

Attitude and Vibration Control of a Flexible Spacecraft Using Hybrid Adaptive Super-Twisting Non-Singular Terminal Sliding Mode Control

Valiollah Shahbahrami¹, Milad Azimi^{2*}  and Alireza Alikhani³ 

1. M.Sc. Student, Aerospace Research Institute, Ministry of Science, Research and Technology, Tehran, Iran
2. Assistant Professor, Aerospace Research Institute, Ministry of Science, Research and Technology, Tehran, Iran
3. Associate Professor, Aerospace Research Institute, Ministry of Science, Research and Technology, Tehran, Iran

*Corresponding Author's E-mail: azimi.m@ari.ac.ir

Abstract

In this paper, a robust adaptive hybrid control approach based on a combination of super-twisting (ST) and non-singular terminal sliding mode control (STNSMC) approaches for vibration and attitude control of a flexible spacecraft with fully coupled rigid-flexible dynamic is developed. The proposed adaptation law eliminates the need for bounds knowledge of external disturbances and uncertainties. Then an ST-based non-singular terminal SMC generates a continuous control signal to reject the Chattering phenomenon, the non-singular terminal switching control law with the ability to generate continuous control commands to eliminate the chattering phenomenon. Moreover, finite-time convergence is achieved, and the singularity problem has been avoided. Despite the uncertainties effects, rigid-flexible coupling dynamics, and external disturbances, the proposed control law ensures high-precision motion of the spacecraft states on the sliding surface in a finite time. The overall stability of the system has been demonstrated using the Lyapunov theory. One of the essential features of the proposed control algorithm is to prevent overestimation of control gains and faster convergence rates comparing to conventional ST and non-singular terminal SMC approaches. The simulations in the form of a comparative study for large-angle maneuver reveal the advantage of the proposed controller in terms of system high-frequency modes excitation, accuracy, convergence rate, chattering, and control effort.

Keywords: Adaptive, Chattering, Flexible spacecraft, Non-singular terminal, Sliding mode control, Super-Twisting, Vibration

1. Introduction

Different control approaches have been put forwarded by researchers for robust control of flexible spacecraft in attitude maneuver. The development process of attitude controllers for systems with flexible body dynamics is based on how to interact with unmeasured vibrations, rigid-flexible coupling terms, uncertainties, and external disturbances. Among the existing approaches with high accuracy and fast convergence rates, adaptive and SMC have received more attention [1, 2].

Several types of variable structure controllers with sliding surfaces have been proposed for spacecraft attitude control. Among these, the non-singular SMC has an excellent performance in facing the singularity problem, leading to boundless control inputs (due to the fractional power with a negative sign on the nonlinear sliding surface) [3]. In addition to the advantages of the classical SMC, the NSMC has also increased the stability performance and the convergence speed near the system equilibrium point. Another alternative to the classical sliding mode technique is the super-twisting algorithms. This algorithm reduces the

chattering phenomenon because it doesn't need to measure high-order time derivatives at the sliding surfaces [4].

In this paper, the adaptation law made it possible to estimate the parameter uncertainties, external disturbances, and unmeasured vibrations of the spacecraft. The nonlinear NSMC algorithm maintained the stability and provided fast convergence, and the super-twisting theory solved the chattering problem without affecting the performance of the system.

2. Dynamic system modeling

The flexible spacecraft which is undergoing a single-axis rotation θ consists of a rigid hub with radius r_h and moment of inertia J_h attached with a flexible appendage width w_p , thickness h_p , length L_p , density ρ_p , and modulus of elasticity E_p . Using finite element theory and the extended Hamilton's principle, the equations of motion of the system is taken the form:

$$\mathbf{M}_{ij} \begin{Bmatrix} \ddot{\theta} \\ \ddot{\mathbf{q}} \end{Bmatrix} + \text{diag}(C_{11}, C_{22}) \begin{Bmatrix} \dot{\theta} \\ \dot{\mathbf{q}} \end{Bmatrix} + \text{diag}(0, \mathbf{K}_{22}) \begin{Bmatrix} \theta \\ \mathbf{q} \end{Bmatrix} = \text{Col}(\tau_1 + d_1, \tau_2 + d_2) \quad i, j = 1, 2 \quad (1)$$



COPYRIGHTS

© 2023 by the authors. Published by Aerospace Research Institute. This article is an open access article distributed under the terms and conditions of [the Creative Commons Attribution 4.0 International \(CC BY 4.0\)](https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/).

How to cite this article:

V. Shahbahrami, M. Azimi and A.R. Alikhani, "Attitude and Vibration Control of a Flexible Spacecraft Using Hybrid Adaptive Super-Twisting Non-Singular Terminal Sliding Mode Control." *Journal of Space Science and Technology*, Vol. 16, No. 4, pp. 1-13, 2023 (in Persian), <https://doi.org/10.30699/jsst.2023.1365>.

with:

$$\mathbf{M}_{11} = \mathbf{J}_h + \mathbf{q}^T \mathbf{M}_{22} \mathbf{q}, \quad \mathbf{C}_{11} = 2\mathbf{q}^T \mathbf{M}_{22} \dot{\mathbf{q}}, \quad (2)$$

$$\mathbf{K}_{22} = \mathbf{K}_{22}^* - \dot{\theta}^2 \mathbf{M}_{22}$$

where \mathbf{q} is the generalized coordinate vector, \mathbf{M} is the system mass matrix, \mathbf{C} is the damping matrix, \mathbf{K} is the stiffness matrix, $\boldsymbol{\tau}_i$ is the input control actions, and d_i are external disturbances.

3. Hybrid adaptive STNSMC design

The control design procedure is a two-step task: design a sliding surface in which all the system states remain on it. The second step is designing an appropriate control law, which forces the states to approach the sliding surface in finite time. In this regard, the proposed sliding surface and the nonlinear control law (equivalent and auxiliary) are designed as:

$$\sigma(t) = \theta_e(t) + \frac{1}{\gamma} \dot{\theta}_e(t)^\alpha \quad (3)$$

$$\boldsymbol{\tau}_1 = \mathbf{M}_{12} \ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{C}_{11} \dot{\theta} - \gamma \frac{\beta}{\alpha} \mathbf{M}_{11} \dot{\theta}_e^{2-\frac{\alpha}{\beta}} + \lambda_1 |\sigma|^\varepsilon \text{sgn}(\sigma) + H + \hat{\mu} \quad (4)$$

with:

$$\dot{\hat{\mu}} = -|\mathcal{G}_1|^{-1} \Gamma^{-1} \mathbf{M}^T \boldsymbol{\Phi} \mathcal{G}, \quad \mathbf{M}^T = [-1 \quad 0] \quad (5)$$

$$\dot{H} = -\lambda_2 \text{sgn}(\sigma), \quad 0 < \varepsilon \leq 0.5$$

where $\hat{\mu} = k_1 \|\sigma\|$ is the adaptation law, $H \in R$, k_1 and λ_i are positive constant variables. For stability proof, defining the candidate positive Lyapunov function as $V(\mathcal{G}, \tilde{\mu}) = \mathcal{G}^T \boldsymbol{\Phi} \mathcal{G} + 0.5(\Gamma \tilde{\mu}^T \tilde{\mu})$ and with proper differentiation of $V(\mathcal{G}, \tilde{\mu})$ with respect to time and substitution of:

$$\mathcal{G}_1 = \sqrt{|\sigma|} \text{sgn}(\sigma), \quad \mathcal{G}_2 = H \quad \text{with } \mathcal{G} = [\mathcal{G}_1, \mathcal{G}_2]^T \quad (6)$$

into $V(\mathcal{G}, \tilde{\mu})$ we have $\dot{V}(\mathcal{G}, \tilde{\mu}) < 0$ (this complete the proof), where $\boldsymbol{\Phi}$ is the positive-definite matrix, and $\tilde{\mu} = \hat{\mu} - \mu$.

4. Hybrid adaptive STNSMC design

To implement the proposed ASTNSMC and to verify the effectiveness of the proposed technique, numerical simulations considering $J_h=236.7$ ($kg.m^2$), $r=0.1$ (m), $L=4$ (m), $E=1.015 \times 10^7$ (psi), and $\rho=1850$ (kg/m^3) is conducted. The control parameters for the ASTNSMC are considered to be: $\lambda_1=17$, $\lambda_2=0.005$, $\gamma=0.05$, $\alpha=5$, $\beta=3$, $\mu=0.01$, and $\varepsilon=0.5$.

The performance of the proposed ASTNSMC algorithm compared to NSMC in the form of time response of maneuvering angle, control action, and flexible body vibration is demonstrated in Fig. (1). As can be seen, the ASTNSMC has reached $\theta(t)=180$ (deg) with high accuracy after 170 seconds.

On the other hand, the NSMC allows faster convergence (150 seconds) with respect to ASTNSMC, but the error is quite evident at the angular velocity. One of the main criteria for evaluating system performance is the control effort (Figure (2-b)) and the excitation of vibrational modes of flexible panels (Figure (2-c)).

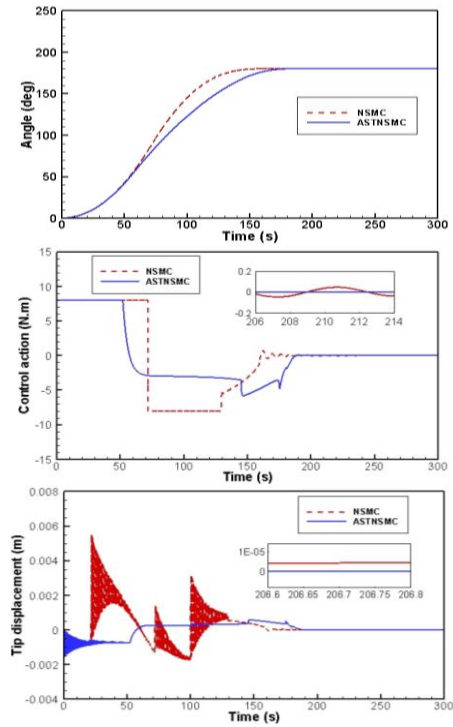


Figure 1. Time response of flexible spacecraft a) attitude angle b) control action and c) tip deflection

The vibrations of the flexible panels for the ASTNSMC follow the same relative pattern of control torque generated by the attitude actuators. This means that it has been able to suppress the vibrations caused by the actuators in the first 50 seconds.

5. Conclusion

This paper deals with designing a hybrid adaptive robust STNSMC for a large-angle attitude and vibration control of a flexible spacecraft. The proposed controller is designed to improve the convergence rate, suppress the vibrations of the flexible panel, and reduce the effects of the chattering phenomenon simultaneously. Moreover, it shows the least values for vibration excitation and also the least control effort in the final phase while maintaining the stability of the system.

