

Parametric Study of Aeroelastic Instability Boundaries of Space Launch Vehicle in Subsonic Flow

Armin Azodi¹, Meysam Mohammadi Amin^{2*} and Saeed Mahmoodkhani³

1. M.Sc., Aerospace Research Institute, Ministry of Science, Research and Technology, Tehran, Iran

2. Assistant Professor, Aerospace Research Institute, Ministry of Science, Research and Technology, Tehran, Iran

3. Assistant Professor, Department of New Technologies and Aerospace Engineering, Shahid Beheshti University, Tehran, Iran

*Corresponding Author's E-mail: mmohammadi@ari.ac.ir

Abstract

In the present work, the frequency-domain aeroelastic stability analysis of space launch vehicle body in the flight condition of initial launch phase is presented for a range of geometric parameters, structural characteristics, and other parameters such as thrust force. The aeroelastic model is derived using structural assumed modes and quasi-steady aerodynamics. The pressure distribution of subsonic flow on the 3D configuration is determined by boundary element method. Non-uniform Euler-Bernoulli beam including torsion spring junctions along the body with free-free ends is used to model the structure, and its modal analysis is performed by finite difference method. Concluded results illustrate variation in parameters not only could vary the aeroelastic instability boundary, but also might cause the instability type changed (from divergence to flutter), which its main reason is replacement the second instability of the aeroelastic system with the first one. Furthermore, it is demonstrated that the follower thrust force restricts the aeroelastic stability, but maintains the instability type.

Keywords: Aeroelastic instability, Beam model, Follower force, Space launch vehicle, Subsonic aerodynamics



COPYRIGHTS

© 2022 by the authors. Published by Aerospace Research Institute. This article is an open access article distributed under the terms and conditions of [the Creative Commons Attribution 4.0 International \(CC BY 4.0\)](https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/).

How to cite this article:

A. Azodi, M. Mohammadi Amin and S. Mahmoodkhani, "Parametric Study of Aeroelastic Instability Boundaries of Space Launch Vehicle in Subsonic Flow," *Journal of Space Science and Technology*, Vol. 15, No. 3, pp. 49-66, 2022 (in Persian), <https://doi.org/10.30699/jsst.2021.1343>.

مطالعه پارامتریک مرزهای ناپایداری آیروالاستیک مدل حامل فضایی در جریان مادون صوت

آرمین عضدی^۱، میثم محمدی امین^{۲*} و سعید محمودخانی^۳

۱- ۲- پژوهشگاه هوافضا، وزارت علوم، تحقیقات و فناوری، تهران، ایران

۳- دانشکده فناوری‌های نوین و هوافضا، دانشگاه شهید بهشتی، تهران، ایران

* ایمیل نویسنده مخاطب: mmohammadi@ari.ac.ir

چکیده

در این مقاله، تحلیل حوزه فرکانس پایداری آیروالاستیک بدنه حامل فضایی در شرایط پرواز ابتدای پرتاب روی طیف وسیعی از پارامترهای هندسی، مشخصه‌های سازه‌ای و سایر پارامترها نظیر نیروی پیشران صورت گرفته است. مدل آیروالاستیک با در نظر گرفتن مودهای فرضی و آیرودینامیک شبه‌پایا ایجاد گردیده است. توزیع فشار جریان مادون صوت روی جسم سه‌بعدی توسط روش اجزای مرزی محاسبه شده است. مدل سازه تیر اولیور- برنولی غیریکنواخت با اتصالات داخلی فنر پیچشی و شرایط مرزی دوسر-آزاد است که تحلیل مودال آن به روش تفاضل محدود صورت گرفته است. نتایج حاصل نشان می‌دهند تغییر در اندازه پارامترهای هندسی و سازه‌ای، ضمن آنکه موجب جابجایی مرز ناپایداری آیروالاستیک می‌شود، ممکن است نوع ناپایداری را نیز تغییر دهد (از واگرایی به فلاتر) که علت اصلی آن، جابجایی اولین و دومین ناپایداری سیستم آیروالاستیک با یکدیگر است. علاوه بر آن، نشان داده شد نیروی دنبال کننده پیشران پایداری آیروالاستیک را محدودتر می‌نماید، اما نوع ناپایداری سیستم را تغییر نمی‌دهد.

واژه‌های کلیدی: آیرودینامیک مادون صوت، حامل فضایی، مدل تیر، ناپایداری آیروالاستیک، نیروی دنبال کننده

علائم و اختصارات	معرّف
m	جرم حامل
l	طول حامل
I	مان اینرسی جرمی حامل نسبت به مرکز جرم
EI_S	صلابت خمشی حامل در امتداد طولی
Δ_z	جابجایی‌های الاستیک عرضی سازه
q_i	مختصه تعمیم یافته مود خمشی i ام سازه
φ_i	شکل مود طبیعی نرمال شده مود خمشی i ام سازه
ω_i	فرکانس طبیعی مود خمشی i ام سازه
ξ	ضریب میرایی بحرانی مود خمشی سازه
T	نیروی دنبال کننده پیشران
\bar{N}	توزیع نیروی آیرودینامیکی بدنه حامل در امتداد عمود بر راستای طولی حامل
KE	انرژی جنبشی سیستم آیروالاستیک
PE	انرژی پتانسیل سیستم آیروالاستیک
DE	انرژی اتلافی سیستم آیروالاستیک
δW	کار مجازی نیروهای خارجی
X	مختصه حرکت صلب‌گونه انتقالی حامل در راستای طولی
Z	مختصه حرکت صلب‌گونه انتقالی حامل در راستای عرضی
θ	مختصه حرکت صلب‌گونه دورانی حامل حول مرکز جرم
U	نرخ حرکت صلب‌گونه انتقالی حامل در راستای طولی
W	نرخ حرکت صلب‌گونه انتقالی حامل در راستای عرضی
Q	نرخ حرکت صلب‌گونه دورانی حامل حول مرکز جرم
μ	توزیع جرم در واحد طول حامل

n	نازل انتهایی حامل
F	موقعیت بالک
G	نیروی گرانشی
T	نیروی پیشرانش
A	نیروی آیرودینامیکی
B	بدنه حامل
ref	مقدار مرجع
∞	جریان آزاد
*	جریان اغتشاشی
α	مشتق مرتبه اول نسبت به زاویه حمله

N_F	نیروی آیرودینامیکی بالک‌های موقعیت F در امتداد عمود بر راستای طولی حامل
$\bar{C}_{N\alpha}$	شیب ضریب توزیع نیروی آیرودینامیکی بدنه حامل در امتداد عمود بر راستای طولی حامل
$C_{N\alpha F}$	شیب ضریب نیروی آیرودینامیکی بالک‌های موقعیت F در امتداد عمود بر راستای طولی حامل
α	زاویه حمله ظاهری
q_∞	فشار دینامیکی جریان آزاد
ρ_∞	چگالی هوای جریان آزاد
S_{ref}	سطح مرجع برای محاسبه بارهای آیرودینامیکی
σ_a	میرایی سیستم آیرولاستیک
ω_a	فرکانس سیستم آیرولاستیک
x	مختصه طولی هر نقطه از تیر، نسبت به مرکز جرم
t	مختصه زمانی
Φ	تابع پتانسیل سرعت میدان جریان سیال
$\bar{\mu}$	المان دوقطبی
$\bar{\sigma}$	المان چشمه
C_{p0}	ضریب توزیع فشار جریان تراکم‌ناپذیر روی بدنه حامل
C_p	ضریب توزیع فشار جریان تراکم‌پذیر روی بدنه حامل
U_∞	سرعت جریان آزاد در راستای x
V_∞	سرعت جریان آزاد در راستای y
W_∞	سرعت جریان آزاد در راستای z
M_∞	عدد ماخ جریان آزاد
T_B	انرژی جنبشی تیر
V_B	انرژی کرنشی تیر
L_B	تابع لاگرانژین تیر
w	خیز عرضی تیر
K_t	سختی فنر پیچشی

مقدمه

حامل‌های فضایی^۴ عمدتاً دارای نسبت طول به قطر زیاد^۵ بوده و اجسامی انعطاف‌پذیر^۶ با فرکانس‌های طبیعی کم محسوب می‌شوند، به همین دلیل نیروهای آیرودینامیکی می‌توانند باعث جابجایی‌های الاستیک غیر قابل چشم‌پوشی در سازه شوند که بر اثر آن، توزیع بارهای آیرودینامیکی روی جسم نیز دستخوش تغییر می‌شود [1]. معمولاً در فاز طراحی مقدماتی بدنه حامل‌های فضایی از انعطاف‌پذیری جسم صرف‌نظر شده و اثر جابجایی‌های الاستیک^۷ جسم در معادلات دینامیک پرواز لحاظ نمی‌گردد و بدین ترتیب، بین نمونه‌های ایجاد شده در فاز طراحی مقدماتی و نمونه نهایی عمدتاً اختلاف قابل توجهی به‌وجود می‌آید. از این‌رو، تحلیل آیرولاستیک این نوع پیکربندی بخش مهمی از فرآیند طراحی و تحلیل حامل‌های فضایی است. پارامترهای مختلفی بر رفتار آیرولاستیک بدنه حامل فضایی تأثیرگذار هستند که تحلیل دقیق اثرات آیرولاستیسیته به‌ویژه در مراحل اولیه پرتاب اهمیت بالایی دارد.

در ۲۰۰۲ اوشیما و سوگیاما [2] ناپایداری دینامیکی پرتابگرهای بلند و باریک را در حضور بارهای آیرودینامیکی و نیروی پیشران بررسی کردند که مدل سازه‌ای یک تیر دو-سر-آزاد^۸ تحت نیروی پیشران دنبال‌کننده^۹ است و برای مدل آیرودینامیکی، دو فرضیه در نظر گرفته شده است؛ در فرضیه اول دو نیروی آیرودینامیکی متمرکز در دماغه و انتهای جسم اعمال می‌شود و در فرضیه دوم بار گسترده آیرودینامیکی روی بدنه منعطف لحاظ می‌شود که از تخمین اجسام باریک به‌دست می‌آید. آنها نشان دادند پیشرانش فلاتر^{۱۰} در حضور نیروهای آیرودینامیکی نسبت به زمانی که تنها نیروی دنبال‌کننده پیشران وجود دارد، در حالت اول تا ۱۰ درصد و در حالت دوم تا ۷۰ درصد کاهش می‌یابد. پورتاکدوست و اسدیان [3] در ۲۰۰۴ با در نظر گرفتن یک پرتابگر انعطاف‌پذیر کنترل شده به‌عنوان تیر غیریکنواخت تحت نیروی

بالانویس‌ها

'	مشتق مرتبه اول نسبت به x
"	مشتق مرتبه دوم نسبت به x
.	مشتق مرتبه اول نسبت به t
..	مشتق مرتبه دوم نسبت به t
*	پارامتر بی‌بعد شده

پایین‌نویس‌ها

a	سیستم آیرولاستیک
i	شماره مود خمشی سازه

8. Free-Free- End Beam
9. Follower Thrust Froce
10. Fliluter Trust

4. Space Lunch Vehicles
5. Slender Body
6. Flixible Body
7. Elastic Displacment

را با استفاده از مدل‌سازی سطوح پاسخ^{۱۶} توسط توابع متعامد چندمتغیره کلی، تخمین زدند که در این راستا، پس از تولید یک پایگاه داده توسط کد CFD، توابع چندمتغیره چندجمله‌ای تولید شده را با استفاده از روش گرام-شمیت اصلاح شده^{۱۷} متعامد کردند و نشان دادند که برای نمونه نوع A الیادا، فشار واگرایی به دست آمده از روش ارائه شده، نزدیک به فشار واگرایی گزارش شده از سوی الیادا و حدادپور است و دریافتند که حضور نیروهای پیشران پیوسته ۶ تا ۹ تنی، تاثیر زیادی بر نقطه واگرایی سیستم ندارد. در ۲۰۱۱ عباس و روی [9] با اجتناب از شرایط واگرایی آیرودینامیک پرتابگرهای بلند و باریک هدایت نشده، به بررسی عددی حاشیه پایداری آنها پرداختند که برای این منظور، بارهای آیرودینامیکی کل بدنه را توسط یک برنامه مبتنی بر روش پنل سه‌بعدی مرتبه پایین و اصلاح شده، محاسبه کردند و شکل مودها و فرکانس‌های طبیعی مدل تیر سازه را با استفاده از روش ماتریس انتقال^{۱۸} به دست آوردند و سپس تمام پاسخ‌های دینامیکی سیستم به یک تندباد را براساس مشخصه‌های ارتعاشی ارزیابی کردند و نشان دادند که شدت تندباد تأثیری بر پایداری سیستم ندارد. در ۲۰۱۲ شمقدری و نیک‌روش [10] به منظور مطالعه دقیق رفتار آیرودینامیک یک پرتابگر لاغر در محدوده مافوق صوت، با غیرخطی در نظر گرفتن نیروها، ممان‌ها و نیروهای تعمیم‌یافته به صورت توابعی از مشخصه‌های سیستم، مدل غیرخطی فضای حالت سیستم را توسط روش لاگرانژ به دست آوردند و سپس نشان دادند که نادیده گرفتن ترم‌های غیرخطی در مدل‌سازی دینامیکی سبب بوجود آمدن تغییرات قابل توجهی در شرایط پایداری سیستم می‌گردد. راستی و فاضل‌زاده [11] در ۲۰۱۲ با تاکید بر مدل‌سازی دینامیکی یک وسیله پرنده انعطاف‌پذیر و لاغر (به شکل راکت) و با کوچک فرض کردن جابجایی‌های الاستیک، معادلات خطی شده حرکت را با استفاده از روش لاگرانژ استخراج کردند و به تحلیل فلاتر آن پرداختند و نشان دادند که افزایش میرایی سازه‌ای موجب افزایش سرعت فلاتر می‌گردد و علاوه بر آن، با افزایش صلابت خمشی جسم، نیز می‌توان سرعت و فرکانس فلاتر را افزایش داد. در ۲۰۱۳ داسیلوا و همکاران [12] به منظور تحلیل حساسیت و بررسی حاشیه پایداری آیرودینامیک راکت اکتشافی VSB-30 در فاز پرواز درون جوی، با استفاده از یک مدل آیرودینامیک پتانسیل ناپایای مافوق صوت و با در نظر گرفتن مدل تیر برای مدل کردن رفتار دینامیکی سازه، به طور پارامتریک به تحلیل پایداری سیستم آیرودینامیک پرداختند و با استفاده از نتایج به دست آمده از مدل‌سازی‌ها و فرآیند بهینه‌سازی طراحی چندمنظوره^{۱۹} عملکرد پرواز وسیله را بهبود بخشیدند. لی و همکاران

