برابر با $45/7$ درجه و $562/4$ متر بر ثانیه است که با استفاده از روش هدایت شکل‌دهی مسیر برای ماموریت فوق تا $66/1$ درجه و $616/8$ متر بر ثانیه قابل افزایش است. همچنین نرخ انتقال حرارت در مسیر بدون هدایت برابر با 1.44×10^9 است که بر اثر به‌کارگیری زوایای

$$\left\{ \begin{array}{l} h_0=30 \text{ Km} \\ \delta_0=35 \text{ deg} \\ \lambda_0=51 \text{ deg} \\ V_0=1900 \frac{\text{m}}{\text{s}} \\ \gamma_0=35 \text{ deg} \\ \psi_0=90 \text{ deg} \end{array} \right. \quad (34)$$

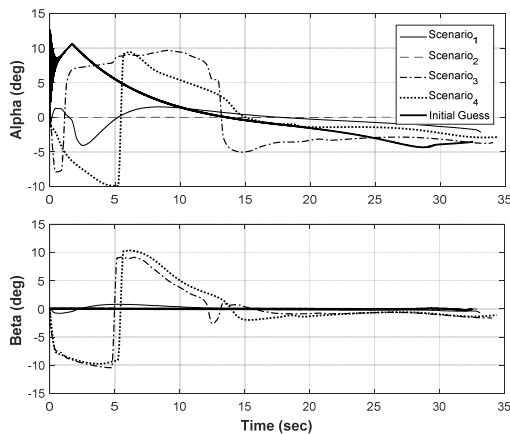
شرایط مرزی انتهایی از طریق شبیه‌سازی معادلات دیفرانسیل (۱) با زوایای آپرودینامیکی صفر درجه بدست می‌آید. پس از تعیین شرایط مرزی، مسئله بهینه‌سازی بر اساس معادلات (۱۸) الی (۲۷) تشکیل شده و حدس اولیه با استفاده از روش هدایت شکل‌دهی مسیر و در قالب شبیه‌سازی شش‌درجه آزادی، اجرا می‌شود. هدف از اجرای فاز حدس اولیه، دستیابی به یک مسیر بهینه با در نظر گرفتن قیود پایانی حداقل خطای برخورد و حداکثر زاویه برخورد است. با توجه به دینامیک سیستم، عموماً افزایش زاویه برخورد تا سقفی مشخص، منجر به افزایش سرعت نیز خواهد شد. پس از اجرای حدس اولیه، شتاب بدست آمده در دستگاه اینرسی، در تابع راه‌انداز بهینه‌ساز به عنوان حدس اولیه استفاده می‌شود. بهینه‌ساز در قالب دینامیک سه‌درجه آزادی انتقالی و با کمک تئوری همواری دیفرانسیلی، مسیر بهینه برای رسیدن به هدف مورد نظر را با عنایت به قیود مرزی و مسیری ارائه می‌دهد.

برای بررسی نحوه تأثیر استفاده از حدس اولیه هدایت کلاسیک بر عملکرد بهینه‌ساز، چهار سناریو مدنظر است. در سناریوی اول فرآیند بهینه‌سازی همراه با حدس اولیه هدایت شکل‌دهی مسیر اما بدون اعمال قید مسیری نرخ انتقال حرارت انجام می‌شود. در چنین شرایطی انتظار می‌رود، خروجی بهینه‌ساز، انعکاس عملکرد هدایت شکل‌دهی مسیر باشد. چراکه همان‌طور که اشاره شد، روش برنامه‌ریزی غیرخطی، بسیار وابسته به حدس اولیه است. در سناریوی دوم، بهینه‌سازی مانند مرحله قبل ولی با استفاده از حدس اولیه بدون هدایت انجام می‌پذیرد.

جدول ۱- سناریوهای ارزیابی عملکرد بهینه‌ساز بر مبنای حدس اولیه

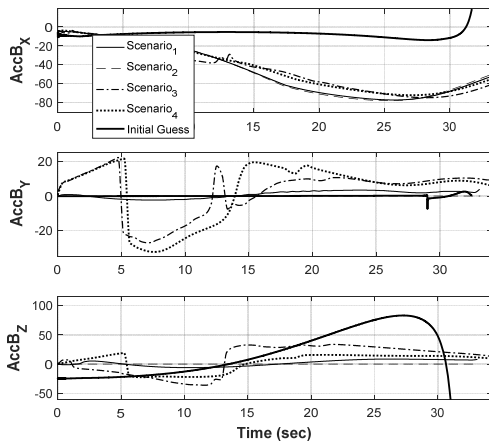
ردیف	حدس اولیه	قیود
۱.	هدایت شکل‌دهی مسیر	$C(\alpha, \beta)$ $C_{eq}(CD, Target Point)$
۲.	بدون هدایت	$C(\alpha, \beta)$ $C_{eq}(CD, Target Point)$
۳.	هدایت شکل‌دهی مسیر	$C(\alpha, \beta, \dot{Q})$ $C_{eq}(CD, Target Point)$
۴.	بدون هدایت	$C(\alpha, \beta, \dot{Q})$ $C_{eq}(CD, Target Point)$

