

# **Design of an Attitude Estimation Algorithm for a LEO Satellite Based on Multiple Models Adaptive Method and Comparison with EKF**

**H. Bolandi<sup>1\*</sup> and F.Fani-Saberi<sup>2</sup>**

1, 2. Electrical Eng. Dept., Iran Univ. of Science and Tech. (IUST)

\*Narmak, Tehran, Iran

**h\_bolandi@iust.ac.ir**

*In this paper, a novel and highly accurate attitude estimation method for a LEO satellite is designed. The method is based on multiple model adaptive estimation (MMAE) structure. In this method, the satellite dynamic equation is linearized in a few points in order to increase the computational rate compared with extended Kalman filter (EKF) method. The attitude determination and control system of the satellite is consists of a star sensor, gyroscope and reaction wheels. As known, star sensor is a very power consuming sensor in attitude determination of the satellite; therefore, a lesser power consuming method, using the dynamic model of the satellite along with angular momentum of the reaction wheels, is proposed to estimate the satellite attitude. This method assures the proper operation and the attitude estimation of the satellite in eclipse mode as well. By applying this method, the star sensor is used for a short period of time which reduces power consumption considerably. The performance and effectiveness of the proposed algorithm are investigated through numerical simulations and is compared with extended Kalman filter.*

**Key word:** attitude estimation, Kalman filter, multiple model, star sensor, reaction wheels

# طراحی الگوریتم تخمین وضعیت یک ماهواره LEO با استفاده از روش تطبیقی مدل‌های چند گانه و مقایسه آن با فیلتر کالمن توسعه یافته

حسین بلندی<sup>۱\*</sup> و فرهاد فانی صابری<sup>۲</sup>

۱ و ۲- دانشکده مهندسی برق، دانشگاه علم و صنعت ایران

\* تهران، نارمک، خ فرجام

Farhad\_fanisaberi@ee.iust.ac.ir

در این مقاله یک ساختار جدید برای تخمین وضعیت با دقت بالا برای ماهواره‌های سنجش از دور و مبتنی بر روش‌های تطبیقی مدل‌های چند گانه (Multiple Model Attitude Estimation) طراحی می‌گردد. در ساختار الگوریتم تخمین وضعیت ارائه شده، مسئله خطی سازی در هر لحظه که در روش فیلتر کالمن توسعه یافته انجام می‌گیرد به خطی‌سازی در نقاط کار کمتری کاهش می‌یابد که این مسئله سرعت پردازش را افزایش خواهد داد. در این ساختار حسگرهای ستاره و ژيروسکوپ به‌عنوان حسگرهای اصلی تعیین وضعیت و استفاده از چرخ‌های عکس‌العملی به‌عنوان عملگرهای اصلی در کنترل وضعیت مورد استفاده قرار خواهند گرفت. از آنجا که مصرف توان حسگر ستاره بسیار زیاد است، بنابراین تعیین مداوم وضعیت ماهواره با استفاده از این حسگر یا تعیین دقیق وضعیت ماهواره در خسوف با مشکل توان روبه رو خواهد شد که این مسئله موجب کاهش عمر ماهواره و در نتیجه شکست در انجام مأموریت ماهواره می‌شود. در روش مطرح شده در این مقاله با به‌کارگیری مدل دینامیکی ماهواره در ساختار الگوریتم تخمین وضعیت و استفاده از ممتهم زاویه‌ای، چرخ‌های عکس‌العملی که توسط تاکومتر قابل اندازه‌گیری است، مدت زمان استفاده از حسگر ستاره به شدت کاهش یافته و دقت تخمین وضعیت نیز بطور قابل توجهی افزایش می‌یابد. برای این منظور تنها با تعیین وضعیت ماهواره با استفاده از حسگر ستاره و ژيروسکوپ برای مدتی کوتاه و تعیین دقیق شرایط اولیه برای الگوریتم تخمین، سرعت‌های زاویه‌ای ماهواره با دقت بالا تخمین زده می‌شوند و سپس با استفاده از روابط سینماتیکی ماهواره وضعیت ماهواره با دقت بسیار بالا تعیین خواهد شد. بنابراین در این روش حسگر ستاره در مدت زمان‌های بسیار کوتاه مورد استفاده قرار خواهد گرفت که این مسئله موجب کاهش قابل توجه مصرف انرژی می‌شود. کارایی و صحت عملکرد روش ارائه شده در این مقاله برای تخمین وضعیت ماهواره با روش فیلتر کالمن توسعه یافته، که در بسیاری از ماهواره‌ها مورد استفاده قرار گرفته است، مقایسه و مورد ارزیابی قرار می‌گیرد.

واژگان کلیدی: تخمین وضعیت، فیلتر کالمن، مدل‌های چندگانه، حسگر ستاره، چرخ‌های عکس‌العملی

نقشه‌برداری است؛ پاسخگوی بسیاری از مشکلات و نیازمندی‌های کشورهای رو به رشد و در حال توسعه است.

برای آنکه ماهواره‌ها بتوانند مأموریتشان را به‌درستی انجام دهند، لازم است که وضعیتشان در فضا تعیین شود. زیرسیستم

## مقدمه

کاربرد ماهواره‌ها که یکی از مهم‌ترین سیستم‌های فضایی در زمینه‌های هواشناسی، نظامی، مخابراتی، تحقیقاتی، عکسبرداری و

با کاهش چشمگیر مصرف انرژی توسط حسگرهایی نظیر حسگر ستاره امکان پذیر است.

مشکلات مربوط به روش‌های تخمین وضعیت مربوط به دینامیک غیرخطی و عدم قطعیت‌های موجود در مدل دینامیکی ماهواره و حسگرها خواهد بود. همچنین سطوح مختلف و نامشخص نویز اندازه‌گیری حسگرها در کاهش کارایی این الگوریتم‌ها و تغییر نقطه کار آنها بسیار اثرگذار خواهد بود [۲۱]. برای حل مشکلات فوق، روش‌های مختلفی توسط محققان ارائه شده است [۲۲ و ۲۳].

فیلتر کالمن به‌عنوان تخمین‌زننده بهینه رایج - بر اساس معیار حداقل میانگین مربعات خطا- و به منظور تخمین وضعیت ماهواره مطرح شده است [۲۴]. لیکن استفاده از این فیلتر شرایط خاص و محدودکننده‌ای را می‌طلبد که از آن جمله می‌توان به مشخص بودن مشخصات نویز اندازه‌گیری و خطی بودن معادلات سیستم اشاره کرد. لذا عملکرد و کارایی این روش در حضور مدل غیرخطی سیستم‌ها یا نامشخص بودن مشخصات نویز حسگرها رضایت‌بخش نخواهد بود. در این راستا تلاش‌های زیادی برای حل مشکل فوق صورت گرفته است. از جمله این روش‌ها می‌توان به فیلتر کالمن توسعه‌یافته اشاره کرد که برای استفاده در سیستم‌های غیرخطی ارائه شده است [۲۵-۲۸]. از مشکلاتی که در راه استفاده از فیلتر کالمن توسعه‌یافته به‌وجود می‌آید، می‌توان به نامناسب بودن شرایط نویز اشاره کرد. مثلاً در صورتی که هر کدام از نویزهای اندازه‌گیری یا حالت رنگی باشند یا بین این دو همبستگی وجود داشته باشد، این روش کارایی مناسبی نخواهد داشت. مشکل دیگری که روش فیلتر کالمن توسعه‌یافته با آن روبه‌رو است، در دسترس نبودن مدل دقیق سیستم است. این مسئله موجب می‌شود تا خطاهای مدل‌سازی دینامیک ماهواره و اجزای زیرسیستم تعیین و کنترل وضعیت آن، نظیر چرخ‌های عکس‌العملی و ژيروسکوپ بر روی دقت تخمین مستقیماً اثرگذار باشند. همچنین گشتاورهای اغتشاشی خارجی وارد بر ماهواره موجب کاهش دقت تخمین خواهند شد. برای حل این مشکل در مرجع [۲۹]، بجای استفاده از مدل دینامیکی ماهواره، اندازه‌گیری مستقیم سرعت‌های زاویه‌ای با استفاده از ژيروسکوپ پیشنهاد شده است. بنابراین در این روش تنها معادلات سینماتیکی ماهواره و معادلات حاکم بر ژيروسکوپ در روابط فیلتر کالمن توسعه‌یافته استفاده خواهد شد. لیکن با استفاده از این روش، در صورت معیوب شدن ژيروسکوپ‌ها دقت تخمین به شدت کاهش یافته و موجب واگرایی الگوریتم تخمین می‌شود.