6. References

- [1] Q. Yao, "Adaptive fuzzy neural network control for a space manipulator in the presence of output constraints and input nonlinearities," *Advances in Space Research*, vol. 67, pp. 1830-1843, 2021.
- [2] Y. Guo, B. Huang, S.-m. Song, A.-j. Li, and C.-q. Wang, "Robust saturated finite-time attitude control for spacecraft using integral sliding mode," *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, vol. 42, pp. 440-446, 2019.
- [3] Z. Wang, Y. Su, and L. Zhang, "A new nonsingular terminal sliding mode control for rigid spacecraft attitude tracking," *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, vol. 140, p. 051006, 2018.
- [4] Y. Yang, S. Qin, and P. Jiang, "A modified super-twisting sliding mode control with inner feedback and adaptive gain schedule," *International Journal of Adaptive Control and Signal Processing*, vol. 31, pp. 398-416, 2017.

کنترل مانور و ارتعاشات فضاپیماهای انعطاف‌پذیر با رویکرد ترکیبی مود لغزشی تطبیقی فراپیشی-ترمینال غیرتکین

ولی‌اله شاه بهرامی^۱، میلاد عظیمی^{۲*} و علیرضا علیخانی^۳

پژوهشگاه هوافضا وزارت علوم، تحقیقات و فناوری، تهران، ایران

*ایمیل نویسنده مخاطب: azimi.m@ari.ac.ir

چکیده

در این مقاله الگوریتم کنترل مقاومی مبتنی بر ترکیب قوانین مود لغزشی فراپیشی تطبیقی و ترمینال غیرتکین برای مانور وضعیت و ارتعاشات فضاپیماهای انعطاف‌پذیر با دینامیک کاملاً کوپل صلب-انعطاف‌پذیر توسعه داده شده است. قانون تطبیق توسعه داده شده در وهله اول نیاز به دانش اغتشاشات خارجی و نامعینی‌ها را حذف کرده، سپس با رویکرد فراپیشی، قانون کنترلی سوئیچینگ ترمینال غیر تکین با قابلیت تولید فرامین پیوسته کنترلی برای حذف پدیده چترینگ ارائه می‌دهد. همچنین مسئله تکینگی و دستیابی به همگرایی زمان محدود، با پیاده‌سازی الگوریتم مود لغزشی ترمینال غیرتکین را مرتفع ساخته است. قانون کنترل پیشنهادی فارغ از اثرات نامعینی‌ها، دینامیک کوپل صلب-انعطاف‌پذیر و اغتشاشات خارجی، حرکت بر روی سطح لغزش را با دقت‌های بالا برای فضاپیما در زمان محدود تضمین می‌کند. پایداری کلی و قوام سیستم کنترلی با به کارگیری تئوری لیاپانوف اثبات شده است. یکی از ویژگی‌های اساسی الگوریتم کنترل پیشنهادی، جلوگیری از تخمین بیش از حد بهره‌های کنترلی و همگرایی سریعتر نسبت به الگوریتم‌های رایج فراپیشی و ترمینال غیرتکین به تنهایی می‌باشد. شبیه‌سازی‌ها در قالب یک مطالعه مقایسه‌ای برای مانور با زاویه بزرگ، بیانگر مزیت کنترلر پیشنهادی از منظر عدم تحریک موده‌های فرکانس بالای بخش‌های انعطاف‌پذیر، دقت، سرعت همگرایی، کاهش چترینگ و تلاش کنترلی می‌باشد.

واژه‌های کلیدی: ارتعاشات، تطبیقی، فضاپیماهای انعطاف‌پذیر، فراپیشی، مود لغزشی ترمینال غیرتکین

مقدمه

فضاپیماهای مدرن امروزی اغلب مجهز به وصله‌های انعطاف‌پذیری مانند پنل‌های خورشیدی، آنتن‌های مخابراتی، بوم‌های گردان‌جاذبه و غیره می‌باشند که صلبیت فضاپیما را کاهش داده و منجر به افزایش انعطاف‌پذیری آنها می‌شود [۱-۴]. مانورهای بدنه صلب فضاپیماها می‌تواند منجر به تحریک ارتعاشات این وصله‌های انعطاف‌پذیر شده که نهایتاً دقت ماموریت‌های آنها را متأثر می‌سازد. همچنین اثرات کوپلینگ دینامیکی این وصله‌های انعطاف‌پذیر با بدنه صلب منجر به افزایش درجه غیرخطی بودن سیستم شده که مسئله کنترل و ردگیری در فضاپیماها را چالش برانگیز می‌کند [۵-۷]. از طرفی فرض نادیده

علائم و اختصارات

τ_i	سیگنال کنترلی
J_h	ممان اینرسی
h_p	ضخامت
L_p	طول
ρ_p	چگالی
E_p	مدول الاستیسیته
τ_i	سیگنال کنترلی
d_i	اغتشاشات خارجی

توسعه یافته زمان-محدود پیوسته از کنترل مود لغزشی ترمینال غیرتکین سریع با استفاده از منیفولد مبتنی بر شبکه عصبی چیشف پرداختند [۲۶]. یکی دیگر از روش‌های جایگزین تکنیک مود لغزشی کلاسیک، الگوریتم‌های فرایچه‌چی این خانواده می‌باشد [۲۷-۲۹]. از این الگوریتم به دلیل عدم نیاز آن به محاسبه مشتقات زمانی مرتبه بالا در سطوح لغزش، غالباً برای کاهش پدیده چترینگ استفاده شده است [۳۰]. به‌طور کلی، این الگوریتم تابع کنترل پیوسته‌ای را که متغیرهای لغزشی و مشتقات آن را در زمان محدود (و در حضور نامعینی‌های کراندار) به سمت صفر هدایت می‌کند، ایجاد کرده است [۳۱]. این الگوریتم مسئله قوام نسبت به اغتشاشات خارجی و کاهش خطاهای مدل‌سازی در عین کاهش پدیده چترینگ موجود در کنترلرهای مود لغزشی کلاسیک را تضمین کرده و نسبت به قوانین مود لغزشی مرتبه بالا دارای سرعت بالاتری می‌باشد.

شایان ذکر است که برای نامعینی‌ها در روش‌های فوق نیاز به تعریف کران می‌باشد که تعیین آن در واقعیت دشوار است. همچنین استفاده از روش‌های تطبیقی می‌تواند محدوده نامعینی‌ها را با استفاده از حالت‌های قابل دسترس سیستم به‌جای هر اطلاعات قبلی از اغتشاشات خارجی، تخمین بزند.

به عنوان مثال ما^۹ و همکاران مسئله نامعینی‌هایی مانند ممان اینرسی، انعطاف‌پذیری و خطاهای عملگرها را با استفاده از یک الگوریتم کنترل مقاوم تطبیقی در برابر خطا توسعه دادند [۳۲]. لی^{۱۰} و همکاران یک کنترل تطبیقی-فازی زمان محدود برای سیستم‌های غیرخطی چند ورودی-چندخروجی توسعه دادند [۳۳]. قابل ذکر است قوانین تطبیقی می‌توانند پیوستگی فرامین کنترلی را در برخورد با روش‌های کنترل مود لغزشی تضمین کنند. بنابراین مسئله چترینگ ایجاد شده به واسطه توابع سوئیچ در الگوریتم‌های مود لغزشی می‌تواند برطرف شود [۳۴-۳۶].

لو و زی^{۱۱} به ترکیب قانون مود لغزشی ترمینال سریع و یک قانون تطبیق برای کنترل مانور وضعیت فضاییما پرداختند [۳۷]. این قانون کنترلی مسئله چترینگ را بر طرف کرده و نسبت به نامعینی‌ها مقاوم می‌باشد. تیواری^{۱۲} و همکاران به طراحی یک قانون مود لغزشی تطبیقی مرتبه دوم انتگرالی برای کنترل مانور یک فضاییما صلب پرداختند [۳۸]. ژانگ^{۱۳} و همکاران برای حل مسئله تکینگی سیستم‌های غیرخطی، یک کنترل‌کننده زمان محدود تطبیقی مبتنی بر تئوری کنترل مود لغزشی ترمینال سریع طراحی کردند [۳۹].

گرفتن انعطاف‌پذیری در مدل دینامیکی آنها می‌تواند طراحی و ساخت سیستم‌های با نیازمندی دقت در عملکرد را دچار مشکل سازد [۸، ۹]. بنابراین طراحی کنترلرهای مقاوم برای کنترل همزمان بخش‌های صلب و انعطاف‌پذیر علاوه بر اهمیت بالا چالش دیگر در این حوزه محسوب می‌شود.

توسعه کنترلرهای وضعیت برای اجسام با دینامیک انعطاف‌پذیر مبتنی بر نحوه تعامل با ارتعاشات غیر قابل اندازه‌گیری، ترم‌های کوپلینگ صلب-انعطاف‌پذیر، نامعینی‌ها و اغتشاشات خارجی می‌باشد [۹، ۱۰]. از جمله رویکردهای موجود با سرعت و دقت بالا برای این مسئله استفاده از الگوریتم‌هایی مانند روش‌های حذف اغتشاشات فعال^{۱۴} [۱۱]، الگوریتم‌های تطبیقی [۱۲، ۱۳]، کنترل مود لغزشی [۱۴، ۱۵] و کنترل زمان محدود [۱۶] پیشنهاد شده‌اند.

هنگامی که بخش‌های انعطاف‌پذیر نسبت به بدنه صلب دوران می‌کنند، ساختار کلی فضاییما نیز با زمان تغییر می‌کند. در نتیجه، برخی از پارامترهای سیستم از جمله ماتریس اینرسی فضاییما و ضرایب کوپلینگ صلب-انعطاف‌پذیر نیز متغیر با زمان خواهند شد. بنابراین نامعینی‌های سیستم (به واسطه دقت‌های محاسباتی محدود و متغیر با زمان بودن) افزایش می‌یابد [۱۷].

