

# Design of and Nonlinear Extended State Observer to Estimate Unmeasurable Information on the Problem of Flying Objects Guidance

Mahsa Javaheripour<sup>1</sup>, Ahmad Reza Vali<sup>2\*</sup> , Vahid Behnam Gol<sup>3</sup>  and Firouz Allahverdi Zadeh<sup>4</sup> 

1. M.Sc. Student, Department of Control Engineering, Malek Ashtar University of Technology, Tehran, Iran
2. Associate Professor, Department of Control Engineering, Malek Ashtar University of Technology, Tehran, Iran
- 3,4. Assistant Professor, Department of Control Engineering, Malek Ashtar University of Technology, Tehran, Iran

\*Corresponding Author's E-mail: [ar.vali@aut.ac.ir](mailto:ar.vali@aut.ac.ir)

## Abstract

Proportional navigation is one of the most widely used methods in guiding flying objects. This method requires the rotation rate of the line between the interceptor and the target to calculate the guidance command. For a variety of reasons, including cost savings, simple sensors are used to measure tracking information, including line of sight angle. Therefore, some non-measurable information such as the angular velocity of the line of sight must be estimated using mathematical equations. Due to the noise and other problems, the use of derivatives is not desirable in this situation. Therefore, in this paper, an extended nonlinear observer is used to estimate the angular velocity of the line. Due to the nonlinear dynamics of the intercepting of flying objects, a nonlinear type of observer has been selected. By performing a computer simulation, the correct operation of the proposed observer is shown.

**Keywords:** Flying object intercepting, Nonlinear extended state observer, Line of sight rate



## COPYRIGHTS

© 2022 by the authors. Published by Aerospace Research Institute. This article is an open access article distributed under the terms and conditions of [the Creative Commons Attribution 4.0 International \(CC BY 4.0\)](https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/).

## How to cite this article:

M. Javaheripour, A. R. Vali, V. Behnam Gol and F. Allahverdizadeh, "Design of and Nonlinear Extended State Observer to Estimate Unmeasurable Information on the Problem of Flying Objects Guidance," *Journal of Space Science and Technology*, Vol. 15, No. 3, pp. 67-78, 2022 (in Persian), <https://doi.org/10.30699/jsst.2022.1352>.

# طراحی روتر غیر خطی توسعه یافته برای تخمین اطلاعات غیر قابل اندازه گیری در مسئله هدایت اجسام پرنده

مهسا جواهری پور<sup>۱</sup>، احمد رضا ولی<sup>۲\*</sup>، وحید بهنام گل<sup>۳</sup> و فیروز الهوردی زاده<sup>۴</sup>

دانشکده مهندسی کنترل، دانشگاه صنعتی مالک اشتر، تهران، ایران

\*ایمیل نویسنده مخاطب: [ar.vali@aut.ac.ir](mailto:ar.vali@aut.ac.ir)

## چکیده

یکی از روش‌های پرکاربرد در مسئله هدایت اجسام پرنده، ناوبری تناسبی می‌باشد. این روش برای محاسبه دستور هدایت به نرخ چرخش خط واصل بین رهگیر و هدف نیاز دارد. به دلایل متعدد از جمله کاهش هزینه، برای اندازه‌گیری اطلاعات رهگیری از جمله زاویه خط دید از حسگرهای ساده استفاده می‌شود. بنابراین برخی اطلاعات غیر قابل اندازه‌گیری از قبیل سرعت زاویه‌ای خط دید می‌بایست با استفاده از روابط ریاضی تخمین زده شوند. با توجه به نوآوری بودن و مشکلات دیگر، استفاده از مشتق گیر در این شرایط مطلوب نیست. از این رو در این مقاله از روتر غیرخطی توسعه یافته برای تخمین سرعت زاویه‌ای خط استفاده می‌شود. به دلیل غیرخطی بودن دینامیک حاکم بر مسئله رهگیری اجسام پرنده، روتر پیشنهادی از نوع غیرخطی انتخاب شده است. با انجام یک شبیه‌سازی کامپیوتری، صحت عملکرد روتر پیشنهادی نشان داده شده است.

واژه‌های کلیدی: رهگیری اجسام پرنده، روتر غیرخطی توسعه یافته، سرعت زاویه‌ای خط دید

## علائم و اختصارات

$\dot{Y}_m$	سرعت زاویه‌ای مسیر پرواز رهگیر	$R$	برد نسبی
$\dot{Y}_t$	سرعت زاویه‌ای مسیر پرواز هدف	$\lambda$	زاویه‌ی بین خط دید و خط مرجع
$\varepsilon$	زاویه خطای ردیابی	$\dot{\lambda}$	نرخ چرخش خط دید
$\theta$	زاویه محور طولی رهگیر با خط مرجع	$\dot{Y}_m$	زاویه‌ی مسیر پرواز رهگیر
		$\dot{Y}_t$	زاویه‌ی مسیر پرواز هدف
		$a_m$	بردار شتاب جانبی رهگیر
		$a_t$	بردار شتاب جانبی هدف
		$V_m$	بردار سرعت طولی رهگیر
		$V_t$	بردار سرعت طولی هدف
		$V_c$	سرعت نزدیک شونده‌ی رهگیر و هدف

## مقدمه

در سناریوی برخورد یک رهگیر به یک هدف، بردار حالت مطلوبی برای رهگیر وجود دارد که در صورت منطبق شدن بردار حالت اندازه‌گیری شده رهگیر با بردار حالت مطلوب، برخورد صورت می‌گیرد. قانون هدایت، قانونی است که در صورت انحراف این دوبردار از هم، شتاب اعمالی به رهگیر را برای جبران این انحراف محاسبه می‌کند. در هدایت

۳. استادیار

۴. استادیار

۱. دانشجوی کارشناسی ارشد

۲. دانشیار

شتاب محاسبه شده توسط ناوبری تناسبی حقیقی بصورت زیر است:

$$a_{m,\lambda} = NV_c \dot{\lambda} \quad (1)$$

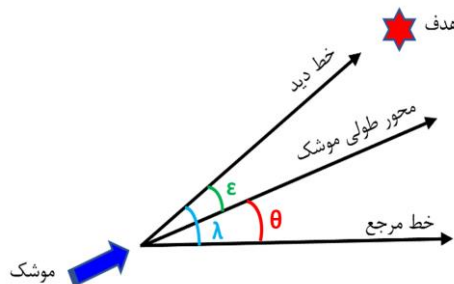
با توجه به اینکه اکثر رهگیرهای آشیانه یاب در فاز نهایی از کنترل آیرودینامیکی استفاده می کنند و با این نوع سیستم کنترل تنها امکان دستور شتاب جانبی در راستای عمود بر راستای طولی رهگیر فراهم می باشد، لذا در این رهگیرها باید ناوبری تناسبی حقیقی را برای اعمال در راستای عمود بر بردار سرعت رهگیر اصلاح نمود. برای این منظور دستور شتاب جانبی به صورت زیر خواهد بود [۱]:

$$a_m = \frac{NV_c \dot{\lambda}}{\cos(\gamma_m - \lambda)} \quad (2)$$

جستجوگر، حسگری است که در داخل رهگیر و در نوک آن نصب شده و اطلاعاتی در مورد سینماتیک رهگیر و هدف مانند نرخ چرخش خط دید، سرعت نزدیک شونده گی رهگیر و هدف و... را اندازه گیری می کند و در اختیار سیستم هدایت قرار می دهد. بنابراین برای هدایت رهگیر و برخورد آن به هدف، به جستجوگر نیاز است.

جستجوگرها از نظر مکانیزم کاری، به دو دسته طوقه دار و چسبیده به بدنه تقسیم می شوند. در جستجوگرهای چسبیده به بدنه، ابزار بینایی به طور ثابت در سر رهگیر نصب می شوند و مرکز تصویر همواره در در راستای طولی رهگیر است اما در جستجوگرهای طوقه دار<sup>۵</sup>، این ابزار بینایی نسبت به بدنه رهگیر حداقل از یک درجه آزادی برخوردار هستند. در این جستجوگرها، به دلیل اینکه ابزار بینایی نسبت به بدنه رهگیر ثابت نیست به به سمت هدف نشانه روی می کند، لازم است حرکت های رهگیر و هدف توسط یک سیستم کنترل جبران سازی شود و با توجه به آن حرکت ها، طوقه ها نیز توسط سیستم کنترل تغییر وضعیت دهند.