در این راستا در مرجع [۳۰ و ۳۱] روش دیگری مبتنی بر اصول فیلتر کالمن ارائه شده است که مسئله خطی‌سازی و مشکلات مربوط به فیلتر کالمن توسعه‌یافته در آن حل شده است. لیکن با

تعیین وضعیت ماهواره، به‌عنوان یکی از مهم‌ترین زیرسیستم‌های ماهواره، وظیفه تعیین یا تخمین وضعیت ماهواره جهت پیدارسازی، کنترل و تصحیح وضعیت ماهواره را برعهده دارد. بنابراین تشخیص وضعیت ماهواره برای کنترل مناسب آن اهمیت بالایی دارد. به‌طور همزمان کاهش جرم، توان مصرفی، دقت بالای تعیین وضعیت و از همه مهم‌تر کاهش هزینه طراحی و ساخت ماهواره مهم‌ترین معیارهای ارزیابی این زیرسیستم در ماهواره هستند.

در این راستا به منظور تعیین وضعیت ماهواره با دقت بالا و تصویربرداری با وضوح بالاتر، استفاده از حسگرهای ستاره بسیار مورد توجه قرار گرفته است [۱۰-۱۱]. این حسگر به دلیل محدودبودن دقت اندازه‌گیری و فرکانس به‌روزرسانی اطلاعات وضعیت، معمولاً با ژيروسکوپ به‌کار می‌رود [۱۲-۱۱]. از طرفی خطای نرخ زاویه‌ای اندازه‌گیری شده توسط ژيروسکوپ بر اثر بایاس ژيروسکوپ پس از مدتی واگرا می‌شود. لذا با استفاده از بردار به‌دست آمده از حسگر ستاره مقدار بایاس ژيروسکوپ محاسبه و خطای مربوط به آن اصلاح می‌شود و وضعیت ماهواره با دقت بسیار بالایی تعیین می‌شود [۱۶-۱۱]. به همین دلیل در ساختار سیستم تعیین وضعیت مورد طراحی در این مقاله از حسگر ستاره و ژيروسکوپ به‌عنوان حسگرهای اصلی استفاده می‌شود. با استفاده از این حسگرها وضعیت ماهواره را می‌توان با به‌کارگیری روش‌های تعیین وضعیت قطعی<sup>۱</sup> یا به‌کارگیری الگوریتم‌های مختلف جهت ترکیب مدل دینامیکی ماهواره با اطلاعات به‌دست آمده از حسگرها تعیین کرد.

همانگونه که می‌دانیم، الگوریتم‌های تعیین وضعیت قطعی برای تعیین ماتریس وضعیت نیاز به حداقل دو بردار اندازه‌گیری مرجع هستند [۱۷]. بنابراین تمامی روش‌های قطعی در صورت در دسترس نبودن یکی از بردارها در موارد خاص نظیر معیوب شدن حسگرها، در خسوف قرارگرفتن ماهواره یا خطای بایاس و نویز حسگرها در تعیین وضعیت ماهواره ناموفق خواهند بود.

برای حل این مشکل راهکارهای مختلفی ارائه شده است [۱۸ و ۱۹]. راهکار اول ترکیب اطلاعات به‌دست آمده از دو یا چندین حسگر مختلف است [۲۰]. لیکن در این روش دقت تعیین وضعیت فقط به دقت حسگرها بستگی دارد. بنابراین تعیین وضعیت با دقت بالا نیازمند انتخاب حسگرهای بسیار دقیق و با هزینه بسیار بالاتر خواهد بود. راهکار عملی‌تر دوم استفاده از تکنیک‌های تخمین وضعیت جهت ترکیب اطلاعات به‌دست آمده از حسگرها با مدل سینماتیکی و دینامیکی ماهواره و مدل حسگرهاست [۱۸ و ۱۹]. بنابراین با به‌کارگیری این روش‌ها، تخمین وضعیت با دقت بالاتر و

بطور نمایی افزایش می‌یابد. اولین الگوریتم ارائه شده برای حل این مشکل، الگوریتم GPB1 است [۳۷]. در این الگوریتم در هر لحظه دنباله مدل‌های مفروض سیستم و نیز اطلاعات اندازه‌گیری در نتیجه تخمین و کواریانس لحظه قبل خلاصه می‌شود. در هر لحظه، متناظر با هر مدل در نظر گرفته شده یک فیلتر فعال می‌شود. ورودی این فیلترها، تخمین در لحظه قبل است و خروجی آنها با ضرایب مناسب ترکیب می‌شوند و نتیجه تخمین را مشخص می‌کنند. لیکن به علت تقریب نسبتاً زیاد این روش، دقت آن پایین است. بنابراین روش دیگری به نام GPB2 که دارای دقت و البته حجم محاسبات بالاتر است، مطرح شد [۳۷]. در این روش در هر لحظه به تعداد مجذور مدل‌های در نظر گرفته شده، فیلتر کالمن فعال می‌شود. به این صورت که در هر لحظه، دنباله مدل‌های مفروض و اطلاعات اندازه‌گیری را در خروجی فیلترهای لحظه قبل خلاصه می‌نماییم. حجم بالای محاسبات در این روش از مشکلات آن است. بنابراین تلاش‌هایی در جهت کاهش حجم محاسبات صورت گرفت که منجر به ارائه روش IMM۴ در دهه ۹۰ شد. این روش دقتی در حدود روش GPB2 دارد، در حالی که حجم محاسبات آن در حدود روش GPB1 است. در این روش در هر لحظه متناظر با هر مدل، یک فیلتر فعال می‌گردد. ورودی به این فیلترها ترکیب خروجی این فیلترها در لحظه قبل است و تخمین نهایی در هر لحظه از ترکیب خطی خروجی این فیلترها به دست می‌آید.

در روش‌های ذکر شده در فوق هر چه مدل سیستم به یکی از مدل‌ها نزدیک‌تر باشد، دقت تخمین نهایی بالاتر خواهد بود. از طرفی تعداد مدل‌های مختلفی که یک سیستم متغیر با زمان می‌تواند داشته باشد، بسیار زیاد است. با توجه به مطالب فوق بنظر می‌رسد که هرچه تعداد مدل‌های در نظر گرفته شده را بالا ببریم، دقت تخمین بالاتر می‌رود. لیکن به لحاظ آنکه با افزایش تعداد مدل‌ها، مدل‌هایی هم که از مدل سیستم دور هستند، در فرآیند تخمین شرکت می‌کنند، لذا خطای محاسباتی بالا رفته و در نهایت دقت تخمین کاهش خواهد یافت. برای حل این مشکل روش مدل‌های چندگانه با ساختار متغیر (VSMM) مطرح گردید [۳۶]. در این روش ابتدا تعداد زیادی مدل برای سیستم متغیر با زمان در نظر گرفته می‌شود، ولی در هر مرحله تنها مدل‌هایی که به مدل سیستم نزدیک هستند در فرآیند تخمین شرکت می‌کنند. پس از تعیین مجموعه فعال در هر لحظه می‌توان از همان روش‌های MM استفاده کرد.

در مرجع [۳۸]، مسئله تخمین وضعیت ماهواره با دقت بالا و با استفاده از حسگرهای ستاره و ژيروسکوپ مطرح شده است. لیکن

توجه به آنکه در این روش ماتریس‌های کواریانس نوین اندازه‌گیری حسگرها و نوین فرآیند مشخص فرض شده است، بنابراین در صورت تغییرات مشخصات این ماتریس‌ها، عملکرد این روش‌ها دچار اختلال یا شکست خواهد شد.