کنترل مود لغزشی سیستم‌های غیرخطی در حضور نامعینی‌ها عملکرد مناسبی از خود نشان داده است [۱۸، ۱۹]. روش‌های مختلفی از خانواده کنترلرهای ساختار متغیر با سطوح لغزشی برای مسئله کنترل وضعیت فضاییماها پیشنهاد شده است که از جمله آن می‌توان به کنترل مود لغزشی انتگرالی [۲۰]، مود لغزشی مرتبه دوم [۲۱] مود لغزشی ترمینال^{۱۵} [۲۲]، مود لغزشی ترمینال غیرتکین و مود لغزشی فرایچه‌چی اشاره داشت. از این میان، کنترل مود لغزشی ترمینال غیرتکین، به واسطه حل مسئله تکینگی که وجود آن می‌تواند منجر به ورودی‌های کنترلی بدون کران (به واسطه توان کسری با علامت منفی در سطح لغزش غیرخطی) شود، عملکرد بسیاری مناسبی دارد [۲۳، ۲۴]. این روش کنترلی علاوه بر مزایای کنترلر مود لغزشی کلاسیک، افزایش عملکرد پایداری و افزایش سرعت همگرایی نزدیک منطقه (نقطه) تعادل سیستم را نیز به دنبال خواهد داشت.

مبین^{۱۶} و همکاران کنترل مود لغزشی ترمینال غیرتکین سریعی را به‌همراه یک مشاهده‌گر اغتشاشات توسعه دادند که به مسئله تحریک‌ناقصی^{۱۷} در کنترل مانور بازوی رباتیک پرداخته است [۲۵]. زو^{۱۸} و همکاران برای مسئله کنترل وضعیت یک فضاییما به طراحی یک روش

10. Li
11. Lu and Xia
12. Tiwari
13. Zhong

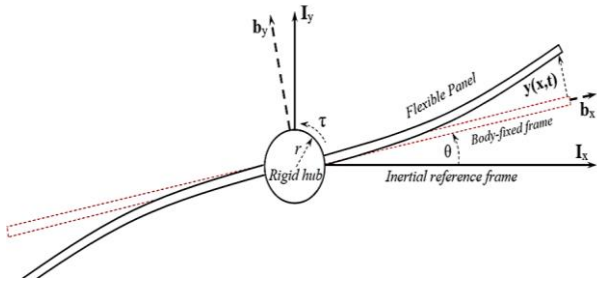
4. Active Disturbance Rejection Control
5. Terminal Sliding Mode Control
6. Mubayan
7. Under-Actuated
8. Zou
9. Ma

با توجه به بررسی‌های صورت گرفته، مراجع کمی به طراحی کنترل همزمان سیستم با دینامیک صلب و انعطاف پذیر پرداخته است. به این منظور در این مقاله به ارائه یک الگوریتم کنترل مقاوم دو بخشی متشکل از کنترل مود لغزشی فرایچشی و ترمینال غیرتکین و قانون تطبیق برای کنترل همزمان مانور و ارتعاشات پنل‌های انعطاف پذیر با در نظر گرفتن دینامیک کاملاً کوپل پرداخته شده است. به طوری که در آن قانون تطبیق امکان تخمین نامعینی‌ها، اغتشاشات خارجی و ارتعاشات غیر قابل اندازه‌گیری فضایی را ایجاد کرده، الگوریتم کنترلی مود لغزشی ترمینال غیرتکین منجر به حفظ پایداری و افزایش سرعت همگرایی سیستم شده و تئوری فرایچشی مسئله چترینگ را بدون تأثیر بر پارامترهای عملکرد سیستم مرتفع ساخته است. عملکرد الگوریتم‌های کنترل مقاوم پیشنهادی در قالب یک مطالعه مقایسه‌ای دقت رویکرد پیشنهادی در ردگیری زاویه مانور را با کمترین میزان گشتاور تولیدی و کمترین میزان تحریک بخش‌های انعطاف پذیر نسبت به سایر الگوریتم‌ها نمایش می‌دهد. قابل ذکر است ارائه رویکرد ترکیبی مود لغزشی تطبیقی فرایچشی-ترمینال غیرتکین برای حفظ عملکرد از منظر قوام در برابر اغتشاشات خارجی، نامعینی‌ها و دینامیک ناشی از ارتعاشات سازه‌ای، بدون چترینگ، همگرایی زمان محدود یک سیستم مرتبه دوم با دینامیک کاملاً کوپل و غیرخطی از جمله موارد بدیع در این مقاله به‌شمار می‌رود.

ساختار مقاله به این صورت در نظر گرفته شده است که مدل دینامیک کوپل صلب- انعطاف پذیر فضایی انعطاف پذیر در مانور تک محوره پس از مقدمه در بخش دوم ارائه شده است. الگوریتم ترکیبی مقاوم مود لغزشی فرایچشی- ترمینال غیرتکین و قانون تطبیق در بخش سوم توسعه داده شده است. شبیه‌سازی‌های عددی در قالب یک مطالعه مقایسه‌ای برای نمایش عملکرد الگوریتم‌های کنترلی پیشنهادی در بخش چهارم ارائه شده و در بخش پنجم مقاله با ارائه نتیجه‌گیری به اتمام رسیده است.

مدل سازی سیستم دینامیکی

فضایی در نظر گرفته شده در این مقاله شامل یک بدنه صلب و یک پنل انعطاف پذیر با ماموریت حفظ زاویه وضعیت در یک مانور سکون به سکون می‌باشد. بدنه اصلی به عنوان جسم صلب با شعاع r_h و ممان اینرسی J_h و هر پنل در قالب یک تیر یکسرگیردار با فرض تئوری تیر اویلر برنولی متشکل از e المان محدود با عرض w_p ، ضخامت d_p ، طول L_p ، چگالی ρ_p ، و مدول الاستیسیته E_p که در معرض تغییر شکل انعطاف پذیر عرضی



شکل ۱- مدل دینامیکی صلب- انعطاف پذیر فضایی

بردار سرعت یک نقطه انتخابی بر روی پنل انعطاف پذیر برابر است با:

$$\dot{\mathbf{R}}(x,t) = -(\dot{\theta}(t))x_b + (\dot{y}(x,t) + (x+r_h)\dot{\theta}(t))y_b \quad (1)$$

در معادله (۱) پارامتر x فاصله المان سازه‌ای تا محل اتصال به جسم صلب و $y(x,t)$ تغییر شکل اندازه‌گیری شده از محور x است. عبارت اول سمت راست تساوی در بخش دوم معادله (۱) سرعت جسم صلب در غیاب انعطاف پذیری و عبارت دوم سرعت ارتعاشات بخش الاستیک (از دید ناظر مختصات ثابت شده بر روی هاب) می‌باشد. انرژی‌های جنبشی، پتانسیل و کار نیروهای ناپایستار سیستم به ترتیب، به صورت زیر در نظر گرفته شده است [۴۰]:

$$T = \frac{1}{2} J_h \dot{\theta}(t)^2 + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^2 \int_0^{L_p} \rho_p \dot{y}_i(x,t)^2 dx \quad (2)$$

$$U = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^2 \int_0^{L_p} E_p I_p y_i''(x,t)^2 dx \quad (3)$$

$$\delta w_{nc} = ((\mathbf{F}_1) + (\mathbf{F}_2)) \delta \theta(t) + (\mathbf{F}_2) \delta y'(x,t)|_{L_p} \quad (4)$$

که در آن $F_1 = \tau_1 + d_1$ و $F_2 = \tau_2 + d_2$ به ترتیب ورودی گشتاور و نیروی وارد بر بخش‌های صلب و انعطاف پذیر می‌باشند (τ_i سیگنال کنترلی و d_i اغتشاشات خارجی و نامعینی‌های سیستم دینامیکی). با جایگذاری معادلات (۲) تا (۴) در اصل همیلتون توسعه یافته و گسسته‌سازی میدان جابه‌جایی $y(x,t)$ با رویکرد المان محدود با تعداد e المان به صورت معادله (۵) در نظر گرفته شده است:

$$y(x,t) = \sum_{i=1}^4 \Psi_i^e(x) q_i^e(t) = \Psi(x) \mathbf{q}(t) \quad (5)$$

معادله حرکت به صورت زیر استخراج می‌شود:

$$\begin{aligned} \dot{\sigma}(t) &= 0 \\ \dot{\theta}_e + \frac{1}{\gamma} \frac{\alpha}{\beta} \dot{\theta}_e^{\frac{\alpha}{\beta}-1} (-M_{11}^{-1}(\mathbf{M}_{12}\dot{\mathbf{q}} + C_{11}\dot{\theta} - \tau_1 - d_1)) &= 0 \\ M_{11}^{-1}\tau_1 \frac{1}{\gamma} \frac{\alpha}{\beta} \dot{\theta}_e^{\frac{\alpha}{\beta}-1} &= \\ \frac{1}{\gamma} \frac{\alpha}{\beta} \dot{\theta}_e^{\frac{\alpha}{\beta}-1} M_{11}^{-1}(\mathbf{M}_{12}\dot{\mathbf{q}} + C_{11}\dot{\theta} - d_1) - \dot{\theta}_e & \end{aligned} \quad (۹)$$

با بازنویسی معادله فوق بر حسب τ_1 داریم:

$$\tau_1 = \tau_{eq} = \mathbf{M}_{12}\dot{\mathbf{q}} + C_{11}\dot{\theta} - \gamma \frac{\alpha}{\beta} M_{11}\dot{\theta}_e^{2-\frac{\alpha}{\beta}} \quad (۱۰)$$

فرضیه ۱: مجموع اغتشاشات خارجی و نامعینی‌های d_1 محدود در نظر گرفته شده بطوریکه $\|d_1\| \leq \mu$ و μ مقدار ثابت مثبت نامعین است. در معادله (۱۰) ترم اغتشاشات که شامل پارامترهای نامعینی و اغتشاشات خارجی است وجود ندارد، لذا قانون کنترلی از عملکرد کاملی برخوردار نیست. بنابراین جهت برطرف کردن اثر اغتشاشات نامطلوب، بخش کمکی می‌بایست در نظر گرفته شود. همچنین فرض بر این است که مقدار $\hat{\mu}$ تخمینی از حدود μ بعنوان قانون تطبیق به‌صورت زیر تعریف شده است:

$$\hat{\mu} = k_1 \|\sigma\| \quad (۱۱)$$

که در آن k_1 ضریب ثابت مثبت است. بنابراین بخش کمکی τ_{aux} برای قانون کنترلی به‌صورت زیر تعریف شده است:

$$\tau_{aux} = -(\hat{\mu} \operatorname{sgn}(\sigma) + N \sigma) \quad (۱۲)$$

که در آن N یک ضریب ثابت مثبت است. ترم اول معادله (۱۲) قانون کنترلی تطبیق که اثر نامطلوب اغتشاشات را جبران کرده و ترم $N \sigma$ می‌تواند عملکرد و پایداری دینامیکی سیستم را بهبود بخشد. علاوه‌براین، این پارامتر خطاهای ناشی از اغتشاشات را نیز برطرف می‌کند. با افزایش مقدار N میزان تغییرات متغیر حالت سیستم کاهش می‌یابد، اگرچه با مقداری افزایش در میزان فراجهدش پاسخ زمانی همراه است. به عبارت دیگر با کاهش مقدار N ضریب بهره کنترلی کوچک شده و پاسخ نوسانی افزایش می‌یابد. به این ترتیب قانون کنترلی به‌صورت $\tau_1 = \tau_{eq} + \tau_{aux}$ تعریف می‌شود:

$$\begin{aligned} \tau_1 &= \mathbf{M}_{12}\dot{\mathbf{q}} + C_{11}\dot{\theta} - \gamma \frac{\beta}{\alpha} M_{11}\dot{\theta}_e^{2-\frac{\alpha}{\beta}} \\ &- (\hat{\mu} \operatorname{sgn}(\sigma) + N \sigma) \end{aligned} \quad (۱۳)$$