در جستجوگرهای چسبیده به بدنه، خروجی سر جستجوگر، زاویه محور جستجوگر با خط دید هدف از رهگیر در دو صفحه فراز و سمت می باشد که در شکل (۲) این زاویه در یک صفحه نمایش داده شده است. در صورتی رهگیر به هدف برخورد می کند که این زاویه که به زاویه خطای ردیابی معروف است و با  $\epsilon$  نمایش داده می شود، صفر گردد.

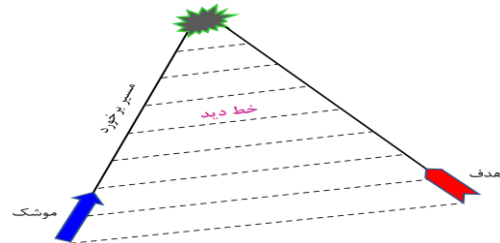


شکل ۲- چگونگی اندازه گیری خطای ردیابی توسط جستجوگر

با توجه به شکل (۲)، زاویه خط دید از جمع زاویه خطای ردیابی و زاویه محور طولی رهگیر با خط مرجع ( $\theta$ ) بدست می آید.

اجسام پرنده، دو الگوریتم وجود دارد؛ پیش تنظیم و هدف بین. در الگوریتم هدایت پیش تنظیم، رهگیر بر روی مسیری که از قبل جهت برخورد با هدف تنظیم شده است حرکت می کند. در این الگوریتم، هدف مورد نظر یک نقطه ای ثابت است که نیاز به ردگیری ندارد و اطلاعات لحظه ای نیز از موقعیت هدف وجود ندارد. بنابراین این الگوریتم برای اهداف کاملاً ثابت و مشخص به کار می رود و ورودی سیستم هدایت نیز قبل از پرتاب تعیین می شود. اما در الگوریتم هدایت هدف بین، هدف ثابت نیست و لازم است ردگیری شود و با توجه به موقعیت نسبی آن، ورودی سیستم هدایت تعیین گردد که در نتیجه، این الگوریتم برای اهداف متحرک بسیار کارآمد است. بنابراین در این الگوریتم برای رهگیری هدف به ابزاری جهت مشاهده آن نیز داریم تا در زمانی که هدف برای رهگیر قابل رویت شد با یکی از روش های هدایت هدف بین، هدایت رهگیر به سمت هدف انجام شود تا برخورد صورت گیرد در این الگوریتم، به خط واصل بین رهگیر و هدف خط دید<sup>۵</sup> (LOS) گفته می شود که در تعیین میزان انحراف رهگیر از حالت مطلوب به ما کمک می کند [۱].

قوانین هدایت دوقطه ای و سه نقطه ای، از قوانین هدایت هدف بین می باشند. ناوبری تناسبی نیز جزو قوانین هدایت دوقطه ای می باشد که در آن برای تضمین برخورد با اهداف متحرک از ایده ناوبری موازی استفاده می کنند که در شکل (۱) نشان داده شده است. طبق این ایده در صورتی که خط دید بین رهگیر و هدف در فضا نچرخد و یا به عبارت دیگر نرخ چرخش خط دید بین رهگیر و هدف صفر باشد، برخورد تضمین می گردد.



شکل ۱- ایده ناوبری موازی

ناوبری تناسبی محض<sup>۶</sup> (PPN) اولین قانون هدایت ارائه شده در دسته ناوبری تناسبی بوده و از نرخ چرخش خط دید و سرعت رهگیر برای محاسبه دستور شتاب جانبی رهگیر استفاده می کند. در این قانون، بردار سرعت رهگیر متناسب با نرخ چرخش خط دید از طریق اعمال شتابی در راستای عمود بر بردار سرعت چرخانده می شود تا بتواند نرخ چرخش خط دید را صفر کند. نوع اصلاح شده این قانون هدایت، ناوبری تناسبی حقیقی<sup>۷</sup> (TPN) بوده که از نرخ چرخش خط دید و سرعت نزدیک شونده گی رهگیر و هدف برای تولید دستور شتاب جانبی استفاده می کند. از آنجا که در قوانین ناوبری تناسبی هدف صفر کردن نرخ چرخش خط دید است، بنابراین اگر شتاب محاسبه شده توسط قانون هدایت به جای عمود بر بردار سرعت رهگیر، در راستای عمود بر خط دید اعمال شود، تاثیر بیشتری در صفر کردن نرخ چرخش خط دید خواهد داشت [۱-۳].

استفاده از رویتر غیرخطی برای تخمین نرخ چرخش خط دید در مقایسه با استفاده از فیلتر کالمن، به کمتر شدن فاصله از دست دهی کمک می‌کند و درعین حال به اطلاعات کمتری نیاز دارد [۹]. در مرجع [۱۰] اصول رویترپذیری برای سیستم‌های غیرخطی توضیح داده شده است. در این مرجع همچنین اصول طراحی رویتر غیرخطی براساس فیدبک خطی ساز نیز شرح داده شده است. طراحی رویتر با استفاده از دیدگاه لیاپانوف نیز در آن مورد مطالعه قرار گرفته است. در مرجع [۱۱] نیز برای کلاسی از سیستم‌های غیرخطی رویتر غیرخطی طراحی و ویژگی‌های ورودی خروجی آن با استفاده از روش LPRS<sup>۹</sup> در حوزه فرکانس تحلیل و کارایی آن با استفاده از تکنیک پاسخ فرکانسی ارزیابی شده است.

رویتگرهای حالت، تنها قادر به تخمین حالت‌های سیستم می‌باشند. در صورتی که سیستم دارای بخش نامعینی باشد، تخمین بخش نامعینی باید توسط رویتر توسعه یافته صورت بگیرد. تخمین بخش نامعینی موجب افزایش دقت تخمین می‌شود. در مراجع گوناگونی به کاربردهای رویتر توسعه یافته اشاره شده است. به عنوان نمونه، در مرجع [۱۲]، از نوعی رویتر توسعه یافته هموار ساز<sup>۱۰</sup> بهبود یافته برای تخمین ترم‌های نامعلوم مدل PMSM<sup>۱۱</sup> استفاده شده است. در مرجع [۱۳]، یک روش نوین کنترل مدلفزشی بدون چترینگ مبتنی بر رویتر توسعه یافته برای یک کلاس از سیستم‌های غیرخطی در حضور اختلال سازگار و ناسازگار ارائه شده است. در این مرجع از رویتر غیرخطی توسعه یافته مبتنی بر تابع tanh برای تخمین اختلال ناسازگار استفاده شده است. پایداری رویتر نیز توسط تئوری لیاپانوف به اثبات رسیده است. در مرجع [۱۴]، روشی جدید برای طراحی رویتر توسعه یافته برای سیستم‌های غیرخطی نامعین پیشنهاد شده است که مبتنی بر آبشاری<sup>۱۲</sup> کردن مجموعه‌ای از رویترهای توسعه یافته مرتبه اول است. در روش پیشنهادی، رویتر طراحی شده در برابر نویز مقاومت بیشتری دارد و تخمین عدم قطعیت قوی تری نسبت به رویترهای توسعه یافته استاندارد دارد. در مرجع [۱۵]، یک رویتر توسعه یافته جدید برای ردیابی خروجی یک کلاس از سیستم‌های چند ورودی چند خروجی با عدم قطعیت ناسازگار توسعه داده شده است. می‌تواند هم حالت‌های سیستم و هم عدم قطعیت را تخمین بزند. سپس کنترل کننده فیدبک خروجی مبتنی بر ESO برای جبران عدم قطعیت و ردیابی خروجی طراحی شده است. در این مرجع همگرایی سیستم حلقه بسته نیز به اثبات رسیده است. در مرجع [۱۶]، رویتر توسعه یافته تحریک رویداد<sup>۱۳</sup> برای سیستم غیرخطی زمان پیوسته با عدم قطعیت و اختلال طراحی شده است. از آن جایی که همگرایی ET-ESO به طور مستقیم به شرایط

