

Online Optimal Integrated Guidance and Control Algorithm Design for Launch Vehicle

S. H. Torabi^{1*}, Jafar Roshanian² and H. Arabshahi³

1 and 2. Department of Aerospace Engineering, K.N.Toosi University of Technology

3. Department of Aerospace Engineering, Amirkabir University of Technology

*Postal Code: 1656983911, Tehran, IRAN

htorabi@mail.kntu.ac.ir

In this Paper, The online optimal integrated guidance and control algorithm design has been provided for two-stages Launch Vehicle .The flight equations are nonlinear and has been derived in flight plane. In order to solve it based on numerical solution and shooting method logic by the combination between ODE - start to end solver algorithm by considering initial conditions for integrated states and co-states - and optimization fmincon SQP algorithm has been acted. In order to verify designing method , the results of this algorithm solutions has been compared with the results of a valid separated guidance and control algorithm for launch vehicle. The result function involves minimum control effort, terminal terms and minimizing burning time. The results indicate the satisfaction of three mentioned identities. achieving high accurate orbital insertion and more coordination between the operation of guidance and control algorithms in integrated logic comparing with separated ones.

Keywords: Cost function, Terminal conditions, Integrated guidance and control, Separated guidance and control, Optimization algorithm

1. M.Sc. (Corresponding Author)
2. Professor
3. M.Sc.

طراحی آنلاین الگوریتم هدایت و کنترل یکپارچه بهینه ماهواره بر

سیدحسین ترابی^{۱*}، جعفر روشنی‌یان^۲ و حمید عربشاهی^۳

۱- دانشکده مهندسی هوافضا، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی

۲- دانشکده مهندسی هوافضا، دانشگاه صنعتی امیرکبیر

*تهران، کدپستی: ۱۶۵۶۹۸۳۹۱۱

htorabi@mail.kntu.ac.ir

در این مقاله، طراحی آنلاین الگوریتم هدایت و کنترل ماهواره بر با رویکرد یکپارچه‌سازی و بر مبنای کنترل بهینه ارائه شده است. مدل معادلات پرواز به صورت غیرخطی و در صفحه پرواز استخراج شده است که جهت حل آن بر مبنای روش حل عددی با ترکیب الگوریتم حل ابتدا به انتها ODE با در نظرگیری شرایط اولیه برای متغیرهای حالت یکپارچه و متغیرهای کمکی و الگوریتم بهینه‌سازی SQP fmincon بر مبنای منطق shooting method اقدام شده است. به منظور صحت‌گذاری طراحی، نتایج حل این الگوریتم با نتایج حل یک الگوریتم مجزای هدایت و کنترل معتبر برای ماهواره بر مقایسه شده است. تابع هدف شامل حداقل تلاش کنترلی، ترمه‌ای ترمینال و مینیمم‌سازی زمان سوزش است. نتایج نشان‌دهنده برآورده‌سازی این مقادیر، دستیابی به دقت بیشتر، تلاش کنترلی کمتر و هماهنگی بیشتر در عملکرد الگوریتم‌های هدایت و کنترل در نگرش یکپارچه نسبت به نگرش مجزاست.

واژه‌های کلیدی: تابع هزینه، قیود ترمینال، هدایت و کنترل یکپارچه، هدایت و کنترل مجزا، الگوریتم بهینه‌سازی

علائم و اختصارات

λ	متغیرهای کمکی		
P	بردار پیشرانس		
m	جرم لحظه‌ای ماهواره بر	J	تابع هزینه
G	شتاب جاذبی	U	کنترل
ξ_z	کسینوس زاویه بردار پیشرانس با محور OZ	u	سرعت طولی اینرسی
$c_{z\delta}$	مشتق ضریب نیروی جانبی نسبت به زاویه موتورهای کنترلی	w	سرعت ارتفاعی اینرسی
z_j	فاصله جانبی نقطه اثر بردار پیشرانس تا محور x ماهواره بر	X	موقعیت طولی اینرسی
J_y	ممان اینرسی لحظه‌ای ماهواره بر در کانال عرضی	z	موقعیت ارتفاعی اینرسی
H	تابع همیلتونین	θ	زاویه پیچ
H	تابع ترمینال	Q	نرخ زاویه پیچ
t_f	زمان سوزش	δ_θ	مشتق زاویه موتورهای کنترلی نسبت به زاویه پیچ
x_j	فاصله طولی نقطه اثر بردار پیشرانس تا مرکز ثقل لحظه‌ای ماهواره بر	X	بردار متغیرهای حالت
		Γ	زاویه مسیر

مقدمه

در طراحی سیستم هدایت و کنترل به روش الگوریتم‌های مجزا در یک ماهواره بر معین با مأموریت تزریق ماهواره به مدار، بخش

۱. کارشناسی ارشد (نویسنده مخاطب)

۲. استاد

۳. کارشناسی ارشد

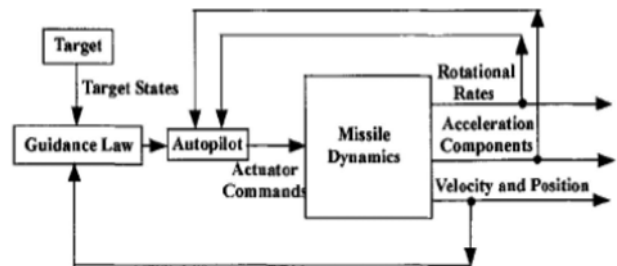
روش‌های IGC ابتدا برای موشک‌ها ارائه شدند. برای اولین بار در سال ۱۹۸۵ و توسط لین^۵ و یه^۶ [۳] و با فرموله کردن مسئله هدایت و کنترل به صورت یک مسئله کنترل بهینه برای موشک‌های آشیانه‌یاب، ایده طراحی هدایت و کنترل یکپارچه مطرح شد. در این روش یک کنترل‌کننده بهینه با استفاده از اصل حداقل‌یابی پونترباگین و با حداقل کردن تابع هزینه‌ای که دینامیک برخورد در آن در نظر گرفته می‌شود، طراحی شده است. از ویژگی‌های این روش حداقل کردن خطای فاصله برخورد، زاویه حمله نهایی و سرعت زاویه‌ای کانال پیچ در حضور دینامیک‌های مدل نشده است. در این مقاله، درگیری با اهداف بدون مانور در نظر گرفته شده است. کنترلر طراحی شده یک کنترلر bang-bang است.

اورس^۷ و همکارانش در [۴] ایده ارائه شده توسط لین را با استفاده از جدول‌بندی بهره برای اهداف شتاب‌دار با مدل شتاب مارکوف مرتبه اول تعمیم دادند. در همین مقاله و نیز مرجع [۵] از روش کنترل بهینه به همراه جدول‌بندی بهره برای طراحی هدایت و کنترل یکپارچه استفاده شده است. منون^۸ و همکارانش در [۶] و [۷] با در نظر گرفتن مدل سه بعدی غیرخطی که در آن متغیرهای حالت ترکیبی از حالت و هدایت موشک هستند، سیستم هدایت و کنترل یکپارچه‌ای با استفاده از روش معادلات ریگاتی وابسته به حالت طراحی کرده‌اند.

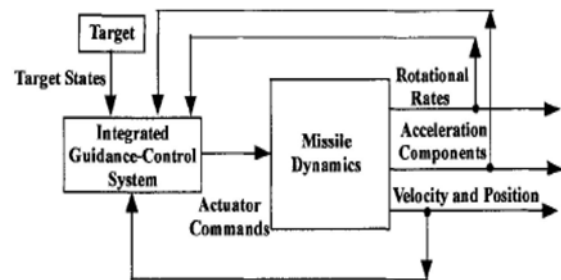
پالامبو^۹ و جکسون^{۱۰} در [۸] با در نظر گرفتن اغتشاش، همان مسئله را با مدل غیرخطی و زمان محدود به صورت یک مسئله بهینه‌سازی minmax غیرخطی مدل کرده و از یک روش تقریبی برای پیاده‌سازی آن استفاده کرده‌اند. هدف از طراحی کنترل‌کننده minmax حداقل کردن خطای فاصله برخورد و انرژی کنترل در شرایط بدترین مانور و اغتشاش بوده است. منون^{۱۱} و اوهملیر^{۱۲} در [۲] طراحی هدایت و کنترل یکپارچه برای موشک بدون رول با مدل ۶ درجه آزادی و غیرخطی به روش خطی‌سازی فیدبک را بررسی کرده‌اند. سپس برای سیستم خطی‌سازی شده با این فرض که سیستم از این پس به یک سیستم خطی متغیر با زمان تبدیل می‌شود، برای کنترل آن از یک کنترلر LQR استفاده شده است. منون و اوهملیر در [۷] به طراحی بهینه هدایت و کنترل یکپارچه برای یک موشک رهگیر پرداخته‌اند. متیو^{۱۳} و همکارانش نیز در [۹] برای ماهواره‌بر در فازهای فعال میانی و ورود به جو اقدام به طراحی یکپارچه هدایت و کنترل با رویکرد کنترل تطبیقی کرده‌اند.