تئوری ۱: سطح لغزش σ تعریف شده در معادله (۸) را در نظر بگیرید. همچنین مقدار $\hat{\mu}$ تخمینی از μ بوده که به واسطه قانون کنترلی تطبیق تعریف شده در معادله (۱۱) صورت می‌پذیرد. حالت‌های سیستم با استفاده از قانون کنترلی تطبیق معادله (۱۳) به

$$\begin{aligned} \mathbf{M}_{ij} \begin{Bmatrix} \ddot{\theta} \\ \ddot{\mathbf{q}} \end{Bmatrix} + \operatorname{diag}(C_{11}, C_{22}) \begin{pmatrix} \dot{\theta} \\ \dot{\mathbf{q}} \end{pmatrix} + \operatorname{diag}(0, \mathbf{K}_{22}) \begin{pmatrix} \theta \\ \mathbf{q} \end{pmatrix} \\ = \operatorname{Col}(\tau_1 + d_1, \tau_2 + d_2) \quad i, j = 1, 2 \end{aligned} \quad (۶)$$

با:

$$\begin{aligned} \mathbf{M}_{11} &= J_h + \mathbf{q}^T \mathbf{M}_{22} \mathbf{q}, \quad C_{11} = 2\mathbf{q}^T \mathbf{M}_{22} \dot{\mathbf{q}}, \\ \mathbf{K}_{22} &= \mathbf{K}_{22}^* - \dot{\theta}^2 \mathbf{M}_{22} \end{aligned} \quad (۷)$$

که در آن $\Psi_i^e(x)$ توابع شکل چندجمله‌ای هرمیت و $q_i^e(t)$ تغییر شکل‌های عرضی و دورانی گره‌های سمت چپ و راست المان سازه می‌باشند.

کنترل ترکیبی مود لغزشی تطبیقی فرایپچشی ترمینال غیر تکین

همان‌طور که پیشتر اشاره شد، کنترل مود لغزشی کلاسیک یکی از روش‌های کنترل مقاوم در برابر اغتشاشات خارجی و نامعینی‌های سیستم می‌باشند. مهم‌ترین عیب این روش وجود چترینگ است که می‌تواند سیستم‌های با مختصات هیبرید (صلب-انعطاف‌پذیر) شامل مودهای فرکانس بالای بخش انعطاف‌پذیر را تحریک کرده و باعث کاهش دقت و گاهاً تشدید سیستم شود. جهت برطرف کردن چترینگ از الگوریتم‌های مرتبه بالای مود لغزشی استفاده می‌شود. شناخته شده‌ترین الگوریتم‌های این دسته کنترلرهای مرتبه دوم هستند. کنترل مود لغزشی ترمینال، الگوریتم مرتبه دومی است که از مزیت سرعت همگرایی در زمان محدود برخوردار است. عیب این کنترلر تکین شدن آن حول نقطه تعادل می‌باشد. الگوریتم کنترلی مود لغزشی ترمینال غیر تکین ناپیوسته مسئله تکینگی را با حفظ سرعت همگرایی در زمان محدود برطرف می‌کند. در این مقاله از رویکرد کنترلی تطبیقی فرایپچشی بر پایه الگوریتم ترمینال غیر تکین استفاده شده است که دارای مزیت‌هایی از قبیل سرعت همگرایی بالا، کاهش پدیده چترینگ، پایداری در زمان محدود و تطبیق پارامترهای کنترلی با شرایط نامعینی و حل مسئله تکینگی است. در طراحی این کنترلر دو مرحله مد نظر است: (۱) تعریف فاز رسیدن به سطح لغزش و (۲) طراحی سطح لغزشی که در زمان محدود تمامی حالت‌های سیستم را به مبدا همگرا نماید. به این ترتیب سطح لغزش ترمینال غیر تکین $\sigma(t)$ به‌صورت زیر تعریف می‌شود [۴۱]:

$$\sigma(t) = \theta_e(t) + \frac{1}{\gamma} \dot{\theta}_e^{\frac{\alpha}{\beta}}(t) \quad (۸)$$

که در آن α, β اعداد فرد مثبت با شرط $\alpha > \beta$ ، $\theta_e = \theta - \theta_d$ خطای زاویه وضعیت و θ_d مقدار زاویه مرجع تعریف شده‌اند. برای استخراج قانون کنترلی تناسبی τ_{eq} ، داریم $\dot{\sigma}(t) = 0$:

به این ترتیب همگرایی در زمان محدود در سطح $\sigma = 0$ با استفاده از قانون کنترل تطبیقی معادله (۱۳) حاصل می شود.

تئوری ۲: با اضافه کردن الگوریتم فرایچشی به قانون کنترل تطبیقی اثر پدیده چترینگ موجود در کنترل بدون اینکه اثری بر کارایی ردیابی خطا داشته باشد، برطرف می شود. به این منظور قانون کنترل تطبیقی مدل لغزشی غیرتکین با الگوریتم فرایچشی ترکیب می شود:

$$\tau_1 = \mathbf{M}_{12}\ddot{\mathbf{q}} + C_{11}\dot{\theta} - \gamma \frac{\beta}{\alpha} M_{11} \dot{\theta}_e^{2-\frac{\alpha}{\beta}} - M_{11} (\lambda_1 |\sigma|^\varepsilon \operatorname{sgn}(\sigma) + H + \dot{\mu}) \quad (18)$$

که در آن $H \in R$ و λ_1 و λ_2 ضرایب ثابت مثبت هستند:

$$\begin{aligned} \dot{\mu} &= -|\mathcal{G}|^{-1} \Gamma^{-1} \mathbf{M}^T \Phi \mathcal{G} \\ \dot{H} &= -\lambda_2 \operatorname{sgn}(\sigma), \quad 0 < \varepsilon \leq 0.5 \\ \mathbf{M}^T &= [-1 \quad 0] \end{aligned} \quad (19)$$

اثبات ۲: تابع مثبت لیپانوف پیشنهادی به صورت زیر تعریف می شود:

$$V(\mathcal{G}, \tilde{\mu}) = \mathcal{G}^T \Phi \mathcal{G} + \frac{1}{2} \Gamma \tilde{\mu}^T \tilde{\mu} \quad (20)$$

که در آن Γ عدد ثابت مثبت و Φ ماتریس مثبت معین و \mathcal{G} نیز به صورت $\mathcal{G} = [\mathcal{G}_1, \mathcal{G}_2]^T$ تعریف می شود. برای پارامترهای \mathcal{G}_1 و \mathcal{G}_2 داریم:

$$\begin{aligned} \mathcal{G}_1 &= |\sigma|^\varepsilon \operatorname{sgn}(\sigma) \\ \mathcal{G}_2 &= H \end{aligned} \quad (21)$$

به منظور حصول اطمینان از رسیدن H و σ به مبدا (در صورت همگرا به صفر شدن \mathcal{G}_1 و \mathcal{G}_2) در معادله (۲۱) از نسبت به زمان مشتق گرفته خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} \dot{\mathcal{G}} &= \begin{bmatrix} \dot{\mathcal{G}}_1 \\ \dot{\mathcal{G}}_2 \end{bmatrix} \Rightarrow \\ \begin{bmatrix} \frac{\partial \mathcal{G}_1}{\partial \sigma} \dot{\sigma} \\ \frac{\partial \mathcal{G}_2}{\partial H} \dot{H} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \frac{\dot{\sigma}}{2|\sigma|^{\frac{1}{2}}} \\ -\lambda_2 \operatorname{sgn}(\sigma) \end{bmatrix} = \frac{1}{|\mathcal{G}_1|} \begin{bmatrix} \frac{1}{2} \dot{\sigma} \\ -\lambda_2 \mathcal{G}_1 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (22)$$

با قرار دادن مقدار σ از معادله (۸) و مشتق آن در معادله (۲۲) خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} \dot{\mathcal{G}} &= \begin{bmatrix} \dot{\mathcal{G}}_1 \\ \dot{\mathcal{G}}_2 \end{bmatrix} = |\mathcal{G}_1|^{-1} \begin{bmatrix} \frac{1}{2} \left(\dot{\theta}_e + \frac{1}{\gamma} \frac{\alpha}{\beta} \dot{\theta}_e^{\frac{\alpha}{\beta}-1} \ddot{\theta}_e \right) \\ -\lambda_2 \mathcal{G}_1 \end{bmatrix} \\ &= |\mathcal{G}_1|^{-1} \begin{bmatrix} \frac{1}{2} \dot{\theta}_e + \frac{1}{2\gamma} \frac{\alpha}{\beta} \dot{\theta}_e^{\frac{\alpha}{\beta}-1} \\ \left(-\frac{1}{M_{11}} (\mathbf{M}_{12}\ddot{\mathbf{q}} + C_{11}\dot{\theta} - \tau_1 - d_1) \right) \\ -\lambda_2 \mathcal{G}_1 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (23)$$

سطح لغزش σ در زمان محدود همگرا شده و بر روی سطح لغزش قرار می گیرند.