از آنجاکه در اغلب سیستم‌های تعیین وضعیت با دقت بالا از حسگر ستاره استفاده می‌شود و با توجه به آنکه ماتریس کواریانس حسگرهای ستاره با تغییر تعداد ستاره‌هایی که در میدان دید این حسگر قرار می‌گیرند دائماً در حال تغییر خواهند بود، استفاده از این روش‌ها برای تعیین وضعیت ماهواره با دقت بالا دارای کارایی پایین خواهند بود. بنابراین در مرجع [۳۲]، روش تخمین وضعیت ماهواره با استفاده از روش فیلتر کالمن تطبیقی مطرح شده است که در آن ماتریس‌های کواریانس نوین‌های اندازه‌گیری و نوین‌های فرآیند نامشخص در نظر گرفته شده است. لیکن این روش بسیار پیچیده بوده و حجم محاسبات آن مانع از به‌کارگیری آن برای تعیین وضعیت به صورت روی برد<sup>۲</sup> خواهد شد زیرا علاوه بر انجام خطی‌سازی معادلات در هر لحظه و به منظور استفاده از اصول فیلتر کالمن، محاسبات مربوط به مکانیزم تطبیق نیز باید مورد اجرا قرار گیرد. همچنین واگرایی مکانیزم تطبیق در مانورهای سریع ماهواره یا در حضور تغییرات شدید ساختاری و پارامتری مدل سیستم از معضلات این روش‌هاست.

برای حل مشکلات فوق و مربوط به عدم قطعیت در معادلات دینامیکی ماهواره، نامشخص بودن مشخصات نوین حسگرها و در نتیجه تغییرات نقطه کار سیستم، واگرایی مکانیزم تطبیق در مانورهای سریع یا تغییرات پارامتری و ساختاری مدل سیستم ماهواره، الگوریتم‌های تخمین وضعیت مبتنی بر مدل‌های چندگانه<sup>۳</sup> مطرح شده‌اند. این روش‌ها به دلیل موفقیت آنها در حل مسائل تخمین در حضور عدم قطعیت‌های ساختاری و پارامتری در سال‌های اخیر بسیار مورد توجه قرار گرفته‌اند [۳۷-۳۳]. در این روش فرض بر آن است که مدل سیستم دینامیکی، متعلق به مجموعه‌ای متناهی از مدل‌هاست. در این روش، برای هر مدل، یک فیلتر کالمن طراحی می‌شود. سپس در هر لحظه همه فیلترها فعال می‌شوند و بر اساس مقادیر خروجی سیستم، احتمال صحت هر کدام از مدل‌ها به دست می‌آید. تخمین نهایی در واقع ترکیب خطی خروجی هر کدام از فیلترها با وزن ضریب صحت هر مدل است. روش‌های تخمین تطبیقی عموماً قابلیت اعمال به سیستم‌هایی با تغییرات پارامتری را دارند ولی تغییرات ساختاری در سیستم کاری است که از عهده روش تطبیقی مدل‌های چندگانه بر می‌آید.

در راه استفاده از الگوریتم تطبیقی مدل‌های چند گانه، یک مشکل وجود دارد و آن اینکه با افزایش زمان، حجم محاسبات لازم

2. on-board

3. Multiple Model

ماهواره در هر لحظه، تنها مدل‌هایی که به مدل سیستم در آن نقطه کار نزدیک هستند انتخاب شوند و سپس الگوریتم مطرح شده در این مقاله اجرا گردد. به منظور تأیید عملکرد و کارایی روش بیان شده نتایج شبیه‌سازی آن با روش فیلتر کالمن توسعه یافته که در بسیاری از ماهواره‌ها مورد استفاده قرار گرفته است و مورد مقایسه و ارزیابی قرار خواهد گرفت. در شبیه‌سازی‌های انجام شده و به منظور نشان دادن کارایی روش مطرح شده، مدل‌های نزدیک به وضعیت صفر (جهت‌گیری به سمت مرکز زمین) انتخاب شده‌اند.

### معادلات سینماتیکی ماهواره

سینماتیک یک ماهواره سه محوره با تعریف سیستم‌های مختصات مداری، بدنه و تعریف زوایای اولر، بدون در نظر گرفتن اثر گشتاورهای وارده، ارتباط بین سرعت زاویه‌ای و زوایای اولر را بیان می‌کند. سیستم مختصات مداری بر مرکز جرم ماهواره در هر نقطه از مدار ماهواره منطبق است و محور  $X_o$  آن در جهت مماس بر مسیر ماهواره و محور  $Y_o$  آن در جهت بردار عمود بر صفحه مداری و محور  $Z_o$  آن در جهت مرکز زمین و به سمت خارج آن است. با تعریف سیستم مختصات بدنه  $X_B$ ،  $Y_B$  و  $Z_B$  بر پیکره ماهواره، دوران سیستم مختصات مداری حول محورهای  $X_o$ ،  $Y_o$  و  $Z_o$  به اندازه زوایای  $\theta$ ،  $\phi$  و  $\psi$  صورت می‌پذیرد تا بر سیستم مختصات بدنه منطبق شود. با فرض توالی دوران ابتدا حول محور  $X_B$  و سپس حول محور  $Y_B$  و نهایتاً حول محور  $Z_B$  به ترتیب با زوایای  $\theta$ ،  $\phi$  و  $\psi$ ، ماتریس دوران به صورت زیر به دست می‌آید [۴۰]:

$$T_{o2B} = T_{\psi} \cdot T_{\theta} \cdot T_{\phi} \quad (1)$$

که در آن

$$T_{\psi} = \begin{bmatrix} \cos(\psi) & \sin(\psi) & 0 \\ -\sin(\psi) & \cos(\psi) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$T_{\theta} = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & 0 & -\sin(\theta) \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin(\theta) & 0 & \cos(\theta) \end{bmatrix}$$

$$T_{\phi} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\phi) & \sin(\phi) \\ 0 & -\sin(\phi) & \cos(\phi) \end{bmatrix}$$

بر اساس توالی فوق، معادلات سینماتیکی ماهواره به صورت

زیر به دست می‌آیند [۴۰]:

$$\begin{aligned} \omega_x &= \dot{\phi} - \dot{\psi} \sin \theta - \omega_z \cos \theta \sin \psi \\ \omega_y &= \dot{\theta} \cos \phi + \dot{\psi} \cos \theta \sin \phi - \omega_z (\cos \phi \cos \psi + \sin \phi \sin \theta \sin \psi) \\ \omega_z &= \dot{\psi} \cos \theta \cos \phi - \dot{\theta} \sin \phi - \omega_x (-\sin \phi \cos \psi + \cos \phi \sin \theta \sin \psi) \end{aligned} \quad (3)$$

در این روش استفاده دائمی از حسگر ستاره ضروری است و با توجه به مصرف زیاد توان این حسگر، استفاده طولانی از این روش برای تعیین وضعیت ماهواره را غیرممکن می‌سازد.

در مرجع [۳۹]، مسئله تخمین وضعیت ماهواره در سرعت‌های زاویه‌ای و نقاط کار مختلف ماهواره با استفاده از روش تطبیقی مدل‌های چندگانه MM مطرح شده است. در این روش پس از انتخاب ساختار مناسب فیلتر کالمن در هر نقطه کار، وضعیت ماهواره با استفاده از حسگر ستاره و ژيروسکوپ تخمین زده می‌شود. در این روش نشان داده شده است که با استفاده از این ساختار، خطاهای ژيروسکوپ سریع‌تر تخمین زده شده است؛ پس خطای تخمین سریع‌تر همگرا می‌شود و دقت تخمین افزایش می‌یابد.

اما در این روش‌ها به دلیل استفاده از ژيروسکوپ مدل دینامیکی ماهواره لحاظ نشده است و ساختار فیلترهای کالمن تنها بر اساس روابط سینماتیکی ماهواره استخراج شده‌اند. پس دقت تخمین وضعیت ماهواره تنها به دقت حسگرها بستگی خواهد داشت و اختلال در هر یک از حسگرها خطای تخمین را به شدت افزایش می‌دهد و باعث واگرایی سریع الگوریتم خواهد شد.