برای سرعت و زاویه برخورد و همچنین قید مسیری برای نرخ انتقال حرارت و سپس اجرای بهینه‌سازی با حدس اولیه بدون هدایت و کنترل، بهینه‌ساز در محدوده دقت مورد انتظار، پاسخ امکان‌پذیر ارائه نمی‌دهد. بردار شتاب در دستگاه بدنی و حاصل از شبیه‌سازی شش درجه آزادی، در شکل ۴ نمایش داده شده است. شکل ۵ نشان‌دهنده تاریخچه تغییرات زوایای مسیر پرواز و سمت، و شکل ۶ نشان‌دهنده تغییرات نرخ انتقال حرارت است. با توجه به نتایج بهینه‌سازی در سناریوی سوم، عملکرد بهینه‌ساز در کاهش نرخ انتقال حرارت تا سقف تعیین شده، مشهود است.



شکل ۳- تغییرات زوایای آیرودینامیکی بهینه

در شکل‌های ۷ و ۸ به ترتیب تغییرات بردار سرعت در دستگاه افق محلی و بردار موقعیت در دستگاه جغرافیایی نمایش داده شده که در آنها تغییرات مسیر در سناریوهای سوم و چهارم به دلیل اعمال تلاش کنترلی برای رعایت سقف تعیین شده برای نرخ انتقال حرارت مشخص است. میزان خطای برخورد به ازای چهار سناریوی مورد ارزیابی کمتر از یک متر بعد از بهینه‌سازی و در حالت پیوسته شاهد مقادیری خطا باشیم.



شکل ۴- تغییرات بردار شتاب بهینه در دستگاه بدنی

آیرودینامیکی توسط هدایت شکل‌دهی، به 1.33×10^9 کاهش می‌یابد. پارامترهای V_F ، γ_F و $\text{Max}(\dot{Q})$ در جدول ۲ به ترتیب زاویه و سرعت برخورد در پایان مسیر و حداکثر نرخ انتقال حرارت در طول مسیر در شبیه‌سازی شش درجه آزادی هستند. همچنین It و t به ترتیب مربوط به تعداد تکرار مورد نیاز برای همگرایی به پاسخ بهینه و مدت زمان کل بهینه‌سازی شامل اجرای حدس اولیه به علاوه مدت زمان لازم برای همگرایی هستند.

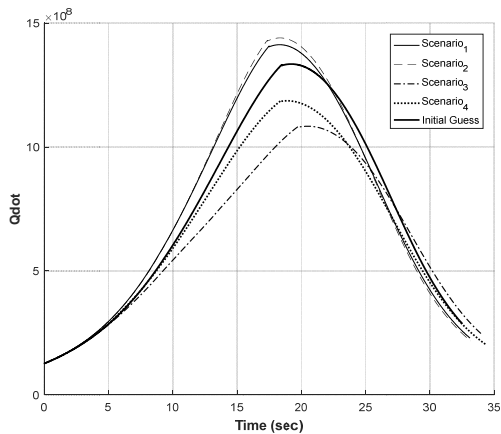
جدول ۲- نتایج هدایت بهینه بر مبنای حدس اولیه هدایت شکل‌دهی مسیر

سناریو	γ_F (deg)	V_F ($\frac{m}{s}$)	تعداد تکرار	مدت زمان (ثانیه)	$\text{Max}(\dot{Q}) \times 10^9$
اول	۵۱	۵۷۲	۱۳	۱۱۹	$1/412 \times 10^9$
دوم	۴۵	۵۶۲	۲	۹۴/۵	$1/44 \times 10^9$
سوم	۶۷	۵۸۴	۲۳	۱۶۶	$1/08 \times 10^9$
چهارم	۵۷	۵۴۸	۱۴	۱۲۳	$1/18 \times 10^9$