اثبات ۱: با جایگذاری قانون کنترلی معادله (۱۳) در معادله (۹) خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} \dot{\sigma}(t) &= \dot{\theta}_e(t) + \frac{1}{\gamma} \frac{\alpha}{\beta} \dot{\theta}_e(t)^{\frac{\alpha}{\beta}-1} \\ &\quad \left(-M_{11}^{-1} (\mathbf{M}_{12}\ddot{\mathbf{q}} - C_{11}\dot{\theta} - \tau_1 - d_1) \right) \\ \dot{\sigma}(t) &= \dot{\theta}_e(t) + \frac{1}{\gamma} \frac{\alpha}{\beta} \dot{\theta}_e(t)^{\frac{\alpha}{\beta}-1} \\ &\quad \left[-M_{11}^{-1} (\mathbf{M}_{12}\ddot{\mathbf{q}} + C_{11}\dot{\theta} - \mathbf{M}_{12}\ddot{\mathbf{q}} - C_{11}\dot{\theta} \right. \\ &\quad \left. + \gamma \frac{\beta}{\alpha} \dot{\theta}_e(t)^{2-\frac{\alpha}{\beta}} M_{11} + \frac{1}{\gamma} \frac{\alpha}{\beta} \dot{\theta}_e(t)^{\frac{\alpha}{\beta}-1} + \right. \\ &\quad \left. (\dot{\mu} \operatorname{sgn}(\sigma) + N\sigma) \right] - d_1 \\ \dot{\sigma}(t) &= -(\dot{\mu} \operatorname{sgn}(\sigma) + N\sigma) + d_1 \end{aligned} \quad (14)$$

تابع مثبت لیپانوف به صورت زیر پیشنهاد می شود:

$$V = \frac{1}{2} \sigma^2 + \frac{1}{2} \eta \tilde{\mu}^2, \quad \eta = \frac{\alpha}{\beta} \quad (15)$$

که در آن $\tilde{\mu} = \hat{\mu} - \mu$. با مشتق گیری از تابع لیپانوف نسبت به زمان داریم:

$$\begin{aligned} \dot{V} &= \sigma \dot{\sigma} + \eta \tilde{\mu} \dot{\tilde{\mu}} \\ \dot{V} &= \sigma (-\mu \operatorname{sgn}(\sigma) - N\sigma + \sigma d_1) \\ &\quad + \eta (\hat{\mu} - \mu) \dot{\hat{\mu}} \\ \dot{V} &= \sigma d_1 - N\sigma^2 - \hat{\mu} \|\sigma\| + \eta (\hat{\mu} - \mu) k_1 \|\sigma\| \\ &\leq \|n(t)\| \|\sigma\| - (\hat{\mu}) \|\sigma\| + \eta (\hat{\mu} - \mu) k_1 \|\sigma\| \\ &\quad + \mu \|\sigma\| - \mu \|\sigma\| \\ &\leq -(\mu - \|d_1\|) \|\sigma\| - (1 - \eta k_1) (\hat{\mu} - \mu) \|\sigma\| \end{aligned} \quad (16)$$

با تعیین $\eta k_1 \leq 1$ و $\|d_1\| \leq \mu$ داریم:

$$\begin{aligned} \dot{V} &\leq -\sqrt{2} (\mu - \|d_1\|) \frac{\|\sigma\|}{\sqrt{2}} - \\ &\quad \sqrt{\frac{2}{\eta}} (1 - \eta k_1) (\hat{\mu} - \mu) \sqrt{\frac{2}{\eta}} \tilde{\mu} \|\sigma\| \\ &\leq -\min \left\{ \sqrt{2} (\mu - \|d_1\|), \sqrt{\frac{2}{\eta}} (1 - \eta k_1) \|\sigma\| \right\} \end{aligned} \quad (17)$$

$$\left(\frac{\|\sigma\|}{\sqrt{2}} + \sqrt{\frac{2}{\eta}} \tilde{\mu} \right) = -\psi \sqrt{V}$$

$$\psi = \min \left\{ \sqrt{2} (\mu - \|d_1\|), \sqrt{\frac{2}{\eta}} (1 - \eta k_1) \|\sigma\| \right\}$$

$$\begin{aligned} \dot{V}(\mathcal{G}, \tilde{\mu}) &= \frac{1}{2} |\mathcal{G}_1|^{-1} \dot{V}(\mathcal{G}) + |\mathcal{G}_1|^{-1} \mathcal{G}^T \Phi \mathbf{M} \tilde{\mu} + \Gamma \dot{\tilde{\mu}}^T \tilde{\mu} \\ &= -\frac{1}{2} |\mathcal{G}_1|^{-1} \mathcal{G}^T \zeta \mathcal{G} + |\mathcal{G}_1|^{-1} \mathcal{G}^T \Phi \mathbf{M} \tilde{\mu} + \Gamma \dot{\tilde{\mu}}^T \tilde{\mu} \end{aligned} \quad (29)$$

با انتخاب قانون تطبیق معادله (۱۹)، ترم $|\mathcal{G}_1|^{-1} \mathcal{G}^T \Phi \mathbf{M} + \Gamma \dot{\tilde{\mu}}^T$ از معادله (۲۹) حذف شده، بنابراین $\dot{V}(\mathcal{G}, \tilde{\mu}) < 0$. به این ترتیب با پیشنهاد الگوریتم کنترلی معادله (۱۸) حالت‌های سیستم ضمن حفظ پایداری، به سمت صفر همگرا می‌شوند. چنانچه قبلاً نیز اشاره شد، الگوریتم فرایچه‌چی تابع مناسبی جهت حذف پدیده چترینگ بوده بدون اینکه اثری بر پایداری سیستم داشته باشد. حال با توجه به ویژگی تابع لیاپانوف انتخابی معادله (۲۶)، تکنیکی در قانون تطبیقی را می‌توان با در نظر گرفتن ماتریس Φ به صورت زیر برطرف کرد:

$$\Phi = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & P' \end{bmatrix}, \quad P' > 0 \quad (30)$$

هم‌چنین به واسطه ساختار \mathbf{M} ، قانون تطبیق به صورت زیر ساده‌سازی می‌شود:

$$\dot{\tilde{\mu}} = \Gamma^{-1} \text{sgn}(\sigma) \quad (31)$$

شبیه‌سازی‌های کامپیوتری و تحلیل نتایج

برای پیاده‌سازی کنترلر پیشنهادی پارامترهای در نظر گرفته شده سیستم عبارتند از: برای بخش صلب، ممان اینرسی $J_h = 236.7 (Kg.m^2)$ ، شعاع $r = 0.1 (m)$ و برای بخش انعطاف‌پذیر از تئوری سازه‌های تیر اویلر برنولی با فرض $e=16$ و $L=4 (m)$ ، مدول یانگ $E = 1.015E10^7 (psi)$ و چگالی $\rho = 1850 (kg / m^3)$ در نظر گرفته شده است. شبیه‌سازی‌ها در محیط متلب/سیمولینک صورت پذیرفته است. پارامترهای در نظر گرفته شده برای طراحی کنترلر در شبیه‌سازی‌ها جهت تامین جابه‌جایی زاویه‌ای $\theta(t) = 180^\circ$ در قالب یک دوران سکون به سکون (از $\theta_i(t) = 0^\circ$ به $\theta_f(t) = 180^\circ$)، در جدول ۱ نمایش داده شده است. هم‌چنین برای اعمال گشتاور کنترلی، محدودیت (حد اشباع) $\theta(t) = 8 (N.m)$ در نظر گرفته شده است.

مقادیر اغتشاشات ناشی از گشتاور خارجی و نامعینی‌ها به صورت $d_1(t) = 0.003 \sin(0.05t) + 0.0015 \cos(0.02t) (N.m)$ و شرایط اولیه $\theta_i(t) = \dot{\theta}_i(t) = 0$ و $\mathbf{q}(t) = \dot{\mathbf{q}}(t) = \mathbf{0}$ در نظر گرفته شده است.

جدول ۱. پارامترهای کنترلی

ASTNSMC	STSMC	NSMC	پارامترهای کنترلی
17	17	-	λ_1
0.005	0.005	-	λ_2
0.05	-	0.05	γ

$$\begin{aligned} &= |\mathcal{G}_1|^{-1} \left[\begin{array}{c} \frac{1}{2} \dot{\theta}_e + \frac{1}{2\gamma} \frac{\alpha}{\beta} \dot{\theta}_e^{\frac{\alpha}{\beta}-1} \left(-\frac{1}{M_{11}} \{ \mathbf{M}_{12} \ddot{\mathbf{q}} + C_{11} \dot{\theta} - \right. \right. \\ \left. \left. \left[\mathbf{M}_{12} \ddot{\mathbf{q}} + C_{11} \dot{\theta} - \gamma \frac{\beta}{\alpha} M_{11} \dot{\theta}_e^{2-\frac{\alpha}{\beta}} \right] - d_1 \right) \right. \\ \left. - M_{11} \left(\lambda_1 |\sigma|^\epsilon \text{sgn}(\sigma) + H + \dot{\mu} \right) \right] - d_1 \\ &= |\mathcal{G}_1|^{-1} \left[\begin{array}{c} \frac{1}{2} \dot{\theta}_e + \frac{1}{2\gamma} \frac{\alpha}{\beta} \dot{\theta}_e^{\frac{\alpha}{\beta}-1} \\ \left(\gamma \dot{\theta}_e \frac{\beta}{\alpha} \dot{\theta}_e^{2-\frac{\alpha}{\beta}} - \lambda_1 |\sigma|^\epsilon \text{sgn}(\sigma) - H \right) \\ - \dot{\mu} - d_1 \\ - \lambda_2 \mathcal{G}_1 \end{array} \right] \\ &= |\mathcal{G}_1|^{-1} \left[\begin{array}{c} \frac{1}{2\gamma} \frac{\alpha}{\beta} \dot{\theta}_e^{\frac{\alpha}{\beta}-1} (-\lambda_1 \mathcal{G}_1 - \mathcal{G}_2 - d_1) \\ - \lambda_2 \mathcal{G}_1 \end{array} \right] \end{aligned}$$

با در نظر گرفتن محدوده بالای d_1 ، معادله (۲۳) را می‌توان به صورت زیر بازنویسی کرد:

$$\dot{\mathcal{G}} = |\mathcal{G}_1|^{-1} \left[\begin{array}{c} \frac{1}{2} \Theta_e (-\lambda_1 \mathcal{G}_1 - \mathcal{G}_2 - \tilde{\mu}) \\ - \lambda_2 \mathcal{G}_1 \end{array} \right], \quad \Theta_e = \frac{\alpha}{\gamma \beta} \dot{\theta}_e^{\frac{\alpha}{\beta}-1} \quad (24)$$

معادله (۲۴) را نیز می‌توان به صورت زیر بازنویسی کرد:

$$2|\mathcal{G}_1| \dot{\mathcal{G}} = \mathbf{S} \mathcal{G} + \mathbf{M} \tilde{\mu}, \quad \mathbf{S} = \begin{bmatrix} -\Theta_e \lambda_1 & -\Theta_e \\ 2\lambda_2 & 0 \end{bmatrix} \quad (25)$$