در این مقاله، به منظور حل معضلات مطرح شده مربوط به تغییرات نقطه کار سیستم، حل مشکل مربوط به تغییرات ماتریس کواریانس نویز اندازه‌گیری حسگر ستاره و ژيروسکوپ و کاهش توان مصرفی زیرسیستم تعیین وضعیت با استفاده از حسگر ستاره، یک ساختار جدید برای تخمین وضعیت ماهواره با دقت بالا و مبتنی بر اصول روش‌های تطبیقی مدل‌های چندگانه (MM) طراحی خواهد شد. استفاده از معادلات دینامیکی ماهواره و ممنم زاویه‌ای چرخ‌های عکس‌العملی که توسط تاکومتر قابل اندازه‌گیری است، به عنوان ایده جدید در طراحی الگوریتم مطرح شده است. با استفاده از این روش سرعت واگرایی خطای تخمین به شدت کاهش یافته و دقت تخمین وضعیت نیز به طور قابل توجهی افزایش می‌یابد. در این روش سرعت‌های زاویه‌ای ماهواره با استفاده از دینامیک ماهواره و به کارگیری روش تطبیقی مدل‌های چندگانه با دقت بالا تخمین زده می‌شوند و سپس با استفاده از روابط سینماتیکی ماهواره وضعیت ماهواره با دقت بسیار بالا تعیین خواهد شد. در این ساختار اندازه‌گیری وضعیت ماهواره تنها با استفاده از حسگر ستاره برای مدتی کوتاه انجام شده و به عنوان شرایط اولیه برای الگوریتم تخمین، مورد استفاده قرار می‌گیرد. لذا در این ساختار توان مصرفی زیرسیستم تعیین وضعیت توسط حسگر ستاره به شدت کاهش می‌یابد. همچنین به منظور کاهش حجم محاسبات الگوریتم مطرح شده بدون کاهش دقت تخمین وضعیت، از ایده تخمین به روش مدل‌های چندگانه با ساختار متغیر (VSMM) می‌توان استفاده کرد. به عبارت دیگر با تخمین وضعیت و سرعت‌های زاویه‌ای

قرارگیری محور چرخ‌ها نسبت به دستگاه، بدنه ماهواره را با یک ماتریس بیان می‌کنند. لذا گشتاور حاصل از چرخ‌ها در دستگاه بدنه به صورت زیر محاسبه می‌شود [۴۱]:

$$\begin{bmatrix} \dot{h}_{wx} \\ \dot{h}_{wy} \\ \dot{h}_{wz} \end{bmatrix} = C \dot{h}_w \quad (5)$$

در رابطه فوق  $\dot{h}_w$  گشتاورهای حاصل از چرخش چرخ‌های عکس‌العملی و ماتریس  $C$  بیانگر جهت قرارگیری چرخ‌هاست که به صورت زیر به دست می‌آید:

$$C = \begin{bmatrix} \cos \alpha \sin \beta & -\sin \alpha \sin \beta & -\cos \alpha \sin \beta & \sin \alpha \sin \beta \\ \sin \alpha \sin \beta & \cos \alpha \sin \beta & -\sin \alpha \sin \beta & -\cos \alpha \sin \beta \\ \cos \beta & \cos \beta & \cos \beta & \cos \beta \end{bmatrix} \quad (6)$$

### مدل‌سازی دینامیک ماهواره با N چرخ عکس‌العملی

دینامیک ماهواره بیانگر تغییرات سرعت‌های زاویه‌ای ماهواره بر اثر گشتاورهای داخلی و خارجی است. لذا با استفاده از معادله اولر دینامیک ماهواره در حضور چرخ‌های عکس‌العملی به صورت زیر به دست می‌آید [۴۱]:

$$J \dot{\omega} = \tau + \omega \times H - u_w \quad (7)$$

در رابطه فوق  $u_w$  گشتاور کنترلی حاصل از چرخ‌های عکس‌العملی است و عبارتند از:

$$u_w = C \dot{h}_w \quad (8)$$

$\tau$ ، بیان‌کننده گشتاورهای خارجی وارد بر پیکره ماهواره نظیر گشتاور حاصل از تراسترها یا اغتشاشات محیطی است و عبارتند از:

$$\tau = \tau_{external} + \tau_{gravity} + \tau_{aero} + \tau_{solar}$$

همچنین:

$$H = J \omega + C h_w \quad (9)$$

در رابطه فوق ماتریس  $J$  را ماتریس شبه اینرسی می‌نامند و مفهوم فیزیکی آن این است که ماتریس  $J$  شبیه ماتریس ممان اینرسی سیستم معادلی که دارای روتورهایی با ممان اینرسی صفر است، رفتار می‌کند و عبارتند از:

$$J = I - C I_w C^T \quad (10)$$

$h_w$  بیان‌کننده ممانت زاویه‌ای حاصل از چرخ‌های عکس‌العملی است و به صورت زیر محاسبه می‌شوند:

$$h_w = I_w C^T \omega + I_w \omega_w \quad (11)$$

ماتریس  $I_w = \text{diag}\{I_{w_1}, I_{w_2}, \dots, I_{w_N}\}$  ماتریس ممان اینرسی چرخ‌ها و  $\omega_w$  سرعت زاویه‌ای چرخ‌هاست. لذا با توجه به رابطه (۸)، هدف از کنترل ماهواره توسط چرخ‌های عکس‌العملی، یافتن ممانت زاویه‌ای مناسب برای چرخ‌ها بگونه‌ای است که ماهواره جهت‌گیری صحیح و مطلوب را اتخاذ کند. با توجه به رابطه (۱۱)، سرعت چرخ‌های عکس‌العملی از رابطه زیر به دست می‌آیند [۴۱]:

$$\omega_w = I_w^{-1} (h_w - I_w C^T \omega) \quad (12)$$

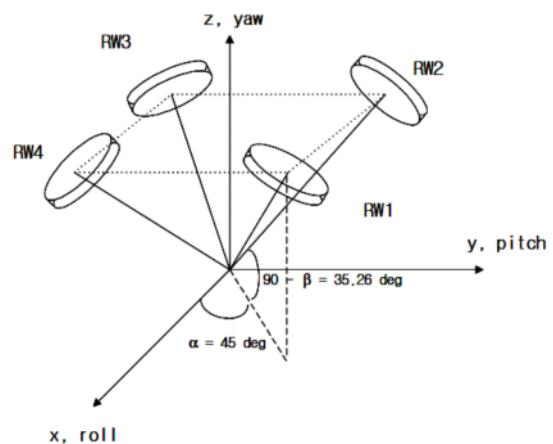
در رابطه فوق،  $\omega = [\omega_x \ \omega_y \ \omega_z]$  سرعت‌های زاویه‌ای ماهواره،  $\omega_0$  سرعت مداری ماهواره بدور زمین و  $\phi$ ،  $\psi$  و  $\theta$  زوایای اولر هستند.

### دینامیک ماهواره

دینامیک ماهواره بیانگر تغییرات سرعت‌های زاویه‌ای ماهواره بر اثر گشتاورهای داخلی و خارجی است. لذا با استفاده از معادله اولر دینامیک ماهواره در حضور چرخ‌های عکس‌العملی به صورت زیر به دست می‌آید [۴۰]:

$$\begin{aligned} T_x &= \dot{h}_x + \dot{h}_{wx} + (\omega_x h_z - \omega_z h_y) + (\omega_y h_{wz} - \omega_z h_{wy}) \\ T_y &= \dot{h}_y + \dot{h}_{wy} + (\omega_z h_x - \omega_x h_z) + (\omega_z h_{wx} - \omega_x h_{wz}) \\ T_z &= \dot{h}_z + \dot{h}_{wz} + (\omega_x h_y - \omega_y h_x) + (\omega_x h_{wy} - \omega_y h_{wx}) \end{aligned} \quad (4)$$

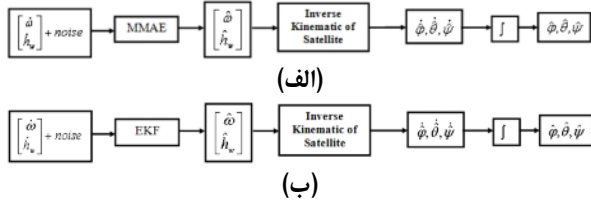
در رابطه فوق  $T = [T_x \ T_y \ T_z]$ ، بیان‌کننده گشتاورهای خارجی وارد بر پیکره ماهواره نظیر گشتاور حاصل از تراسترها یا اغتشاشات محیطی و  $h_w = [h_{wx} \ h_{wy} \ h_{wz}]$  بیان‌کننده ممانت زاویه‌ای حاصل از چرخ‌های عکس‌العملی است. لذا هدف از کنترل ماهواره توسط چرخ‌های عکس‌العملی، یافتن ممانت زاویه‌ای مناسب برای چرخ‌ها بگونه‌ای است که ماهواره جهت‌گیری صحیح و مطلوب را اتخاذ نماید. به منظور کنترل دقیق وضعیت ماهواره در هر سه محور، از مجموعه چرخ‌های عکس‌العملی یکپارچه استفاده می‌شود. برای این منظور و افزایش قابلیت اطمینان سیستم کنترل وضعیت ماهواره از چهار چرخ عکس‌العملی استفاده می‌شود. نمونه‌ای از این ساختار در شکل (۱) نمایش داده شده است.