دنبال‌کننده پیوسته، به مطالعه حرکت عمومی آن پرداختند و معادلات حاکم بر حرکت را به روش لاگرانژ استخراج کردند؛ سپس با چشم‌پوشی از جابجایی طولی الاستیک، جابجایی‌های عرضی و جانبی ناشی از خمش تیر را نسبت به محور متوسط بدنه^{۱۱} به صورت مودال تعریف کردند و حساسیت زیاد جسم به تحریک‌های نیرویی را توسط پاسخ‌های زمانی سیستم نشان دادند. پس از بررسی اثر پارامترهای طراحی گوناگونی، دریافتند که قرار دادن وسیله اندازه‌گیری اینرسی در قسمت عقب جسم سبب ناپایداری دینامیکی می‌شود. پورتاکدوست و اسدیان [4] در تحقیق دیگری در همان سال، تاثیر نیروی پیشران بر رفتار خمشی موشک انعطاف‌پذیر تحت کنترل را مورد بررسی قرار دادند و برای این منظور، شکل مودهای خمشی سازه و فرکانس‌های آن را توسط مدل‌سازی توزیع جرم و سختی متغیر، با احتساب اثرات نیروی پیشران و کاهش جرم ناشی از سوخت، تعیین کردند که برای حل دستگاه معادلات غیرخطی تولید شده و تعیین مقادیر ویژه، از یک طرح عددی تکرار شونده استفاده کردند و نشان دادند که نیروی پیشران نقش بسزایی در تغییر شکل مودها و فرکانس‌های سازه داشته و تاثیر بالقوه‌ای بر ارتعاشات اندازه‌گیری شده توسط وسیله اندازه‌گیری اینرسی دارد. در ۲۰۰۶ حدادپور [5] به منظور تحلیل پایداری آیروسروالاستیک^{۲۰} وسایل پرنده مافوق صوت^{۲۱} هدایت شونده، یک روند تحلیلی بر مبنای تئوری آیرودینامیک جسم لاغر و تکنیک‌های تحلیل مودال توسعه داد و پس از آنکه با خطی‌سازی معادلات حرکت، کانال غلت از کانال‌های پیچ و سمت مستقل شدند، نشان داد که تنها ناپایداری آیرودینامیک در غیاب حلقه کنترلی حین پرواز بدون غلتش جسم مورد نظر (نمونه نوع A الیادا)، از نوع واگرایی بوده و انعطاف‌پذیری جسم، تأثیر ناپایدارکننده‌ای بر کانال‌های پیچ و سمت^{۲۲} دارد و علاوه بر آن، مشاهده شد که تغییر بهره سیستم کنترلی نمی‌تواند سبب تغییر نقطه واگرایی و فرکانس فلاتر سیستم شود. مسترودی و همکاران [6] در ۲۰۰۸ با محاسبه فرکانس‌های طبیعی غیرصفر و شکل مودهای ارتعاشی پرتابگر وگا^{۲۳} (توسط حلگر FEM)، دینامیک سازه را به فرم مودال توصیف کردند و از کوپل کردن آن با مدل رتبه کاسته آیرودینامیک گذر صوت^{۲۴} ناپایا (توسط حلگر CFD)، یک روش نوین برای انجام تحلیل آیرودینامیک خطی و همچنین تحلیل حساسیت پرتابگر مذکور در نزدیکی رژیم گذر صوت ارائه دادند. در ۲۰۰۹ فتحی و همکاران [7] [8] پایداری آیرودینامیک یک وسیله پرنده انعطاف‌پذیر در محدوده مافوق صوت را با استفاده از مدل‌های دینامیکی و آیرودینامیکی غیرخطی و مدل سازه‌ای خطی، مورد بررسی قرار دادند و ضرایب آیرودینامیکی غیرخطی

16. Transonic
17. Response Surfaces
18. Modified Gram-Schmit Method
19. Transfer Matrix Method
20. Multidisciplinary Design Optimization

11. Mean Body
12. Aeroservoelastic Stability Analysis
13. Supersonic
14. Yaw And Pitch
15. Verva Lunch Vehicle

بلند و باریک پرداختند تا اثرات نیروی پیشران بر پایداری سیستم آیرولاستیک خطی بدنه حامل را در دو حالت بررسی کنند. حالت اول، با استفاده از شکل مودها و فرکانس‌های طبیعی سازه و حالت دوم، با استفاده از شکل مودها و فرکانس‌های متاثر از نیروی دنبال‌کننده پیشران. نتایج به‌دست آمده نشان می‌دهند که در نظر گرفتن اثر نیروی پیشران در تحلیل مودال موجب می‌شود تا محدوده ناپایداری محاسبه شده برای سیستم آیرولاستیک حامل فضایی گسترش یابد. در ۲۰۱۹ جاتا و داتا [17] دو مدل مکانیکی ساده و کاربردی را برای بدنه راکت‌های انعطاف‌پذیر ارائه دادند تا بتوانند با استفاده از آن، ناپایداری از نوع واگرایی یا فلاتر بدنه راکت‌ها را ارزیابی کرده و پایداری سیستم آیرولاستیک مدل‌های ارائه شده را بررسی کنند. آنها برای این تحقیق، یک مدل سه درجه آزادی (3DOF) متشکل از دو میله صلب و یک فنر پیچشی، و همچنین یک مدل پنج درجه آزادی (5DOF) متشکل از سه میله صلب و دو فنر پیچشی را در نظر گرفتند. بدین ترتیب، نتایج حاکی از آن بوده است که در مدل 3DOF، قرارگیری بالک در موقعیت نزدیک به جلو و انتهای جسم، به ترتیب، سبب فلاتر و واگرایی می‌شود. علاوه بر آن، نشان داده شد که در مدل 5DOF، امن‌ترین موقعیت قرارگیری بالک برای اجتناب از واگرایی، قسمت جلویی میله‌های اول و سوم بوده و قرارگیری بالک در محدوده دم، سبب جلوگیری از فلاتر می‌شود. آدایر و همکاران [18] در ۲۰۲۰ اثر نیروی پیشران ثابت بر ارتعاشات سازه‌ای یک تیر اویلر-برنولی^{۲۵} به‌عنوان مدل یک راکت انعطاف‌پذیر با پیکره لاغر و غیریکنواخت را با رویکرد ریاضیاتی، به‌منظور ارائه یک روش تجزیه بهبودیافته، بررسی کردند. آنها مدعی شدند که روش پیشنهادی دارای نرخ همگرایی و دقت محاسباتی بالایی است و با استفاده از این روش می‌توان شرایط مرزی جسم را برای سناریوهای مختلف به راحتی تغییر داد.

همانطور که مرور گردید، تاکنون مطالعات گوناگونی درباره رفتار آیرولاستیک اجسام بلند و باریک مانند راکت‌ها و موشک‌ها صورت گرفته که دیدگاه غالب در اکثر این تحقیقات تحلیل جامع نبوده است. اما دیدگاه تحقیق حاضر مطالعه پارامتری مسأله برای ایجاد درک جامع و صحیح از تأثیر مشخصه‌های مختلف بر طراحی آیرولاستیک حامل فضایی برای طراحان و مهندسان است. برای این منظور، اثر تغییر پارامترهای هندسی، مشخصه‌های سازه‌ای و همچنین اثر تغییر نیروی پیشران بر پایداری آیرولاستیک مدل حامل فضایی بررسی شده است که توسط آن می‌توان روندی موثر و کم‌هزینه برای طراحی مقدماتی بدنه این سامانه‌ها ارائه داد. از سوی دیگر رویکرد محاسباتی ارائه شده جهت تخمین توزیع فشار و بارهای آیرودینامیکی اجسام بلند و باریک

[13] در ۲۰۱۵ معادلات حرکت کوپل صلب‌گونه و الاستیک یک پرتابگر را که دارای دوران محوری نیز است را با استفاده از روش لاگرانژ به‌دست آوردند و با مدل کردن وسیله به‌عنوان تیر غیریکنواخت اویلر-برنولی^{۲۱} دوسرآزاد و استخراج شکل مودها و فرکانس‌های طبیعی سازه از روش ماتریس انتقال و همچنین، با استفاده از توزیع شیب ضرایب آیرودینامیکی استخراج شده توسط حلگر فلوئنت و با تعریف بارهای آیرودینامیکی به‌صورت تابعی از مشتقات آیرودینامیکی (براساس جریان شبه‌پایا)، محاسبات مربوط به مسیر حرکت و مشخصه‌های ارتعاشی جسم را انجام دادند و در طول محاسبات، شکل مودها و فرکانس‌های سازه را در مدت زمان تولید پیشران، به‌علت کاهش جرم ناشی از مصرف سوخت، بروزرسانی کردند و دریافتند که حضور نیروی پیشران تأثیر قابل توجهی بر تغییر شکل‌های الاستیک راکت دارد و علاوه بر آن، مقدار سختی خمشی تأثیر به‌سزایی بر بارهای آیرودینامیکی و مسیر حرکت جسم دارد. کیتسون و سنسینک [14] در ۲۰۱۶ با استفاده از تئوری پیستون برای تخمین بارهای آیرودینامیکی و با در نظر گرفتن شکل مودهای خمشی و فرکانس‌های طبیعی مدل یک تیر، چارچوب محاسباتی مدل آیرولاستیک یک راکت لاغر را توسعه دادند و به تحلیل پاسخ‌های سیستم حین مانور در پرواز آزاد پرداختند و به‌منظور بررسی نحوه تغییرات عملکرد وسیله نسبت به انعطاف‌پذیری، پاسخ وسیله به ورودی‌های کنترلی به‌ازای مقادیر مختلف توزیع سختی خمشی را ارائه و نشان دادند که بارگذاری، مانورپذیری و چابکی وسیله، همگی به پیکره‌بندی سازه الاستیک بستگی دارند. دونگیانگ و همکاران [15] در ۲۰۱۷ به‌منظور درک بهتر تأثیر حرکت سطوح کانارد روی آیرودینامیک و آیرولاستیک موشک‌های بلند و باریک، ضرایب آیرودینامیکی موشک هدایت‌شده را محاسبه کرده و تغییرات ضرایب آیرودینامیکی نسبت به عدد ماخ را در محدوده زوایای حمله خطی به‌دست آوردند و نشان دادند که زاویه انحراف یافته سطح کانارد تماماً متحرک، تأثیر قابل توجهی بر آیرودینامیک موشک‌ها دارد. سپس به مطالعه آیرولاستیک استاتیکی راکت از طریق رویکرد رهایی اینرسی^{۲۲} و تعامل سازه-سیال توسط روش‌های نسبتاً دوطرفه کوپل‌شده^{۲۳} پرداخته و نشان دادند که بارهای آیرودینامیکی عمدتاً موجب تغییر شکل استاتیکی راکت انعطاف‌پذیر می‌شوند که در نتیجه مرکز فشار به سمت جلو هل داده شده و زاویه تریم افزایش می‌یابد و بدین ترتیب، اثربخشی کنترل مدل آگارد ۴۴۵ با ۶ بالک استاندارد^{۲۴} در حدود ۳۸٪ کاهش می‌یابد. گرچه اثر نیروی پیشران در تحقیق مذکور ناچیز در نظر گرفته شده است، اما عضدی و همکاران [16] در ۲۰۱۷ با استفاده از یک رویکرد محاسباتی، به تحلیل آیرولاستیک دینامیکی یک حامل فضایی

24. AGARD 445.6-Wing Standard Model

25. Euler-Bernoulli Beam

21. Non-Uniform Euler-Bernoulli Beam

22. Interia Relief Approach

23. Two-Way Loosely Coupled Methods

سازه‌های استفاده شده است. ارتعاشات این تیر با توجه به پرواز صفحه‌ای حامل فضایی، تیر مذکور تنها دارای ارتعاشات صفحه‌ای می‌باشد. بدین ترتیب، با ناچیز در نظر گرفتن جابجایی الاستیک طولی، می‌توان جابجایی الاستیک عرضی هر نقطه از تیر را طبق رابطه (۵) برابر با مجموع حاصل ضرب شکل مودهای فرضی تیر در مختصه تعمیم یافته هر مود در نظر گرفت؛ که در این رابطه، N تعداد شکل مودهای لحاظ شده است.

$$\Delta_z = \sum_{i=1}^N q_i(t) \varphi_i(x) \quad (5)$$

و می‌توان اثبات کرد که مودهای غیر هم‌نام همواره نسبت به یکدیگر، متعامد جرمی هستند. یعنی:

$$\int_l \varphi_i(x) \varphi_j(x) \mu(x) dx = \begin{cases} 0 & ; j \neq i \\ 1 & ; j = i \end{cases} \quad (6)$$

قیود بدنه صلب

به منظور تعیین موقعیت و وضعیت قاب ردیابی از قیود بدنه صلب استفاده می‌شود [19]. برای تعیین موقعیت قاب ردیابی و راحتی محاسبات، مرکز این قاب را می‌توان طبق رابطه (۷) منطبق بر مرکز جرم جسم در نظر گرفت.

$$\int_l \vec{r} \mu dx = 0 \quad \& \quad \vec{r} = x\hat{i} + \Delta_z \hat{k} \quad (7)$$

که با این فرض و همچنین با کوچک در نظر گرفتن جابجایی‌های الاستیک طولی سازه، می‌توان دریافت که مودهای صلب حرکت‌های انتقالی و دورانی جسم همواره با یکدیگر متعامد جرمی بوده و علاوه بر آن، مود صلب حرکت انتقالی جسم نیز همواره بر جابجایی‌های الاستیک عرضی سازه متعامد جرمی است؛ یعنی رابطه (۸).

$$\int_l x \mu dx = 0 \quad \& \quad \int_l \Delta_z \mu dx = 0 \quad (8)$$

همچنین شرط دیگری لازم است تا بتوان قاب ردیابی را توسط آن، به طور کامل تعیین وضعیت کرد. بدین ترتیب، مود صلب حرکت انتقالی جسم نیز طبق رابطه (۹) همواره بر جابجایی‌های عرضی الاستیک سازه متعامد جرمی در نظر گرفته می‌شود.

$$\int_l x \Delta_z \mu dx = 0 \quad (9)$$

انرژی جنبشی سیستم

موقعیت هر نقطه از حامل فضایی در مختصات مرجع را می‌توان طبق شکل ۱ بصورت بردار $\vec{E} = \vec{R} + \vec{r}$ نمایش داد؛ که مشتق زمانی آن برابر با رابطه (۱۰) خواهد بود.

$$\begin{aligned} \vec{R} &= U\hat{i} + W\hat{k} \\ \vec{E} &= \vec{R} + \vec{r} + \vec{\Omega} \times \vec{r} \quad \& \quad \vec{r} = \Delta_z \hat{k} \\ \vec{\Omega} &= Q\hat{j} \end{aligned} \quad (10)$$

بنابراین، انرژی جنبشی سیستم آیروالاستیک، با در نظر گرفتن فرضیات

به روش پنل همچنین تحلیل مودال این نوع هندسه با در نظر گرفتن مدل تیر غیر یکنواخت و چندتکه به روش تفاضل محدود در مدل‌سازی آیروالاستیک حامل فضایی نوآوری دیگر مقاله محسوب می‌شود که به موجب آن، سرعت محاسبات به مراتب افزایش می‌یابد. در ادامه مقاله ابتدا مدل آیروالاستیک برای انجام تحلیل‌های حوزه فرکانس استخراج می‌شود و سپس، اعتبارسنجی کدهای عددی توسعه داده شده، انجام می‌گیرد. سرانجام، پس از بحث و بررسی نتایج حاصل، جمع‌بندی نهایی ارائه می‌گردد.