هدایت و بخش کنترل به صورت مدول‌هایی جدا از یکدیگر طراحی می‌شوند که البته در بسیاری از کاربردهای متداول و عادی جوابگو هستند، لیکن به منظور دستیابی به خطای کمتر در تزریق ماهواره به مدار و تحقق دقیق‌تر نقاط حوضی و اوج به افزایش دقت در انجام مأموریت به توسعه الگوریتم‌ها به سمت الگوریتم‌های یکپارچه یا در اصطلاح IGC^۴ نیازمندیم. در روش‌های یکپارچه‌سازی سیستم کنترل و هدایت، کوپلینگ بین هدایت و کنترل در نظر گرفته می‌شود و در نتیجه در این حالت سیستم هدایت و کنترل از تمام اطلاعات ناوبری به صورت همزمان استفاده می‌کنند. عدم امکان استفاده از اطلاعات سرعت‌های زاویه‌ای بدنه و مؤلفه‌های شتاب برای تولید فرامین اتوپایلوت توسط سیستم هدایت غیریکپارچه، همچنین عدم امکان استفاده از مؤلفه‌های سرعت و موقعیت نسبی توسط سیستم کنترل غیریکپارچه منجر به هماهنگی کمتر در الگوریتم‌های مجزا است؛ در حالی که در الگوریتم‌های یکپارچه افزایش هماهنگی رخ داده بین هدایت و کنترل یکپارچه شده منجر به افزایش دقت در تزریق به مدار می‌شود [۱] (شکل‌های ۱ و ۲).

در مقابل این مزایا طراحی سیستم‌های هدایت و کنترل یکپارچه پیچیده است. این به دلیل آن است که با افزایش درجه غیرخطی بودن سیستم بهتر است که از روش‌های غیرخطی برای طراحی این سیستم بهره برد. در شکل‌های (۱) و (۲) تفاوت بین سیستم‌های مجزا و سیستم طراحی کنترل و هدایت یکپارچه نشان داده شده است.



شکل ۱- بلوک دیاگرام سیستم هدایت و کنترل مجزا [۲]



شکل ۲- بلوک دیاگرام سیستم هدایت و کنترل یکپارچه [۲]

5. Lin
 6. Yueh
 7. Evers
 8. Menon
 9. Palumbo
 10. Jackson
 11. Menon
 12. Ohlmeyer
 13. Matthew

انتها متغیرهای ارتفاع و دو مؤلفه سرعت و نرخ زاویه پیچ مقید و دو متغیر حالت دیگر آزادند. مقادیر متغیرهای حالت کمکی در ابتدا آزاد است که در ادامه توسط الگوریتم بهینه‌سازی SQP fmincon در نرم‌افزار متلب جهت بهینه‌سازی تابع هدف و زمان نهایی مقداردهی می‌شود. مبنای الگوریتم نوشته شده در نرم افزار متلب شامل حل همزمان معادلات پرواز با مقادیر پیش فرض ابتدایی متغیرهای حالت کمکی برای اجرای اول و با الگوریتم حل معادلات دیفرانسیلی کوپل ODE از ابتدا به انتها و آنگاه تغییر مقادیر ابتدایی متغیرهای حالت کمکی و اجزای بعدی بر اساس بهینه‌سازی تابع هدف و زمان نهایی و ارضای قیود و با منطق Shooting Method است. بنابراین، معادلات به ازای هر اجرای زمانی از ثانیه t_0 تا t_f منجر به تعیین متغیرهای حالت بهینه و کنترل بهینه می‌شود و این روند با اجزای متعدد تا همگرایی ادامه می‌یابد. این الگوریتم به همگرایی آفلاین موسوم است. الگوریتم با اتصال به یک شبیه‌سازی شش درجه آزادی که فرامین جانبی در آن صفر شده است و ارسال فرمان به آن در گام‌های 0.5 ثانیه و دریافت وضعیت جدید متغیرهای حالت فیزیکی در گام جدید و پیش‌بینی شرایط اولیه متغیرهای کمکی حالت از گام قبل حل آنلاین را برقرار می‌سازد تا در صورت هرگونه انحراف ماهواره بر از وضعیت مطلوب در طول پرواز فرمان متناسب با آن به‌روزرسانی گردد. برای صحه‌گذاری طراحی نتایج طراحی آنلاین الگوریتم برای ۱۰ ثانیه انتهای پرواز تا تزریق با یک معماری مجزا معتبر است که با فرض شش درجه آزادی ایجاد شده، مقایسه می‌گردد. الگوریتم هدایت در معماری مجزا بهینه با حل تحلیلی و کنترل PID با گین‌های متغیر با زمان است.

دستگاه‌های مختصات و معادلات پرواز

دستگاه مختصات بدنی بر روی مرکز ثقل ماهواره بر به‌طوری که محور X_B در راستای محور طولی موشک و محور Z_B به سمت زمین و مرکز دستگاه بر روی مرکز ثقل لحظه‌ای وسیله پرنده باشد در نظر گرفته شده و نیز دستگاه مختصات اینرسی زمین مرکز زمین ثابت به‌طوری که محور X_i در صفحه پرواز و محور Z_i به سمت بالا باشد است. معادلات پرواز^{۱۴} در صفحه پرتاب به قرار ذیل هستند:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1(t) &= x_3(t) \\ \dot{x}_2(t) &= x_4(t) \\ \dot{x}_3(t) &= \\ g_{x_i}(t) &+ \frac{P(t) \cdot \cos(x_5(t))}{m(t)} + \left(\frac{P_{j(t)} \cdot \xi_j + C_{Z_{\delta}} \cdot U(t)}{m(t)} \right) * \\ \sin(x_5(t)) & \\ \dot{x}_4(t) &= \\ g_{z_i}(t) &+ \frac{P(t) \cdot \sin(x_5(t))}{m(t)} - \left(\frac{P_{j(t)} \cdot \xi_j + C_{Z_{\delta}} \cdot U(t)}{m(t)} \right) * \\ \cos(x_5(t)) & \\ \dot{x}_5(t) &= -x_6(t) \end{aligned} \quad (2)$$

در مأموریت‌های امروزی نیاز به افزایش دقت در تزریق ماهواره است، بدون اینکه در کارایی ماهواره بر تأثیر گذارد. هر چه فاصله وسیله پرنده (در اینجا ماهواره بر) با نقطه هدف (تزریق) کمتر شود، اثر IGC در مقایسه با روش‌های مرسوم مشخص‌تر می‌شود. به صورت کیفی می‌توان گفت که در زمان‌های قبل از ۱۰ ثانیه تا انتهای پرواز IGC کمی بهتر از سیستم‌های معمول عمل می‌کند. ولی در زمان‌های ۲ تا ۱۰ ثانیه تا انتهای پرواز این برتری محسوس می‌شود و در زمان‌های کمتر از ۲ ثانیه تا انتهای پرواز مزیت کامل IGC مشهود و اثبات شده است [۵]. در این مقاله، اقدام به طراحی الگوریتم هدایت و کنترل یکپارچه با رویکرد کنترل بهینه برای ماهواره بر در ۱۰ ثانیه انتهای پرواز با حل عددی معادلات پرواز با شرایط اولیه دریافتی از نوبوری برای متغیرهای حالت فیزیکی و تخمین بر مبنای سعی و خطا برای بهترین شرایط اولیه متغیرهای حالت کمکی و بهینه‌سازی تابع هزینه و زمان پرواز شده و لذا دستیابی به کمترین تلاش کنترلی، کمترین جرم مصرفی و دستیابی به شرایط ترمینال لحظه تزریق محقق شده است. در این فرایند دستیابی به دقت تزریق بهتر و مینیمم‌سازی زمان سوزش تضمین شده است.

تئوری طراحی یکپارچه هدایت و کنترل ماهواره بر با رویکرد کنترل بهینه

برای طراحی یکپارچه در این مقاله روشی ارائه می‌شود که اساس آن بر مبنای تلفیق متغیرهای حالت هدایتی و کنترلی با یکدیگر و یکپارچه سازی آن‌ها و نیز تقریر معادلات دینامیکی ماهواره بر این اساس است.