همان گونه که گفته شد، در ناوبری تناسبی برای محاسبه دستور شتاب جانبی اعمالی به رهگیر برای صفر کردن نرخ چرخش خط دید و برخورد با هدف، به این متغیر نیاز است. این نرخ معمولاً با استفاده از جستجوگرهای طوقه دار اندازه گیری می‌شود. استفاده از جستجوگرهای طوقه دار، هزینه را بالاتر می‌برند، قابلیت اطمینان را پایین تر می‌آورند و نیاز به یک سیستم کنترل موقعیت دارند. بنابراین در بعضی شرایط استفاده از جستجوگر چسبیده به بدنه، بهینه تر می‌باشد. در صورتی که سامانه به جستجوگر چسبیده به بدنه مجهز شود، برای به دست آوردن نرخ چرخش خط دید دو روش وجود دارد: ۱- مشتق گیری از زاویه خط دید که این روش به دلیل نویز آلود بودن سیگنال خروجی جستجوگر روش مناسبی نیست. ۲- تخمین نرخ چرخش خط دید. برای تخمین نرخ چرخش خط دید روش‌های متعددی وجود دارد. یکی از این روش‌ها، فیلتر کالمن می‌باشد. به عنوان نمونه، در مرجع [۴]، مسئله استخراج نرخ چرخش خط دید حل شده و برای این کار دو روش ارائه شده است: ۱- بدست آوردن نرخ چرخش خط دید با حل معادله دیفرانسیلی زاویه خط دید نسبت به زمان. ۲- تخمین نرخ چرخش خط دید با استفاده از فیلتر کالمن. نتایج شبیه سازی نشان می‌دهد که روش دوم، بهتر از روش اول است. تاخیر زمانی نرخ چرخش خط دید تخمین زده شده با استفاده از فیلتر کالمن، نسبتاً کمتر از تاخیر زمانی‌ای است که در بدست آوردن نرخ چرخش خط دید با حل معادله دیفرانسیلی زاویه خط دید نسبت به زمان رخ می‌دهد. در مرجع [۵] به ارائه و پیاده سازی روشی جدید در هدایت یک رهگیر زمین به هوا می‌پردازد. در این مقاله، مشتقات مراتب بالاتر زاویه خط دید از روی اندازه گیری نرخ چرخش این زاویه توسط فیلتر کالمن تخمین زده شده و با ترکیب این مشتقات به تابعی تحت عنوان نرخ چرخش خط دید معادل رسیده و از آن در سیستم هدایت استفاده کرده است. نرخ چرخش خط دید اندازه گیری شده توسط جستجوگر راداری که در هدایت فاز نهایی یک رهگیر تاکتیکی استفاده می‌شود، دارای نویز است و باید فیلتر شود. برای این کار، در مرجع [۶]، کاربرد یک فیلتر کالمن برای تخمین نرخ چرخش خط دید مورد مطالعه قرار گرفته است. در مراجع [۷] و [۸] از فیلتر کالمن و رویتر حالت توسعه یافته برای تخمین مانورهای هدف استفاده گردیده و قانون هدایت نیز با استفاده از تئوری‌های غیرخطی طراحی گردیده است. استفاده از رویتر بجای فیلتر کالمن برای انجام عمل تخمین، مزایایی دارد.

از آن جا که هندسه درگیری در فاز نهایی غیرخطی است، بنابراین برای استفاده از روش‌هایی همچون فیلتر کالمن برای تخمین نرخ چرخش خط دید لازم است که هندسه درگیری در فاز نهایی را خطی سازی کنیم که این امر موجب کاهش دقت تخمین نرخ چرخش خط دید خواهد شد. در صورت استفاده از رویتر غیرخطی نیاز به خطی سازی وجود ندارد و در نتیجه مشکل کمبود دقت نیز حل می‌شود.

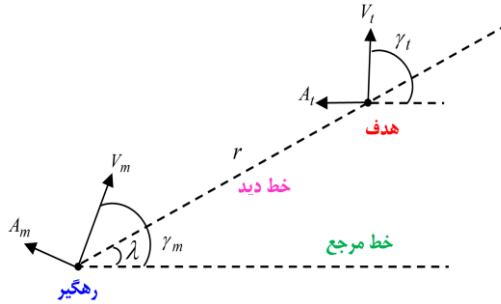
12. Cascade  
13. Event-Triggered Extended State Observer (ET-ESO)

9. Locus of A Perturbed Relay System  
10. Smoothing Extended State Observer  
11. Permanent Magnet Synchronous Motor

## دینامیک سیستم

### سینماتیک دوبعدی و معادلات حرکت

در شکل (۴)، هندسه‌ی درگیری دوبعدی درگیری رهگیر و هدف نمایش داده شده است:



شکل ۴- هندسه‌ی دوبعدی درگیری رهگیر و هدف

سرعت نزدیک شونده‌ی رهگیر و هدف ( $V_c = -\dot{R}$ ) بصورت

زیر محاسبه می‌گردد [۳]:

$$\dot{R} = V_t \cos(\gamma_t - \lambda) - V_m \cos(\gamma_m - \lambda) \quad (3)$$

همچنین، سرعت نسبی جانبی بین رهگیر و هدف که باعث چرخیدن خط دید خواهد شد، از تقریف مولفه‌های سرعت آنها در راستای عمود بر خط دید به صورت زیر محاسبه می‌شود [۳]:

$$V_\lambda = R\dot{\lambda} = V_t \sin(\gamma_t - \lambda) - V_m \sin(\gamma_m - \lambda) \quad (4)$$

بنابراین می‌توان نوشت:

$$\dot{\lambda} = \frac{V_t \sin(\gamma_t - \lambda) - V_m \sin(\gamma_m - \lambda)}{R} \quad (5)$$

نرخ تغییرات زاویه پرواز رهگیر و هدف مطابق زیر می‌باشد:

$$\dot{\gamma}_m = \frac{a_m}{V_m} \quad (6)$$

$$\dot{\gamma}_t = \frac{a_t}{V_t} \quad (7)$$

همچنین با مشتق‌گیری از رابطه (۵) و فرض ثابت بودن سرعت‌ها می‌توان نوشت:

$$\ddot{\lambda} = \frac{V_t(\dot{\gamma}_t - \dot{\lambda})\cos(\gamma_t - \lambda)}{R} - \frac{V_m(\dot{\gamma}_m - \dot{\lambda})\cos(\gamma_m - \lambda) - \dot{R}\dot{\lambda}}{R} \quad (8)$$

با جایگذاری روابط (۳) و (۶) و (۷) در معادله (۸) داریم:

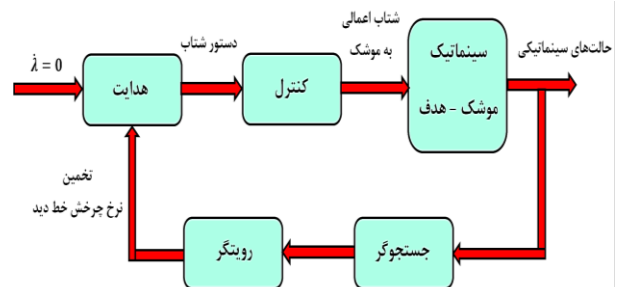
$$\ddot{\lambda} = \frac{a_t \cos(\gamma_t - \lambda) - \dot{\lambda}(V_t \cos(\gamma_t - \lambda))}{R} - \frac{\dot{\lambda}(V_m \cos(\gamma_m - \lambda)) - a_m \cos(\gamma_m - \lambda) - \dot{R}\dot{\lambda}}{R} \quad (9)$$

$$= \frac{-2\dot{R}\dot{\lambda} + a_t \cos(\gamma_t - \lambda) - a_m \cos(\gamma_m - \lambda)}{R}$$

متغیرهای حالت را به صورت زیر در نظر می‌گیریم:

تحریک‌کننده بستگی دارد، در این مرجع هدف این است که شرایط محرک بدون اتکا به وضعیت فرآیند طراحی گردد. در مرجع [۱۷] یک قانون هدایت مبتنی بر روینگر غیرخطی توسعه یافته برای یک رهگیر با جستجوگر چسبیده به بدنه ارائه شده است. زمانی که هدف توسط جستجوگر شناسایی می‌شود، نرخ چرخش خط دید، توسط روینگر مذکور تخمین زده می‌شود. روینگر پیشنهادی در این مقاله در مراجع بسیاری مورد استفاده قرار گرفته است اما در این مقاله به صورت توسعه یافته برای تخمین حالت‌های غیر قابل اندازه‌گیری و تابع نامعینی بسط داده شده و مورد استفاده قرار گرفته است. همچنین در این مقاله فرض شده است که رهگیر مورد نظر که یک رهگیر آشیانه‌یاب با برد ۱۰ تا ۴۰ کیلومتر است دارای جستجوگر الکترواپتیکی چسبیده به بدنه بوده که مستقیماً نمی‌تواند نرخ چرخش خط دید را اندازه‌گیری کند؛ بنابراین تنها اطلاعات جستجوگر چسبیده به بدنه که قابلیت اندازه‌گیری زوایا را دارد در دسترس بوده و برخلاف روش‌های مرسوم که از مشتق‌گیری و به دنبال آن فیلتر پایین‌گذر سنگین برای به دست آوردن نرخ چرخش خط دید استفاده می‌کنند، در این مقاله از روینگر غیرخطی توسعه یافته بهره می‌بریم که سرعت بیشتر قابل توجهی نسبت به روش مشتق‌گیری در تخمین نرخ چرخش خط دید خواهد داشت. همچنین از تاخیر بیشتر در حلقه هدایت جلوگیری خواهد شد که نهایتاً منجر به کاهش فاصله از دست دهی می‌شود. همچنین عملکرد روینگر پیشنهادی با نوعی روینگر خطی نیز مقایسه خواهد شد که در نتایج شبیه‌سازی مشاهده می‌شود روینگر غیرخطی نسبت به روینگر خطی در تخمین متغیرها از سرعت و دقت بالاتری برخوردار می‌باشد.

ساختار مقاله به این صورت است با استفاده از روینگر غیرخطی توسعه یافته و اطلاعات جستجوگر چسبیده به بدنه نرخ چرخش خط دید تخمین زده شده و در اختیار سیستم هدایت قرار می‌گیرد و قانون ناوبری تناسبی حقیقی نیز با استفاده از نرخ چرخش خط دید تخمین زده شده و اطلاعات مورد نیاز دیگر، دستور شتاب جانبی اعمالی به رهگیر برای برخورد با هدف را محاسبه کرده و این شتاب توسط بخش کنترل به رهگیر اعمال می‌شود. دینامیک حلقه کنترل نیز معادل تابع تقریبی مرتبه اول در نظر گرفته شده است. نحوه ارتباط اجزای حلقه هدایت در شکل (۳) نمایش داده شده است:



شکل ۳- بلوک دیاگرام حلقه هدایت

بنابراین  $\Psi_l$  رویت پذیر است اگر و تنها اگر  $S = \{S_1, S_2, S_3, \dots, S_n\}$  مستقل خطی باشد یا به طور معادل  $rank(S) = n$  باشد [۱۰].

با توجه به قضیه بیان شده، سیستم (۱۱) در صورتی رویت پذیر است که  $rank(S = \{S_1, S_2\}) = 2$  باشد. بنابراین:

$$\begin{aligned} S_1 = \nabla h = C &= [1 \quad 0] \\ S_2 = \nabla L_F h = \nabla \left( \frac{\partial h}{\partial x} F \right) &= [0 \quad 1] \end{aligned} \quad (۱۶)$$

در این صورت  $rank(S = \{[1 \quad 0], [0 \quad 1]\}) = 2$  است و در نتیجه سیستم (۱۱) رویت پذیر می باشد.

### رویتگر غیرخطی توسعه یافته

سیستم زیر مفروض است:

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) = x_2(t) \\ \dot{x}_2(t) = f(x(t), u(t)) \\ y(t) = x_1(t) \end{cases} \quad (۱۷)$$

که  $f(x(t), u(t))$  تابعی غیرخطی و نامعین از متغیرهای حالت سیستم و ورودی می باشد. برای تخمین این تابع، با اضافه کردن متغیر حالت جدید  $x_3(t) = f(x(t), u(t))$  به معادلات فضای حالت و با فرض  $\dot{f}(x(t), u(t)) = w(t)$  معادلات فضای حالت به صورت زیر بازنویسی می شوند:

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) = x_2(t) \\ \dot{x}_2(t) = f(x(t), u(t)) \\ \dot{x}_3(t) = w(t) \\ y(t) = x_1(t) \end{cases} \quad (۱۸)$$

برای این سیستم رویتگر غیرخطی توسعه یافته به صورت زیر ارائه شده است [۱۸]:

$$\begin{cases} \hat{x}_1(t) = \hat{x}_2(t) - \beta_1 e_1 \\ \hat{x}_2(t) = z(t) - \beta_2 fal(e_1) \\ \dot{z}(t) = -\beta_3 fal(e_1) \\ \hat{y}(t) = \hat{x}_1(t) \end{cases} \quad (۱۹)$$

که  $f(x(t), u(t)) = z(t)$  و  $\beta_3, \beta_2, \beta_1$  و مقادیری مثبت و  $fal(e_1)$  یک تابع فیدبک غیرخطی برای افزایش توانایی رد اغتشاشات و تخمین عدم قطعیت ها می باشد که به صورت زیر است:

$$fal(e_1) \begin{cases} \frac{e_1}{\delta^{1-\alpha}} & |e_1| \leq \delta \\ |e_1|^\alpha Sgn(e_1) & |e_1| > \delta \end{cases} \quad (۲۰)$$

$\alpha$  و  $\delta$  پارامترهای مهمی هستند که باید تعیین شوند.  $e_1$  نیز بیانگر اختلاف خروجی سیستم با مقدار تخمین زده شده آن می باشد:

$$e_1 = \hat{x}_1 - x_1 \quad (۲۱)$$

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda \\ \lambda \end{bmatrix} \quad (۱۰)$$

با در نظر گرفتن  $a_m u = \lambda$  به عنوان ورودی و  $y = \lambda$  به عنوان خروجی، معادلات حرکت بصورت زیر خواهد بود:

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_2 \\ -2\dot{R}\dot{\lambda} + a_t \cos(\gamma_t - x_1) \end{bmatrix} \\ + \begin{bmatrix} 0 \\ -\frac{\cos(\gamma_m - x_1)}{R} \end{bmatrix} u = F + gu \\ y = x_1 = Cx = h \end{cases} \quad (۱۱)$$

### بررسی رویت پذیری سیستم

در تحلیل فضای حالت سیستم ها، رویت پذیری یکی از خواص سیستم است که در تحلیل فضای حالت از اهمیت فوق العاده ای برخوردار است و ارتباط بین متغیر حالت و خروجی را با آن می سنجند. با توجه به این که سیستم (۱۱) سیستمی غیرخطی می باشد، بنابراین رویت پذیری آن باید توسط قضیه رویت پذیری سیستم های غیرخطی بررسی شود. برخلاف سیستم های خطی که قضایای متعددی برای بررسی رویت پذیری آن ها وجود دارد، روش های بررسی رویت پذیری سیستم های غیرخطی محدودتر و پیچیده تر می باشند. در ادامه، قضیه ای برای تعیین رویت پذیری سیستم های غیرخطی ارائه می شود.

**قضیه:** سیستم غیرخطی بدون ورودی به فرم زیر را در نظر بگیرید:

$$\Psi_{nl} \begin{cases} \dot{x} = f(x) \\ y = h(x) \end{cases} \quad (۱۲)$$

تحقق فضای حالت بالا در یک همسایگی  $U_0 \subset D$  شامل مبدا به طور محلی رویت پذیر است اگر:

$$rank \begin{bmatrix} \nabla h \\ \dots \\ \nabla L_f^{n-1} h \end{bmatrix} = n \quad \forall x \in U_0 \quad (۱۳)$$

**اثبات:** برای سیستم های خطی نامتغیر با زمان شرایط بالا با شرایط رویت پذیری خطی معادل است.

سیستم خطی زیر را در نظر بگیرید:

$$\Psi_l \begin{cases} \dot{x} = Ax \\ y = Cx \end{cases} \quad (۱۴)$$

که در آن  $f(x) = Ax$  و  $h(x) = Cx$  می باشند. برای بررسی رویت پذیری این سیستم با استفاده از قضیه بالا می توان نوشت:

$$\begin{aligned} \nabla h(x) = C &= S_1 \\ \nabla L_f h = \nabla \left( \frac{\partial h}{\partial x} \dot{x} \right) = \nabla (CAx) &= CA = S_2 \\ \dots \\ \nabla L_f^{n-1} h = CA^{n-1} &= S_n \end{aligned} \quad (۱۵)$$

$C$  عدد ثابت مثبت و بزرگ است. با مشتق گیری از  $V$  داریم:

$$\dot{V} = -(\beta_1 e_1 - e_2)^2 - \gamma [[\beta_2 fal(e_1) - e_3]^2] - \gamma [[\beta_3 fal(e_1) + w(t)]^2] \leq 0 \quad (31)$$

مشاهده می شود که مشتق تابع لیاپانوف انتخابی منفی شد. بنابراین با برقرار بودن شرایط ذکر شده، سیستم (۲۳) پایدار مجانبی خواهد بود [۱۸].