تدوین مدل آیروالاستیک حامل فضایی

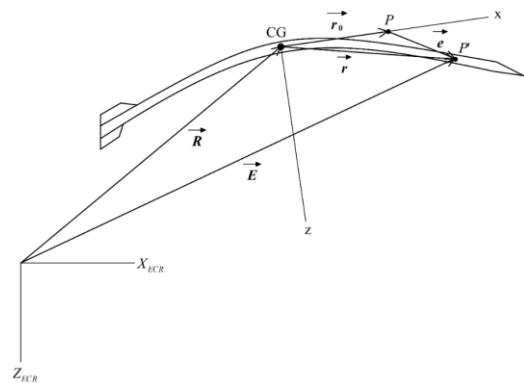
در این قسمت، مدل آیروالاستیک دینامیکی حامل فضایی انعطاف‌پذیر در پرواز صفحه‌ای ارائه می‌شود. برای این منظور از دو دستگاه مختصات راست‌گرد، یکی به عنوان مرجع و دیگری به عنوان قاب ردیابی استفاده می‌گردد. مبدأ دستگاه مختصات مرجع منطبق بر مرکز زمین، به گونه‌ای در نظر گرفته می‌شود که همواره در حال چرخش با زمین باشد؛ موقعیت و وضعیت قاب ردیابی با استفاده از قیود بدنه صلب مشخص می‌گردد (شکل ۱). سپس به منظور تدوین معادلات کوپل حاکم بر حرکت صلب حامل و جابجایی‌های الاستیک سازه در قاب ردیابی، از روش انرژی کمک گرفته شده و می‌بایست معادلات لاگرانژ (۱) تا (۴) برای مسئله بسط داده شوند [5].

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial KE}{\partial U} \right) + Q \frac{\partial KE}{\partial W} = \frac{\partial \delta W}{\partial \delta X} \quad (1)$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial KE}{\partial W} \right) - Q \frac{\partial KE}{\partial U} = \frac{\partial \delta W}{\partial \delta Z} \quad (2)$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial KE}{\partial Q} \right) = \frac{\partial \delta W}{\partial \delta \theta} \quad (3)$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial KE}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial KE}{\partial q_i} + \frac{\partial PE}{\partial q_i} + \frac{\partial DE}{\partial \dot{q}_i} = \frac{\partial \delta W}{\partial \delta q_i} \quad (4)$$



شکل ۱- ارتباط میان دستگاه مختصات مرجع و قاب ردیابی در حرکت صفحه‌ای

مدل سازه‌ای و جابجایی‌های الاستیک

با توجه به آنکه حامل‌های فضایی عمدتاً دارای نسبت طول به قطر زیادی هستند، در این تحقیق از مدل تیر دوسر-آزاد به عنوان مدل

بیان شده در روابط (۸) و (۹)، بصورت رابطه (۱۱) تعریف می‌گردد.

$$\begin{aligned} KE &= \frac{1}{2} \int_l [\vec{E} \cdot \vec{E}] \mu dx = \frac{1}{2} \int_l |\vec{E}|^2 \mu dx \\ &= \frac{1}{2} m[U^2 + W^2] + \frac{1}{2} I Q^2 + \\ &\quad \frac{1}{2} Q^2 \sum_{i=1}^N q_i^2 + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \dot{q}_i^2 \end{aligned} \quad (11)$$

انرژی پتانسیل سیستم

از آنجاکه حامل فضایی به صورت بلند و باریک در نظر گرفته شده است، با صرف نظر از کرنش‌های برشی در امتداد تیر، می‌توان مدل تیر اویلر-برنولی را انتخاب نمود و انرژی پتانسیل سیستم که همان انرژی کرنشی تیر الاستیک است را با رابطه (۱۲) نشان داد [20].

$$\begin{aligned} PE &= \frac{1}{2} \int_l EI_S [\Delta_z'']^2 dx \\ &= \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N q_i q_j \int_l EI_S \varphi''_i \varphi''_j dx \end{aligned} \quad (12)$$

که در صورت استفاده از شکل مودهای طبیعی، رابطه (۱۳) همواره برای تیر اویلر-برنولی برقرار خواهد بود.

$$[EI_S \varphi''_i]''' = \omega_i^2 \varphi_i \mu \quad (13)$$

و در نتیجه انرژی پتانسیل سیستم، پس از ساده‌سازی، به رابطه (۱۴) تبدیل می‌گردد.

$$PE = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \omega_i^2 q_i^2 \quad (14)$$

اتلاف انرژی سیستم

در هر سازه‌ای، نیروهای ناپایستار میرایی باعث هدر رفتن بخشی از انرژی سیستم می‌شوند. در اینجا میزان انرژی تلف شده توسط میرایی اجزای داخلی حامل، مانند لقی موجود میان اتصالات، با استفاده از تابع اتلاف رایلی تخمین زده شده است که به صورت زیر است [19].

$$DE = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N 2\xi \omega_i \dot{q}_i^2 \quad (15)$$

کار مجازی نیروهای خارجی

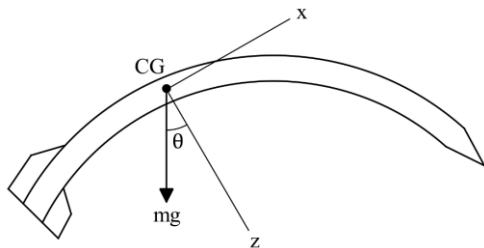
به‌طور کلی، سه نوع نیروی خارجی بر بدنه حامل اثر می‌گذارند؛ نیروی گرانش زمین که پایستار بوده و نیروی پیشران و بارهای آیرودینامیکی که ناپایستار هستند. در نتیجه کار مجازی نیروهای خارجی را باید طبق رابطه (۱۶) برابر با مجموع کار هر یک از این نیروها در نظر گرفت.

$$\delta W = \delta W_G + \delta W_T + \delta W_A \quad (16)$$

کار مجازی نیروی گرانش

به‌دلیل پایستار بودن نیروی گرانش، کار مجازی حاصل از این نیرو در

$$\begin{aligned} \delta W_G &= [-mg \sin(\theta)] \delta X + [mg \cos(\theta)] \delta Z \\ &\approx [-mg\theta] \delta X + [mg] \delta Z \end{aligned} \quad (17)$$

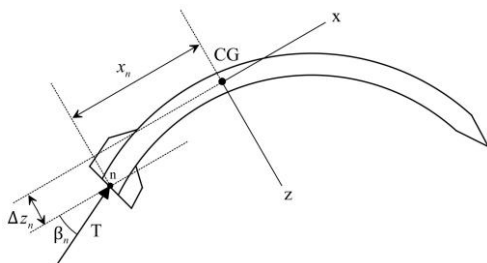


شکل ۲- شماتیک نیروی گرانش وارد بر حامل فضایی

کار مجازی نیروی دنبال‌کننده پیشران

نازل حامل، ثابت در نظر گرفته شده است و محصولات احتراق در لحظه خروج، نازل را در راستای انتهای بدنه‌ی حامل ترک می‌کنند. بنابراین، نیروی پیشران می‌بایست به صورت یک نیروی دنبال‌کننده فشاری در انتهای حامل مدل گردد (شکل ۳). کار مجازی حاصل از این نیرو برابر با رابطه (۱۸) است.

$$\begin{aligned} \delta W_T &= [T \cos(\beta_n)] \delta X + [-T \sin(\beta_n)] \delta Z + \\ &\quad [T \cos(\beta_n) \Delta_{z_n} - T \sin(\beta_n) x_n] \delta \theta + \\ &\quad [-T \sin(\beta_n) \delta \Delta_{z_n}] \end{aligned} \quad (18)$$



شکل ۳- شماتیک نیروی پیشران وارد بر حامل فضایی

به‌طوری‌که $\sin(\beta_n) = -\Delta'_{z_n}$ بوده و با حذف ترم‌های غیرخطی و ساده‌سازی، رابطه (۱۹) به‌دست می‌آید.

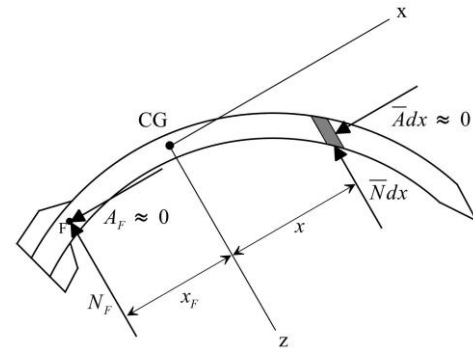
$$\begin{aligned} \delta W_T &= [T] \delta X + [T \Delta'_{z_n}] \delta Z + \\ &\quad [T \Delta_{z_n} + T \Delta'_{z_n} x_n] \delta \theta + \\ &\quad [T \Delta'_{z_n} \delta \Delta_{z_n}] \end{aligned} \quad (19)$$

کار مجازی بارهای آیرودینامیکی و مدل استفاده شده

به‌طور کلی می‌توان بارهای آیرودینامیکی را به دو بخش تقسیم کرد: بارهای گسترده که روی بدنه حامل توزیع می‌شوند و بارهای متمرکز که روی بالک‌های حامل قرار می‌گیرند. نسبت طول به قطر حامل در این مدل‌سازی به‌حدی است که می‌توان از نیروی پسای وارد بر بدنه

صرف نظر کرد. همچنین با نازک در نظر گرفتن بالک‌ها، از مدل کردن نیروی پسای بالک‌ها نیز صرف نظر می‌شود. از این‌رو، نیروهای برآ تنها بارهای آیرودینامیکی وارد بر جسم بوده (شکل ۴) و کار مجازی ناشی از آنها به صورت رابطه (۲۰) است.

$$\delta W_A = \left[-N_F - \int_l \bar{N}(x) dx \right] \delta Z + \left[-x_F N_F + \int_l x \bar{N}(x) dx \right] \delta \theta + \left[-N_F \delta \Delta_{zF} - \int_l \bar{N}(x) \delta \Delta_z dx \right] \quad (20)$$



شکل ۴- شماتیک نیروهای آیرودینامیکی وارد بر بدنه حامل فضایی

با توجه به محدود بودن جابجایی هندسه بدنه و زاویه حمله به ناحیه خطی، همچنین جهت اعمال نیروی پسا (در راستای محور بدنه) تأثیر این نیرو بر جابجایی‌های آیرولاستیک (عمود بر محور بدنه) قابل صرف نظر کردن است. در واقع نیروی آیرودینامیکی که نقش اصلی در محاسبات آیرولاستیسیته دارد نیروی برآ یا لیفت است که به همراه ممان مربوط به آن یعنی ممان کانال پیچشی در تحلیل پایداری آیرولاستیک وارد می‌شوند. روش مورد استفاده در مقاله حاضر نیز دقت مناسبی در برآورد نیروی برآ و ممان پیچشی آیرودینامیکی دارد.

با توجه به آنکه جسم تحت مطالعه دارای هندسه بلند و باریک است، از اثرات دنباله‌های تشکیل شده در پشت جسم در جریان مادون صوت صرف نظر شده و در نتیجه جریان به صورت شبه‌پایا در نظر گرفته می‌شود. بدین ترتیب، مقدار نیروی آیرودینامیکی بالک‌ها (با ایرفویل متقارن) در امتداد عمود بر راستای طولی حامل و همچنین، مقدار $\bar{N}(x)$ توزیع نیروی آیرودینامیکی بدنه (متقارن محوری) حامل در امتداد عمود بر راستای طولی حامل را می‌توان در محدوده آیرودینامیک خطی از رابطه (۲۱) به دست آورد.

$$N_F = q_\infty S_{ref} [C_{N\alpha_F} \alpha_F] \quad (21)$$

$$\bar{N}(x) = q_\infty S_{ref} [\bar{C}_{N\alpha}(x) \alpha(x)]$$

به طوری که $\alpha(x)$ زاویه حمله ظاهری در هر نقطه از حامل و α_F زاویه حمله ظاهری در محل نصب بالک، طبق رابطه (۲۲) قابل محاسبه است

(شکل ۵).