متغیرهای حالت هدایت و کنترل یکپارچه بهینه به قرار ذیل هستند:

$$X_{IGC} = [x_i \ z_i \ u_i \ w_i \ \theta_{ib} \ q_{ib}] = [x_1 \ x_2 \ x_3 \ x_4 \ x_5 \ x_6] \quad (1)$$

$$U_{IGC} = [\delta_{\theta}]$$

روش به کار گرفته شده در تئوری یکپارچه استفاده از معادلات غیرخطی پرواز ماهواره بر در صفحه است. برای این منظور از مرجع [۱۰] معادلات پرواز شش درجه آزادی ماهواره بر استخراج شده و براساس حرکت در صفحه، بدون در نظرگیری اغتشاشات و ناچیز دانستن نیروهای کربولسی و ناشی از حرکت مرکز جرم بازنویسی می‌شود. تابع هدف و تابع همیلتونین را تشکیل می‌دهیم. سپس اقدام به محاسبه کنترل بهینه الگوریتم یکپارچه و مشتقات همیلتونین بر اساس State و متغیرهای حالت کمکی می‌نماییم. در نهایت نیز وضعیت را در شرایط انتهایی و ابتدایی تعیین می‌نماییم. تعیین این شرایط نهایی بر این اساس صورت می‌گیرد که زمان نهایی در معادلات ما آزاد و متغیرهای حالت در ابتدا معین‌اند که از INS در سیستم نوبوری در پرواز مقدار می‌گیرند و در

یکی از این دو هدف باید انتخاب شود که با توجه به اینکه ارضای شرایط ترمینال برای ماهواره بر مهم است؛ بنابراین، طرح ترم کمترین تلاش کنترلی منطقی‌تر است. بنابراین تابع هزینه به قرار ذیل است:

$$J = (x_{3t_f} - u_{desired})^2 + (x_{4t_f} - w_{desired})^2 + (x_{2t_f} - z_{desired})^2 + \int_{t_0}^{t_f} (\dot{m} + U^2) dt \quad (4)$$

$$h = (x_{3t_f} - u_{desired})^2 + (x_{4t_f} - w_{desired})^2 + (x_{2t_f} - z_{desired})^2 \quad (5)$$

تابع همیلتونین نیز به قرار ذیل است:

$$H = \dot{m} + U^2 + \lambda_1 x_3 + \lambda_2 x_4 + \lambda_3 (g_{x_i}(t) + \frac{P(t) \cdot \cos(x_5(t))}{m(t)} + \left(\frac{P_{j(t)} \cdot \xi_{j+C_{Z\delta}} \cdot U(t)}{m(t)} \right) * \sin(x_5(t))) + \lambda_4 \left(g_{z_i}(t) + \frac{P(t) \cdot \sin(x_5(t))}{m(t)} - \left(\frac{P_{j(t)} \cdot \xi_{j+C_{Z\delta}} \cdot U(t)}{m(t)} \right) * \cos(x_5(t)) \right) - \lambda_5 x_6 + \lambda_6 \left(\frac{(Z_j + x_j \xi_j) \cdot P_j(t)}{j_y(t)} + \frac{C_{\theta\delta} \cdot U(t)}{j_y(t)} \right) \quad (6)$$

محاسبه کنترل بهینه [۱۱]

برای محاسبه کنترل بهینه باید از تابع همیلتونین نسبت به متغیر کنترلی مشتق گرفته و برابر صفر قرار دهیم و سپس از رابطه حاصله کنترل بهینه را بیابیم که این روند به قرار ذیل است:

$$\frac{\partial H}{\partial U} = 0 \quad (7)$$

لذا U^* به شکل ذیل است:

$$U^* = - \frac{0.5 \cdot \lambda_3 \cdot C_{Z\delta} \cdot \sin(x_5(t))}{m(t)} + \frac{0.5 \cdot \lambda_4 \cdot C_{Z\delta} \cdot \cos(x_5(t))}{m(t)} - \frac{0.5 \cdot \lambda_6 \cdot C_{\theta\delta}}{j_y(t)} \quad (8)$$

بازنویسی تابع همیلتونین و محاسبه مشتقات متغیرهای

حالت کمکی [۱۱]

پس از به دست آوردن کنترل بهینه ضابطه، تابع همیلتونین را براساس آن دوباره بازنویسی کرده و آنگاه نسبت به محاسبه مشتقات متغیرهای حالت کمکی اقدام می‌نماییم.

$$\begin{aligned} \dot{\lambda}_1 &= 0 \\ \dot{\lambda}_2 &= 0 \\ \dot{\lambda}_3 &= -\lambda_1 \\ \dot{\lambda}_4 &= -\lambda_2 \\ \dot{\lambda}_5 &= \\ &-2 \left(- \frac{0.5 \cdot \lambda_3 \cdot C_{Z\delta} \cdot \sin(x_5(t))}{m(t)} + \frac{0.5 \cdot \lambda_4 \cdot C_{Z\delta} \cdot \cos(x_5(t))}{m(t)} - \frac{0.5 \cdot \lambda_6 \cdot C_{\theta\delta}}{j_y(t)} \right) \left(- \frac{0.5 \cdot \lambda_3 \cdot C_{Z\delta} \cdot \cos(x_5(t))}{m(t)} - \right. \end{aligned} \quad (9)$$

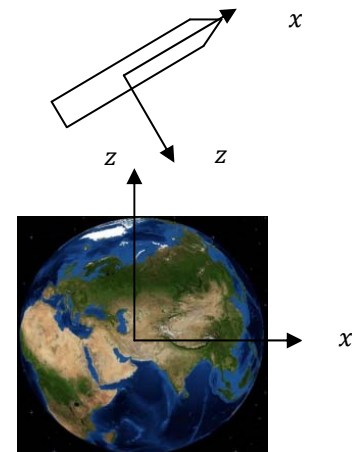
$$\dot{x}_6(t) = \frac{(Z_j + x_j \xi_j) \cdot P_j(t)}{j_y(t)} + \frac{C_{\theta\delta} \cdot U(t)}{j_y(t)}$$

در معادلات فوق x_i ها State های هدایت و کنترل یکپارچه و U فرمان کنترلی خروجی از الگوریتم یکپارچه و ورودی به اکچواتورهای موتورهای کنترلی و برابر زاویه δ_θ که زاویه‌ای است که موتورهای ورنیه جهت اعمال پیچ می‌زنند. P مقادیر متغیر نیروی پیشران در طول زمان، m مقادیر متغیر جرم کل ماهواره بر در طول زمان، g_{x_i} و g_{z_i} مقادیر شتاب جاذبی در دستگاه اینرسی، P_j پیشران موتور λ_m و z_j کسینوس زاویه بردار P_j با محور OZ است. ضمناً داریم:

$$C_{\theta\delta} = -P(t) \cdot x_j \quad (3)$$

$$C_{z\delta} = P(t)$$

z_j فاصله جانبی نقطه اثر بردار پیشران تا محور x ماهواره بر، z_j فاصله طولی نقطه اثر بردار پیشران تا مرکز ثقل لحظه‌ای ماهواره بر و y_j ممان اینرسی لحظه‌ای ماهواره بر در کانال عرضی است [۱۰].



شکل ۳- دستگاه‌های مختصات اینرسی و بادی

تابع هزینه و همیلتونین [۱۱]

تابع هزینه الگوریتم یکپارچه باید هم شامل ترم‌های هدایتی و هم شامل ترم‌های کنترلی باشد. از این جهت با توجه به اینکه متغیرهای حالت ارتفاع، سرعت طولی و سرعت ارتفاعی دارای مقادیر ترمینال و مقید هستند در بیرون انتگرال، تابع هزینه به عنوان ترم‌های ترمینال لحاظ خواهند شد. علاوه بر ترم‌های ترمینال که ترم‌های هدایتی هستند ترم حداقل جرم نیز جزء الگوریتم هدایتی بوده و آن را در داخل یک انتگرال از زمان t_0 تا t_f مطرح می‌کنیم. این ترم کنترلی تابع هزینه ما حداقل‌سازی تلاش کنترلی است. این ترم به صورت $u^2 = \delta_\theta^2$ در داخل انتگرال از زمان t_0 تا t_f مطرح شده و با ترم \dot{m} جمع می‌گردد. از طرح ترم tracking در داخل انتگرال خودداری می‌کنیم چرا که در تضاد با تلاش کنترلی بوده و اصولاً

معلوم است. ارتفاع نقطه تزریق نیز مشخص است و برای اینکه پس از جدایش ماهواره دارای سرعت زاویه ناخواسته نشود نرخ زاویه پیچ در انتها صفر می‌گردد. مقدار زمان سوزش و زاویه پیچ نامقید است چرا که زمان خود در حال بهینه‌سازیست و ما هیچ قید معینی بر روی زاویه پیچ در شرایط ترمینال نداریم. این شرایط به شکل زیر بیان می‌شوند:

$$\begin{aligned} x_1(t_f) &= free \\ x_2(t_f) &= x_{2f} \\ x_3(t_f) &= x_{3f} \\ x_4(t_f) &= x_{4f} \\ x_5(t_f) &= free \end{aligned} \quad (11)$$

$$\begin{aligned} x_6(t_f) &= x_{6f} \\ U(t_f) &= free \end{aligned}$$

$$t_f = free$$

برای حالت زمان نهایی نامقید و چهار متغیرهای حالت مقید و دو متغیر دیگر نامقید از مرجع [۱۱] داریم:

جدول ۱- شرایط نهایی

t_f free	$x(t_f) = x_f$	$\delta x_f = 0$	$x^*(t_0) = x_0$ $x^*(t_f) = x_f$ $H(x^*(t_f), U^*(t_f), \lambda^*(t_f), t_f) + \frac{\partial h}{\partial t}(x^*(t_f), t_f) = 0$
	$x(t_f)$ free		$x^*(t_0) = x_0$ $\frac{\partial h}{\partial x}(x^*(t_f), t_f) - \lambda^*(t_f) = 0$ $H(x^*(t_f), U^*(t_f), \lambda^*(t_f), t_f) + \frac{\partial h}{\partial t}(x^*(t_f), t_f) = 0$

شرط $H + \frac{\partial h}{\partial t} = 0$ برای هر دو وضعیت متغیرهای حالت مقید و نامقید صادق بوده به عنوان قید همگرایی در الگوریتم آفلاین لحاظ شده است.