### طراحی روتنگر برای تخمین نرخ چرخش خط دید

در این بخش، با توجه به رویکرد پذیرسی سیستم (۱۱) که در بخش ۲-۲ اثبات شد، بنابراین با طراحی روتنگر غیرخطی توسعه یافته که ساختار آن در بخش ۳ تشریح شد، می توان نرخ چرخش خط دید را تخمین زد. سیستم (۱۱)، معادل سیستم (۳۲) می باشد:

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) = x_2(t) \\ \dot{x}_2(t) = f(x(t), u(t)) \\ y(t) = x_1(t) \end{cases} \quad (32)$$

به عنوان نامعینی سیستم در نظر گرفته می شود.

برای تخمین  $f(x(t), u(t))$ ، با در نظر گرفتن این تابع به عنوان متغیر حالت جدید  $(x_3(t))$  و اضافه کردن آن به معادلات فضای حالت، روتنگر غیرخطی توسعه یافته به صورت زیر نوشته می شود:

$$\begin{aligned} \hat{x}_1(t) &= \hat{x}_2(t) - \beta_1 e_1 \\ \hat{x}_2(t) &= \hat{x}_3(t) - \beta_2 fal(e_1) \\ \hat{x}_3(t) &= -\beta_3 fal(e_1) \\ \hat{y}(t) &= \hat{x}_1(t) \end{aligned} \quad (29)$$

باتوجه به روتنگر طراحی شده در معادله (۲۹) و باتوجه به متغیرهای حالت در نظر گرفته شده برای سیستم (۱۱)، می توان گفت که  $\hat{x}_1(t)$  تخمین زاویه خط دید،  $\hat{x}_2(t)$  تخمین نرخ چرخش خط دید و  $\hat{x}_3(t)$  تخمین تابع نامعینی (مشتق نرخ چرخش خط دید) می باشد.

## نتایج شبیه سازی

در این بخش، نتایج شبیه سازی روتنگر غیرخطی توسعه یافته برای تخمین زاویه خط دید، نرخ چرخش خط دید و مشتق آن در سینماتیک دو بعدی بررسی می شود. شتاب محاسبه شده توسط ناوبری تناسبی حقیقی بر اساس نرخ چرخش خط دید تخمین زده شده به رهگیر اعمال شده و نتایج نمایش داده می شود. شبیه سازی ها در دو سناریوی درگیری متفاوت انجام شده اند.

### سناریوی درگیری اول

در این سناریو، رهگیر با زاویه ۳۵ درجه نسبت به خط مرجع پرتاب شده است و دارای سرعت ثابت ۳۰۰ متر بر ثانیه می باشد. هدف نیز با زاویه ۱۸۰ درجه نسبت به خط مرجع و با سرعت ثابت ۱۰۰ متر بر ثانیه

اگر  $F$  را به صورت  $F = \frac{fal(e_1)}{e_1}$  در نظر بگیریم، در این صورت  $F e_1 = fal(e_1)$  خواهد شد و در نتیجه  $fal(e_1)$  به تابعی خطی از  $e_1$  با بهره متغیر تبدیل خواهد شد. دینامیک خطا به صورت زیر نوشته می شود:

$$\begin{cases} \dot{e}_1 = \hat{x}_1 - x_1 \\ \dot{e}_2 = \hat{x}_2 - x_2 \\ \dot{e}_3 = z - f(x, u) \end{cases} \quad (22)$$

با مشتق گیری از رابطه (۲۲) داریم:

$$\begin{cases} \dot{e}_1 = e_2 - \beta_1 e_1 \\ \dot{e}_2 = e_3 - \beta_2 fal(e_1) \\ \dot{e}_3 = -w - \beta_3 fal(e_1) \end{cases} \quad (23)$$

در واقع برای تابع کران دار و نامعین  $w(t)$ ، ضرایب تابع  $fal(e_1)$  و بهره های  $\beta_1$ ،  $\beta_2$  و  $\beta_3$  باید طوری انتخاب شوند تا  $e_1$  و  $e_2$  و  $e_3$  تا حد امکان با بیشترین سرعت به صفر همگرا شوند. رابطه (۲۳) را می توان به صورت زیر نوشت:

$$\dot{e} = -A(e)e \quad ; \quad e = [e_1 \quad e_2 \quad e_3]^T \quad (24)$$

که در آن:

$$A(e) = \begin{bmatrix} \beta_1 & -1 & 0 \\ \beta_2 F & 0 & -1 \\ \beta_3 F & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (25)$$

فرض می شود رابطه زیر برقرار باشد:

$$\beta_1 \beta_2 F - \beta_3 F > 0 \quad (26)$$

ماتریس  $D$  که عناصر روی قطر اصلی آن مثبت است به صورت زیر طراحی می گردد:

$$D = \begin{bmatrix} 1 & h(e_1) + \delta_1 & -\gamma \\ -h(e_1) - \delta_1 & \gamma & g(e_1) + \delta_2 \\ \gamma & -g(e_1) - \delta_2 & \gamma \end{bmatrix} \quad (27)$$

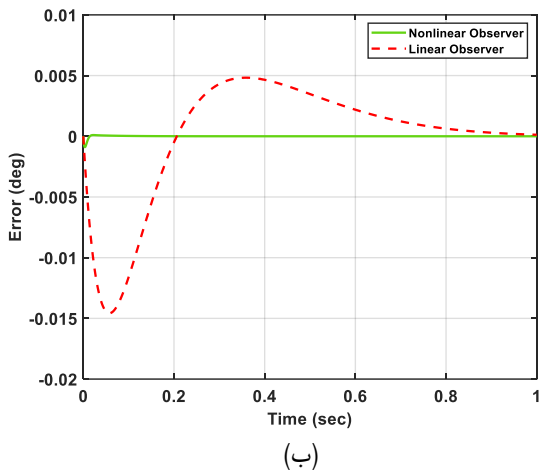
که در آن  $\delta_1$  و  $\delta_2$  و  $\gamma$  بی نهایت مثبت هستند. اگر  $h(e_1)$  و  $g(e_1)$  به صورت زیر در نظر گرفته شود:

$$h(e_1) = \frac{\beta_2 F}{\beta_1 \beta_2 F - \beta_3 F} \quad (28)$$

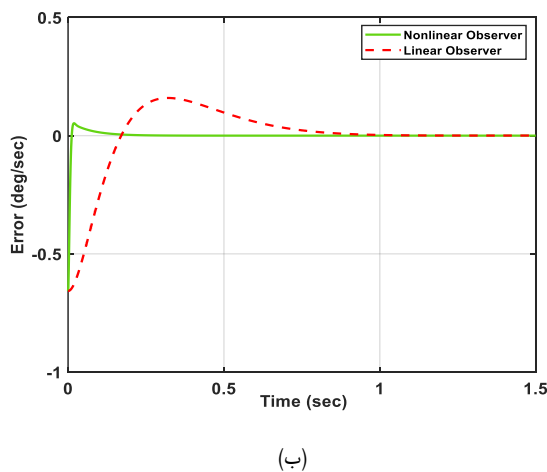
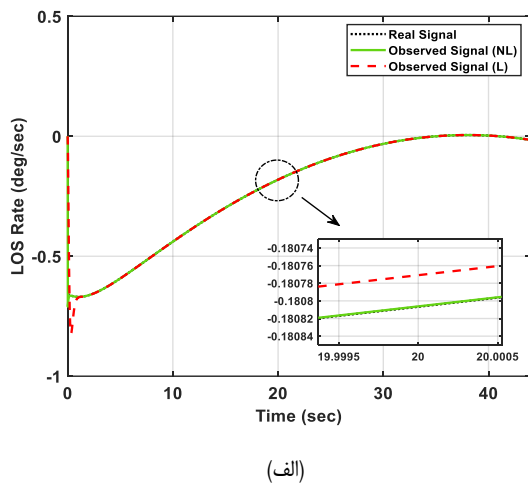
$$g(e_1) = \frac{1}{\beta_1 \beta_2 F - \beta_3 F} \quad (29)$$