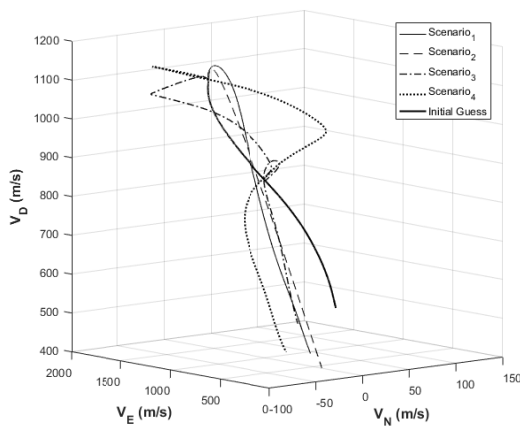
شکل‌های ۳ الی ۸ نشان‌دهنده سابقه تغییرات پارامترهای اصلی و خروجی‌های شبیه‌سازی شش درجه آزادی به ازای چهار سناریوی مندرج در جدول ۱ به علاوه حدس اولیه هدایت شکل‌دهی، هستند.

با توجه به نتایج ارائه شده، مشاهده می‌شود که در سناریوی اول، نتیجه بهینه‌سازی، انعکاس عملکرد حدس اولیه است. چرا که علیرغم نبود قید پایانی زاویه مسیر پرواز در فرآیند بهینه‌سازی، به دلیل وجود حدس اولیه مناسب، زاویه و سرعت برخورد بیش از مقدار مربوط به مسیر بدون هدایت است. با توجه به شکل ۳ نیز تغییرات زوایای حاصل از حدس اولیه و بهینه‌سازی در این سناریو تقریباً مشابه است. در سناریوی دوم، حدس اولیه حاصل از شبیه‌سازی بدون هدایت مسیر بازگشت بوده و لذا بهینه‌ساز در غیاب قید مسیری نرخ انتقال حرارت و متأثر از حدس اولیه، فقط در دو تکرار همگرایی به قید موقعیت برخورد را حاصل نموده است.

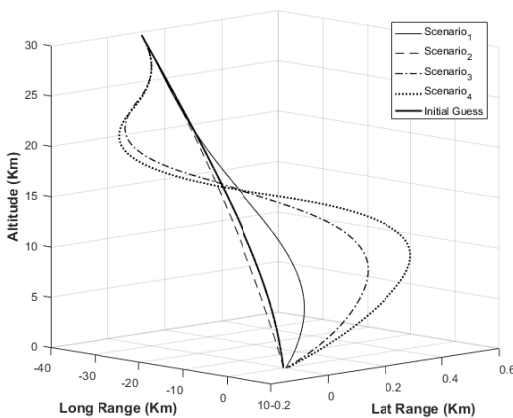
در سناریوی سوم از حدس اولیه هدایت شکل‌دهی مسیر استفاده شده است. در این‌جا حداکثر نرخ انتقال حرارت در طول مسیر بر اساس انتظار کاهش یافته و سرعت و زاویه برخورد برخلاف سناریوی چهارم، مقادیر بیشتری را اختیار نموده‌اند. با توجه به نتایج فوق، عملکرد مثبت حدس اولیه بر مبنای هدایت شکل‌دهی مسیر در افزایش بازدهی بهینه‌ساز، مشهود است. با استفاده از این روش، می‌توان میزان درگیری بهینه‌ساز با قیود سرعت و زاویه پایانی را کاهش داده و سایر قیود مانند نرخ انتقال حرارت را با سرعت بیشتری، همگرا نمود. نکته حائز اهمیت دیگری که از نتایج بدست می‌آید، مزیت آزاد گذاشتن زاویه برخورد در فرآیند بهینه‌سازی است. این کار منجر به استفاده حداکثری از بردار شتاب ناشی از حدس اولیه شده است. در صورت اعمال نتایج سناریوی سوم به عنوان قیود مرزی



شکل ۶- تغییرات نرخ انتقال حرارت



شکل ۷- تغییرات بردار سرعت در فضای سه بعدی



شکل ۸- تغییرات بردار موقعیت در فضای سه بعدی

نتیجه گیری

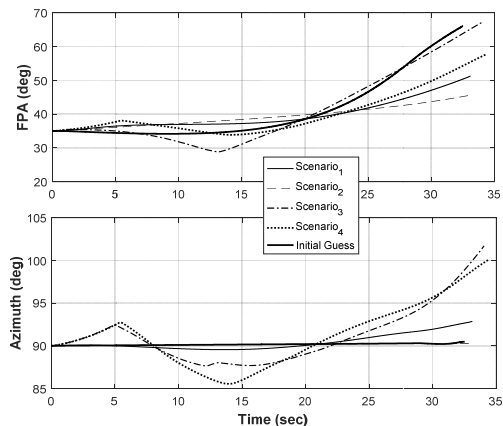
در تحقیق حاضر، بهینه سازی مسیر بازگشت به جو، با در نظر گرفتن قیود مرزی و مسیری، با استفاده از مزیت های حاصل از به کارگیری