شرط $\frac{\partial h}{\partial x}(x^*(t_f), t_f) - \lambda^*(t_f) = 0$ برای دو متغیر حالت آزاد صادق بوده و منجر به نتایج ذیل می‌گردد. این نتایج به عنوان قیود همگرایی لحاظ گردیده است:

$$\begin{aligned} \lambda_{1_{t_f}} &= 0 \\ \lambda_{5_{t_f}} &= 0 \end{aligned} \quad (12)$$

حل آفلاین الگوریتم هدایت و کنترل یکپارچه

حل آفلاین الگوریتم هدایت و کنترل یکپارچه شامل حل ابتدا به انتهای الگوریتم و بهینه‌سازی حل با الگوریتم SQP است که درباره هر یک شرح داده شده است.

$$\begin{aligned} & \frac{0.5 * \lambda_4 * C_{Z\delta} \sin(x_5(t))}{m(t)} \\ & - \lambda_3 \left(- \frac{P(t) \sin(x_5(t))}{m(t)} + \right. \\ & \left. \frac{C_{Z\delta} \left(- \frac{0.5 * \lambda_3 * C_{Z\delta} \cos(x_5(t))}{m(t)} - \frac{0.5 * \lambda_4 * C_{Z\delta} \sin(x_5(t))}{m(t)} \right) \sin(x_5(t))}{m(t)} \right) \\ & + \left(\frac{P_j(t) * \xi_j}{m(t)} + \right. \\ & \left. \frac{C_{Z\delta} * \left(- \frac{0.5 * \lambda_3 * C_{Z\delta} \sin(x_5(t))}{m(t)} + \frac{0.5 * \lambda_4 * C_{Z\delta} \cos(x_5(t))}{m(t)} - \frac{0.5 * \lambda_6 * C_{\theta\delta}}{j_y(t)} \right)}{m(t)} \right) \\ & \cos(x_5(t)) - \lambda_4 \left(\frac{P(t) \cos(x_5(t))}{m(t)} - \right. \\ & \left. \frac{C_{Z\delta} \left(- \frac{0.5 * \lambda_3 * C_{Z\delta} \cos(x_5(t))}{m(t)} - \frac{0.5 * \lambda_4 * C_{Z\delta} \sin(x_5(t))}{m(t)} \right) \cos(x_5(t))}{m(t)} + \right. \\ & \left. \left(\frac{P_j(t) * \xi_j}{m(t)} + \right. \right. \\ & \left. \left. \frac{C_{Z\delta} * \left(- \frac{0.5 * \lambda_3 * C_{Z\delta} \sin(x_5(t))}{m(t)} + \frac{0.5 * \lambda_4 * C_{Z\delta} \cos(x_5(t))}{m(t)} - \frac{0.5 * \lambda_6 * C_{\theta\delta}}{j_y(t)} \right)}{m(t)} \right) \right) \\ & \sin(x_5(t)) - \\ & \left. \frac{\lambda_6 C_{\theta\delta} \left(- \frac{0.5 * \lambda_3 * C_{Z\delta} \cos(x_5(t))}{m(t)} - \frac{0.5 * \lambda_4 * C_{Z\delta} \sin(x_5(t))}{m(t)} \right)}{j_y(t)} \right) \end{aligned}$$

$$\lambda_6 = \lambda_5$$

بررسی شرایط مرزی [12]

شرایط مرزی مسئله شامل شرایط اولیه و قیود انتهایی است. شرایط اولیه برای شش متغیر حالت فیزیکی مسئله که به عنوان ورودی از INS در حین پرواز خوانده می‌شوند و کنترل به صورت پارامتری به قرار ذیل است:

$$\begin{aligned} x_1(t_0) &= x_{10} \\ x_2(t_0) &= x_{20} \\ x_4(t_0) &= x_{40} \\ x_5(t_0) &= x_{50} \end{aligned} \quad (10)$$

$$\begin{aligned} x_6(t_0) &= x_{60} \\ U(t_0) &= free \end{aligned}$$

$$x_3(t_0) = x_{30}$$

به دلیل محدوده کاملاً باز زوایای موتورهای کنترلی جهت گرفتن زاویه و فاصله بسیار زیاد فرامین تا این محدوده فرض کنترل آزاد فرضی درست است. شرایط انتهایی برای متغیرهای حالت ارتفاع و سرعت‌ها و نیز برای نرخ زاویه پیچ مقید و برای دو متغیر دیگر و زمان نامقید است. علت این امر دینامیک ماهواره بر در لحظه تزریق می‌باشد که می‌بایست در شرایط ترمینال به سرعت مداری خاصی برسد و در این شرایط مؤلفه‌های این سرعت در راستای دستگاه مختصات ما مقداری

حل ابتدا به انتها الگوریتم

همان‌طور که در معادلات پرواز و معادلات متغیرهای حالت کمکی می‌بینیم معادلات از نوع دیفرانسیلی غیر خطی بوده و دارای حل تحلیلی نمی‌باشند. لذا ناچار به در پیش‌گیری حل عددی می‌باشیم. روند حل عددی معادلات غیرخطی الگوریتم هدایت و کنترل یکپارچه ماهواره‌بر را با استفاده از نرم‌افزار متلب آغاز می‌کنیم. برای این منظور ابتدا کدی را می‌نویسیم که در آن معادلات در کنار یکدیگر به صورت همزمان و با شرایط اولیه شش متغیر حالت فیزیکی به عنوان ورودی از نوبری یک ماهواره بر معین که در ادامه شرح داده خواهد شد و با شرایط اولیه برای متغیرهای حالت کمکی که در یک فرآیند سعی و خطا برای چنین مسئله‌ای بدست آمده‌اند حل می‌گردند. الگوریتم اجرایی این فرآیند به شکل ذیل خواهد بود [۱۲]:



شکل ۴- الگوریتم حل ابتدا به انتها معادلات دیفرانسیلی غیرخطی [۱۲]

نوع الگوریتم حل ابتدا به انتها ODE و بر اساس بارگیری روش حل رانگ کوتاه است.

بهینه‌سازی حل با الگوریتم SQP

در ادامه اقدام به نوشتن کدی جهت بهینه‌سازی حل بر مبنای مینیمم‌سازی تابع هزینه و زمان سوزش و با فراخوانی الگوریتم SQP و با منطق Shooting Method در نرم‌افزار متلب می‌نماییم. با مینیمم‌سازی تابع هزینه، تلاش کنترلی مینیمم شده، جرم مصرفی کاهش یافته و شرایط ترمینال دست‌یافتنی خواهد شد. همچنین زمان سوزش به عنوان t_f به صورت متغیر در تابع هزینه و همچنین در حل ابتدا به انتها در ODE لحاظ شده و به الگوریتم بهینه‌ساز امکان بهینه‌سازی خود را نیز می‌دهد. در این بخش از کد با وارد کردن کد حل ابتدا به انتها به عنوان جزئی از اجزای تشکیل‌دهنده الگوریتم بهینه‌ساز اقدام به محاسبه تابع هزینه و تابع

همیلتونین نیز می‌نماییم و در بخش پلات‌ها فرمان کنترلی به موتورهای ورنیه را نیز بر حسب درجه پلات می‌نماییم. سپس در بخشی دیگر به عنوان جزئی از الگوریتم بهینه‌ساز اقدام به تعریف قیود برای همگرایی و تضمین درستی حل الگوریتم می‌نماییم [۱۲]. قیود تعریف شده در این بخش که به شکل قیود نامساوی و با تعریف تِلرانس حل مشخص گردیده‌اند شامل موارد ذیل می‌باشند:

- قیود ارضاء صفر شدن مقادیر نهایی متغیرهای حالت کمکی اول و پنجم و با تِلرانس 0.1
- قید ارضای سرعت مداری با تِلرانس 10 متر بر ثانیه
- قید ارضای سرعت ارتفاعی با تِلرانس 20 متر بر ثانیه
- قید ارضای ارتفاع تزریق در مدار با تِلرانس 500 متر
- قید ارضای زاویه مسیر در لحظه تزریق با تِلرانس 0.3 درجه
- قید صفر شدن نرخ زاویه پیچ در لحظه انتها با تِلرانس $1e-3$
- قید ارضای رابطه انتهای $H + \frac{\partial h}{\partial t} = 0$

در بخش دیگری از این کد اقدام به تعیین تِلرانس‌های دقت حل الگوریتم بهینه‌ساز و تعیین نوع الگوریتم و حدود بالا و پایین جهت Search الگوریتم می‌نماییم.