در این صورت ماتریس  $DA(e)$  مثبت معین خواهد بود. تابع لیاپانوف  $V$  را به صورت زیر در نظر می گیریم:

$$\begin{aligned} V &= \int_0^t (DA(e)e, \dot{e}) d\tau + C \\ &= - \int_0^t \{ -(\beta_1 e_1 - e_2)^2 - \gamma [[\beta_2 fal(e_1) - e_3]^2] \\ &\quad - \gamma [[\beta_3 fal(e_1) + w(t)]^2] \} d\tau + C \end{aligned} \quad (30)$$



ادامه شکل ۵- الف) تغییرات زاویه خط دید، ب) خطای تخمین

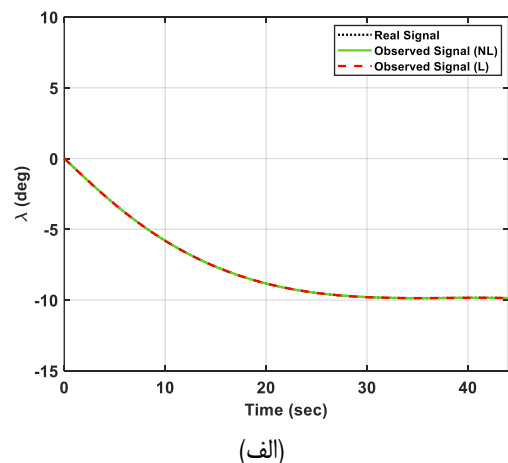


شکل ۶- الف) تغییرات نرخ چرخش خط دید، ب) خطای تخمین

در حال حرکت می‌باشد. موقعیت اولیه رهگیر (۰ و ۰) بوده و هدف نیز در لحظه اول در نقطه (۰ و ۱۵۰۰۰) قرار دارد. در شکل‌های (۵)، (۶) و (۷) به ترتیب نمودار تخمین زاویه خط دید، نرخ چرخش خط دید و نامعینی سیستم با مقادیر واقعی آن‌ها به همراه نمودار خطای تخمین که حاصل تفاضل مقدار واقعی سیگنال از مقدار تخمین زده شده آن می‌باشد، رسم شده است. نتایج تخمین برای رویتگر غیرخطی پیشنهادی و رویتگر خطی ارائه شده است. با توجه به شکل‌های رسم شده مشاهده می‌شود که رویتگر غیرخطی در مقایسه با رویتگر خطی مقادیر مورد نظر را با دقت بیشتری تخمین زده است. همچنین نمودارهای خطای تخمین نشان می‌دهند که سرعت تخمین رویتگر غیرخطی در مقایسه با رویتگر خطی بیشتر است. با توجه به سرعت و دقت تخمین نرخ چرخش خط دید، می‌توان گفت این تخمین معتبر بوده و از این اطلاعات برای محاسبه دستور شتاب در سیستم هدایت استفاده کرد.

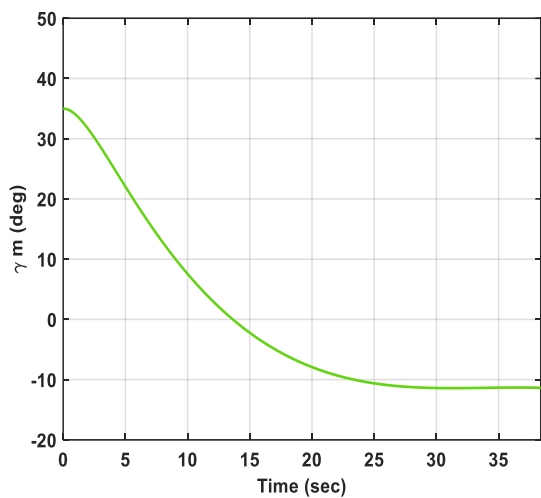
در شکل (۸)، دستور شتاب محاسبه شده با استفاده از نرخ چرخش خط دید واقعی و نرخ چرخش خط دید تخمین زده شده توسط قانون ناوبری تناسبی حقیقی رسم شده است. از آنجا که تخمین نرخ چرخش خط دید توسط رویتگر غیرخطی با دقت و سرعت بالاتری صورت گرفته، بنابراین شتاب محاسبه شده توسط اطلاعات رویتگر غیرخطی نیز در زمان کمتری بر سیگنال شتاب واقعی منطبق شده و با دقت بالاتری آن را دنبال کرده است.

شکل (۹)، نشان‌دهنده زاویه مسیر پرواز رهگیر است. در شکل‌های (۱۰) و (۱۱) نیز منحنی‌های برد نسبی و مسیر برخورد رهگیر با هدف گردیده است. همانطور که مشاهده می‌شود در روش پیشنهادی رهگیر با هدف برخورد نموده و همان‌گونه که در شکل (۱۰) مشخص است، فاصله از دست‌دهی در این سناریوی درگیری برابر  $0.77$  متر می‌باشد.

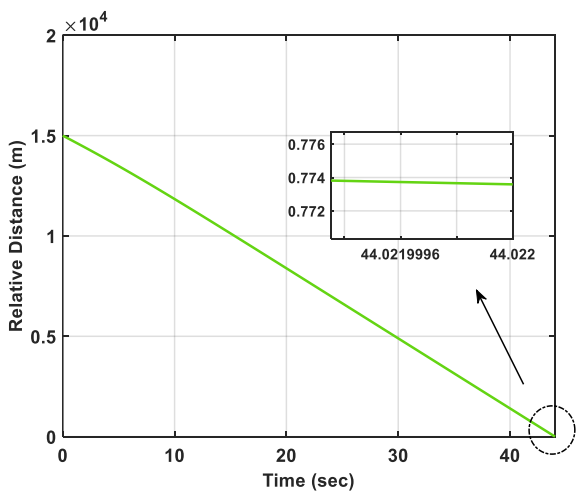


شکل ۵- الف) تغییرات زاویه خط دید، ب) خطای تخمین

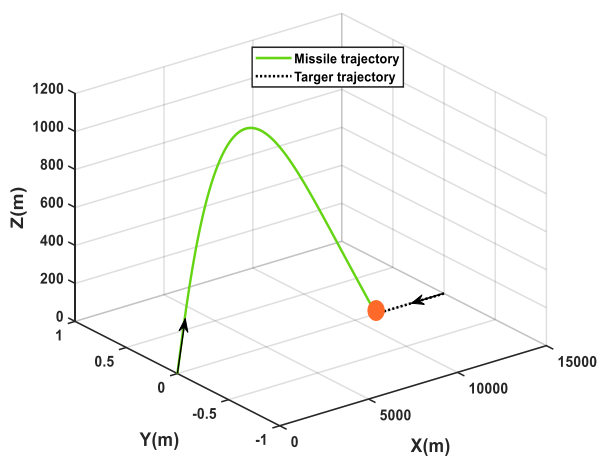




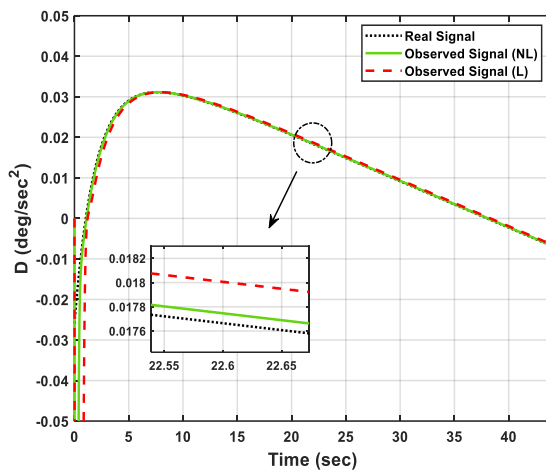
شکل ۹- زاویه مسیر پرواز رهگیر با خط مرجع