شکل ۱- ساختار ۴ چرخ عکس‌العملی

محل و مکان قرارگیری چرخ‌ها در مجموعه یکپارچه نقش به‌سزایی را در قانون کنترل ایفا می‌کنند. همچنین وضعیت

تخمین مطرح شده در این بخش برای الگوریتم فیلتر کالمن توسعه یافته و الگوریتم تطبیقی مدل های چندگانه در شکل (۲) نمایش داده شده است.



شکل ۲- ساختار الگوریتم تخمین وضعیت ماهواره الف) مبتنی بر مدل های چند گانه ب) مبتنی بر فیلتر کالمن توسعه یافته

### فرمول بندی مسئله تخمین

با در نظر گرفتن بردار حالت های سیستم  $x$  به صورت زیر:

$$x = [\omega_x \quad \omega_y \quad \omega_z \quad h_{wx} \quad h_{wy} \quad h_{wz}]^T \quad (16)$$

معادلات سینماتیکی، دینامیکی و قانون کنترل حاکم بر ماهواره به فرم بسته زیر بازنویسی می شوند:

$$\begin{aligned} \dot{x}_{6 \times 6} &= f_{6 \times 6}(t, x) + B_{6 \times 6} \cdot u_{6 \times 1} \\ y_{6 \times 1} &= H_{6 \times 6} x \end{aligned} \quad (17)$$

در رابطه فوق بردار ورودی  $u$  بصورت زیر تعریف می شود:

$$u_{6 \times 1} = [\tau_{3 \times 1} \quad u_{control}]^T \quad (18)$$

با فرض قطری در نظر گرفتن ماتریس ممان اینرسی ماهواره خواهیم داشت:

$$f_{6 \times 6} = \begin{bmatrix} f_{11} & f_{12} & f_{13} & f_{14} & f_{15} & f_{16} \\ f_{21} & f_{22} & f_{23} & f_{24} & f_{25} & f_{26} \\ f_{31} & f_{32} & f_{33} & f_{34} & f_{35} & f_{36} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (19)$$

که در رابطه فوق داریم:

$$\begin{aligned} f_{11} &= f_{14} = f_{15} = f_{16} = 0 \\ f_{22} &= f_{24} = f_{25} = f_{26} = 0 \\ f_{33} &= f_{34} = f_{35} = f_{36} = 0 \\ f_{12} &= 1/I_{xx}[(I_{yy} - I_{zz})\omega_z - h_{wz}] \\ f_{13} &= 1/I_{xx}[(I_{yy} - I_{zz})\omega_y + h_{wy}] \\ f_{21} &= 1/I_{yy}[(I_{zz} - I_{xx})\omega_z + h_{wz}] \\ f_{23} &= 1/I_{yy}[(I_{zz} - I_{xx})\omega_x - h_{wx}] \\ f_{31} &= 1/I_{zz}[(I_{xx} - I_{yy})\omega_y - h_{wy}] \\ f_{32} &= 1/I_{zz}[(I_{xx} - I_{yy})\omega_x + h_{wx}] \end{aligned} \quad (20)$$

و ماتریس ورودی به صورت زیر به دست می آید:

لذا معادلات دینامیکی و قانون کنترل وضعیت ماهواره با استفاده از ۴ چرخ عکس عملی، به صورت زیر خلاصه می شود:

$$\begin{cases} \dot{\omega} = J^{-1}(\tau + \omega \times h - u_w) \\ [\dot{h}_{wx} \quad \dot{h}_{wy} \quad \dot{h}_{wz}] = u_w = u_{control} \end{cases} \quad (13)$$

گشتاور چرخ های عکس عملی نیز از رابطه زیر به دست می آید:

$$\dot{h}_w = [\dot{h}_{w1} \quad \dot{h}_{w2} \quad \dot{h}_{w3} \quad \dot{h}_{w4}] = C^{-1} u_{control} \quad (14)$$

قانون کنترل کننده وضعیت ماهواره به صورت زیر محاسبه خواهد شد [۴۲]:

$$u_{control} = -\omega \times H + D\omega + K_p q_e \quad (15)$$

در رابطه فوق ماتریس های  $D$  و  $K_p$ ، ماتریس های مثبت معین و قطری بوده که پایداری کنترل کننده PD را تضمین می نمایند. همچنین ماتریس  $q_e$  ماتریس کوآرتیون خطاست.

### تخمین وضعیت ماهواره

ایده به کار رفته برای تخمین وضعیت ماهواره بدین صورت است که سرعت های زاویه ای ماهواره با استفاده از ژيروسکوپ و ممتمم زاویه ای چرخ ها با استفاده از تاکومتر چرخ ها در حضور نویز حسگرها، اندازه گیری می شود و مقدار صحیح این مقادیر با استفاده از الگوریتم تخمین وضعیت و با به کارگیری مدل دینامیکی ماهواره در حضور چرخ های عکس عملی تخمین زده شده و سپس با استفاده از روابط سینماتیکی ماهواره، وضعیت ماهواره را تخمین می زنیم. در این ساختار، معادلات غیرخطی حاکم بر ماهواره در حضور چرخ های عکس عملی و گشتاور خارجی گرادیان جاذبه ای در الگوریتم تخمین وارد شده اند. لیکن از آنجاکه برای محاسبه زوایا با استفاده از روابط سینماتیکی نیاز به انتگرال گیری است، خطای اولیه موجود در تخمین وضعیت مرتباً افزایش می یابد. به عبارت دیگر هر چه مقدار اولیه وضعیت در الگوریتم تخمین دقیق تر باشد، افزایش خطای تخمین با گذشت زمان کمتر خواهد بود. برای این منظور و جلوگیری از واگرایی الگوریتم تخمین، در صورتی که خطای تخمین از مقدار از پیش تعیین شده ای بیشتر شود، حسگر ستاره به عنوان حسگر اصلی برای مدت کوتاهی روشن شده و مقدار اولیه وضعیت در الگوریتم تخمین را با دقت بسیار بالایی به روزرسانی می کند. بنابراین هرچه دقت تخمین الگوریتم بالاتر باشد زمان واگرایی خطای تخمین طولانی تر و لذا زمان مورد نیاز برای روشن کردن حسگر ستاره کوتاه تر خواهد بود. این امر موجب کاهش چشمگیر مصرف انرژی زیر سیستم تعیین وضعیت ماهواره خواهد شد. در این راستا تخمین سرعت های زاویه ای را یکبار با استفاده از فیلتر کالمن توسعه یافته و بار دیگر با استفاده از روش تطبیقی مدل های چندگانه استخراج کرده و نتایج را با یکدیگر مقایسه می نماییم. ساختار ایده

$$F = \left. \frac{\partial f}{\partial x} \right|_{\hat{x}(n)} = \begin{pmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \frac{\partial f_1}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial f_1}{\partial x_6} \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ \frac{\partial f_6}{\partial x_1} & \dots & \dots & \frac{\partial f_6}{\partial x_6} \end{pmatrix} \quad (26)$$

آنگاه تخمین حالتها با استفاده از یک فیلتر کالمن به صورت

$$\text{زیر محاسبه می شود [۴۳]:} \quad (27)$$

$$\begin{aligned} \hat{x}(n+1|n) &= F\hat{x}(n) + J.u(n) \\ \hat{y}(n+1|n) &= H\hat{x}(n+1|n) \\ \hat{x}(n+1|n+1) &= \hat{x}(n+1|n) + K.r(n+1) \\ r(n+1) &= y(n+1) - \hat{y}(n+1|n) \\ S &= H\Sigma^p H^T + R \\ K &= \Sigma^p H^T S^{-1} \\ \Sigma^p &= F\Sigma F^T + Q \\ \Sigma &= \Sigma^p - \Sigma^p H^T S^{-1} H \Sigma^p \end{aligned}$$

پس از تخمین سرعت‌های زاویه‌ای ماهواره، با استفاده از رابطه (۲۲) و مطابق شکل (۲) وضعیت ماهواره در هر لحظه تخمین زده می‌شود.