الگوریتم اجرایی این فرآیند مطابق شکل (۵) خواهد بود:



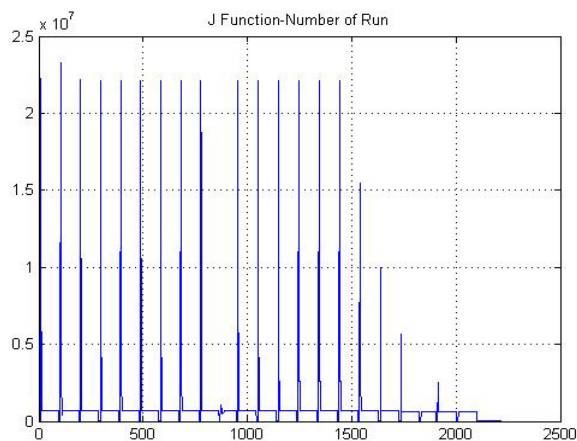
شکل ۵- الگوریتم بهینه‌سازی حل

طراحی هدایت و کنترل یکپارچه جهت یک

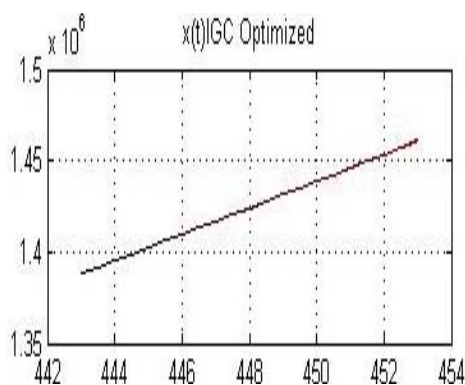
ماهواره‌بر معین به صورت آنلاین [۱۳]

مسئله تشریح شده را برای یک ماهواره بر معین دو مرحله‌ای حل و اجرا می‌کنیم. ماهواره بر مذکور بر اساس تئوری «طراحی سیستمی

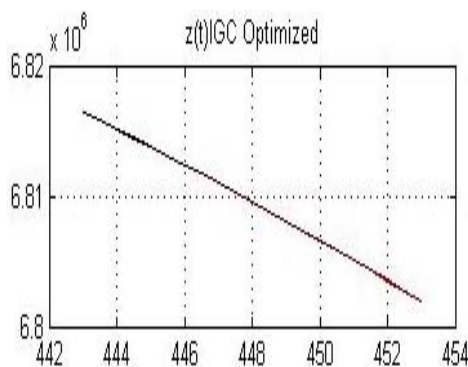
فرمان اجرا شده و وضعیت جدید متغیرهای حالت را در گام جدید به الگوریتم ارسال می‌نماید. الگوریتم با دریافت وضعیت جدید شش متغیر حالت یکپارچه و محاسبه وضعیت شش متغیر حالت کمکی از گام قبل برای گام جدید مجدداً اجرا شده و فرمان را برای گام بعدی مجدداً به شبیه‌سازی ارسال می‌کند. این روند تا زمان خاموشی تکرار می‌گردد. نتایج در نمودارهای آتی ارائه شده است. خطوط ترسیمی در طول حل آنلاین از رنگ مشکی به رنگ قرمز در می‌آیند.



شکل ۶- نمودار تغییرات تابع هزینه به تعداد اجرا



شکل ۷- نمودار تغییرات x اینرسی در طول ۱۰ ثانیه پرواز



شکل ۸- نمودار تغییرات z اینرسی در طول ۱۰ ثانیه پرواز

ماهواره بر» قابل طراحی و حصول بوده که این طراحی را به صورت جداگانه انجام داده‌ایم. معالوصف عملکرد این ماهواره بر اساس شبیه‌سازی صحنه‌گذاری شده است. در جدول (۲) مشخصات سیستمی ماهواره بر مذکور خروجی از طراحی سیستمی ماهواره بر آورده می‌شود.

جدول ۲- مشخصات سیستمی ماهواره بر

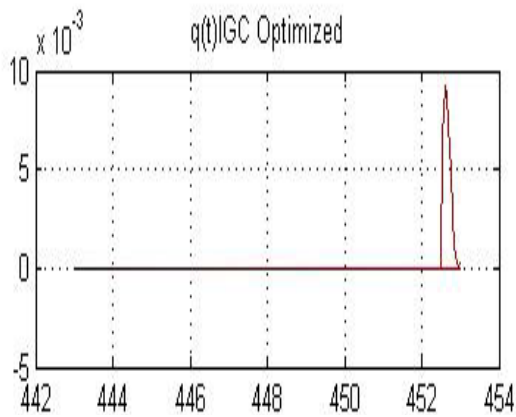
مشخصات	مرحله اول	مرحله دوم
ابعاد طول قطر	26m 2.5m	8.5 m 1.5m
جرم جرم پیشران جرم خشک	70 ton 5ton	8ton 1.2ton
سازه نوع	پوسته مقاوم	پوسته مقاوم
پیشران سوخت میانگین پیشران	OX+TM 150ton	UDMH+AT 7 ton
سیستم کنترل	Vernie	Vernie
نوع جدایش	گرم	گرم
تعداد موتورها	یک توربوپمپ با چهار محفظه احتراق	یک توربوپمپ با دو محفظه احتراق

حل آنلاین در ۱۰ ثانیه انتهای پرواز

در این بخش به حل آنلاین الگوریتم یکپارچه برای ۱۰ ثانیه انتهای پرواز بر اساس ورودی اطلاعات سیستمی بخش قبل می‌پردازیم. بر این اساس ورودی متغیرهای حالت و متغیرهای حالت کمکی را برای ران اول در لحظه t_0 به قرار ذیل می‌گیریم:

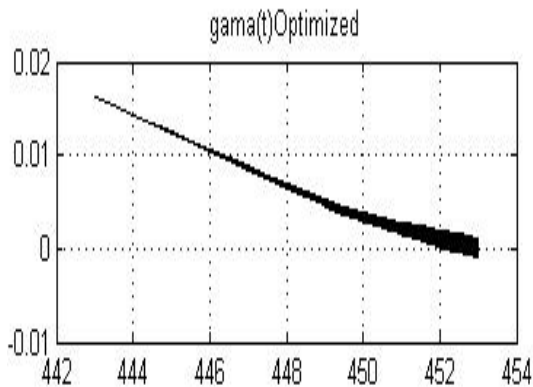
$$\begin{aligned}
 x_1(t_0) &= 1388425 \text{ m} \\
 x_2(t_0) &= 6816592 \text{ m} \\
 x_3(t_0) &= 7038 \text{ m/s} \\
 x_4(t_0) &= -1315 \text{ m/s} \\
 x_5(t_0) &= -27^\circ \\
 x_6(t_0) &= -0.000016^\circ / \text{s} \\
 \lambda_1(t_0) &= 0 \\
 \lambda_2(t_0) &= 0 \\
 \lambda_3(t_0) &= 0 \\
 \lambda_4(t_0) &= 0 \\
 \lambda_5(t_0) &= 0 \\
 \lambda_6(t_0) &= 0 \\
 t_f &= 10
 \end{aligned} \tag{۱۳}$$

مقادیر تغییرات ممان اینرسی، جرم ماهواره‌بر، پیشران، فاصله طولی نقطه اثر بردار پیشران تا مرکز ثقل لحظه‌ای و سایر مشخصات سیستمی را به‌عنوان بانک اطلاعات ورودی به‌کار می‌گیریم. با اجرای الگوریتم و پس از هر بار همگرایی فرمان میزان انحراف زاویه موتورهای کنترلی در گام ۰/۵ ثانیه و با ریز گام‌های ۰/۰۱ ثانیه به شبیه‌سازی ارسال می‌شود. شبیه‌سازی با دریافت

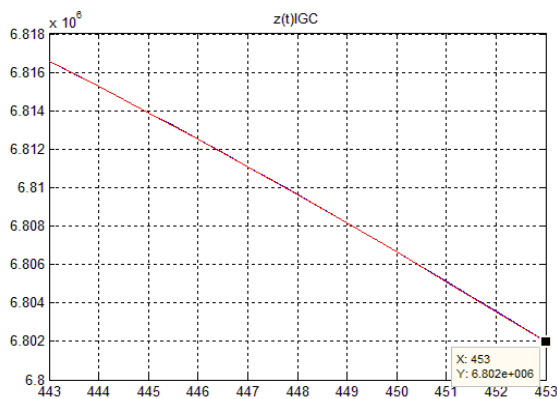


شکل ۱۲ - نمودار تغییرات نرخ زاویه پیچ در طول ۱۰ ثانیه پرواز

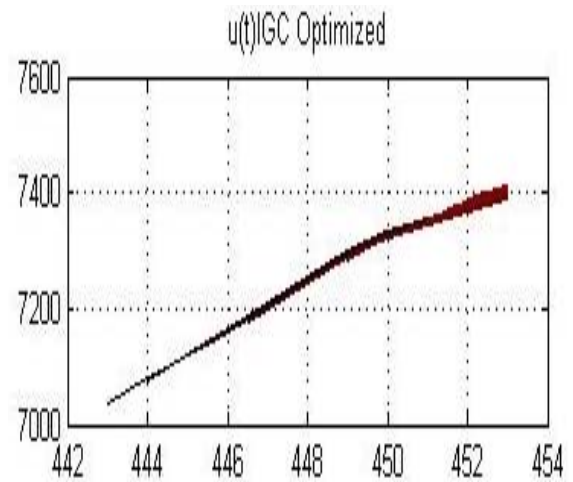
در ادامه، با توجه به هدف‌گذاری در دست‌یابی به دقت تزریق و کمترین تلاش کنترلی نمودارهای مقایسه‌ای الگوریتم مجزا و الگوریتم یکپارچه در سه نقطه از مسیر پروازی مورد بررسی قرار خواهد گرفت. رنگ قرمز نشان‌دهنده الگوریتم مجزا و رنگ آبی نشان‌دهنده الگوریتم یکپارچه است.