از طرفی تابع لیاپانوف $V(\mathcal{G})$ به صورت زیر پیشنهاد داده شده است:

$$V(\mathcal{G}) = \mathcal{G}^T \Phi \mathcal{G} \quad (26)$$

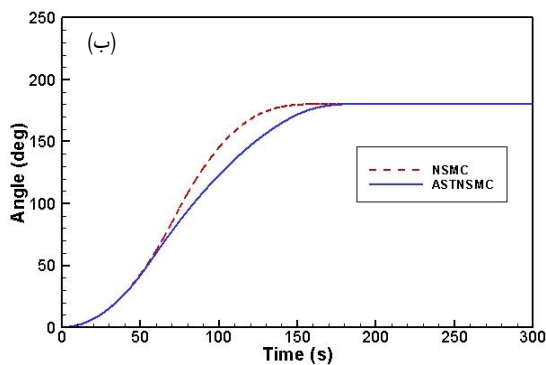
با مشتق‌گیری از تابع لیاپانوف معادله (۲۶) و استفاده از معادله (۲۵) داریم:

$$\begin{aligned} 2|\mathcal{G}_1| \dot{V}(\mathcal{G}) &= 2|\mathcal{G}_1| \dot{\mathcal{G}}^T \Phi \mathcal{G} + 2\mathcal{G}^T \Phi |\mathcal{G}_1| \dot{\mathcal{G}} \\ &= \mathcal{G}^T (\mathbf{S}^T \Phi + \Phi \mathbf{S}) \mathcal{G} + (\mathbf{M} \tilde{\mu})^T \Phi \mathcal{G} \\ &\quad + \mathcal{G}^T \Phi (\mathbf{M} \tilde{\mu}) \end{aligned} \quad (27)$$

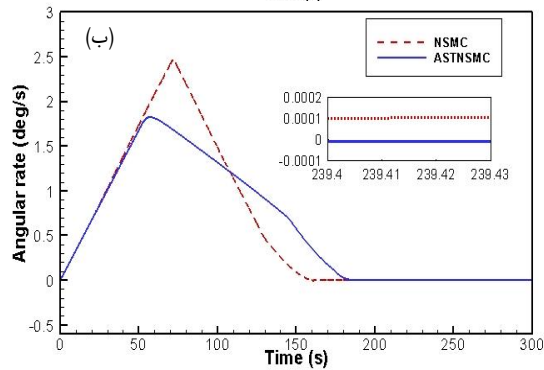
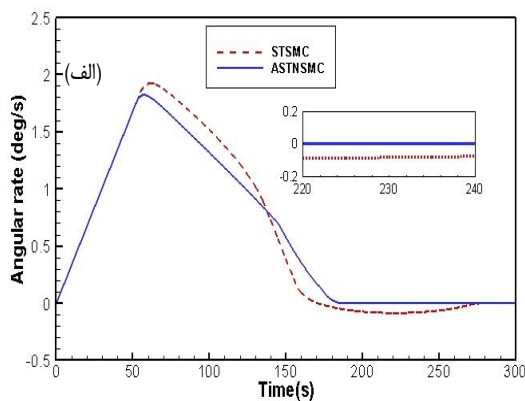
که در آن Φ یک ماتریس مثبت معین است اگر و تنها اگر \mathbf{S} هورویتز باشد. بنابراین در معادله (۲۷) نیاز است که:

$$\mathbf{S}^T \Phi + \Phi \mathbf{S} = -\zeta < 0 \quad (28)$$

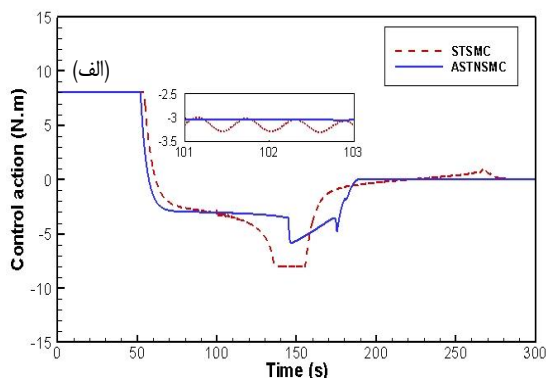
که در آن ζ یک ماتریس مثبت همگن است. با استفاده از معادله (۲۷) و مشتق زمانی معادله (۲۶) خواهیم داشت:



شکل ۲- زاویه دوران فضاییما، مقایسه الگوریتم مد لغزشی تطبیقی ترکیبی با (الف) مد لغزشی فرایچشی (ب) مد لغزشی ترمینال غیرتکنین



شکل ۳- سرعت زاویه‌ای فضاییما، مقایسه الگوریتم مد لغزشی تطبیقی ترکیبی با (الف) مد لغزشی فرایچشی (ب) مد لغزشی ترمینال غیرتکنین

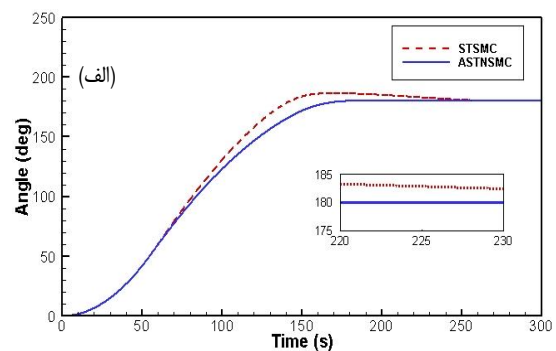


۵	-	5	α
3	-	3	β
0.01	-	-	μ
0.5	0.5	-	ε

عملکرد الگوریتم‌های کنترل ترکیبی $ASTNSMC$ ، $STSMC$ و $NSMC$ در قالب شبیه‌سازی‌های پاسخ زمانی زاویه مانور، سرعت زاویه‌ای، گشتاور خروجی عملگر کنترلی، ارتعاشات سازه انعطاف‌پذیر و پارامتر تطبیقی برای فضاییما انعطاف‌پذیر نمونه در شکل‌های (۲) تا (۷) ارائه و با یکدیگر مقایسه شده‌اند.

زاویه و سرعت زاویه‌ای بدنه صلب فضاییما برای الگوریتم کنترل پیشنهادی مد لغزشی تطبیقی ترکیبی ($ASTNSMC$) به ترتیب در شکل‌های (۲) و (۳) نشان داده و عملکرد آن با دو الگوریتم $STSMC$ و $NSMC$ مقایسه شده است. همانطور که از شبیه‌سازی‌ها مشهود است، کنترلر ترکیبی با دقت بسیار بالایی پس از گذشت ۱۷۰ ثانیه، مانور و سرعت زاویه‌ای $\dot{\theta}(t) = 0 \text{ (deg/s)}$ را ایجاد کرده است. قابل ذکر است، الگوریتم $NSMC$ امکان همگرایی سریعتری (۱۵۰ ثانیه) را نسبت به الگوریتم ترکیبی پیشنهادی ایجاد کرده اما مقدار خطای آن در سرعت زاویه‌ای کاملاً مشهود است. بطوریکه در همسایگی مقدار مطلوب همگرایی مجانبی ایجاد کرده است. رفتار الگوریتم فرایچشی در دستیابی به مقادیر مطلوب نیز کاملاً در شکل‌ها مشهود است.

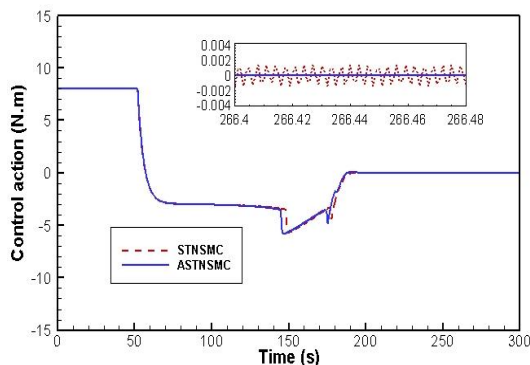
به‌طوری‌که سرعت همگرایی آن نسبت به دو الگوریتم دیگر کمتر بوده و پس از گذشت ۲۸۰ ثانیه به همسایگی مقادیر مطلوب نزدیک شده است. به‌رغم اختلافات و خطاهای مشاهده شده در نمودارهای دوران زاویه‌ای و سرعت آن، معیارهای دیگری برای ارزیابی کارایی الگوریتم‌های پیشنهادی وجود دارند که ارزیابی این مسئله را چند جانبه کرده است.



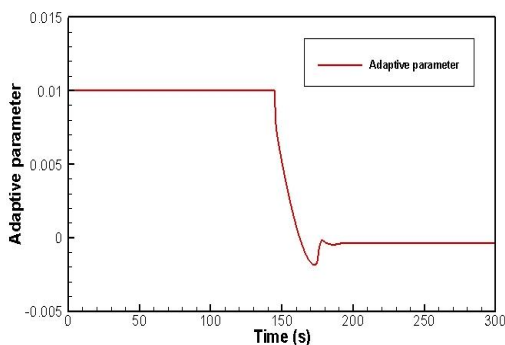
مودهای فرکانس بالای سیستم و نهایتاً کاهش دقت هدف‌گیری شود. مسئله تلاش کنترلی در الگوریتم NSMC تفاوت بیشتری نسبت به STSMC و کنترل ترکیبی پیشنهادی از خود نشان داده است.

به‌رغم سرعت بالاتر الگوریتم NSMC در رسیدن به زاویه هدف، هزینه لازم (گشتاور کنترلی و به تبع آن ولتاژ مصرفی) برای ایجاد این مانور را می‌توان در شکل (۴-ب) به وضوح مشاهده کرد (چه در بخش اول و چه در بخش میانی مانور). میزان نوسانات ایجاد شده توسط عملگرها در این الگوریتم به مراتب با فرکانس‌های پایین‌تری نسبت به الگوریتم STSMC می‌باشد. این مسئله می‌تواند طیف محدودتری از فرکانس‌های سازه‌ای را تحریک کند.