تعداد گره ها در حین بهینه سازی، دقت میان یابی سیگنال گسسته و میزان تأخیر کنترل کننده وضعیت، در کیفیت صحنه گذاری و خطای پایانی مؤثر هستند. برای بررسی اثرات فوق، فرآیند بهینه سازی و صحنه گذاری سناریوی سوم مجدداً بررسی شده و نتایج در جدول ۳ ارائه شده است. در این جدول نتایج شبیه سازی سه درجه آزادی نیز جهت مشاهده اثر شبیه سازی بدون وجود سیستم کنترل وضعیت و تأخیر ناشی از آن، ارائه شده است.

جدول ۳- نتایج بررسی اثر پارامترهای مؤثر بر خطای برخورد

خطای برخورد بعد از صحنه گذاری (متر)		عملکرد بهینه ساز		
شبیه سازی شش درجه آزادی	شبیه سازی سه درجه آزادی	مدت زمان (ثانیه)	تعداد تکرار	تعداد گره
۸۷	۶/۹	۱۶۶	۲۳	۸۰
۹۰	۴/۹	۱۸۵	۱۷	۱۰۰
۹۲	۴/۵	۲۲۶	۱۵	۱۲۰

با توجه به نتایج جدول ۳، مشاهده می شود که با افزایش تعداد گره های بهینه سازی، خطای برخورد در فرآیند صحنه گذاری سه درجه آزادی، بهبود یافته است که نشان دهنده صحت عملکرد بهینه ساز است. مقایسه خطای نهایی در شبیه سازی شش درجه آزادی نشان می دهد، افزایش نقاط گسسته در بهینه ساز، لزوماً به نفع خطای برخورد نیست. این موضوع می تواند ناشی از عملکرد کنترل وضعیت در تعامل با مدل آیرودینامیکی و برخی پارامترهای پروازی باشد و برای هر نمونه جدید باید مجدداً بررسی انجام شود. نتایج شبیه سازی شش درجه آزادی همچنین نشان می دهد کنترل وضعیت طراحی شده به طور میانگین منجر به ۸۴ متر خطا در حین فرآیند صحنه گذاری شده است. با توجه به نتایج فوق می توان بسته به مدل وسیله بازگشتی، نوع مأموریت و دقت مورد انتظار، بین تعداد گره ها، زمان حل و دقت نهایی، مصالحه به عمل آورد.



شکل ۹- تغییرات زاویه سمت و مسیر پرواز

- [4] Wenbin Yu, Wanchun Chen, "Trajectory-Shaping Guidance with final speed and load factor constraints," *ISA Transactions the journal of automation*, vol. 56, 2014, <https://doi.org/10.1016/j.isatra.2014.11.017>.
- [5] N. Cho, Y. Kim, H.-S. Shin and A. Tsourdos, "Trajectory Shaping Guidance Law Based on Downrange-to-Go Polynomial," in *Advances in Aerospace Guidance, Navigation and Control*, pp. 551-569, 2018,
- [6] S. He, C.-H. Lee, H.-S. Shin and A. Tsourdos, "Optimal Trajectory Shaping Guidance Law with Seeker's Field-of-View Constraint," in *Optimal Guidance and Its Applications in Missiles and UAVs*, Springer Aerospace Technology, pp. 41-63, 2020, https://doi.org/10.1007/978-3-030-47348-8_3
- [7] C.-L. Lin and Y.-Y. Chen, "Design of Fuzzy Logic Guidance Law Against High-Speed Target," *AIAA Journal of Guidance Control & Dynamics*, vol. 23, no. 1, 2000, <https://doi.org/10.2514/2.4515>.
- [8] A. Ratnoo, S. Y. Hayoun, A. Granot and T. Shima, "Path Following using Trajectory Shaping Guidance," in *AIAA Guidance, Navigation, and Control (GNC) Conference*, 2013, <https://doi.org/10.2514/1.G000300>.
- [9] J. A. Lukacs and O. A. Yakimenko, "Trajectory-Shape-Varying Missile Guidance for Interception of Ballistic Missiles during the Boost Phase," in *AIAA Guidance, Navigation and Control Conference and Exhibit*, Hilton Head, South Carolina, August 2007, <https://doi.org/10.2514/6.2007-6538>.
- [10] M. Poustini, R. Esmailzadeh and A. Adami, "A new approach to trajectory optimization based on direct transcription and differential flatness," *Acta Astronautica*, vol. 107, pp. 1-13, 2015, <https://doi.org/10.1016/j.actaastro.2014.10.018>.
- [11] J. T. Betts, *Practical Methods for Optimal Control and Estimating Using Nonlinear Programming*, 2nd-ed, Philadelphia: Society of Industrial and Applied Mathematics, 2010.
- [12] R. Jamilnia, "Terrain following and avoidance in minimum time based on differential flatness," *Journal of Aerospace Technology*, vol. 8, no. 2, pp. 179-192, 1398 (In Persian).
- [13] A. Tewari, *Atmospheric & Space Flight Dynamics Modeling & Simulation with MATLAB & Simulink*, Birkhäuser, Boston, 2007.
- [14] P. H. Zipfel, *Modeling and Simulation of Aerospace Vehicle Dynamics*, Virginia: AIAA Education Series, 2007, <https://doi.org/10.2514/5.9781624102509.0000.0000>
- [15] P. Zarchan, *Tactical and Strategic Missile Guidance*, Massachusetts: American Institute of Aeronautics and Astronautics (AIAA), 2012.
- [16] B. A. Conway, *Spacecraft Trajectory Optimization*, New York: Cambridge University Press, 2010.
- [17] H. Torabi Delshad, S. H. Sadati and B. Soltan Mohammad, "Design of Missile Control System Using Dynamic Inversion And Neural Network," *Mechanical Engineering Sharif*, vol. 3, no. 1, pp. 3-10, 2014 (in Persian).