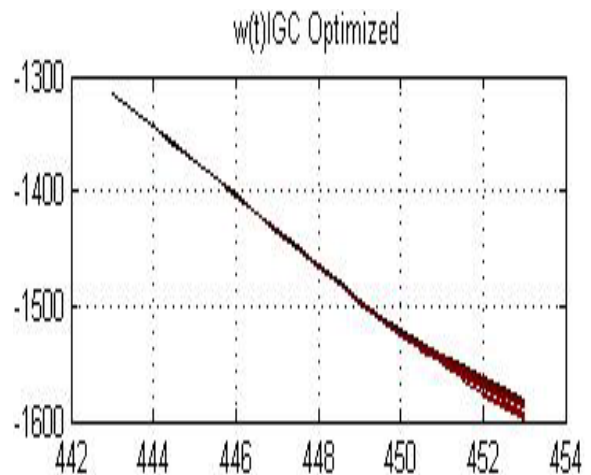
شکل ۱۳ - نمودار تغییرات زاویه مسیر در طول ۱۰ ثانیه پرواز بر حسب درجه



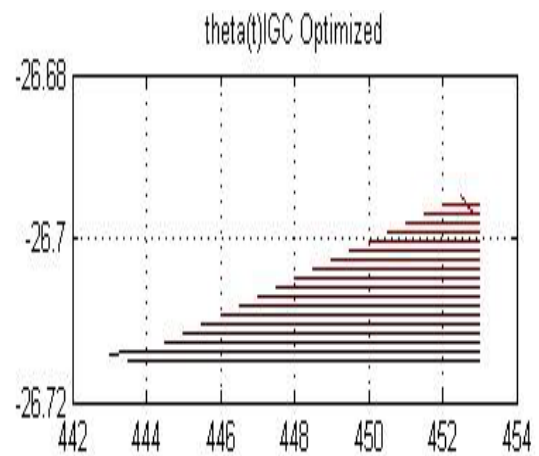
شکل ۱۴ - نمودار تغییرات Z اینرسی در ثانیه ۴۴۳ حل آنلاین



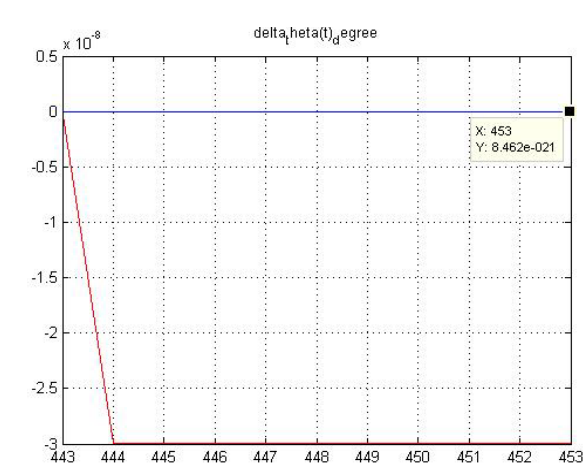
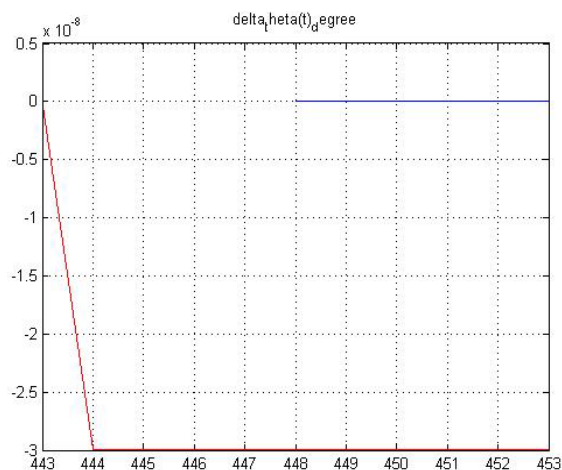
شکل ۹ - نمودار تغییرات سرعت طولی اینرسی در طول ۱۰ ثانیه پرواز



شکل ۱۰ - نمودار تغییرات سرعت ارتفاعی اینرسی در طول ۱۰ ثانیه پرواز

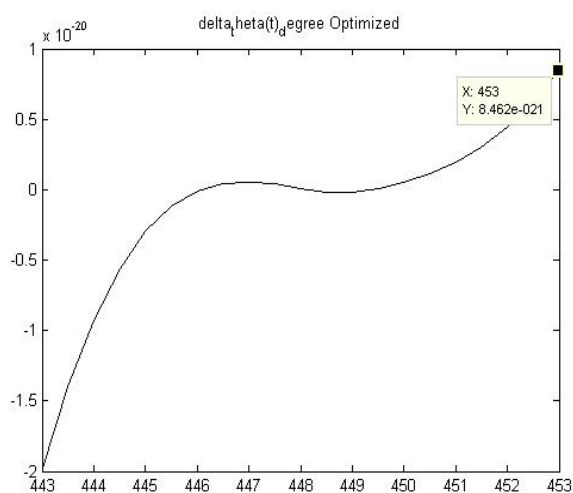
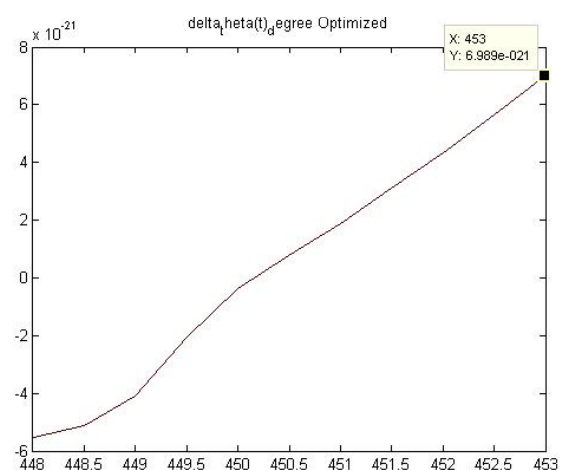


شکل ۱۱ - نمودار تغییرات زاویه پیچ در طول ۱۰ ثانیه پرواز



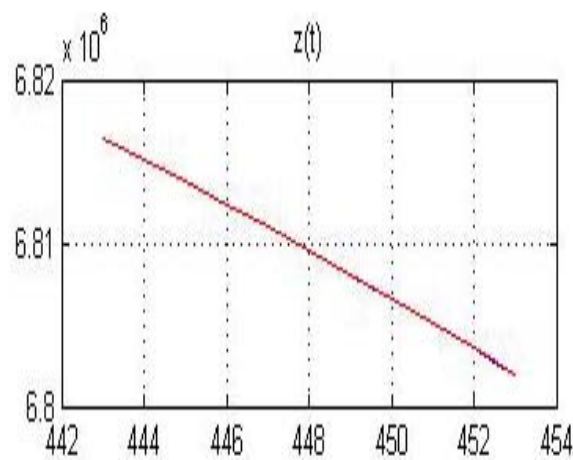
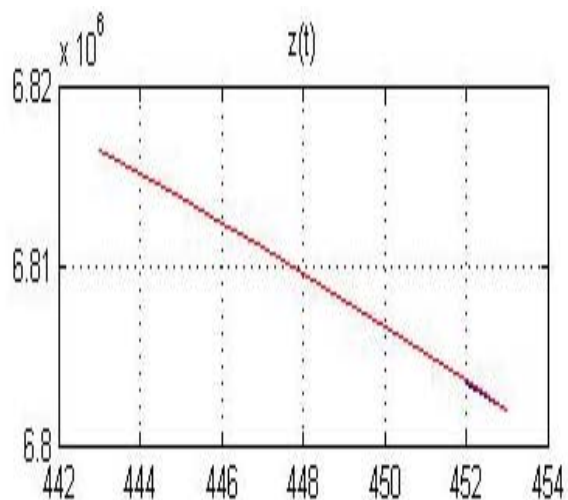
شکل ۱۵- نمودار تغییرات فرمان ارسالی به موتورهای کنترلی در ثانیه ۴۴۳ حل آنلاین