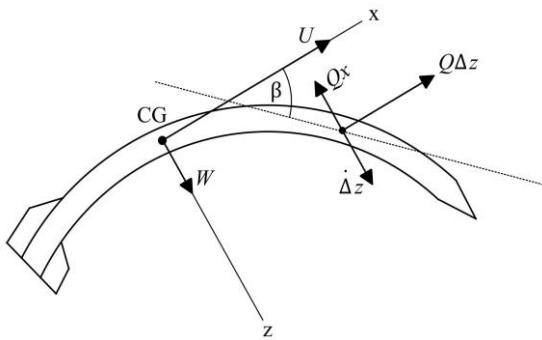
$$\alpha(x) = -\beta(x) + \tan^{-1} \left(\frac{W - Qx + \dot{\Delta}_z}{U + Q\Delta_z} \right) \quad (22)$$

$$\approx -\Delta'_z + \frac{W - Qx + \dot{\Delta}_z}{U}$$

همچنین فشار دینامیکی جریان آزاد برابر رابطه (۲۳) خواهد بود.

$$q_\infty = \frac{1}{2} \rho_\infty [U^2 + W^2] \quad (23)$$

و مقدار ρ_∞ چگالی هوای جریان آزاد بر اساس اتمسفر استاندارد بین‌المللی در هر ارتفاع پروازی تعیین می‌گردد.



شکل ۵- سرعت‌های مؤثر بر تعیین زاویه حمله ظاهری حامل فضایی

حل دستگاه معادلات خطی در حوزه فرکانس

از جایگذاری روابط (۵) تا (۲۳) در معادلات لاگرانژ (۱) تا (۴) یک دستگاه معادلات دیفرانسیل خطی مرتبه دوم و ناهمگن به فرم نشان داده شده در رابطه (۲۴) به دست می‌آید.

$$[M]\{\ddot{\zeta}\} + [C]\{\dot{\zeta}\} + [K]\{\zeta\} = \{f\} ; \{\zeta\} = \begin{Bmatrix} X \\ Z \\ q_1 \\ \vdots \\ q_N \end{Bmatrix} \quad (24)$$

که می‌توان آن را به فضای حالت انتقال داد و طبق رابطه (۲۵)، به یک دستگاه معادلات دیفرانسیل خطی مرتبه اول تبدیل کرد.

$$\{\dot{\psi}\} = [H]\{\psi\} + \{g\} ; \{\psi\} = \begin{Bmatrix} \{\zeta\} \\ \{\dot{\zeta}\} \end{Bmatrix} \quad (25)$$

$$[H] = \begin{bmatrix} [0] & [I] \\ -[M]^{-1}[K] & -[M]^{-1}[C] \end{bmatrix}$$

$$\{g\} = \begin{Bmatrix} \{0\} \\ [M]^{-1}\{f\} \end{Bmatrix}$$

که برای تعیین مرز ناپایداری یک سیستم آیرولاستیک خطی روش‌های گوناگونی از جمله روش P، K و P-K وجود دارد. در این تحقیق با هدف یافتن پاسخ‌های فرکانسی سیستم، از روش P استفاده می‌شود. برای انجام تحلیل پایداری، حامل فضایی در شرایط پرواز با سرعت ثابت U_0 در نظر گرفته می‌شود که برای این منظور، لازم است معادله حرکت مود صلب انتقال در راستای X حذف گردد. لازم به ذکر است که حضور

$$\nabla^2 \Phi = 0 \quad (28)$$

به‌طور کلی برای حل معادله لاپلاس به روش اجزای مرزی بر مبنای تئوری گرین^{۲۷} حل تحلیلی (۲۹) توسط المان‌های چشمه $\bar{\sigma}$ و دوقطبی^{۲۸} $\bar{\mu}$ در فضای سه‌بعدی ارائه می‌شود [21]:

$$\begin{aligned} \Phi &= \Phi_* + \Phi_\infty \\ \Phi_* &= \frac{1}{4\pi} \iint_{S_B+S_W} \bar{\mu} \frac{\partial}{\partial n} \left(\frac{1}{r} \right) dS - \frac{1}{4\pi} \iint_{S_B} \bar{\sigma} \frac{1}{r} dS \\ \Phi_\infty &= U_\infty x + V_\infty y + W_\infty z \end{aligned} \quad (29)$$

بنابراین، با گسسته‌سازی سطح جسم و توزیع المان‌های چشمه و دوقطبی روی آن، می‌توان میدان پتانسیل سرعت حاکم بر میدان جریان را مدل‌سازی کرد و برای محاسبه شدت المان‌های توزیع شده روی سطح جسم، کفایت شرط مرزی جسم جامد، یعنی رابطه (۳۰)، روی هر پنل ارضا گردد [21].

$$\left. \frac{\partial \Phi}{\partial n} \right|_{S_B} = 0 \xrightarrow{(29)} \left. \frac{\partial \Phi_*}{\partial n} \right|_{S_B} = - \frac{\partial \Phi_\infty}{\partial n} \quad (30)$$

در نهایت با معلوم بودن مقادیر چشمه‌ها و دوقطبی‌ها، توزیع فشار جریان تراکم‌ناپذیر روی بدنه حامل از رابطه (۳۱) بدست می‌آید [21].

$$C_{p_0} = 1 - \frac{u^2 + v^2 + w^2}{U_\infty^2 + V_\infty^2 + W_\infty^2} ; \begin{cases} u = \frac{\partial \Phi}{\partial x} \\ v = \frac{\partial \Phi}{\partial y} \\ w = \frac{\partial \Phi}{\partial z} \end{cases} \quad (31)$$

و اثر تراکم‌پذیری جریان مادون صوت بر میدان فشار نیز با استفاده از تصحیح پرنتل-گلازرت (۳۲) قابل انجام خواهد بود [21].

$$C_p \approx \frac{C_{p_0}}{\sqrt{1 - M_\infty^2}} \quad (32)$$

تحلیل مودال سازه حامل فضایی

همان‌طور که در استخراج مدل آیرولاستیک بدنه حامل فضایی بیان گردید، به‌دلیل بلند و باریک در نظر گرفتن بدنه حامل، از تنش‌های برشی درون جسم صرف‌نظر شد و در نتیجه مدل سازه‌ای استفاده شده برای این تحقیق، مدل تیر کلاسیک یا همان تیر اوپلر-برنولی می‌باشد. این تیر غیریکنواخت بوده و دارای تعدادی اتصال پین و فنر پیچشی در طول آن می‌باشد. بنابراین، حل تحلیلی برای استخراج شکل مودها و فرکانس‌های طبیعی سازه مذکور وجود نداشته و می‌بایست حتماً از روش‌های عددی استفاده کرد. از آنجاکه بخشی از تحقیق انجام مطالعات پارامتریک روی طیف وسیعی از پارامترهای سازه‌ای موثر بر مرز ناپایداری سیستم آیرولاستیک بدنه حامل فضایی است، حلگر

نیروهای پایستار هیچ نقشی در ناپایداری سیستم آیرولاستیک ندارند. لذا با حذف نیروی گرانش، دستگاه معادلات نشان داده شده در رابطه (۲۵) همگن می‌شود که برای حل آن به روش P کفایت پاسخ‌های سیستم آیرولاستیک حامل فضایی به‌صورت هارمونیک در نظر گرفته شوند. در این صورت، دستگاه معادلات از حوزه زمان (۲۵) به حوزه فرکانس (۲۶) انتقال می‌یابد.

$$\{\psi\} = \{\bar{\psi}\} e^{Pt} \xrightarrow{(25)} [H]\{\bar{\psi}\} = P\{\bar{\psi}\} \quad (26)$$

و بنابراین، پاسخ‌های غیربدیهی این سیستم برابر با مقادیر ویژه ماتریس [H] می‌شوند که سرعت ناپایداری و نوع ناپایداری سیستم مذکور به‌صورت زیر قابل تعیین است:

$$\{P\} = \text{eigenvalue}([H]) ; \begin{cases} P = \sigma_a \pm J\omega_a \\ J = \sqrt{-1} \end{cases} \quad (27)$$

$$\text{if } \sigma_a > 0 \implies \begin{cases} \text{Divergence} ; \omega_a = 0 \\ \text{Flutter} ; \text{else} \end{cases}$$

به‌طوری‌که σ_a و ω_a به ترتیب معرف میرایی و فرکانس سیستم آیرولاستیک هستند.

تخمین بارهای آیرودینامیکی وارد بر حامل فضایی

برای استخراج مدل آیرولاستیک حامل فضایی در قسمت قبل، از مدل آیرودینامیک شبه‌پایای خطی برای تخمین نیروهای برآی وارد بر جسم استفاده شده است. بنابراین، به‌منظور انجام مدل‌سازی و تحلیل آیرولاستیک بدنه حامل فضایی، می‌بایست شیب نیروهای برآی جسم در حالت پایا از پیش محاسبه شده باشد. برای این منظور، می‌توان از حلگرهای تجاری موجود در بازار مانند انسیس-فلوئنت استفاده نمود که بدین ترتیب می‌بایست زمان زیادی را صرف مدل‌سازی هندسی، تولید شبکه مناسب و همگرایی حل عددی یک جسم سه‌بعدی با پیکربندی خاص کرد. با توجه به آنکه بخشی از تحقیق پیش‌رو، انجام مطالعات پارامتریک روی پارامترهای هندسی بدنه یک حامل فضایی می‌باشد، استفاده از روش‌های عددی برای استخراج مشخصه‌های آیرودینامیکی جسم سبب اتلاف قابل‌توجه زمان و انرژی می‌گردد. از این‌رو، حلگر مجزایی به روش اجزای مرزی توسعه داده شده که مدت زمان محاسبه مشخصه‌های آیرودینامیکی حامل فضایی را کاهش می‌دهد؛ ضمن آنکه دقت نتایج این حلگر در محدوده مطالعات انجام شده، قابل‌قبول است. با در نظر گرفتن فرضیات ساده‌شونده از جمله تراکم‌ناپذیری، غیرلزج و غیرچرخشی بودن جریان سیال، می‌توان میدان جریان سیال را با استفاده از تابع پتانسیل سرعت Φ تعریف کرد؛ که در این حالت، معادلات مومنتوم حاکم بر میدان جریان پایا در محدوده آیرودینامیک خطی به فرم ساده معادله لاپلاس^{۲۶} (۲۸) تبدیل می‌شوند [21].

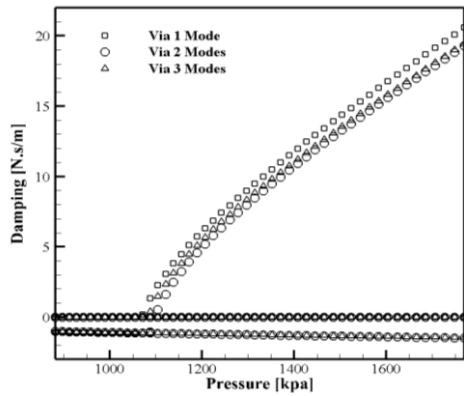
$$\{w\} = \{\phi\}e^{J\omega t} ; J = \sqrt{-1} \quad (40)$$

$$[H]\{\phi\} = \lambda\{\phi\} ; \begin{cases} [H] = [M]^{-1}[K] \\ \lambda = \omega^2 \end{cases} \quad (41)$$

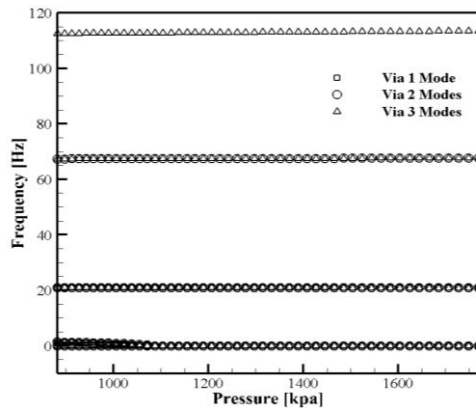
اعتبارسنجی

در این قسمت، اعتبارسنجی کدهای تدوین شده برای مدل سازی سیستم آیروالاستیک بدنه حامل فضایی انجام می‌گردد. به منظور نیل به این هدف، نمونه نوع A الیادا که مشخصات سازه‌ای و نتایج مربوط به تحلیل پایداری آن در مراجع [22] موجود است، در نظر گرفته می‌شود. این نمونه دارای طول ۵ متر و نسبت لاغری ۲۵ است.

در شکل ۷ و شکل ۸، به ترتیب، منحنی‌های تغییرات میرایی و تغییرات فرکانس سیستم نسبت به فشار دینامیکی جریان آزاد، محاسبه شده توسط کد آیروالاستیک، رسم شده‌اند که مطابقت مناسبی دارد با نتایج ارائه شده در مرجع [5]. این نتایج به‌ازای در نظر گرفتن میرایی سازه‌ای صفر، و همچنین شرایط هوای استاندارد سطح دریاست.



شکل ۷- میرایی سیستم آیروالاستیک بر حسب فشار دینامیکی، محاسبه شده برای نمونه نوع A الیادا

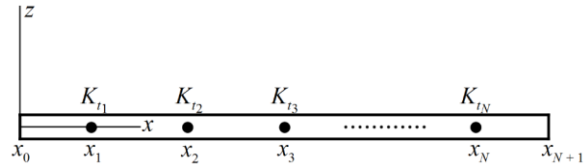


شکل ۸- فرکانس سیستم آیروالاستیک بر حسب فشار دینامیکی، محاسبه شده برای نمونه نوع A الیادا

علاوه بر الیادا [22]، محققان دیگری همچون حدادپور [5]، فتحی و همکاران [7] [8] و شمقدری و نیک‌روش [10] نیز به تحلیل

مجزایی برای تحلیل مودال سازه توسعه داده شد تا بتوان در انجام مدل سازی‌های آتی صرفه‌جویی قابل توجهی صورت پذیرد.