#### طراحی الگوریتم تخمین وضعیت به روش مدل‌های چندگانه

در تخمین وضعیت ماهواره به روش مدل‌های چندگانه، فرض بر آن است که مدل سیستم دینامیکی، متعلق به مجموعه‌ای متناهی از مدل‌هاست که برای هر مدل، احتمال صحتی<sup>۵</sup> در نظر گرفته می‌شود. لذا در روش تطبیقی مدل‌های چندگانه فرض می‌کنیم، مدل زمان گسسته رابطه (۱۷) در هر لحظه، به صورت مدل خطی زیر باشد:

$$\begin{aligned} x(n+1) &= F_k x(n) + J_k .u(n) + \xi(n) \\ y(n) &= H_k x(n) + \mathcal{G}(n) \end{aligned} \quad (28)$$

آنگاه برای هر مدل، الگوریتم تخمین حالتها با استفاده از یک فیلتر کالمن به صورت زیر خلاصه می‌شود [۴۳]:

$$\begin{aligned} \hat{x}_k(n+1|n) &= F_k \hat{x}_k(n) + J_k .u(n) \\ \hat{y}_k(n+1|n) &= H_k \hat{x}_k(n+1|n) \\ \hat{x}_k(n+1|n+1) &= \hat{x}_k(n+1|n) + K_k .r_k(n+1) \\ r_k(n+1) &= y(n+1) - \hat{y}_k(n+1|n) \\ S_k &= H_k \Sigma_k^p H_k^T + R_k \\ K_k &= \Sigma_k^p H_k^T S_k^{-1} \\ \Sigma_k^p &= F_k \Sigma_k F_k^T + Q_k \\ \Sigma_k &= \Sigma_k^p - \Sigma_k^p H_k^T S_k^{-1} H_k \Sigma_k^p \end{aligned} \quad (29)$$

$$B_{6 \times 6} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1/I_{xx} & 0 & 0 & -1/I_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & 1/I_{yy} & 0 & 0 & -1/I_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & 1/I_{zz} & 0 & 0 & -1/I_{zz} \end{bmatrix} \quad (31)$$

لذا در ادامه با استفاده از روابط (۱۷) تا (۲۱) به طراحی الگوریتم تخمین وضعیت ماهواره در حضور چرخ‌های عکس‌العملی می‌پردازیم. برای این منظور فرض بر آن است که سرعت زاویه‌ای ماهواره با استفاده از ژيروسکوپ و ممتمم زاویه‌ای چرخ‌ها از طریق اندازه‌گیری سرعت آنها با استفاده از تاکومتر قابل اندازه‌گیری است. لذا  $H = I_{6 \times 6}$  است. پس از تخمین سرعت‌های زاویه‌ای با دقت بالا، با استفاده از روابط سینماتیکی مشخص شده در رابطه (۳)، وضعیت ماهواره به صورت زیر تخمین زده خواهد شد:

$$\begin{cases} \dot{\hat{\phi}} = \hat{\omega}_x + \tan(\hat{\theta}) (\hat{\omega}_y \sin \hat{\phi} + \hat{\omega}_z \cos \hat{\phi}) + \omega_o \frac{\sin \hat{\psi}}{\cos \hat{\theta}} \\ \dot{\hat{\theta}} = \hat{\omega}_y \cos \hat{\phi} - \hat{\omega}_z \sin \hat{\phi} + \omega_o \cos \hat{\psi} \\ \dot{\hat{\psi}} = \frac{1}{\cos \hat{\theta}} (\hat{\omega}_y \sin \hat{\phi} + \hat{\omega}_z \cos \hat{\phi}) + \omega_o \frac{\sin \hat{\theta}}{\cos \hat{\theta}} \sin \hat{\psi} \end{cases} \quad (32)$$

#### طراحی الگوریتم تخمین وضعیت به روش فیلتر کالمن توسعه یافته

برای طراحی فیلتر کالمن توسعه یافته قبل از هر چیز احتیاج به مدل ریاضی سیستم داریم که این مدل در روابط (۱۷) تا (۲۱) بدست آمده است. لذا معادلات لازم برای دینامیک فیلتر کالمن به صورت زیر بیان می‌گردد:

$$\begin{aligned} \dot{x}_{6 \times 6} &= f_{6 \times 6}(t, x) + B_{6 \times 6} .u_{6 \times 1} + \xi(t) \\ y_{6 \times 1} &= H_{6 \times 6} x + \mathcal{G}(t) \end{aligned} \quad (33)$$

در رابطه فوق  $\xi(t)$  و  $\mathcal{G}(t)$  به ترتیب نویز فرآیند و نویز اندازه‌گیری هستند.

$$E\{\xi(n)\xi^T(n)\} = Q, \quad E\{\mathcal{G}(n)\mathcal{G}^T(n)\} = R \quad (34)$$

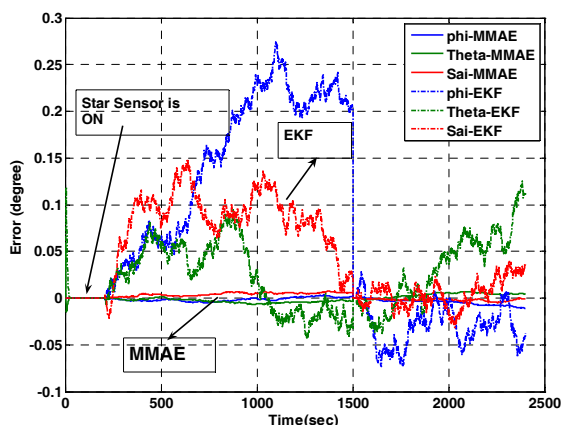
حال به منظور استفاده از الگوریتم فیلتر کالمن، مدل خطی رابطه (۱۲) در هر نقطه کار به صورت زیر بیان می‌شود:

$$\begin{aligned} x(n+1) &= Fx(n) + B.u(n) + \xi(n) \\ y(n) &= Hx(n) + \mathcal{G}(n) \end{aligned} \quad (35)$$

در رابطه فوق داریم:



محور ماهواره ۷ نقطه کار مختلف در نظر گرفته شده است که عبارتند از:  $[-0.5 \ -0.2 \ -0.1 \ 0 \ 0.1 \ 0.2 \ 0.5]^p$ . لذا مدل خطی مختلف برای ماهواره در نظر گرفته شده است و برای هر مدل یک فیلتر کالمن طراحی شده است. همچنین به منظور کاهش خطای تخمین و جلوگیری از واگرایی الگوریتم، حسگر ستاره در فواصل زمانی  $t \in [0 \ 210]^{sec}$  روشن شده و شرایط اولیه الگوریتم تخمین وضعیت را با مقدار حاصل از تعیین وضعیت دقیق یکسان می‌سازد. همچنین تخمین وضعیت با استفاده از فیلتر کالمن توسعه یافته نیز در شرایط کاملاً مشابه طراحی گردید و خطای تخمین این دو روش در شکل (۴) با یکدیگر مقایسه شده است که بیانگر عملکرد بسیار مناسب روش تطبیقی مدل‌های چندگانه در تخمین وضعیت ماهواره است.