شکل ۱۸- نمودار تغییرات فرمان ارسالی به موتورهای کنترلی در ثانیه ۴۴۸ حل آنلاین



شکل ۱۹- نمودار دقیق تغییرات فرمان ارسالی به موتورهای کنترلی در ثانیه ۴۴۸ حل آنلاین

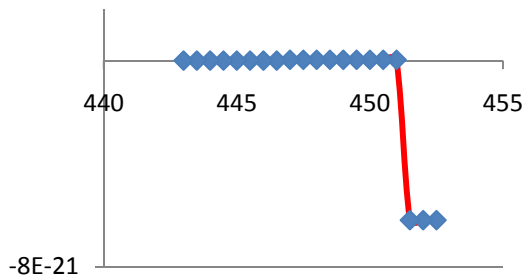
شکل ۱۶- نمودار دقیق تغییرات فرمان ارسالی به موتورهای کنترلی در ثانیه ۴۴۳ حل آنلاین



شکل ۲۰- نمودار تغییرات Z اینرسی در ثانیه ۴۵۲ حل آنلاین

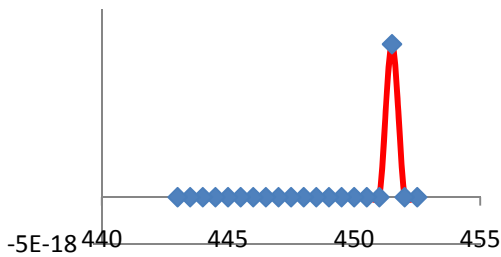
شکل ۱۷- نمودار تغییرات Z اینرسی در ثانیه ۴۴۸ حل آنلاین

Lambda2(0) Optimal - t (s)



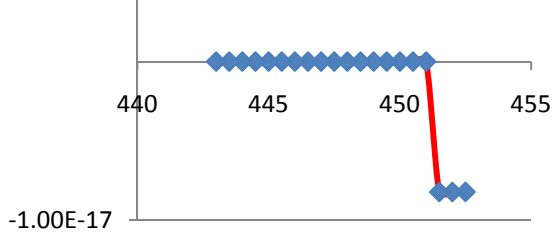
شکل ۲۴- نمودار تغییرات متغیر حالت کمکی بهینه اولیه شماره ۲ در طول حل آنلاین

Lambda3(0) Optimal - t (s)



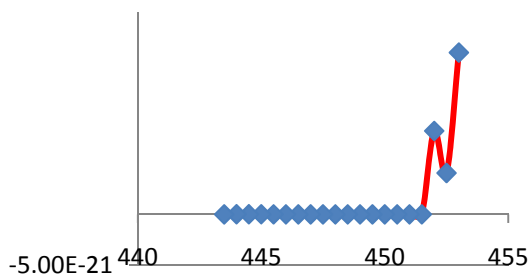
شکل ۲۵- نمودار تغییرات متغیر حالت کمکی بهینه اولیه شماره ۳ در طول حل آنلاین

Lambda4(0) Optimal - t (s)

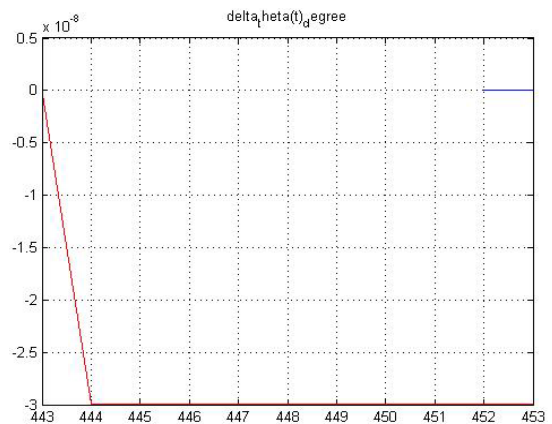


شکل ۲۶- نمودار تغییرات متغیر حالت کمکی بهینه اولیه شماره ۴ در طول حل آنلاین

Lambda5(0) Optimal - t (s)

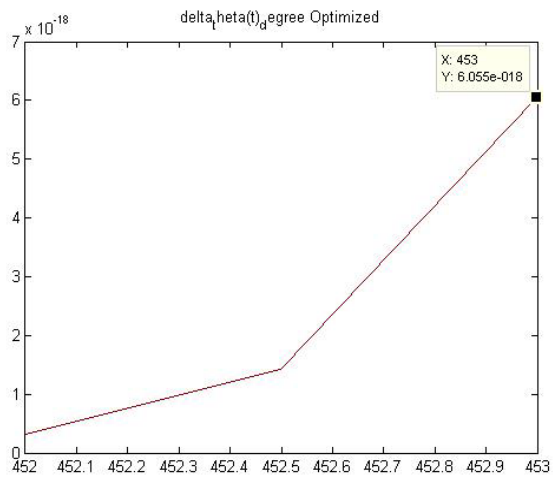


شکل ۲۷- نمودار تغییرات متغیر حالت کمکی بهینه اولیه شماره ۵ در طول حل آنلاین



شکل ۲۱- نمودار تغییرات فرمان ارسالی به موتورهای کنترلی در ثانیه ۴۵۲ حل

آنلاین

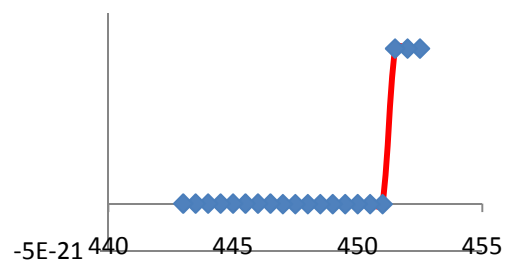


شکل ۲۲- نمودار دقیق تغییرات فرمان ارسالی به موتورهای کنترلی در ثانیه

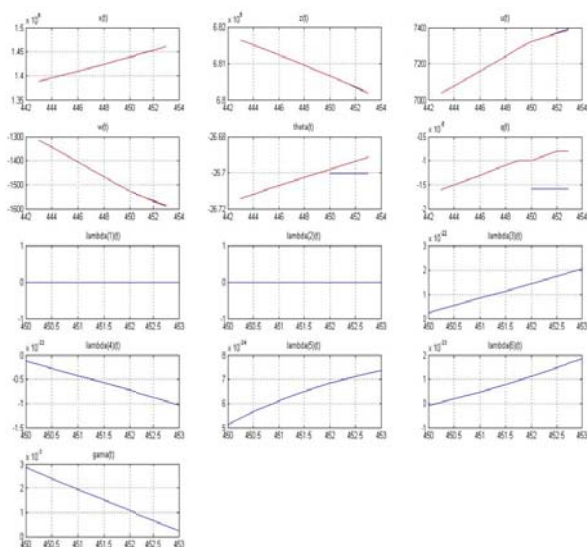
۴۵۲ حل آنلاین

مقادیر بهینه اولیه متغیرهای حالت کمکی و زمان سوزش پس از جستجو و همگرایی الگوریتم در طول زمان پرواز به قرار ذیل به دست آمده است:

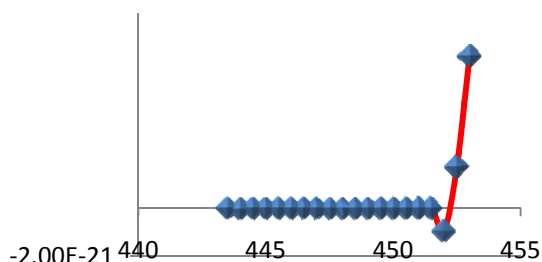
Lambda1(0) Optimal - t (s)



شکل ۲۳- نمودار تغییرات متغیر حالت کمکی بهینه اولیه شماره ۱ در طول حل آنلاین

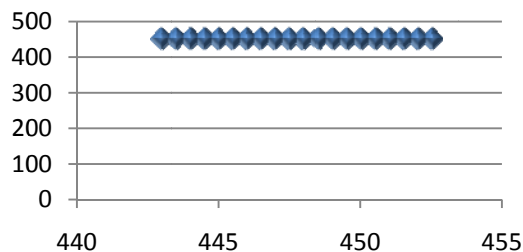


Lambda6(0) Optimal - t (s)



شکل ۲۸- نمودار تغییرات متغیر حالت کمکی بهینه اولیه شماره ۶ در طول حل آنلاین

tf Optimized



شکل ۲۹- نمودار تغییرات زمان سوزش بهینه در طول حل آنلاین

شکل ۳۱- نمودار تغییرات متغیرهای حالت، متغیرهای حالت کمکی و زاویه مسیر در ثانیه ۴۵۰ حل آنلاین (از چپ به راست و از بالا به پایین به ترتیب X اینرسی، Z اینرسی، سرعت طولی اینرسی، سرعت ارتفاعی اینرسی، زاویه پیچ، نرخ زاویه پیچ، متغیرهای حالت کمکی ۱ تا ۶ و زاویه مسیر)