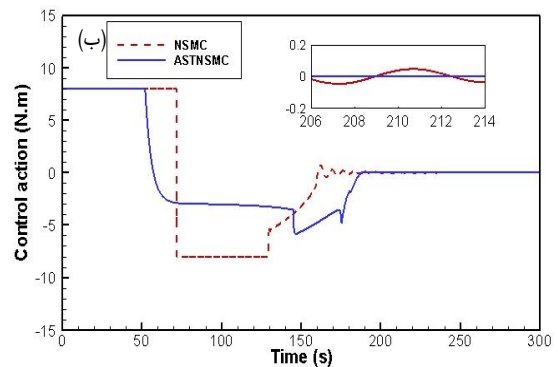
عملگرهای مولد گشتاور کنترلی در الگوریتم ترکیبی پیشنهادی صرفاً در ۵۰ ثانیه اول مانور با بیشترین توان مورد نیاز کار کرده و پس از آن با شیب تندی (طی ۱۰ ثانیه) گشتاور را کاهش داده و سپس به رفتار نسبتاً ملایم‌تری به تولید گشتاور پرداخته است. قابل ذکر است هر رفتار ناگهانی در تغییر میزان گشتاور می‌تواند به عنوان محرکی برای بخش‌های انعطاف‌پذیر و تاثیرگذار بر ترم‌های کوپلینگ سیستم داشته باشد (می‌تواند فرکانس دینامیک با مقیاس سریع سیستم را تحریک کند). این رفتار را می‌تواند در شکل‌های (۵) مشاهده کرد.



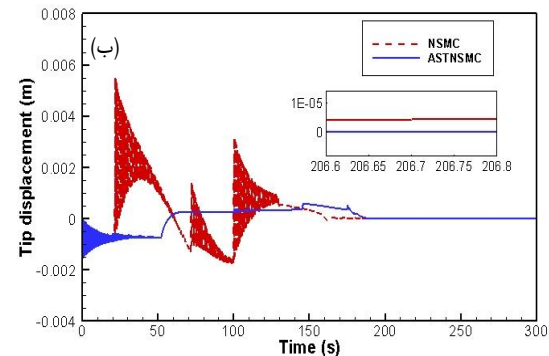
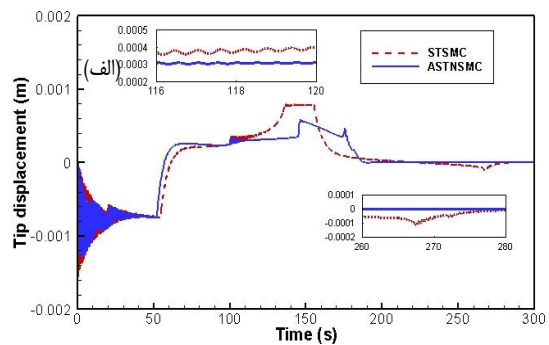
شکل ۶- تغییرات گشتاور کنترلی، مقایسه الگوریتم مود لغزشی تطبیقی ترکیبی با الگوریتم ترکیبی



شکل ۷- تغییرات پارامتر تطبیقی



شکل ۴- گشتاور کنترلی مانور وضعیت فضاییما، مقایسه الگوریتم مود لغزشی تطبیقی ترکیبی با الف) مود لغزشی فرایپجشی ب) مود لغزشی ترمینال غیرتکین



شکل ۵- ارتعاشات انتهای آزاد پانل فضاییما، مقایسه الگوریتم مود لغزشی تطبیقی ترکیبی با الف) مود لغزشی فرایپجشی ب) مود لغزشی ترمینال غیرتکین

از جمله اصلی‌ترین این معیارها، ارزیابی سیستم از منظر میزان تلاش کنترلی (شکل ۴) و تحریک مودهای ارتعاشی پانل‌های انعطاف‌پذیر (شکل ۵) می‌باشد. همانطور که در شکل‌های (۴) می‌توان مشاهده کرد، به‌رغم شباهت نسبی الگوریتم STSMC به کنترل ترکیبی پیشنهادی در ۱۰۰ ثانیه اول مانور، کنترل STSMC به مدت ۸۰ ثانیه (بین زمان ۱۰۰ تا ۱۸۰) رفتاری متفاوت دارد. این رفتار شامل نوسانات ناشی از اغتشاشات خارجی و اثر کوپلینگ بخش‌های انعطاف‌پذیر می‌باشد که باعث پرکاری کنترلر وضعیت نسبت به الگوریتم پیشنهادی شده است. این مسئله در فاز رسیدن نیز به وضوح قابل مشاهده است، که می‌تواند باعث تحریک

از حدود نامعینی‌ها و اغتشاشات را با افزایش قوام در برابر آنها از بین برده است. اثر چترینگ موجود در الگوریتم‌های مود لغزشی محسوس بوده که اثر آن در دینامیک‌های با مقیاس زمانی سریع می‌تواند مخرب باشد. الگوریتم پیشنهادی ضمن حفظ پایداری سیستم، کمترین میزان تحریک نوسانات بخش‌های انعطاف‌پذیر و همچنین کمترین تلاش کنترلی در فاز نهایی (رسیدن به زاویه مطلوب) را نمایش داده است. نتایج حاصل از شبیه‌سازی‌های عددی در قالب یک مطالعه مقایسه‌ای با استفاده از روش گسسته‌سازی اجزاء محدود برای بخش انعطاف‌پذیر، عملکرد کنترلر پیشنهادی را نشان داده است.

تعارض منافع

هیچ‌گونه تعارض منافع توسط نویسندگان بیان نشده است.

مراجع

- [1] C. Zhong, Z. Chen, and Y. Guo, "Attitude control for flexible spacecraft with disturbance rejection," *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, vol. 53, no. 1, pp. 101-110, 2017, doi: [10.1109/TAES.2017.2649259](https://doi.org/10.1109/TAES.2017.2649259).
- [2] Q. Shen, C. Yue, and C. H. Goh, "Velocity-free attitude reorientation of a flexible spacecraft with attitude constraints," *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, vol. 40, no.5, pp. 1293-1299, 2017, doi: <https://doi.org/10.2514/1.G002129>.
- [3] C. Liu, X. Yue, K. Shi, and Z. Sun, "Inertia-free attitude stabilization for flexible spacecraft with active vibration suppression," *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, vol. 29, no. 18, pp. 6311-6336, 2019, doi: <https://doi.org/10.1002/rnc.4742>.
- [4] S. M. Amr, M. U. Nabi, and A. Iqbal, "An event-triggered robust attitude control of flexible spacecraft with modified rodriques parameters under limited communication," *IEEE Access*, vol. 7, pp. 93198-93211, 2019. doi: <https://doi.org/10.1109/ACCESS.2019.2927616>.
- [5] M. Azimi and E. F. Joubaneh, "Dynamic modeling and vibration control of a coupled rigid-flexible high-order structural system: A comparative study," *Aerospace Science and Technology*, vol. 102, p. 105875, 2020, doi: <https://doi.org/10.1016/j.ast.2020.105875>.
- [6] L. Fan, H. Huang, L. Sun, and K. Zhou, "Robust attitude control for a rigid-flexible-rigid microsatellite with multiple uncertainties and input saturations," *Aerospace Science and Technology*, vol. 95, p. 105443, 2019, doi: <https://doi.org/10.1016/j.ast.2019.105443>.
- [7] F. Cao and J. Liu, "Boundary control for a constrained two-link rigid-flexible manipulator with prescribed performance," *International Journal of*

همان‌طور که می‌توان مشاهده کرد، ارتعاشات انتهای پانل‌های انعطاف‌پذیر برای الگوریتم STSMC همان‌گویی نسبتاً ملایم گشتاور کنترلی تولید شده توسط عملگرهای وضعیت را دنبال می‌کند. به این معنی که توانسته است در ۵۰ ثانیه اول ارتعاشات ناشی از فرمان دوران را به واسطه میرایی سازه‌ای و همچنین وجود پارامترهای انعطاف‌پذیر در ساختار کنترلی میرا کند. جهش‌هایی که در ادامه نسبت به الگوریتم ترکیبی پیشنهادی مشاهده می‌شود دقیقاً به واسطه رفتار گشتاور کنترلی می‌باشد. این تحریک در الگوریتم NSMC به وضوح قابل مشاهده است. به‌طوری‌که دامنه ارتعاشات در ثانیه‌های ۲۵، ۷۰ و ۱۰۰ نشان از ضعف این الگوریتم نسبت به دو الگوریتم دیگر در کاهش ارتعاشات دارد. همچنین خطای باقی‌مانده در آن حتی پس از پایان مانور نیز به چشم می‌خورد.

برای نمایش قابلیت الگوریتم تطبیق طراحی شده در قانون ترکیبی پیشنهادی، سابقه گشتاور کنترلی این دو الگوریتم در شکل (۶) با هم مقایسه شده است. قابلیت الگوریتم تطبیقی و قوام آن در برابر اغتشاشات خارجی در فازهای انتهایی مانور که دقت سیستم در آن از اهمیت بالایی برخوردار است در مقایسه با الگوریتم ترکیبی بدون در نظر گرفتن قانون تطبیق نمایش داده شده است. قابل ذکر است مرتبه خطا $\pm 0.001(N.m)$ می‌باشد. اگرچه قانون ترکیبی بدون در نظر گرفتن الگوریتم تطبیق هم رفتار نسبتاً مشابهی از خود نشان می‌دهد، باید به این نکته توجه داشت که برای ارضاء نیازمندی در ماموریت‌های با دقت بالا، استفاده از الگوریتم تطبیقی ترکیبی پیشنهادی ارجح است. میزان تغییر در پارامتر تطبیق نیز در شکل (۷) نمایش داده شده است. از جمله نکات قابل توجه، حذف پدیده چترینگ در کنترلر ترکیبی پیشنهادی می‌باشد که به واسطه وجود مشتق زمانی پارامتر H ، تنظیم ضریب اثر آن با پارامتر λ_2 و پیوسته بودن ساختار سیگنال کنترلی پس از فرایند ترکیب می‌باشد.