شکل ۴- مقایسه خطای تخمین وضعیت ماهواره به روش مدل‌های چندگانه و فیلتر کالمن توسعه یافته

در این شبیه‌سازی، نویز اندازه‌گیری حسگر ستاره به صورت  $randn \times 5 \times 10^{-5}$  رادیان و بر روی هر سه محور ماهواره در نظر گرفته شده است. شرایط اولیه وضعیت ماهواره به صورت  $[-5 \ 10 \ 5]^p$  و سرعت زاویه‌ای اولیه آن نسبت به دستگاه اینرسیال نیز به صورت  $[0.01 \ -0.01 \ 0.01] rad / sec$  فرض شده است. در این شبیه‌سازی، ماهواره در طول زمان تخمین وضعیت به سمت ندیر کنترل شده است. برای این منظور ماتریس اینرسی ماهواره، چرخ‌ها و ماتریس بیان‌کننده جهت نصب چرخ‌ها و پارامترهای کنترل‌کننده طراحی شده به صورت زیر در نظر گرفته شده است:

$$J = \begin{bmatrix} 386.99 & -3.28 & -11.57 \\ -3.28 & 391.83 & -7.42 \\ -11.57 & -7.42 & 176.58 \end{bmatrix} Kgm^2 \quad I_w = \begin{bmatrix} 0.08 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.08 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.08 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.08 \end{bmatrix} Kgm^2 \quad (34)$$

در رابطه فوق  $k = 1, 2, \dots, N$  بیانگر تعداد مدل‌های در نظر گرفته شده است. لذا در این روش به منظور تخمین حالت‌ها در هر لحظه، احتمال صحت هر مدل محاسبه شده و حالت‌های تخمین زده شده برای هر مدل با توجه به احتمال صحت هر یک با یکدیگر ترکیب می‌شوند. الگوریتم ترکیب تخمین حالت‌ها به صورت زیر خلاصه می‌شود [۴۳]:

$$p(y(n+1) | \mu_k) = \frac{1}{(2\pi)^{m/2} \sqrt{\det S_k}} e^{-\frac{1}{2}\lambda} \quad (30)$$

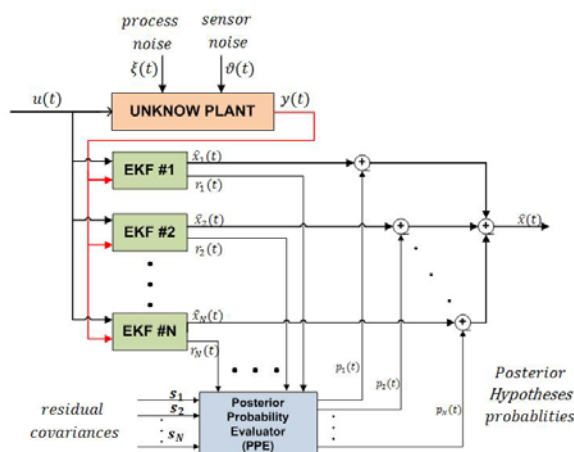
$$\lambda = r_k^T(n+1) S_k^{-1} r_k(n+1) \quad (31)$$

$$P_k(n+1) = \frac{p(y(n+1) | \mu_k)}{\sum_{j=1}^N P_j(n) p(y(n+1) | \mu_j)} \cdot P_k(n) \quad (32)$$

در رابطه فوق  $m$  تعداد اندازه‌گیری‌ها بوده و  $\mu_k$  یعنی مدل  $k$  صحیح است. بنابراین مقدار تخمین حالت‌ها از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$\hat{x}(n|n) = \sum_{k=1}^N P_k(n) \hat{x}_k(n|n) \quad (33)$$

در این حالت نیز پس از تخمین سرعت‌های زاویه‌ای ماهواره، با استفاده از رابطه (۲۲)، وضعیت ماهواره در هر لحظه تخمین زده می‌شود. ساختار این روش در شکل (۳) نشان داده شده است.



شکل ۳- ساختار الگوریتم تخمین وضعیت به روش مدل‌های چندگانه [۴۳]

## شبیه‌سازی

در این قسمت به منظور مقایسه عملکرد الگوریتم تخمین وضعیت به روش تطبیقی مدل‌های چندگانه و فیلتر کالمن توسعه یافته، فرض می‌کنیم ماهواره در حضور گشتاور اغتشاشی گرادیان جاذبه‌ای توسط چرخ‌های عکس‌العملی به سمت ندیر (جهت‌گیری به سمت مرکز زمین) کنترل می‌شود. به منظور تخمین وضعیت ماهواره (رل، پیچ، یاو) به روش مدل‌های چندگانه، برای هر

## مراجع

- [1] Shuster, M. D. and Oh, S. D., "Three-Axis Attitude Determination from Vector Observations", *Journal of Guidance and Control*, Vol. 4, No. 1, 1981, pages 70-77.
- [2] Fisher, H. L., Shuster, M. D. and Strikwedra, T. E., "Attitude Determination for the Star Tracker Mission", *AAS/AIAA Astrodynamics Conference*, AAS, Stowe, VT, 1989, pages 139-150.
- [3] Mook, D. J., "Robust Attitude Determination without Rate Gyros", *Proceedings of the AS/GSFC International Symposium on Space Flight Dynamics*, No. 93, page 713-723, NASA-Goddard Space Center, Greenbelt, MD, 1993.
- [4] Quine, B., "Spacecraft Guidance Systems Attitude Determination using Star Camera Data", *Robotics Research Group Department of Engineering Science University of Oxford*, 1996.
- [5] Singla, P., Griffith, T. D. and Junkins, J. L., "Attitude Determination and On-Orbit Autonomous Calibration of Star Tracker for GIFTS Mission," *AAS/AIAA Space Flight Mechanics Meeting*, No. 02-101, AAS, San-Antonio, TX, 2002.
- [6] Singla, P., A New Attitude Determination Approach Using Split Field of View Star Camera, Master Thesis Report, Aerospace Engineering, Texas A&M University, College Station, TX, USA, 2002.
- [7] Choukroun, D., Novel Methods for Attitude Determination Using Vector Observation, PhD Thesis, Israel Institute of Technology, May 2003.
- [8] Singla, P., Crassidis, J. L. and Junkins, J. L., "Spacecraft Angular Rate Estimation Algorithm for Star Tracked-Based Attitude Determination", 2003, AAS 03-191.
- [9] Crassidis, J. L., "Angular Velocity Determination Directly from Star Tracker Measurements", *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, Department of Mechanical and Aerospace Engineering, University of Buffalo, 2002.
- [10] Kühn, C. T. F., Combined Earth/Star Sensor for Attitude and Orbit Determination of Geostationary Sattelites, PhD Thesis, University of Stuttgart, 2005.
- [11] Lefferts, E. J., Markley, F. L. and Shuster, M. D. "Kalman Filtering for Spacecraft Attitude Estimation", *Journal of Guidance*, Vol. 5, No. 5, 1982, Page 417-429.
- [12] Li, H., Sun, Z. and Zhang, Sh., "Satellite Attitude Estimation UKF Algorithm Based on Star-Sensor", *IMACS Multi-Conference on Computational Engineering in Systems Applications(CESA)*, China, 2006, page 799-802.
- [13] Lam, Q. M., Hunt, T., Sanneman, P. and Underwood, S., "Analysis and Design of a Fifteen State Stellar Inertial Attitude Determination System", *AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference and Exhibit*, Austin, Texas, 2003.
- [14] Markley, F. L., Crassidis, J. L. and Cheng, Y., "Nonlinear Attitude Filtering Methods", *AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference and Exhibit*, California, 2005.
- [15] Lam, Q. M. and Crassidis, J. L., "Precision Attitude Determination using a Multiple Model Adaptive

$$D = \begin{bmatrix} 187.68 & 0 & 0 \\ 0 & 190 & 0 \\ 0 & 0 & 85.81 \end{bmatrix} \quad K_p = \begin{bmatrix} 56.45 & 0 & 0 \\ 0 & 57.7 & 0 \\ 0 & 0 & 25.88 \end{bmatrix}$$

همچنین ماتریس کواریانس نویز پروسه و نویز اندازه‌گیری برای فیلتر کالمن به صورت زیر در نظر گرفته شده است:

$$\begin{aligned} R_k &= 10^{-6} \cdot I_{6 \times 6} \\ Q_k &= 10^{-6} \cdot I_{6 \times 6} \end{aligned} \quad (35)$$