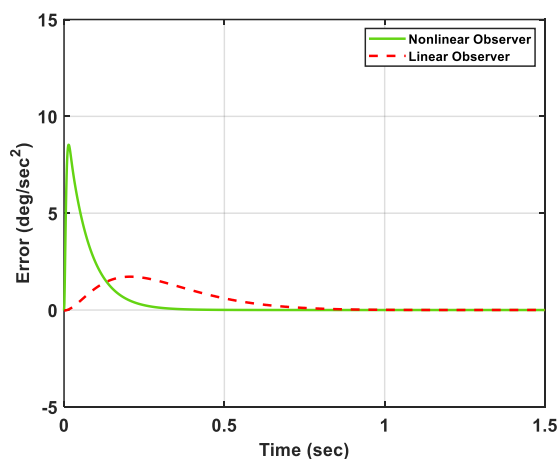
شکل ۱۰- برد نسبی رهگیر و هدف



شکل ۱۱- مسیر برخورد رهگیر با هدف

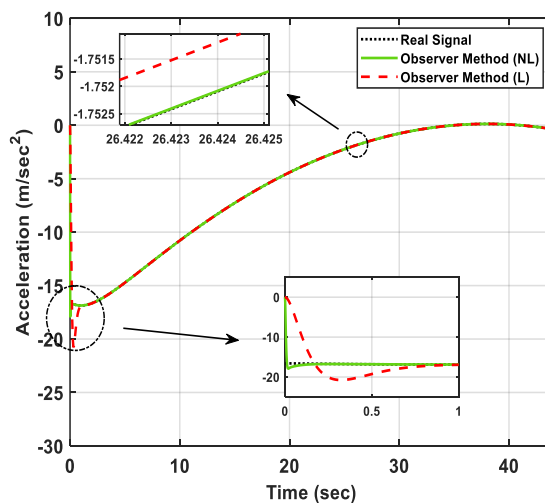


(الف)



(ب)

شکل ۷- الف) تغییرات تابع نامعینی، ب) خطای تخمین



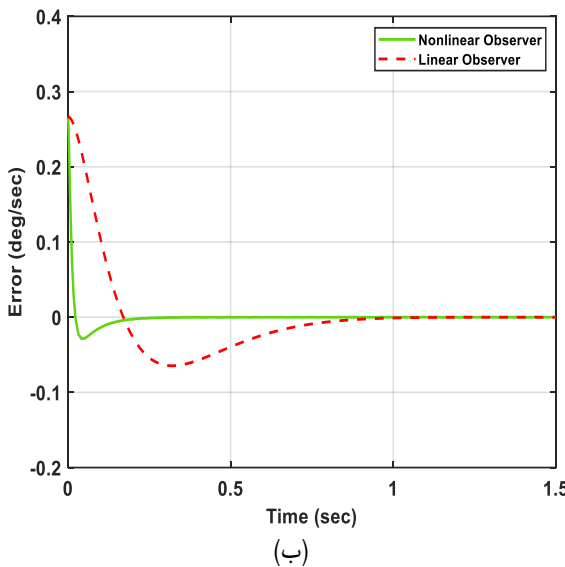
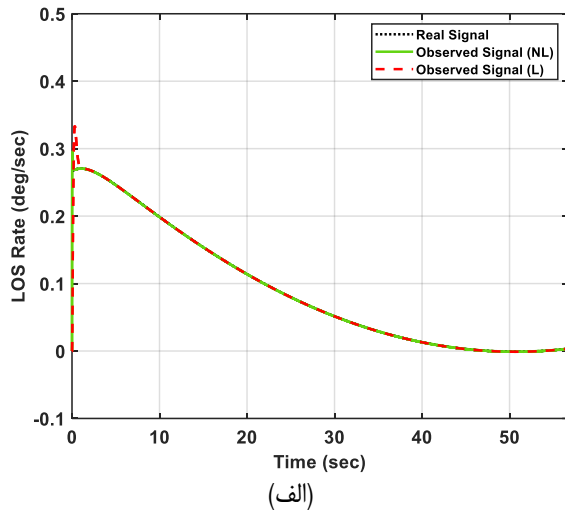
شکل ۸- شتاب محاسبه شده توسط قانون هدایت با استفاده از نرخ چرخش خط دید تخمین زده شده و نرخ چرخش خط دید واقعی

## سناریوی درگیری دوم

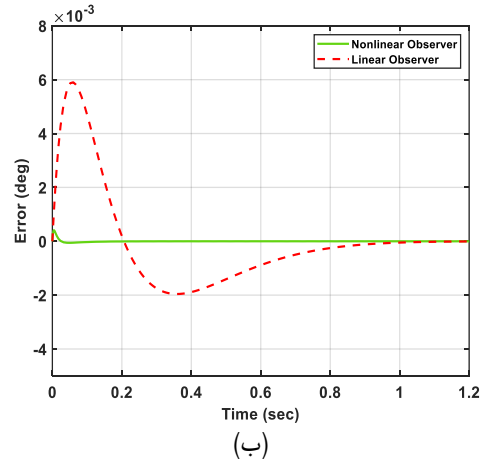
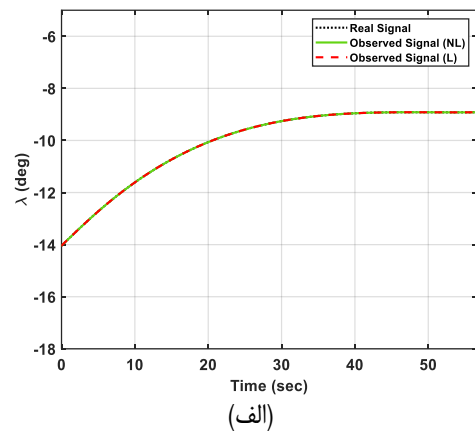
در این سناریو رهگیر در موقعیت اولیه (۰،۰) قرار دارد و با زاویه ۳۱۰ درجه نسبت به خط مرجع پرتاب می‌شود و با سرعت ثابت ۴۵۰ متر بر ثانیه به سمت هدف حرکت می‌کند. هدف نیز در موقعیت اولیه (۱۰۰۰۰، ۴۰۰۰۰) می‌باشد و با زاویه ۱۸۰ درجه نسبت به خط مرجع و با سرعت ثابت ۳۰۰ متر بر ثانیه در حال حرکت می‌باشد.

در شکل‌های (۱۱) و (۱۲) تخمین زاویه خط دید و نرخ چرخش خط دید توسط رویتگر خطی و غیرخطی و نمودارهای خطای تخمین رسم شده‌اند. در این سناریو نیز مشاهده می‌شود که رویتگر غیرخطی در مقایسه با رویتگر خطی دارای عملکرد بهتری می‌باشد.

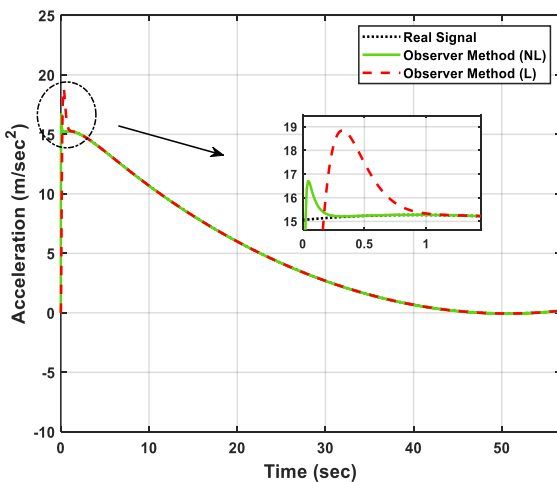
شتاب محاسبه شده توسط قانون ناوبری تناسبی حقیقی با استفاده از نرخ چرخش خط دید تخمین زده شده توسط رویتگر غیرخطی و خطی در شکل (۱۴) رسم شده است. شکل (۱۵) نیز نشان‌دهنده مسیر پرواز رهگیر در طول مدت شبیه‌سازی می‌باشد. پس از اعمال شتاب محاسبه شده توسط اطلاعات رویتگر غیرخطی به رهگیر، پس از ۵۶ ثانیه فاصله رهگیر و هدف از مقدار اولیه ۴۱۲۳۱ متر به مقدار ۰/۳ متر می‌رسد که این مقدار فاصله دست از دهی در شکل (۱۶) نشان داده شده است. در شکل (۱۷) نیز مشاهده می‌شود که نرخ چرخش خط دید تخمین زده شده توسط رویتگر غیر خطی در هدایت رهگیر مورد نظر موثر بوده و برخورد با هدف صورت گرفته است.