جدول ۳- مقایسه عملکردی الگوریتمها در نقطه تزریق

	مقدار مورد انتظار	دست یابی الگوریتم مجزا	دست یابی الگوریتم یکپارچه
ارتفاع تزریق	۶۸۰۱۹۷۹ m	۶۸۰۱۹۴۰ m	۶۸۰۱۹۸۵ m
تلاش کنترلی	کمترین مقدار ممکن	-۳e-۸	۳e-۱۸
زمان سوزش	۱۰ s	۱۰ s	۹.۹۹۹۹۹۹۹۹۹۹۹۹ s ۹.۸۵۶ s
سرعت مداری طولی	۷۳۹۴ m/s	۷۳۹۰ m/s	۷۴۰۴ m/s
خطای تزریق	۰	۳۹ m	۶ m

نتیجه گیری

در این تحقیق، با یکپارچه کردن متغیرهای حالت هدایتی و کنترلی و استخراج معادلات غیرخطی پرواز در صفحه و معرفی میزان زاویه انحراف موتورهای کنترلی به عنوان فرمان کنترلی ضمن استخراج فرآیند یکپارچه سازی با نگرش کنترل بهینه اقدام به طراحی الگوریتم هدایت و کنترل یکپارچه برای اولین بار جهت ماهواره شد. به منظور فرایند حل از حل توأمان معادلات دیفرانسیلی غیرخطی و بهینه سازی تابع هزینه و زمان پرواز و اعمال آن در فرایند حل کمک گرفته شد. فرایند بهینه سازی با منطق SQP و براساس shooting method اجرا شد و نتایج نهایی رسم شد.

شکل ۳۰- نمودار تغییرات متغیرهای حالت، متغیرهای حالت کمکی و زاویه مسیر در ثانیه ۴۴۳ حل آنلاین (از چپ به راست و از بالا به پایین به ترتیب X اینرسی، Z اینرسی، سرعت طولی اینرسی، سرعت ارتفاعی اینرسی، زاویه پیچ، نرخ زاویه پیچ، متغیرهای حالت کمکی ۱ تا ۶ و زاویه مسیر)

ماکزیمم هد دینامیکی، لحظه جدایش مراحل و لحظه اشباع ابزارهای کنترلی توصیه می‌گردد که در این پژوهش لحظه تزریق جهت افزایش دقت تزریق ماهواره به مدار و تأمین دقیق تر نقاط حوضی و اوج مدنظر قرار گرفت. توصیه می‌شود سایر نقاط نیز در پژوهش‌هایی مجزا برای افزایش قابلیت عملکرد و ایجاد مقاومت در برابر هرگونه شکست ابزارهای کنترلی مورد توجه محققان محترم قرار گیرد.

مراجع

- [1] Menon, P.K., Sweriduk, G.D. and Ohlmeyer, E.J., *Optimal Fixed- Interval Intergrated Guidance Control Laws for Hit- to – Kill Missile*, AIAA; 2nd Edition, Vol. 157, 1994.
- [2] Menon, P.K. and Ohlmeyer, E. J., "Nonlinear Integrated Guidance and Control Laws for Homing Missiles," *Presented at the AIAA Guide, Navigation Control Conference Exhibit*, Montreal, Canada, 2001, AIAA paper 2001- 4160.
- [3] Lin, C.F. and Yueh, W.R. "Optimal controller for Homing Missiles," *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, Vol. 8, No. 3, 1985.
- [4] Evers, J.H., Cloutier, J.R., Lin, C.F., Yueh, W.R. and Wang, Q., "Application of Integrated Guidance and Control Schemes to a Precision Guided Missil," *American Control conference*, 1992, pp. 3225 – 3230.
- [5] Lin, C.F., Ohlmeyer, E., Bibel, E. and Malyevac, S., "Optimal Design of Intergrated Guidance Control," *Presented at the 1998 World Aviation Conference*, 1998 AIAA- 985519
- [6] Menon, P.K., Iragavarapu, V.R. and Ohlmeyer, E.J. "Intergrated Design of Agile Missile Guidance and Autopilot System," *Control Engineering Practice*, Vol. 9, Issue 10, 2001, pp. 1095- 1106.
- [7] P.K. Menon, E.J Ohlmeyer, "Integrated Design of Agile Missile Guidance and Control Systems," *AIAA Missile Since Conference*, 1998, Monterey, CA.
- [8] Palumbo, N.F. and Jackson, T.D., "Integrated Missile Guidance and Control: A State Dependent Riccati Differential Equation Approach," *IEEE International Conference on Control Application*, 1999, pp.243-248.
- [9] Jessick, M.V. and Knobbs, D.L., "Integrated Guidance and Control Algorithms for National Launch System," *AIAA Guidance, Navigation and Control Conference*, August 10-12/Hilton Head Island, SC.
- [10] Lecture of Flight Dynamics of Launch Vehicle Professor Jafar Roshanian. Aerospace Engineering Faculty, K.N.Toosi University of Technology, Tehran, Iran.
- [11] Kirk, D. E., *Optimal Control Theory An Introduction*, Prentice-Hell Inc., Englewood Cliffs New Jersey, 1970.
- [12] Mathworks, Matlab Documentation, ODE Solvers, Fmincon Algorithm.
- [13] Lecture of Launch Vehicle Design, Professor Mir Shams. Aerospace Engineering Faculty, K.N.Toosi University of Technology.

بازنگری نتایج در مقایسه با الگوریتم مجزا بسیار توسعه یافته نشان‌دهنده صحت فرایند طراحی و دستیابی به شرایط ارضای قیود ترمینال در حین تزریق ماهواره به مدار است.

با توجه به شکل‌های (۱۴)، (۱۷)، (۲۰)، (۳۰) و (۳۱) صحت فرایند طراحی مشهود است. از شکل‌های (۲۳) تا (۲۹) مشخص می‌شود که مقادیر اولیه متغیرهای کمکی حالت و زمان سوزش به درستی تعیین شده است و روند تغییرات بهینه آنها مشخص می‌شود. در جدول (۳) مشاهده می‌شود که ارتفاع تزریق الگوریتم یکپارچه دارای خطای ۶ متر در تزریق نسبت به ارتفاع مورد انتظار است درحالی که این مقدار در الگوریتم مجزا ۳۹ متر است و این نشان‌دهنده دستیابی به دقت بالاتر در نقطه تزریق است. از همین جدول و از شکل‌های (۱۵)، (۱۸) و (۲۱) مشخص است که میزان تلاش کنترلی تا نقطه تزریق در الگوریتم یکپارچه نسبت به الگوریتم مجزا بسیار کمتر است و این نشان‌دهنده هماهنگی بیشتر بین هدایت و کنترل در الگوریتم یکپارچه و تعقیب درست این فرمان توسط کنترل نسبت به الگوریتم مجزاست. در خصوص زمان سوزش که معادل با مفهوم میزان جرم قابل حمل نیز هست به دلیل اینکه در الگوریتم مجزا همانند الگوریتم یکپارچه ترم کمترین زمان سوزش لحاظ شده است هر دو الگوریتم‌ها تقریباً به یک زمان همگرا شده‌اند و زمان کمتر دستیابی شده در الگوریتم یکپارچه نسبت به الگوریتم مجزا بسیار اندک است. لیکن الگوریتم یکپارچه نیز به زمان بهینه الگوریتم مجزا دست‌یافته است. در خصوص سرعت طولی اینرسی انرژی دست‌یافته شده توسط الگوریتم یکپارچه اندکی از الگوریتم مجزا بیشتر است و این انرژی بیشتر را می‌توان صرف اندکی ارتقا در ارتفاع مدار یا افزایش دقت تزریق کرد. با توجه به اینکه الگوریتم مجزا مورد مقایسه الگوریتم شش درجه آزادی و با دارا بودن نگرش بهینه در هدایت مجزا و نگرش PID در بخش کنترل خود است و کارایی بالای آن اثبات شده است صحت عملکرد الگوریتم یکپارچه و دقت بالاتر تزریق ماهواره به مدار به خوبی قابل مشاهده است. بنابراین، مشخص است در حالی که از فرض‌های ساده کننده مانند فرض پرواز در صفحه در الگوریتم یکپارچه استفاده شده و عملکرد بهتری در مقایسه با الگوریتم مجزای بسیار دقیق مشاهده می‌شود. در صورت مقایسه این الگوریتم با یک الگوریتم مجزا با فرض‌های مشابه ساده کننده در الگوریتم یکپارچه میزان بهبودها تا چه اندازه قابل توجه خواهد بود. همین طور در صورت اعمال یکپارچه‌سازی در الگوریتم مجزا توسعه یافته در این مقاله، الگوریتم مذکور قادر خواهد بود به بهبودهای وسیع تری در عملکرد خود دست یابد. در انتها به کارگیری این الگوریتم در لحظات معینی از پرواز مانند لحظات انتهایی، لحظه