حداکثر اولیه بر مبنای هدایت کلاسیک و به کارگیری تئوری همواری دیفرانسیلی انجام شده است. روش برنامه‌ریزی غیرخطی با توجه به ماهیت حل عددی و حساسیت نسبت به حدس اولیه، عموماً پاسخ محلی در همسایگی بردار حدس اولیه را ارائه می‌دهد. کوچک‌سازی مسئله بهینه‌سازی از طریق انتقال قید مرزی زاویه برخورد به فاز حدس اولیه و تأمین آن در قالب روش هدایت شکل‌دهی مسیر حاصل می‌شود. همچنین تئوری همواری دیفرانسیلی از طریق کاهش ابعاد مسئله و نوشتن پارامترهای کنترلی بر حسب متغیرهای حالت سیستم و مشتقاتشان، مسئله بهینه‌سازی را به لحاظ ابعاد و تعداد متغیرهای بهینه‌سازی کاهش می‌دهد. در نهایت تنها قیود پیاده‌سازی شده در مسئله بهینه‌سازی قید مرزی فاصله برخورد تا هدف و قید مسیری نرخ انتقال حرارت است. مزیت استفاده از هدایت شکل‌دهی مسیر به عنوان حدس اولیه با توجه به جدول نتایج، مشهود بوده و بهینه‌ساز توانسته است ضمن انعکاس عملکرد حدس اولیه در اعمال قیود مرزی، قید مسیری نرخ انتقال حرارت را به خوبی و در تعداد تکرار قابل قبول اجرایی نماید. از این موضوع می‌توان در تحقیقات آتی که هدف، طراحی مسیر بهینه و هم‌زمان است به عنوان یک ایده برای کاهش بار محاسباتی استفاده کرد. قابلیت اطمینان نتایج بهینه‌سازی از طریق شبیه‌سازی شش‌درجه آزادی همراه با بررسی اثرات ناشی از گسسته‌سازی و تأخیر سیستم کنترل، صحت‌گذاری شده است.

تعارض منافع

هیچگونه تعارض منافی توسط نویسندگان بیان نشده است.

مراجع

- [1] M. J. Poustini, "Re-Entry Trajectory Optimization by Use of Direct Method," Maleke-Ashtar University of Technology, Tehran, 2013, (in Persian).
- [2] S. H. Jalali-Naini and A. Arabian Arani, "Proportional Navigation Guidance with Variable Navigation Ratio in terms of the angle of relative velocity with respect to Line-of-Sight and its Rate," *Journal of Space Science & Technology*, vol. 3, no. 2, pp. 1-12, 1399, (in Persian) <https://doi.org/10.30699/jsst.2020.1180>.
- [3] Y. Raj Sharma and A. Ratnoo, "A bearings-only trajectory shaping guidance law with look angle constraint," *IEEE Transactions on aerospace and electronic system*, vol. 55, no. 6, pp. 3303-3315, 2019, DOI: [10.1109/TAES.2019.2906090](https://doi.org/10.1109/TAES.2019.2906090).