با در نظر گرفتن تیر کلاسیک دوسر-آزاد نشان داده شده در شکل ۶ انرژی‌های جنبشی و کرنشی به ترتیب، برابر روابط (۳۳) و (۳۴) است،



شکل ۶- تیر دوسر-آزاد با اتصالات میانی فنر پیچشی

$$T_B = \sum_{i=1}^{N+1} \int_{x_{i-1}}^{x_i} \frac{1}{2} \mu_i \dot{w}_i^2 dx \quad (33)$$

$$V_B = \sum_{i=1}^{N+1} \int_{x_{i-1}}^{x_i} \frac{1}{2} EI_{s_i} w_i''^2 dx + \sum_{i=1}^N \frac{1}{2} K_{t_i} [w'_{i+1} - w'_i]^2 \Big|_{x_i} \quad (34)$$

بنابراین با استفاده از اصل همیلتون (۳۵)، معادله حرکت حاکم بر خیز عرضی تیر (۳۶) و شرایط مرزی آن (۳۷) و (۳۸) به‌دست می‌آیند:

$$\int_{t_1}^{t_2} \delta L_B dt = 0 ; L_B = T_B - V_B \quad (35)$$

معادله حرکت حاکم بر خیز عرضی هر قسمت از تیر:

$$[EI_{s_i} w_i'''] + \mu_i \ddot{w}_i = 0 ; 1 \leq i \leq N+1 \quad (36)$$

شرایط مرزی ابتدا و انتهای تیر:

$$\begin{aligned} \text{at } x_0 & \begin{cases} EI_{s_1} w_1'' = 0 \\ [EI_{s_1} w_1'''] = 0 \end{cases} \\ \text{at } x_{N+1} & \begin{cases} EI_{s_{N+1}} w_{N+1}'' = 0 \\ [EI_{s_{N+1}} w_{N+1}'''] = 0 \end{cases} \end{aligned} \quad (37)$$

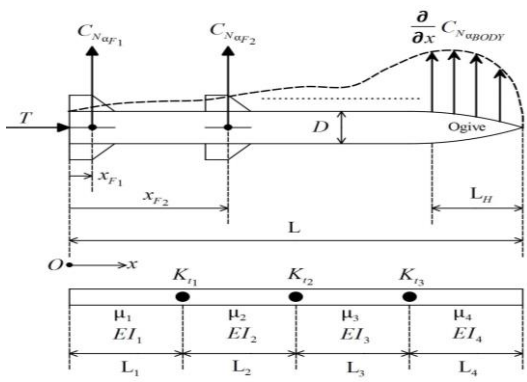
شرایط مرزی محل اتصالات بین و فنر پیچشی:

$$\text{at } x_i \quad \begin{cases} K_{t_i} [w'_{i+1} - w'_i] = EI_{s_{i+1}} w_{i+1}'' \\ K_{t_i} [w'_{i+1} - w'_i] = EI_{s_i} w_i'' \\ [EI_{s_{i+1}} w_{i+1}'''] = [EI_{s_i} w_i'''] \\ w_{i+1} = w_i \end{cases} \quad (38)$$

با گسسته‌سازی معادلات فوق به روش تفاضل محدود مرکزی، یک دستگاه معادله به فرم رابطه (۳۹) به‌دست می‌آید. در صورتی که پاسخ‌های سیستم الاستیک به شکل هارمونیک خالص در نظر گرفته شوند، یعنی رابطه (۴۰)، آنگاه می‌توان شکل مودها و فرکانس‌های طبیعی تیر را با حل مسئله مقدار ویژه (۴۱) استخراج کرد.

$$[M]\{\ddot{w}\} + [K]\{w\} = 0 \quad (39)$$

این پارامترها مستقیماً تأثیری بر شیب ضرایب آیرودینامیکی و شکل مودها و فرکانس‌های طبیعی سازه ندارند اما چون به‌طور مستقیم در معادلات آیرولاستیک حضور دارند، لذا سبب ناپایداری در سیستم آیرولاستیک شده و اثر آنها به‌طور مستقل و تحت عنوان پارامترهای جانبی بررسی می‌شوند.



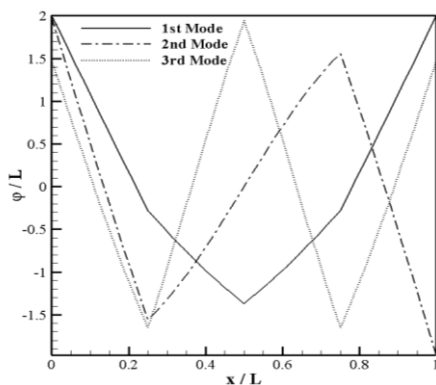
شکل ۹- مدل حامل فضایی و پارامترهای در نظر گرفته شده

بررسی تأثیر پارامترهای هندسی

در این بخش، توزیع جرم در واحد طول و صلابت خمشی در سرتاسر طول تیر، به‌صورت یکنواخت فرض شده است. علاوه بر آن، سازه مذکور دارای سه فنر پیچشی در فواصل یکسان از یکدیگر بوده که سختی هر یک از آنها دارای نسبت $\frac{K_t \times L}{EI} = 1$ است. به‌طوری‌که، شکل مودهای طبیعی بی‌بعد برای سه مود ابتدایی این سازه، مطابق شکل ۱۰ بوده و فرکانس‌های طبیعی بی‌بعد، یعنی $f \sqrt{\frac{\mu L^4}{EI}}$ ، برای سه مود ابتدایی آن، مطابق جدول ۲ است.

جدول ۲- فرکانس‌های طبیعی و بی‌بعد مود خمشی اول تا سوم سازه، برای مطالعه پارامترهای هندسی

مود سوم	مود دوم	مود اول	فرکانس طبیعی بی‌بعد
۷/۱۶۴۲	۴/۲۳۸۹	۱/۵۸۴۸	



شکل ۱۰- شکل مودهای طبیعی مود خمشی اول تا سوم سازه، محاسبه شده برای مطالعه پارامترهای هندسی

پایداری خطی نمونه آزمایشی مذکور پرداخته‌اند که در جدول ۱، فشار دینامیکی متناظر با نقطه واگرایی به‌دست آمده توسط هر یک از افراد نامبرده و همچنین نتیجه حاصل از کار پیش رو طبقه‌بندی شده است. با توجه به مقادیر بیان شده در این جدول، پیداست که فشار واگرایی به‌دست آمده برای این سیستم آیرولاستیک توسط مودهای خمشی اول، دوم و سوم، تقریباً با خطای نسبی ۰/۳ درصد، بسیار نزدیک به مقدار گزارش شده از سوی پلاتوس، حدادپور و شمقدری و نیک‌روش است.

جدول ۱- نتایج گزارش شده از سوی برخی محققین برای نمونه نوع A الیادا

سال	مراجع	فشار دینامیکی واگرایی [kpa]
۱۹۸۹	الیادا [22]	۱۱۴۹
۲۰۰۶	حدادپور [5]	۱۰۸۷
۲۰۰۹	فتحی و همکاران [7] [8]	۱۰۱۳
۲۰۱۲	شمقدری و نیک‌روش [10]	۱۰۸۷
	تحقیق حاضر	۱۰۸۴

سایر کدهای فرتن توسعه داده شده برای استخراج مشخصه‌های آیرودینامیکی و سازه‌ای به‌طور کامل در مرجع [23] اعتبارسنجی شده‌اند.

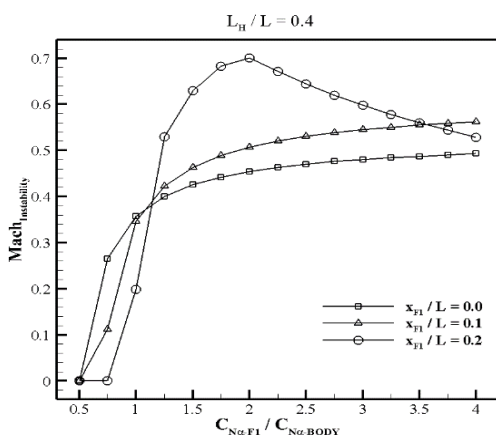
نتایج و بحث

برای انجام مطالعه ناپایداری روی پارامترهای هندسی، حامل فضایی شکل ۹ به طول کل L و قطر بدنه D دارای کلاهک اجابو به طول L_H در نظر گرفته می‌شود که شیب ضریب توزیع نیروی آیرودینامیکی بدنه حامل در امتداد عمود بر راستای طولی آن با علامت $\frac{\partial}{\partial x} C_{N\alpha Body}$ نشان داده شده است. برای این حامل دو دسته بالک در فواصل x_{F_1} و x_{F_2} از انتهای جسم در نظر گرفته شده است که تأثیر آنها به‌طور جداگانه و به‌صورت شیب ضرایب آیرودینامیکی بالک در امتداد عمود بر راستای طولی حامل، یعنی $C_{N\alpha F_1}$ و $C_{N\alpha F_2}$ ، لحاظ می‌شوند. از آنجاکه پارامترهای مذکور صرفاً وابسته به هندسه بدنه حامل بوده و تغییرات آنها مستقیماً سبب تغییر در بارهای آیرودینامیکی می‌شوند، لذا تأثیر این پارامترها تحت عنوان پارامترهای هندسی مورد مطالعه قرار می‌گیرند. پارامترهای دیگر این حامل فضایی، پارامترهای سازه‌ای هستند که تغییر در آنها سبب تغییر در شکل مودها و فرکانس‌های طبیعی سازه می‌شود. این پارامترها به‌طور شماتیک در شکل ۹ نشان داده شده‌اند. در واقع مدل سازه‌ای این حامل، یک تیر اوایلر-برنولی است که از چهار المان کوچکتر به طول L_i ، توزیع جرم در واحد طول μ_i و صلابت خمشی EI_i تشکیل شده است و ارتباط میان اجزای مجاور یکدیگر، اتصال بین و فنر پیچشی با سختی K_{t_i} می‌باشد که در فواصل یکسان از یکدیگر قرار گرفته‌اند. این پارامترها در قالب پارامترهای سازه‌ای مطالعه می‌شوند.

عوامل دیگری مانند نیروی پیشران موتور و میرایی سازه نیز وجود دارند که می‌توانند پایداری سیستم آیرولاستیک را تحت تأثیر قرار دهند.

ابتدا فرض می‌شود بالک‌های شماره ۲ (بالک‌های میانی) وجود ندارند. حال اگر نسبت طول به قطر بدنه و نسبت طول کلاهک به طول کل، به ترتیب، برابر با $\frac{L_H}{L} = 10$ و $\frac{L_H}{L} = 0.2$ در نظر گرفته شوند، آنگاه مرزهای ناپایداری سیستم آیرودینامیک مذکور به‌ازای مقادیر مختلف شیب ضریب آیرودینامیکی بالک‌های شماره ۱، یعنی $C_{N\alpha F_1}$ ، که در موقعیت‌های متفاوت X_{F_1} قرار گرفته‌اند، مطابق شکل ۱۱ خواهند بود. نتایج ارائه شده حاکی از آن است که افزایش شیب ضریب آیرودینامیکی بالک‌های شماره ۱ موجب می‌شود تا ناپایداری این سیستم در ماخ‌های بالاتر اتفاق بیفتد؛ چراکه با افزایش $C_{N\alpha F_1}$ ، نه‌تنها مرکز فشار به پشت مرکز جرم منتقل شده و سبب پایداری دینامیکی مودهای صلب سیستم می‌شود، بلکه باعث دور شدن مرکز فشار از مرکز جرم و نزدیک شدن آن به انتهای حامل می‌شود که به‌موجب آن، محدوده پایداری سیستم آیرودینامیک حامل افزایش می‌یابد. از سوی دیگر، افزایش فاصله بالک‌ها از انتهای حامل، گرچه باعث افزایش حداقل ضریب آیرودینامیکی مورد نیاز به‌منظور حفظ پایداری دینامیکی مودهای صلب سیستم می‌شود، اما می‌تواند محدوده پایداری سیستم را نیز افزایش دهد. به‌عبارت دیگر، هرچه بالک‌ها به انتهای حامل نزدیک‌تر باشند، می‌توان اندازه آنها را در طراحی کوچکتر در نظر گرفت. این درحالی است که تمایل به افزایش محدوده پایداری سیستم آیرودینامیک ایجاب می‌کند که اندازه بالک‌های انتهایی تا حد امکان بزرگ باشند. نقاط ناپایداری نشان داده شده در منحنی‌های این شکل نیز، همگی از نوع واگرایی هستند.

ضریب آیرودینامیکی مورد نیاز بالک‌های شماره ۱ جهت حفظ پایداری دینامیکی مودهای صلب را کاهش دهد. در واقع، افزایش ۲۰ درصدی طول کلاهک حامل موجب شده است تا تجمع توزیع فشار هوا در جلوی مرکز جرم جسم کاهش یافته و توزیع $C_{N\alpha Body}$ در طول حامل هموارتر گردد. بدین ترتیب، مرکز فشار بارهای آیرودینامیکی بدنه که در جلوی مرکز جرم جسم است، به مرکز جرم نزدیک‌تر شده و بدین ترتیب، محدوده پایداری سیستم افزایش یابد. نکته جالب دیگری که در شکل ۱۲ مشاهده می‌شود عدم یکنوایی منحنی مربوط به بالک‌های شماره ۱ در موقعیت $\frac{X_{F_1}}{L} = 0.2$ است که علت صعودی و نزولی بودن آن، تغییر نوع ناپایداری سیستم به‌ازای مقادیر مختلف $C_{N\alpha F_1}$ است. در واقع، در قسمت صعودی منحنی، تمام ناپایداری‌ها از نوع واگرایی و در قسمت نزولی، ناپایداری‌ها از نوع فلاتر هستند. علت این پدیده را می‌توان این‌طور توصیف کرد که وقتی بالک‌های حامل در موقعیت $\frac{X_{F_1}}{L} = 0.2$ قرار داشته باشند، با افزایش مقدار $C_{N\alpha F_1}$ ، عدد ماخ اولین ناپایداری سیستم که از نوع واگرایی است، افزایش می‌یابد اما به‌طور هم‌زمان، عدد ماخ دومین ناپایداری که از جنس فلاتر است و کمی بعد از واگرایی اتفاق می‌افتد، کاهش می‌یابد. بنابراین، با افزایش ضریب آیرودینامیکی بالک، این روند تا جایی ادامه پیدا می‌کند که جنس اولین ناپایداری سیستم آیرودینامیک از واگرایی به فلاتر تغییر کند. پس از آن، آن با افزایش $C_{N\alpha F_1}$ ، عدد ماخ ناپایداری اول که از نوع فلاتر است، کاهش یافته و عدد ماخ دومین ناپایداری که از نوع واگرایی است، کاهش می‌یابد.