شکل ۱۳- (الف) تغییرات نرخ چرخش خط دید (ب) خطای تخمین



شکل ۱۲- (الف) تغییرات زاویه خط دید- (ب) خطای تخمین



شکل ۱۴- شتاب محاسبه شده توسط قانون هدایت با استفاده از نرخ چرخش خط دید تخمین زده شده و نرخ چرخش خط دید واقعی

## نتیجه گیری

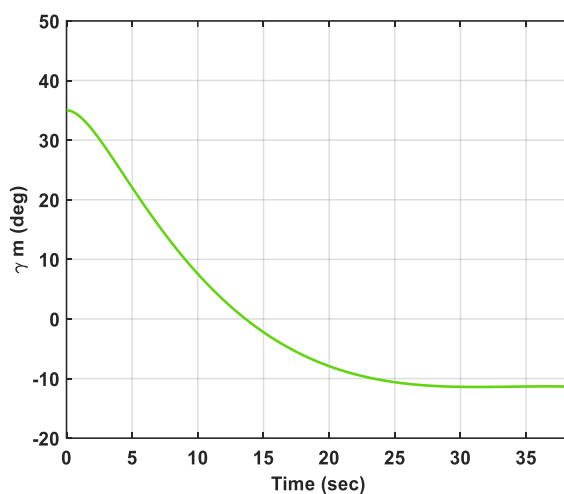
در این مقاله، مسئله استخراج نرخ چرخش خط دید در صورتی که رهگیر مجهز به جستجوگر چسبیده به بدنه باشد مورد بررسی قرار گرفت. با طراحی روترگر غیرخطی توسعه یافته، نرخ چرخش خط دید تخمین زده شده و عملکرد آن با روترگر خطی مقایسه شد. نتایج شبیه سازی ها نشان دادند که روترگر غیرخطی در مقایسه با روترگر خطی در تخمین نرخ چرخش خط دید دارای عملکرد بهتری می باشد و از نرخ چرخش خط دید تخمین زده شده توسط روترگر غیرخطی برای محاسبه دستور شتاب توسط ناوبری تناسبی حقیقی استفاده گردید. همچنین مشاهده شد که تخمین انجام شده معتبر بوده و با اعمال دستور شتاب محاسبه شده، در هر دو سناریوی درگیری نرخ چرخش خط دید صفر شده و برخورد صورت گرفت.

## تعارض منافع

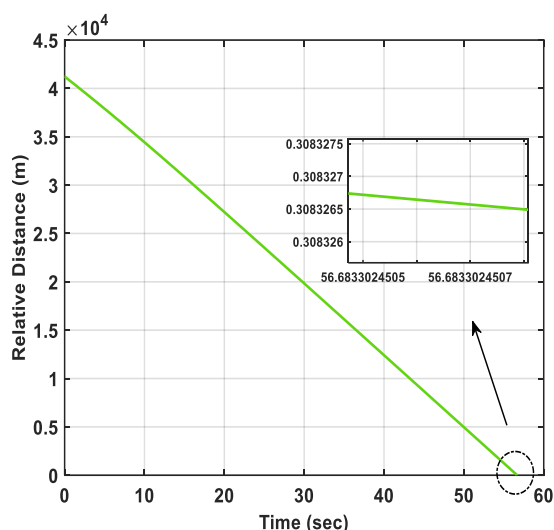
هیچگونه تعارض منافع توسط نویسندگان بیان نشده است.

## مراجع

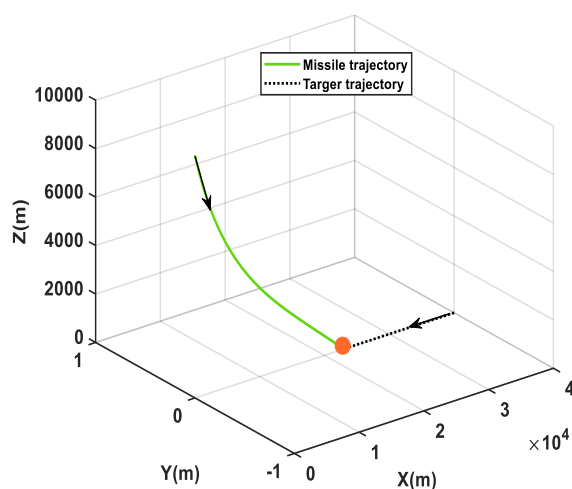
- [1] V. Behnamgol, "Performance Modifying of the Guidance System by Proposing Novel Algorithms in the Sliding Mode Control", (Ph.D Dissertation,) Malek-e-Ashtar University of Technology, 2015 (in Persian).
- [2] V. Behnamgol, and N.A. Ghahramani, "Designing a New Proportional Guidance Algorithm Using Sliding Mode Control", *Aerospace Mechanics Journal*, vol. 10, no. 1, pp. 77-86, 1393 (in Persian).
- [3] G. Siouris. *Missile Guidance and Control Systems*, Springer, New York, 2003.
- [4] W. Wang, L. Defu, and Xu. Ping, "Strap-down seeker LOS angular rate estimation." *Infrared and Laser Engineering*, vol. 44. no. 10, p.p. 3066-3069, 2015.
- [5] A. Gholi Nejad, H.R. Momeni, and V. Johari Majd, "Improving the guidance law of a surface-to-air missile by combining line-of-sight derivatives", *Iran Electrical Engineering Conference*, vol. 13, no. 15, pp. 141-145, 1386 (in Persian).
- [6] A. Tapas, M. Srinivasa Rao, and N. Prabhakar, "Adaptive estimation of line-of-sight rate measurement from a radio frequency seeker." *Defence Science Journal*, vol. 55, no.3, p. 307, 2005.
- [7] H. Zhao, L. Jun, Y. Jin Hui, and B. X. Yong "Design of stochastic sliding mode variable structure guidance law based on adaptive EKF." *Procedia Engineering*, vol. 23, p.p. 276-283, 2011.
- [8] Z. Zheng, Y. Xia, M. Fu, and SH. Wang, "An observer-based missile guidance law." *In 2011 Chinese Control and Decision Conference (CCDC) IEEE*, pp. 1282-1287, 2011.
- [9] I. Shkolnikov, Y. Shtessel, D. Lianos, and P. Zarchan, "Simulation study of the homing interceptor guidance loop with sliding mode observers versus kalman filter." *In AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference and Exhibit*, p. 4216, 2001.



شکل ۱۵- زاویه مسیر پرواز رهگیر با خط مرجع



شکل ۱۶- برد نسبی رهگیر و هدف



شکل ۱۷- مسیر برخورد رهگیر با هدف

- [15] Zh. Zhi-Liang, and B. Guo, "A novel extended state observer for output tracking of MIMO systems with mismatched uncertainty." *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 63, no. 1, p.p. 211-218, 2017.
- [16] H. Yuan, J. Wang, D. Shi, L. Shi, "Toward event-triggered extended state observer." *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 63, 6, p.p. 1842-1849, 2017
- [17] L. Seokwon, and Y. Kim. "Design of nonlinear observer for strap-down missile guidance law via sliding mode differentiator and extended state observer." *2016 International Conference on Advanced Mechatronic Systems (ICAMechS)*. IEEE, 2016.
- [18] Xu, Zhuang, T.Zhang, Y. Bao, H. Zhang, and Ch. Gerada, "A nonlinear extended state observer for rotor position and speed estimation for sensorless IPMSM drives." *IEEE Transactions on Power Electronics*, p.p. 733-743, 2019.
- [10] H. J. Marquez, *Nonlinear Control Systems*, J. Wiley & Sons, Inc. 2003.
- [11] I. Boiko, and L. Fridman., "Frequency domain input-output analysis of sliding-mode observers." *IEEE transactions on automatic control*, vol. 51, no.11, p.p. 1798-1803, 2006.
- [12] G. Peng, G. Zhang, and X. Lv. "Model-free control using improved smoothing extended state observer and super-twisting nonlinear sliding mode control for PMSM drives." *Energies*, vol. 14. no. 4, pp. 922, 2021.
- [13] Sh. Sheng-Li, J.X. Li, and Yi-Ming Fang. "Extended-state-observer-based chattering free sliding mode control for nonlinear systems with mismatched disturbance." *IEEE Access*, vol. 6, p.p. 22952-22957, 2018.
- [14] R. Maopeng, J. Li, and L. Xie. "A new extended state observer for uncertain nonlinear systems." *Automatica*, vol. 131, 2021.