## نتیجه‌گیری

در این مقاله، به منظور حل معضلات مطرح شده مربوط به تغییرات نقطه کار سیستم، حل مشکل مربوط به تغییرات ماتریس کواریانس نویز اندازه‌گیری حسگر ستاره و ژيروسکوپ و کاهش توان مصرفی زیرسیستم تعیین وضعیت با استفاده از حسگر ستاره، ساختار جدیدی برای تخمین وضعیت ماهواره با دقت بالا و مبتنی بر اصول روش‌های تطبیقی مدل‌های چند گانه (MM) طراحی شد. استفاده از معادلات دینامیکی ماهواره و ممتهم زاویه‌ای چرخ‌های عکس‌العملی که توسط تاکومتر می‌توان اندازه‌گیری کرد، به‌عنوان ایده جدید در طراحی این الگوریتم است. در این روش سرعت‌های زاویه‌ای ماهواره با استفاده از دینامیک ماهواره و به کارگیری روش تطبیقی مدل‌های چندگانه با دقت بالا تخمین زده شده و سپس با استفاده از روابط سینماتیکی ماهواره وضعیت ماهواره با دقت بسیار بالا تعیین خواهد شد. در این ساختار اندازه‌گیری وضعیت ماهواره تنها با استفاده از حسگر ستاره برای مدتی کوتاه انجام شده و به‌عنوان شرایط اولیه برای الگوریتم تخمین، مورد استفاده قرار می‌گیرد. لذا در این ساختار توان مصرفی زیرسیستم تعیین وضعیت توسط حسگر ستاره به شدت کاهش می‌یابد. همچنین به منظور کاهش حجم محاسبات الگوریتم مطرح شده بدون کاهش دقت تخمین وضعیت، از ایده تخمین به روش مدل‌های چندگانه با ساختار متغیر (VSMM) استفاده شد. لذا به منظور نشان دادن کارایی روش مطرح شده، مدل‌های نزدیک به وضعیت صفر (جهت‌گیری به سمت مرکز زمین) انتخاب شده‌اند. به منظور تأیید عملکرد و کارایی روش بیان شده نتایج شبیه‌سازی آن با روش فیلتر کالمن توسعه یافته که در بسیاری از ماهواره‌ها مورد استفاده و ارزیابی قرار گرفته است. با مقایسه نتایج شبیه‌سازی نشان داده شده در شکل (۳) مشخص می‌شود که در صورت خاموش بودن حسگر ستاره در مدت ۲۰ دقیقه خطای تخمین وضعیت با استفاده از روش مدل‌های چندگانه تقریباً ۰/۱ برابر خطای تخمین وضعیت به روش فیلتر کالمن است. بنابراین با استفاده از روش مطرح شده در این مقاله می‌توان حسگر ستاره را به مدت کمتری روشن کرد که این امر سبب کاهش توان مصرفی زیرسیستم تعیین وضعیت و افزایش عمر ماهواره خواهد شد.

- Navigation, and Control Conference and Exhibition, Austin, Texas, 2003.*
- [31] Van Dyke, M. C., Schwartz, J. L. and Hall, C. D., "Unscented Kalman Filtering for Spacecraft Attitude State and Parameter Estimation", *AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference and Exhibit*, AAS-04-115, 2004.
- [32] Ma, Z. and Ng, A., "Spacecraft Attitude Determination By Adaptive Kalman Filtering", *AIAA Modeling and Simulation Technologies Conference and Exhibition*, Monterey California, 2002.
- [33] Athans, M. and Chang, C. B., Adaptive Estimation and Parameter Identification Using Multiple Model Estimation Algorithm, Massachusetts Institute of Technology, Lincoln Laboratory, Technical Note, June 1976.
- [34] Li, X. R. and Bar-Shalom, Y., "Multiple-model Estimation with Variable structure", *Automatic Control on IEEE Transactions*, Vol. 41, No. 4, 1996, pages. 478- 493.
- [35] Malladi, D. P. and Speyer, J. L., "A New Approach to Multiple Model Adaptive Estimation", *Proceedings of the 36th Conference on Decision & Control*, San Diego, California USA 1997.
- [36] Li, X. R., "Multiple-Model Estimation with Variable Structure—Part II: Model-Set Adaptation", *IEEE Transactions on Automatic Control*, Vol. 45, No. 11, 2000, Pages 2047- 2060.
- [37] Bar-Shalom, Y. and Li, X. R., *Estimation with Applications to Tracking and Navigation*, John Wiley & Sons, 2001, pages 466-477.
- [38] Murrell, J. W., "Precision Attitude Determination for Multi-mission Spacecraft", *AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference*, 1978.
- [39] Lam, Q. M. Crassidis, J. L., "Evaluation of a Multiple Model Adaptive Estimation Scheme for Space Vehicle's Enhanced Navigation solution", *AIAA Guidance, Navigation and Control Conference and Exhibit*, 20-23 August, Hilton Head, South Carolina, 2007.
- [40] Sidi, M. J., *Spacecraft Dynamics And Control*, Combridge University Press, 2000.
- [41] Bang, H., Tahka, M. J. and Cho, H. D., Large angle attitude control of spacecraft with actuator saturation, *Control Engineering Practice* 11. 2003, Elsevier, pp. 989-997.
- [۴۲] بلندی، حسین. فانی صابری، فرهاد و قربانی واقعی، بهمن. "کنترل وضعیت ماهواره‌های تصویربرداری استریو با مانورهای چرخشی سریع و با استفاده از چرخ‌های عکس‌العملی"، هفتمین همایش سالانه انجمن هوافضای ایران، دانشگاه صنعتی شریف، اسفند ۱۳۸۶.
- [43] Fekri, S., Athans, M. and Pascoal, A., "Issues, Progress and New Results in Robust Adaptive Control", *International Journal of Adaptive Control and Signal Processing*, Vol. 20, 2006, pages 519-579.
- Estimation Scheme", *Proceedings of the IEEE Aerospace Conference*, Big Sky, Montana, 2007.
- [16] Mason A. Peck, Attitude Propagation with Intelligent Gyro Measurements and Single-Vector Observations, American Institute of Aeronautics & Astronautics, AIAA-2000-4243, 2000.
- [17] Wertz, J. R., *Spacecraft Attitude Determination and Control*, Ed. J. R. Wertz, Klumber Academic Publisher, 1978.
- [18] Crassidis, J. L. and Markley, F. L., "A minimum Model Error Approach for Attitude Estimation", *Journal of Guidance, Navigation, and Control*, Vol. 20, No. 6, 1997, page 1241.
- [19] Valpiani, J. M. and Palmer, P. L., "Nonlinear Symplectic Attitude Estimation for Small Satellites", *AIAA/AAS Astrodynamics Specialist Conference and Exhibit*, Colorado, 2006.
- [20] Wendel, J., Maier, A., Metzger, J. and Trommer, G. F., "Comparison of Extended and Sigma-Point Kalman Filters for Tightly Coupled GPS/INS Integration", *AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference and Exhibit*, 2005.
- [21] Lam, Q. M. and Crassidis, J. L., "Precision Attitude Determination Using A Multiple Model Adaptive Estimation Scheme," *Proceedings of the IEEE Aerospace Conference*, Big Sky, Montana, March 2007.
- [22] Crassidis, J. L., Markley, F. L. and Cheng, Y., "Survey of Nonlinear Attitude Estimation Methods", *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, Vol. 30, No. 1, 2007.
- [23] Marques, S. Clements, R. and Lima, P., Comparison of Small Satellite Attitude Determination Methods, *AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference and Exhibit*, 2000.
- [24] Kalman, R. E., "A New Approach to Linear Filtering and Prediction Problems," *Transactions of the ASME, Journal of Basic Engineering*, Vol. 82, pages 34-45, 1962.
- [25] Leung, W. S. W. and Damaren, C. J., "A Comparison of the Pseudo-Linear and Extended Kalman Filters for Spacecraft Attitude Estimation", *AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference and Exhibition*, Providence, Rhode Island, 2004.
- [26] Shuster, M. D., "Constraint in Attitude Estimation Part I: Constrained Estimation", *Journal of the Astronautical Sciences*, Vol. 51, No. 1, pages 51-74, 2003.
- [27] Shuster, M. D., "Constraint in Attitude Estimation Part II: Unconstrained Estimation", *Journal of the Astronautical Sciences*, Vol. 51, No. 1, pages 75-101, 2003.
- [28] Markley, F. L., "Attitude Error Representations for Kalman Filtering", *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, Vol. 63, No. 2, pages 311-317, 2003.
- [29] Lefferts, E. J., Markley, F. L. and Shuster, M. D., "Kalman Filtering for Spacecraft Attitude Estimation", *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, Vol. 5, No. 5, 1982, pages 417-429.
- [30] Crassidis, J. L. and Markley, F. L., "Unscented Filtering for Spacecraft Attitude Estimation", *AIAA Guidance,*