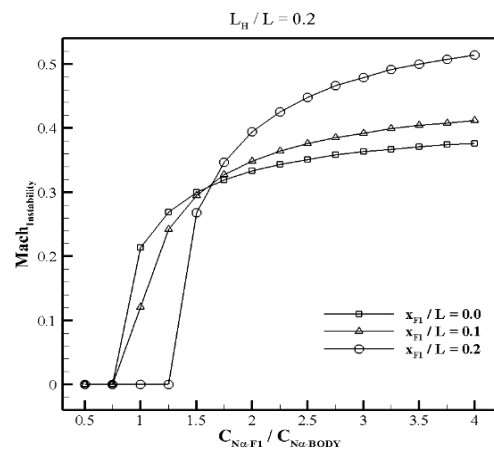


شکل ۱۲- مرزهای ناپایداری سیستم آیرودینامیک بدنه حامل به‌ازای مقادیر

مختلف $C_{N\alpha F_1}$ و X_{F_1} با طول کلاهک $\frac{L_H}{L} = 0.4$

اگر به‌ازای $\frac{L_H}{L} = 0.4$ ، $\frac{X_{F_1}}{L} = 0.2$ و $\frac{C_{N\alpha F_1}}{C_{N\alpha Body}} = 4$ منحنی

تغییرات فرکانس بی‌بعد سیستم آیرودینامیک حامل بر حسب عدد ماخ جریان آزاد طبق شکل ۱۳ ترسیم شود، این موضوع قابل رویت است که واگرایی سیستم بعد از نقطه فلاتر (تقریباً در عدد ماخ ۰/۸) قرار



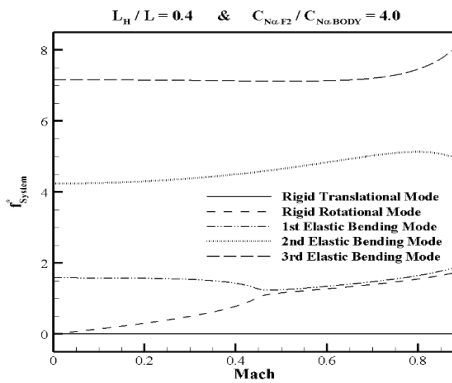
شکل ۱۱- مرزهای ناپایداری سیستم آیرودینامیک بدنه حامل به‌ازای مقادیر

مختلف $C_{N\alpha F_1}$ و X_{F_1} با طول کلاهک $\frac{L_H}{L} = 0.2$

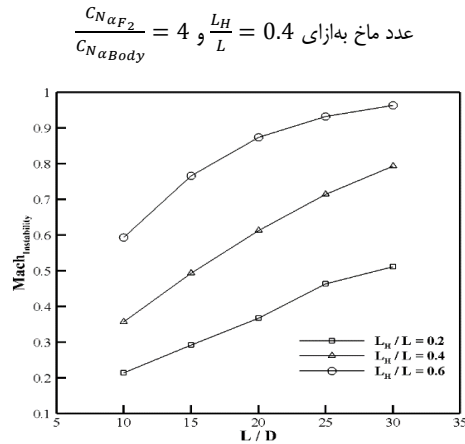
حال طول کلاهک حامل به $\frac{L_H}{L} = 0.4$ افزایش داده می‌شود و مجدداً پایداری سیستم آیرودینامیک حامل مورد بررسی قرار می‌گیرد. همان‌طور که از شکل ۱۲ پیداست، تغییر طول کلاهک نه‌تنها موجب افزایش ماخ ناپایداری سیستم شده است، بلکه توانسته است حداقل

در شکل ۱۵ منحنی تغییرات فرکانس بی‌بعد سیستم آیرولاستیک حامل بر حسب عدد ماخ به‌ازای $\frac{L_H}{L} = 0.4$ و $\frac{C_{N\alpha F_2}}{C_{N\alpha Body}} = 4$ ترسیم شده و نشان می‌دهد فلاتر حامل مذکور در اثر ترکیب فرکانس‌های مود صلب دورانی با اولین مود الاستیک خمشی رخ داده است.

در شکل ۱۶ تاثیر نسبت طول به قطر حامل، یعنی $\frac{L}{D}$ به‌ازای طول‌های مختلف کلاهک، یعنی $\frac{L_H}{L}$ نشان داده شده است. در این مطالعه، تنها از بالک‌های شماره ۱ در موقعیت $\frac{X_{F1}}{L} = 0$ با مشخصه آیرودینامیکی $\frac{C_{N\alpha F_1}}{C_{N\alpha Body}} = 1$ به‌منظور پایداری دینامیکی استفاده می‌شود. نمودارهای ترسیم شده در این شکل با فرض آن که منحنی‌های توزیع جرم در واحد طول و صلابت خمشی سازه مستقل از تغییرات قطر حامل بوده است^{۲۹} ارائه شده‌اند و نشان می‌دهند که با افزایش نسبت لاغری جسم، محدوده پایداری سیستم آیرولاستیک بدنه حامل افزایش می‌یابد. علاوه بر آن، تغییر در نسبت لاغری جسم سبب تغییر در نوع ناپایداری سیستم نمی‌شود زیرا افزایش نسبت لاغری حامل موجب می‌شود تا شدت فشار هوای توزیع شده روی سطح جسم در سرتاسر جسم کاهش یافته و در نتیجه، ناپایداری سیستم در سرعت‌های بالاتر اتفاق بیفتد.



شکل ۱۵- منحنی تغییرات فرکانس سیستم آیرولاستیک بدنه حامل بر حسب

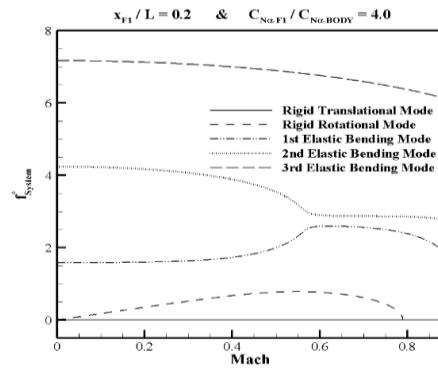


شکل ۱۶- مرزهای ناپایداری سیستم آیرولاستیک بدنه حامل به‌ازای مقادیر

$$\text{مختلف } \frac{L_H}{L} \text{ و } \frac{L}{D}$$

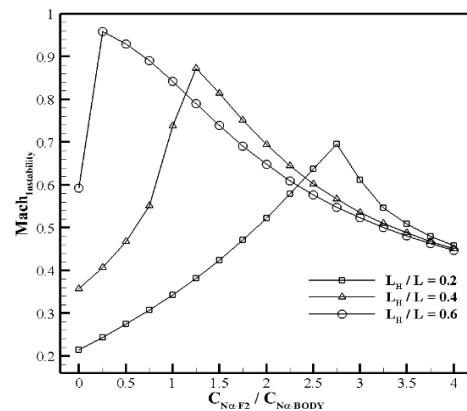
داشته و فلاتر سیستم به‌علت همگرایی شدن فرکانس‌های اول و دوم مود الاستیک خمشی به یک مقدار مشترک، اتفاق می‌افتد.

حال فرض می‌شود $\frac{L}{D} = 10$ و برای حفظ پایداری دینامیکی، بالک‌های شماره ۱ با مشخصه آیرودینامیکی $\frac{C_{N\alpha F_1}}{C_{N\alpha Body}} = 1$ در موقعیت $\frac{X_{F1}}{L} = 0$ قرار داشته باشند. در شکل ۱۴ مرزهای ناپایداری سیستم آیرولاستیک این حامل به‌ازای مقادیر مختلف ضریب آیرودینامیکی بالک‌های شماره ۲، یعنی $C_{N\alpha F_2}$ ، که در موقعیت $\frac{X_{F2}}{L} = 0.4$ قرار دارند، نشان داده شده است. نکته قابل تاملی که در این شکل وجود دارد، آن است که اگر $C_{N\alpha F_2}$ به‌حد کافی بزرگ باشد، آنگاه ناپایداری سیستم به‌ازای هر نسبتی از نوع فلاتر است و علاوه بر آن، نقطه به‌وقوع پیوستن آن می‌تواند دارای یک مقدار حدی باشد. در واقع، به‌طور مشابه با آنچه که پیش‌تر به آن اشاره شد، حضور بالک‌های میانی سبب خنثی شدن تجمع توزیع بار آیرودینامیکی در قسمت کلاهک حامل می‌گردد. نکته مهم دیگر آن که با افزایش طول کلاهک حامل، ناپایداری‌های سیستم آیرولاستیک عمدتاً در قالب فلاتر اتفاق می‌افتند.



شکل ۱۳- منحنی تغییرات فرکانس سیستم آیرولاستیک بدنه حامل بر حسب

$$\text{عدد ماخ به‌ازای } \frac{L_H}{L} = 0.4, \frac{X_{F1}}{L} = 0.2 \text{ و } \frac{C_{N\alpha F_1}}{C_{N\alpha Body}} = 4$$



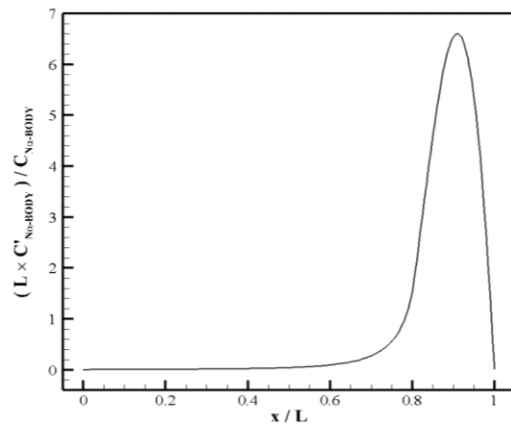
شکل ۱۴- مرزهای ناپایداری سیستم آیرولاستیک بدنه حامل به‌ازای مقادیر

$$\text{مختلف } C_{N\alpha F_2} \text{ و } \frac{L_H}{L}$$

۲۹. این اتفاق زمانی می‌افتد که جنس بدنه حامل نیز به‌گونه‌ای تغییر کند که توزیع جرم در واحد طول و صلابت خمشی سازه، ثابت بماند.

بررسی تأثیر پارامترهای سازه‌ای

در این بخش، پیکره‌بندی حامل دارای نسبت لاغری ۱۰ بوده و نسبت طول کلاهک به طول کل آن برابر با ۰٫۲ می‌باشد، به طوری که شیب ضریب توزیع نیروی آیرودینامیکی بدنه این حامل در امتداد عمود بر راستای طولی آن، یعنی $\left[\frac{L}{C_{N\alpha Body}} \right] \times \frac{\partial}{\partial x} (C_{N\alpha Body})$ برابر با منحنی نشان داده شده در شکل ۱۷ است. مشخصات بالک‌های استفاده شده جهت پایداری دینامیکی حامل مذکور نیز در جدول ۳ بیان شده است.



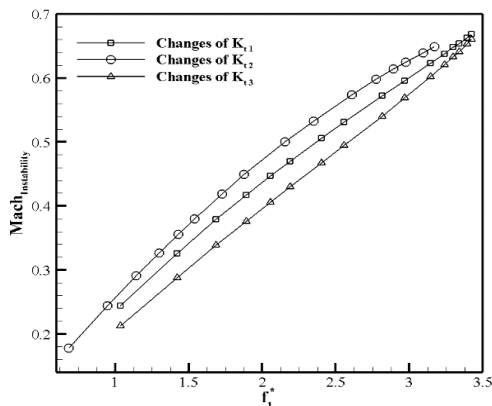
شکل ۱۷- شیب ضریب توزیع نیروی آیرودینامیکی بدنه حامل در امتداد عمود بر راستای طولی جسم، محاسبه شده برای مطالعه پارامترهای سازه‌ای

جدول ۳- بالک‌های در نظر گرفته شده، برای مطالعه پارامترهای سازه‌ای

شماره بالک	۱	۲
نسبت $\frac{X_F}{L}$	۰/۰	۰/۴
نسبت $\frac{C_{N\alpha F}}{C_{N\alpha Body}}$	۱/۰	۱/۰

برای آنکه بهتر بتوان تأثیر حضور فنر پیچشی را درک کرد، ابتدا فرض می‌گردد که دو تا از فنرها به‌حدی سفت باشند که اختلاف شیب تیر در طرفین هر یک از آنها برابر با صفر باشد، چنان‌که انگار در آن نقطه هیچ‌گونه اتصالی وجود نداشته و تیر یک‌تکه است و پس از آن، سختی فنر دیگری از کم به زیاد افزایش داده می‌شود. سپس، این فرآیند برای سایر فنرها نیز تکرار می‌شود. بدین ترتیب، علاوه بر تأثیر سختی فنر پیچشی بر پایداری سیستم آیرولاستیک، می‌توان تأثیر موقعیت قرارگیری آن را نیز بررسی کرد. در این قسمت، صلابت خمشی و توزیع جرم واحد طول تیر در سرتاسر آن یکنواخت در نظر گرفته می‌شود. در نتیجه فرکانس طبیعی سازه تنها از طریق تغییر در سختی فنر پیچشی، دستخوش تغییر می‌شود که تأثیر آن بر مرزهای ناپایداری سیستم آیرولاستیک بدنه حامل فضایی در شکل ۱۸ نشان داده شده است. در شکل ۱۹ نیز مرزهای ناپایداری سیستم به‌طور مستقیم به‌ازای تغییر سختی فنرهای پیچشی نمایش داده شده‌اند. مطابق این شکل‌ها،

با افزایش سختی فنرهای پیچشی، فرکانس طبیعی سازه افزایش یافته و در پی آن، پایداری سیستم آیرولاستیک نیز افزایش می‌یابد. علاوه بر آن، دیده می‌شود که افزایش سختی فنرهای پیچشی از یک‌جا به بعد، بی‌فایده بوده و عدد ماخ ناپایداری به یک مقدار حدی میل می‌کند که به معنی اشباع شدن فنر پیچشی بوده و در نتیجه، بارهای آیرودینامیکی قادر به پیچاندن آن نخواهند بود. لازم به ذکر است ناپایداری‌های سیستم آیرولاستیک نشان داده شده در این شکل‌ها از نوع واگرایی هستند و افزایش سختی فنرهای پیچشی سبب تغییر نوع ناپایداری از واگرایی به فلاتر نمی‌شود.

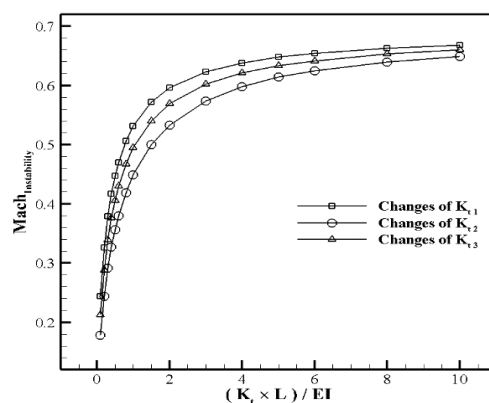
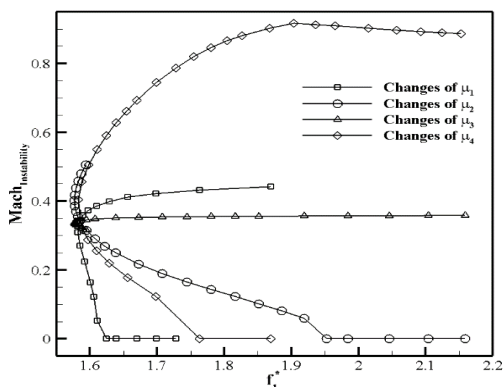


شکل ۱۸- اثر سختی فنرهای پیچشی بر ماخ ناپایداری آیرولاستیک حامل

در شکل ۱۹، مقایسه عدد ماخ واگرایی فنرهای پیچشی در موقعیت‌های مختلف نشان می‌دهد که به‌ازای یک سختی ثابت، اگر فنر پیچشی موجود در موقعیت نزدیک به مرکز جرم جسم باشد (یعنی فنر شماره ۲ که در موقعیت $\frac{x}{L} = 0.50$ است)، آنگاه ماخ ناپایداری سیستم دارای حداقل مقدار ممکن خواهد بود. درحالی‌که، ایجاد فاصله میان فنر و مرکز جرم، دو حالت بوجود می‌آورد:

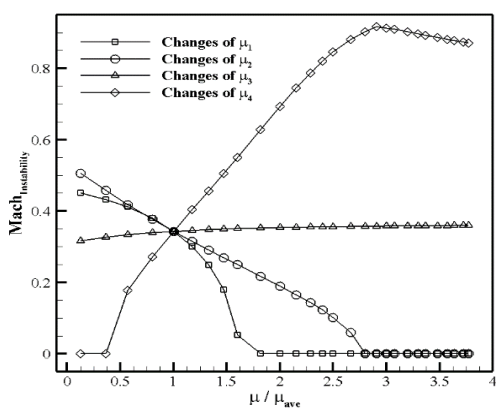
- هرچه موقعیت فنر پیچشی موجود در پشت مرکز جرم، به انتهای حامل نزدیک‌تر گردد (یعنی فنر شماره ۱ که در موقعیت $\frac{x}{L} = 0.25$ است)، آنگاه ماخ ناپایداری سیستم بیشینه می‌شود.
- هرچه موقعیت فنر پیچشی موجود در جلوی مرکز جرم، به نوک حامل نزدیک‌تر گردد (فنر شماره ۳ در موقعیت $\frac{x}{L} = 0.75$ ، ماخ ناپایداری سیستم میانگینی از ماخ دو حالت قبل خواهد بود. لازم به ذکر است شکل بارگذاری آیرودینامیکی روی بدنه حامل در مطالعه پارامترهای سازه‌ای از اهمیت زیادی برخوردار است و نتایج ارائه شده با توجه به بارگذاری ابتدای این قسمت است. نکته مهم دیگر آنکه، طبق شکل ۱۸ اگر سختی فنر پیچشی به‌گونه‌ای تغییر یابد که فرکانس بی‌بعد تیر با تغییر در موقعیت فنر، تغییر نکند و پایداری سیستم نیز افزایش یابد، آنگاه می‌بایست فنر پیچشی در پشت مرکز جرم جسم قرار بگیرد و حتی‌الامکان نزدیک به مرکز جرم باشد.

ناپایداری سیستم آیرولاستیک که از نوع واگرایی است، افزایش می‌یابد اما به‌طور هم‌زمان، عدد ماخ دومین ناپایداری که از جنس فلاتر است و کمی بعد از واگرایی اتفاق می‌افتد، کاهش می‌یابد. بنابراین، با افزایش توزیع جرم المان شماره ۴، این روند تا جایی ادامه پیدا می‌کند که جنس اولین ناپایداری سیستم آیرولاستیک از واگرایی به فلاتر تغییر کند. پس از آن، آن با افزایش μ_4 ، عدد ماخ ناپایداری اول که از نوع فلاتر است، کاهش یافته و عدد ماخ دومین ناپایداری که از نوع واگرایی است، کاهش می‌یابد. لازم به ذکر است که ناپایداری‌های آیرولاستیک مربوط به تغییرات μ_1 ، μ_2 و μ_3 نشان داده شده در این شکل‌ها، تماماً از نوع واگرایی می‌باشند.



شکل ۱۹- مرزهای ناپایداری سیستم آیرولاستیک بدنه حامل به‌ازای تغییر سختی فنرهای پیچشی

شکل ۲۰- مرزهای ناپایداری سیستم آیرولاستیک بدنه حامل به‌ازای تغییر فرکانس بی‌بعد مود اول خمشی، ناشی از تغییرات توزیع جرم



شکل ۲۱- اثر توزیع جرم بر ماخ ناپایداری آیرولاستیک حامل

حال برای بررسی پارامتر صلابت خمشی، مقدار توزیع جرم در سرتاسر تیر، یکنواخت و برابر با μ در نظر گرفته می‌شود. در شکل ۲۲ مرزهای ناپایداری سیستم آیرولاستیک بدنه حامل مذکور به‌ازای مقادیر مختلف فرکانس طبیعی بی‌بعد مود اول خمشی سازه، نشان داده شده است. ناگفته نماند که برای سختی پیچشی هر یک از فنرها نیز مقدار انتخاب شده است $\frac{K_f \times L}{EI_{ave}} = 1$ (در این عبارت، K_f میانگین صلابت خمشی سازه است). با تغییر صلابت خمشی سازه، فرکانس‌های بی‌بعد سازه نیز تغییر خواهند کرد اما چون کاهش سختی یک سازه سبب

حال برای بررسی پارامتر توزیع جرم، مقدار صلابت خمشی در سرتاسر تیر، یکنواخت و برابر با EI در نظر گرفته می‌شود. همچنین فرض می‌شود که سختی هر یک از فنرهای پیچشی دارای نسبت $\frac{K_f \times L}{EI} = 1$ است. در شکل ۲۰، مرزهای ناپایداری سیستم آیرولاستیک بدنه حامل به‌ازای تغییر در فرکانس طبیعی بی‌بعد مود اول خمشی سازه، نشان داده شده است. بدیهی است که فرکانس‌های بی‌بعد سازه با تغییر در توزیع جرم، تغییر خواهند کرد اما چون افزایش جرم یک سازه سبب کاهش فرکانس‌های آن می‌شود (و بالعکس)، بنابراین در این حالت نمی‌توان در مورد افزایش یا کاهش بودن فرکانس بی‌بعد سازه نظری داد. در هر یک از منحنی‌های شکل مذکور، با افزایش توزیع جرم هر یک از المان‌های تیر، فرکانس طبیعی بی‌بعد مود اول سازه در ابتدا، کاهش و سپس، افزایش می‌یابد. مهم است بدانیم که افزایش μ_1 و μ_2 سبب کاهش پایداری سیستم شده و افزایش μ_3 و μ_4 پایداری سیستم را عمدتاً افزایش می‌دهند؛ گرچه اثر افزایش μ_3 بسیار ناچیز است.

به‌منظور نمایش بهتر اثر تغییرات توزیع جرم سازه بر پایداری سیستم آیرولاستیک، تغییرات مرزهای ناپایداری سیستم بر حسب تغییرات نسبت به توزیع جرم هر یک از المان‌های تیر در شکل ۲۱ نشان داده شده است. گفتنی است که در محل تلاقی منحنی‌ها، تیر دارای توزیع جرم یکنواخت و یکسان است. در واقع، افزایش μ_1 و μ_2 سبب کاهش فاصله میان مرکز جرم و مرکز فشار شده و در پی آن، محدوده پایداری سیستم نیز کاهش می‌یابد (و بالعکس). همچنین اگر افزایش توزیع جرم المان‌های ۱ و ۲ از یک مقداری بیش‌تر باشند، مرکز جرم به پشت مرکز فشار منتقل شده و سیستم کلاً به لحاظ دینامیکی ناپایدار می‌گردد. از آنجاکه المان‌های ۳ و ۴ حامل در جلوی مرکز فشار قرار دارند، افزایش μ_3 و μ_4 مفید بوده و موجب افزایش ماخ ناپایداری می‌شود. البته افزایش μ_4 محدوده پایداری سیستم را همواره گسترش نمی‌دهد و به‌ازای $\frac{\mu_4}{\mu_{ave}}$ بزرگتر از ۲٫۹، با کاهش ماخ ناپایداری مواجه خواهیم بود که علت آن، تغییر در نوع ناپایداری سیستم از واگرایی به فلاتر است. در واقع، با افزایش مقدار μ_4 ، عدد ماخ اولین

بررسی تاثیر پارامترهای جانبی

در این بخش، تاثیر پارامترهای دیگری که در معادلات حرکت حضور داشته و می‌توانند پایداری سیستم آیروالاستیک حامل را تحت تاثیر قرار دهند، بررسی می‌گردد. پارامترهایی نظیر نیروی دنبال‌کننده پیشران و میرایی سازه که عمدتاً می‌تواند به دلیل لقی میان اتصالات و یا وجود جاذب‌های انرژی استفاده شده به منظور محافظت کردن از سیستم‌های الکترونیکی و محموله‌های حساس، بوجود بیاید. برای این منظور، مدل تحت مطالعه در این بخش دارای همان مشخصاتی است که پیش‌تر در جدول ۲ و شکل ۱۰ و شکل ۱۷ معرفی شد.

بالک در نظر گرفته شده در این تحقیق در موقعیت‌های شماره‌های ۱ و ۲ به ترتیب در $\frac{X_{F1}}{L} = 0$ و $\frac{X_{F2}}{L} = 0.4$ قرار گرفته‌اند، به طوری که مشخصه آیرودینامیکی بالک شماره ۱ برابر با $\frac{C_{N\alpha F1}}{C_{N\alpha Body}} = 1$ است. در ادامه، تاثیر پارامترهای نیروی پیشران و میرایی سازه بر ماخ ناپایداری سیستم به‌ازای $\frac{C_{N\alpha F2}}{C_{N\alpha Body}}$ برابر با ۲ و ۳ نشان داده می‌شود. شایان ذکر است که ناپایداری سیستم آیروالاستیک به‌ازای مقادیر در نظر گرفته شده، به ترتیب، از نوع واگرایی و فلاتر است.

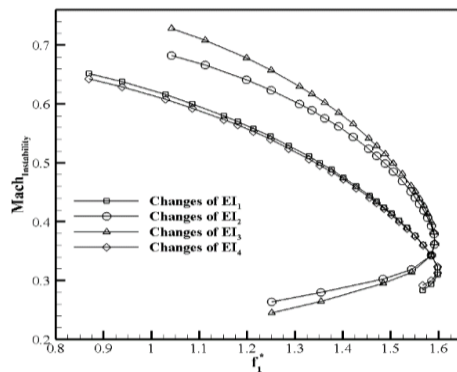
آنچه به وضوح از نمودار شکل ۲۴ می‌توان دریافت، آن است که با افزایش نیروی پیشران، ماخ ناپایداری سیستم به‌علت افزایش ناپایداری دینامیکی، کاهش می‌یابد. در بیان علت، می‌توان اینطور گفت که اگر بارهای آیرودینامیکی حذف گردند، دیده می‌شود که افزایش نیروی دنبال‌کننده فشاری (نیروی پیشران) موجب کاهش فرکانس سیستم الاستیک می‌شود. نکته دیگر آن که حضور نیروی پیشران قادر به تغییر نوع ناپایداری سیستم نیست. در واقع در این مطالعه مشاهده شد که با افزایش نیروی پیشران، جای اولین و دومین ناپایداری سیستم آیروالاستیک با یکدیگر تعویض نمی‌شود.

نمودار شکل ۲۵ نشان می‌دهد اگر ناپایداری یک سیستم از نوع واگرایی باشد (منحنی $\frac{C_{N\alpha F2}}{C_{N\alpha Body}} = 2$)، آنگاه میرایی سازه تاثیری بر ماخ واگرایی سیستم آیروالاستیک ندارد. درحالی‌که اگر ناپایداری سیستم از نوع فلاتر باشد (منحنی $\frac{C_{N\alpha F2}}{C_{N\alpha Body}} = 3$)، آنگاه با افزایش میرایی سازه، ماخ فلاتر افزایش می‌یابد و اگر این میرایی از حدی بیشتر گردد، آنگاه ضمن وقوع یک جهش افزایشی در مقدار ماخ ناپایداری، نوع آن نیز تغییر کرده و باعث می‌شود که فلاتر به واگرایی تبدیل گردد و از آن پس، با افزایش میرایی سازه‌ای، شاهد هیچ تغییری در ماخ واگرایی سیستم نخواهیم بود.

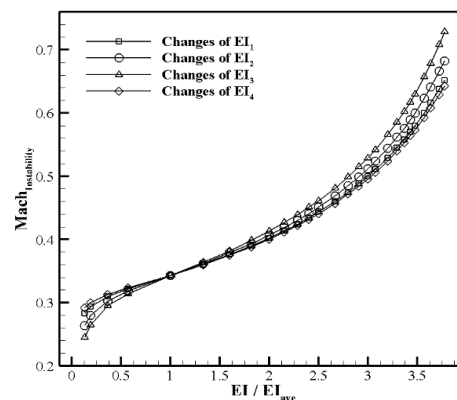
در واقع، مطابق شکل ۲۶ هنگامی که ناپایداری سیستم از نوع فلاتر باشد، با افزایش میرایی سازه، اتلاف انرژی ناشی از بارهای آیرودینامیکی نیز افزایش یافته و این امر سبب می‌شود تا فرکانس مود صلب دورانی سیستم کاهش یابد، تا جایی که فرکانس سیستم به کمترین مقدار ممکن، یعنی صفر برسد و در نتیجه سیستم دچار ناپایداری بدون نوسان، یعنی واگرایی شود.

کاهش فرکانس‌های آن می‌شود و (بالعکس)، بنابراین افزایش یا کاهش بودن فرکانس طبیعی بی‌بعد سازه قابل پیش‌بینی نیست. در واقع، نمودار شکل ۲۲ نشان می‌دهد که گرچه فرکانس بی‌بعد این تیر با افزایش صلابت خمشی هر تکه از تیر، ابتدا افزایش و سپس کاهش می‌یابد، اما ماخ ناپایداری سیستم آیروالاستیک همواره رو به افزایش است. بنابراین، مطابق نمودارهای ترسیم شده در این شکل، به‌ازای یک فرکانس طبیعی بی‌بعد سازه، تغییر در صلابت خمشی المان‌های نزدیک به مرکز جرم تیر، یعنی EI_2 و EI_3 ، دارای تاثیر بیشتری بوده و می‌تواند ماخ واگرایی سیستم را به مقدار بیشتری افزایش دهد. گفتنی است، تمامی نقاط ناپایداری نشان داده شده در این شکل، از نوع واگرایی هستند.

شکل ۲۳ نیز نشان‌دهنده مرزهای ناپایداری آیروالاستیک بدنه حامل مذکور بر حسب تغییر صلابت خمشی هر یک از المان‌های تیر است. بر مبنای این نمودار، افزایش صلابت خمشی موجب می‌شود تا منحنی ماخ واگرایی با یک تقعر مثبت، همواره افزایش یابد و بدان معنی است که افزایش صلابت خمشی نمی‌تواند نوع ناپایداری سیستم را تغییر دهد؛ چراکه افزایش صلابت خمشی، در واقع، باعث افزایش فاصله بین ناپایداری‌های اول و دوم سیستم آیروالاستیک می‌شود.



شکل ۲۲- مرزهای ناپایداری سیستم آیروالاستیک بدنه حامل به‌ازای تغییر فرکانس بی‌بعد مود اول خمشی، ناشی از تغییرات صلابت خمشی

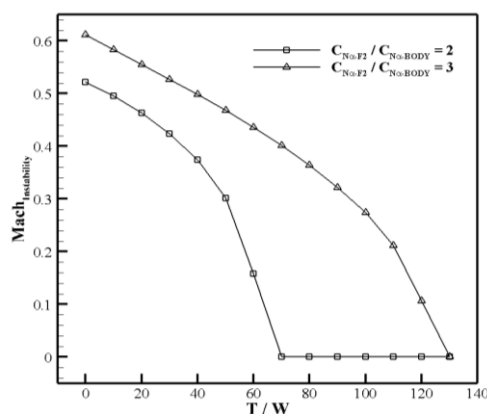


شکل ۲۳- اثر صلابت خمشی بر ماخ ناپایداری آیروالاستیک بدنه حامل

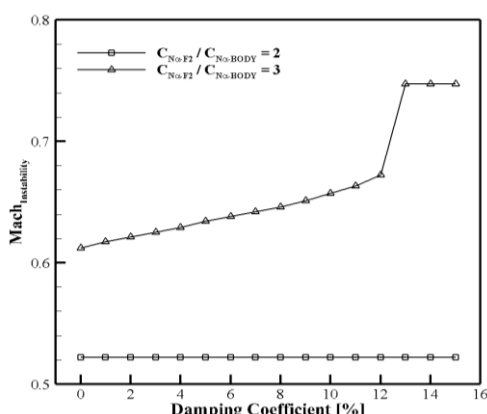
پارامترهای هندسی نشان داد افزایش پارامترهایی نظیر نسبت لاغری و نسبت طول دماغه به طول کل حامل، سبب پایداری آیرولاستیک حامل فضایی می‌شوند. همچنین نشان داده شد که با افزایش شیب ضریب نیروی برای بالک‌ها به‌ازای برخی شرایط، موجب کاهش محدوده ناپایداری سیستم شده و به ازای برخی شرایط دیگر، محدوده ناپایداری سیستم را افزایش می‌دهد. نکته مهم دیگر آن که اگر بالک‌های انتهایی حامل به سمت مرکز جرم کشیده شوند، گرچه پایداری دینامیکی سیستم تحت الشعاع قرار می‌گیرد، اما می‌توان با افزایش شیب ضریب نیروی برای بالک‌ها و برطرف کردن ناپایداری دینامیکی سیستم، در واقع، پایداری آیرولاستیک بدنه حامل فضایی را افزایش داد. البته در این حالت، اگر شیب ضریب نیروی برای بالک‌ها از یک حدی بیشتر شود، نوع ناپایداری سیستم تغییر می‌کند و از آن پس، پایداری آیرولاستیک با افزایش شیب ضریب نیروی برای بالک‌ها، کاهش می‌یابد. نتیجه قابل توجه دیگر در این تحقیق آن بود که نوع ناپایداری سیستم (فلاتر یا واگرایی) گاه با تغییر در پارامترهایی نظیر نسبت طول کلاهک حامل به طول کل و همچنین با تغییر در محل قرارگیری بالک‌ها، تغییر می‌کند که علت آن، جابجا شدن اولین و دومین ناپایداری سیستم با یکدیگر است.

نتایج حاصل از مطالعه مشخصه‌های سازه‌ای نیز حاکی از آن است که محدوده پایداری سیستم آیرولاستیک بدنه حامل فضایی با افزایش سختی فنرهای پیچشی مدل شده در تیر و همچنین با افزایش صلابت خمشی هر قسمت از سازه، افزایش می‌یابد. همچنین مشاهده شد که افزایش جرم قسمت‌های جلویی مدل تیر که نزدیک به دماغه حامل است، سبب افزایش پایداری سیستم آیرولاستیک شده و در مقابل، افزایش جرم قسمت‌های انتهایی مدل تیر که نزدیک به انتهای حامل است، موجب کاهش پایداری آیرولاستیک می‌شود. نتیجه قابل توجه دیگر، آن که نوع ناپایداری سیستم (فلاتر یا واگرایی) می‌تواند با تغییر در پارامترهایی نظیر توزیع جرم در واحد طول برخی از قسمت‌های جلویی حامل تغییر می‌کند که علت اصلی آن، جابجا شدن اولین و دومین ناپایداری سیستم با یکدیگر است.

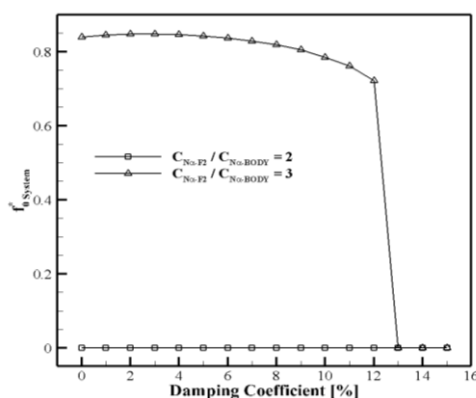
علاوه بر آن، مطالعات انجام شده روی اثر نیروی دنبال‌کننده پیشران و میرایی سازه نشان‌دهنده آن است که افزایش نیروی پیشران تنها سبب کاهش محدوده پایداری سیستم آیرولاستیک می‌شود و نوع ناپایداری سیستم را تغییر نمی‌دهد. همچنین نشان داده شد که اثر میرایی سازه تنها در صورتی قابل اهمیت است که ناپایداری سیستم آیرولاستیک از نوع فلاتر باشد و در این حالت، پایداری آیرولاستیک با افزایش میرایی سازه، افزایش می‌یابد؛ هرچند افزایش بیش از حد میرایی موجب تغییر در نوع ناپایداری (از فلاتر به واگرایی) می‌شود.



شکل ۲۴- مرزهای ناپایداری سیستم به‌ازای تغییرات نیروی پیشران موتور



شکل ۲۵- مرزهای ناپایداری سیستم به‌ازای تغییرات میرایی سازه‌ای



شکل ۲۶- تغییرات فرکانس بی‌بعد مد صلب دورانی سیستم به‌ازای تغییرات میرایی سازه‌ای

جمع‌بندی و نتیجه‌گیری

در این مقاله، مطالعه گسترده‌ای روی تأثیر پارامترهای هندسی و مشخصه‌های سازه‌ای و همچنین تأثیر عواملی دیگر از قبیل نیروی پیشران و میرایی سازه‌ای بر رفتار آیرولاستیک بدنه مدل حامل فضایی با استفاده از تحلیل حوزه فرکانس ارائه شد. نتایج حاصل از مطالعه

تعارض منافع

هیچگونه تعارض منافع توسط نویسندگان بیان نشده است.

مراجع

- vehicle," *International Journal of Structural Stability and Dynamics*, vol. 12, no. 6, p. 1250049, 2012.
- [12] R. G. A. da Silva, J. G. Damilano and J. L. F. Azevedo, "A Sensitivity Investigation on the Aeroelastic Dynamic Stability of Slender Spinning Sounding Rockets," *Journal of Aerospace Technology and Management*, vol. 5, pp. 15-26, 2013.
- [13] M. Li, X. Rui and L. K. Abbas, "Elastic Dynamic Effects on the Trajectory of a Flexible Launch Vehicle," *Journal of Spacecraft and Rockets*, vol. 52, pp. 1-17, 2015.
- [14] R. C. Kitson and C. E. Cesnik, "Aeroelastic modeling and simulation of high-speed flexible vehicles," in *15th Dynamics Specialists Conference*, 2016.
- [15] C. Dongyang, L. K. Abbas, R. Xiaoting and W. Guoping, "Aerodynamic and Static Aeroelastic Computations of a Slender Rocket with All-Movable Canard Surface," *Journal of Aerospace Engineering*, vol. 232, no. 6, pp. 1103-1119, 2017.
- [16] A. Azodi, M. Mohammadi-Amin and S. Mahmoudkhani, "Numerical Study of Thrust Force Effect on Aeroelastic Instability Boundaries of a Space Launch Vehicle," in *25th Annual International Conference of Mechanical Engineering*, Tehran, 2017.
- [17] S. K. Jatav and P. K. Datta, "Aeroelastic Instability of Flexible Rocket Bodies on the Basis of a Simplified Mechanical Model," *International Journal of Aeronautical and Space Sciences*, vol. 20, pp. 387-404, 2019.
- [18] D. Adair, A. Nagimova and M. Jaeger, "Effect of thrust on the structural vibrations of a nonuniform slender rocket," *Mathematical and Computational Applications*, vol. 25, no. 2, pp. 1-13, 2020.
- [19] H. Baruh, *Analytical dynamics*, McGraw-Hill, 1999.
- [20] W. T. Tomson and M. D. Dahleh, "Mode-Summation Procedures for Continuous Systems," in *Theory of Vibration with Applications*, Prentice Hall, 1998, pp. 329-332.
- [21] J. Katz and A. Plotkin, *Low-Speed Aerodynamics*, vol. 13, Cambridge University Press, 2001.
- [22] D. Elyada, "Closed-form approach to rocket-vehicles aeroelastic divergence," *Journal of Spacecraft and Rockets*, vol. 26, pp. 95-102, 1989.
- [23] A. Azodi, "Aeroelastic Modeling and Analysis of a Space Launch Vehicle Body in Subsonic Flight Regime Considering Thrust Force Effect," in *MSc Thesis*, Tehran, Aerospace Research Institute, 2017.
- [1] R. L. Bisplinghoff and H. Ashley, *Principles of Aeroelasticity*, Dover Publications, 1983.
- [2] T. Ohshima and Y. Sugiyama, "Effect of Aerodynamic Loads on Dynamic Stability of Slender Launch Vehicle Subjected to an End Rocket Thrust," *American Society of Mechanical Engineers, Applied Mechanics Division*, vol. 253, 2002.
- [3] S. Pourtakdoust and N. Assadian, "Aeroelastic analysis of guided hypersonic launch vehicles," *Scientia Iranica*, vol. 11, pp. 26-36, 2004.
- [4] S. Pourtakdoust and N. Assadian, "Investigation of thrust effect on the vibrational characteristics of flexible guided missiles," *Journal of sound and vibration*, vol. 272, pp. 287-299, 2004.
- [5] H. Haddadpour, "Aeroservoelastic stability of supersonic slender-body flight vehicles," *Journal of guidance, control, and dynamics*, vol. 29, pp. 1423-1427, 2006.
- [6] F. Mastroddi, F. Stella, G. M. Polli and M. Giang, "Sensitivity analysis for the dynamic aeroelasticity of a launch vehicle," *Journal of Spacecraft and Rockets*, vol. 45, p. 999, 2008.
- [7] M. Fathi Jegarkandi, A. Salezadeh Nobari, M. Sabzehparvar and H. Haddadpour, "Aeroelastic stability consideration of supersonic flight vehicle using nonlinear aerodynamic response surfaces," *Journal of Fluids and Structures*, vol. 25, pp. 1079-1101, 2009.
- [8] M. Fathi Jegarkandi, A. Salezadeh Nobari, M. Sabzehparvar, H. Haddadpour and F. Tavakkoli, "Aeroelasticity consideration of supersonic vehicle using closed form analytical aerodynamic model," *Aircraft Engineering and Aerospace Technology*, vol. 81, pp. 128-136, 2009.
- [9] L. K. Abbas and X. Rui, "Numerical Investigations of Aeroelastic Divergence Parameter of Unguided Launch Vehicles," *Space Research Journal*, vol. 4, pp. 1-11, 2011.
- [10] S. Shamaghdari and S. Nikraves, "A nonlinear stability analysis of elastic flight vehicle," *Aircraft Engineering and Aerospace Technology*, vol. 84, pp. 404-412, 2012.
- [11] A. Rasti and S. Fazelzadeh, "Multibody dynamic modeling and flutter analysis of a flexible slender