نتیجه‌گیری

این مقاله به طراحی کنترل مقاوم تطبیقی ترکیبی مود لغزشی فرایچشی ترمینال غیرتکین برای مانور زاویه بزرگ یک فضایی‌های انعطاف‌پذیر با دینامیک کاملاً کوپل و غیرخطی صلب-انعطاف‌پذیر پرداخته است. کارایی کنترل تطبیقی ترکیبی پیشنهادی با کنترل مود لغزشی ترمینال غیرتکین و الگوریتم فرایچشی بررسی شده است. کنترلر پیشنهادی با هدف افزایش سرعت همگرایی (زمان محدود) زاویه مانور و ارتعاشات پانل انعطاف‌پذیر از یک طرف و کاهش اثرات پدیده چترینگ از طرف دیگر طراحی شده است. الگوریتم فرایچشی به منظور کاهش و حذف اثرات نامطلوب چترینگ طراحی شده، الگوریتم مود لغزشی ترمینال غیرتکین وظیفه افزایش سرعت همگرایی زمان محدود و تامین ملاحظات قوام (در حضور اغتشاشات خارجی و نامعینی‌های محدود) را به عهده دارد و قانون تطبیق نیاز به دانش

- [19] H. Gui and G. Vukovich, "Adaptive integral sliding mode control for spacecraft attitude tracking with actuator uncertainty," *Journal of the Franklin Institute*, vol. 352, no. 12, pp. 5832-5852, 2015, doi: <https://doi.org/10.1016/j.jfranklin.2015.10.001>.
- [20] Y. Guo, B. Huang, S.-m. Song, A.-j. Li, and C.-q. Wang, "Robust saturated finite-time attitude control for spacecraft using integral sliding mode," *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, vol. 42, no. 2, pp. 440-446, 2019, doi: <https://doi.org/10.2514/1.G003520>.
- [21] L. Qing, L. Lei, D. Yifan, T. Shuo, and Z. Yanbin, "Twistor-based synchronous sliding mode control of spacecraft attitude and position," *Chinese Journal of Aeronautics*, vol. 31, no. 5, pp. 1153-1164, 2018, <https://doi.org/10.1016/j.cja.2018.03.003>.
- [22] Y. Guo, S.-M. Song, X.-H. Li, and P. Li, "Terminal sliding mode control for attitude tracking of spacecraft under input saturation," *Journal of Aerospace Engineering*, vol. 30, no. 3, p. 06016006, 2017, doi: [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)AS.1943-5525.0000691](https://doi.org/10.1061/(ASCE)AS.1943-5525.0000691).
- [23] Z. Wang, Y. Su, and L. Zhang, "A new nonsingular terminal sliding mode control for rigid spacecraft attitude tracking," *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, vol. 140, no. 5, p. 051006, 2018, doi: <https://doi.org/10.1115/1.4038094>.
- [24] A. Modirrousta and M. Khodabandeh, "Adaptive non-singular terminal sliding mode controller: new design for full control of the quadrotor with external disturbances," *Transactions of the Institute of Measurement and Control*, vol. 39, no. 3, pp. 371-383, 2017, doi: <https://doi.org/10.1177/0142331215611210>.
- [25] S. Mobayen, S. Mostafavi, and A. Fekih, "Non-singular fast terminal sliding mode control with disturbance observer for underactuated robotic manipulators," *IEEE Access*, vol. 8, pp. 198067-198077, 2020, doi: [10.1109/ACCESS.2020.3034712](https://doi.org/10.1109/ACCESS.2020.3034712).
- [26] A.-M. Zou, K. D. Kumar, Z.-G. Hou, and X. Liu, "Finite-time attitude tracking control for spacecraft using terminal sliding mode and Chebyshev neural network," *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part B (Cybernetics)*, vol. 41, no. 4, pp. 950-963, 2011, doi: [10.1109/TSMCB.2010.2101592](https://doi.org/10.1109/TSMCB.2010.2101592).
- [27] X. Zhang, W. Hu, C. Wei, and T. Xu, "Nonlinear disturbance observer based adaptive super-twisting sliding mode control for generic hypersonic vehicles with coupled multisource disturbances," *European Journal of Control*, vol. 57, pp. 253-262, 2021, doi: <https://doi.org/10.1016/j.ejcon.2020.06.001>.
- [28] Y. Wang, J. Chen, F. Yan, K. Zhu, and B. Chen, "Adaptive super-twisting fractional-order nonsingular terminal sliding mode control of cable-driven manipulators," *ISA transactions*, vol. 86, pp. 163-180, 2019, doi: <https://doi.org/10.1016/j.isatra.2018.11.009>.
- [29] A. Goel, S. Mobayen, and A. Fekih, "A homogeneous extended state estimator-based super-*Control*, vol. 91, no. 5, pp. 1091-1103, 2018, doi: <https://doi.org/10.1080/00207179.2017.1305513>.
- [8] H. R. Shafei, M. Bahrami, and H. A. Talebi, "Design of adaptive optimal robust control for two-flexible-link manipulators in the presence of matched uncertainties," *Journal of Vibration and Control*, vol. 27, no. 5-6, pp. 612-628, 2021, doi: <https://doi.org/10.1177/1077546320932028>.
- [9] A. Souza and L. Souza, "Design of a controller for a rigid-flexible satellite using the H-infinity method considering the parametric uncertainty," *Mechanical Systems and Signal Processing*, vol. 116, pp. 641-650, 2019, doi: <https://doi.org/10.1016/j.ymsp.2018.07.002>.
- [10] Y. Miao, F. Wang, and M. Liu, "Anti-disturbance backstepping attitude control for rigid-flexible coupling spacecraft," *IEEE Access*, vol. 6, pp. 50729-50736, 2018, doi: [10.1109/ACCESS.2018.2868074](https://doi.org/10.1109/ACCESS.2018.2868074).
- [11] R. Fareh, M. Al-Shabi, M. Bettayeb, and J. Ghommam, "Robust active disturbance rejection control for flexible link manipulator," *Robotica*, vol. 38, no. 1, pp. 118-135, 2020, doi: <https://doi.org/10.1017/S026357471900050X>.
- [12] Q. Yao, "Adaptive fuzzy neural network control for a space manipulator in the presence of output constraints and input nonlinearities," *Advances in Space Research*, vol. 67, no. 6, pp. 1830-1843, 2021, doi: <https://doi.org/10.1016/j.asr.2021.01.001>.
- [13] Y. Ma, H. Ren, G. Tao, and B. Jiang, "Adaptive Compensation for Actuation Sign Faults of Flexible Spacecraft," *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, vol. 57, no.2, pp. 1288-1300, 2020, doi: [10.1109/TAES.2020.3040518](https://doi.org/10.1109/TAES.2020.3040518).
- [14] C. Zhou and D. Zhou, "Robust dynamic surface sliding mode control for attitude tracking of flexible spacecraft with an extended state observer," *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part G: Journal of Aerospace Engineering*, vol. 231, no. 3, pp. 533-547, 2017, doi: <https://doi.org/10.1177/0954410016640822>.
- [15] Z. Xie, T. Sun, T. Kwan, and X. Wu, "Motion control of a space manipulator using fuzzy sliding mode control with reinforcement learning," *Acta Astronautica*, vol. 176, pp. 156-172, 2020, doi: <https://doi.org/10.1016/j.actaastro.2020.06.028>.
- [16] X. Zhang, Q. Zong, L. Dou, B. Tian, and W. Liu, "Finite-time attitude maneuvering and vibration suppression of flexible spacecraft," *Journal of the Franklin Institute*, vol. 357, no. 16, pp. 11604-11628, 2020, doi: <https://doi.org/10.1016/j.jfranklin.2019.09.003>.
- [17] M.R. Chegini, H. Sadati, and H. Salarieh, "Chaos analysis in attitude dynamics of a flexible satellite," *Nonlinear Dynamics*, vol. 93, pp. 1421-1438, 2018, doi: <https://doi.org/10.1007/s11071-018-4269-z>.
- [18] L. Sun and Z. Zheng, "Adaptive sliding mode control of cooperative spacecraft rendezvous with coupled uncertain dynamics," *Journal of Spacecraft and Rockets*, vol. 54, no.3, pp. 652-661, 2017. doi: <https://doi.org/10.2514/1.A33744>.

- Systems*, vol. 17, no.3, p. 1729881420925295, 2020, doi: <https://doi.org/10.1177/1729881420925295> .
- [36] V. T. Nguyen, C. Y. Lin, S. F. Su, and Q. V. Tran, "Adaptive chattering free neural network based sliding mode control for trajectory tracking of redundant parallel manipulators," *Asian Journal of Control*, vol. 21, o. 2, pp. 908-923, 2019, doi: <https://doi.org/10.1002/asjc.1789> .
- [37] K. Lu and Y. Xia, "Adaptive attitude tracking control for rigid spacecraft with finite-time convergence," *Automatica*, vol. 49, no.12, pp. 3591-3599, 2013, doi: <https://doi.org/10.1016/j.automatica.2013.09.001> .
- [38] P. M. Tiwari, S. u. Janardhanan, and M. un Nabi, "Rigid spacecraft attitude control using adaptive integral second order sliding mode," *Aerospace Science and Technology*, vol. 42, pp. 50-57, 2015, doi: <https://doi.org/10.1016/j.ast.2014.11.017> .
- [39] C. Zhong, L. Wu, J. Guo, Y. Guo, and Z. Chen, "Robust adaptive attitude manoeuvre control with finite-time convergence for a flexible spacecraft," *Transactions of the Institute of Measurement and Control*, vol. 40, no. 2, pp. 425-435, 2018, doi: <https://doi.org/10.1177/0142331216659337> .
- [40] S. Singh, E. Taheri, and J. Junkins, "A hybrid optimal control method for timeoptimal slewing maneuvers of flexible spacecraft," in *The AAS/AIAA Astrodynamics Specialist Conference, Snowbird, Utah*, 2018.
- [41] C.-K. Lin, "Nonsingular terminal sliding mode control of robot manipulators using fuzzy wavelet networks," *IEEE transactions on fuzzy systems*, vol. 14, no.6, pp. 849-859, 2006, doi: [10.1109/TFUZZ.2006.879982](https://doi.org/10.1109/TFUZZ.2006.879982) .
- twisting sliding mode compensator for matched and unmatched uncertainties," *Measurement and Control*, vol. 54, no. 3-4, pp. 494-505, 2021, doi: <https://doi.org/10.1177/0020294020922273> .
- [30] Y. Yang, S. Qin, and P. Jiang, "A modified super-twisting sliding mode control with inner feedback and adaptive gain schedule," *International Journal of Adaptive Control and Signal Processing*, vol. 31, no. 3, pp. 398-416, 2017, doi: <https://doi.org/10.1002/acs.2706> .
- [31] Y. Zhang, S. Tang, and J. Guo, "Adaptive-gain fast super-twisting sliding mode fault tolerant control for a reusable launch vehicle in reentry phase," *ISA transactions*, vol. 71, pp. 380-390, 2017, doi: <https://doi.org/10.1016/j.isatra.2017.08.012> .
- [32] Y. Ma, B. Jiang, G. Tao, and Y. Cheng, "Uncertainty decomposition-based fault-tolerant adaptive control of flexible spacecraft," *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, vol. 51, no. 2, pp. 1053-1068, 2015, doi: [10.1109/TAES.2014.130032](https://doi.org/10.1109/TAES.2014.130032) .
- [33] Y. Li, K. Li, and S. Tong, "Finite-time adaptive fuzzy output feedback dynamic surface control for MIMO nonstrict feedback systems," *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, vol. 27, no. 1, pp. 96-110, 2018, doi: [10.1109/TFUZZ.2018.2868898](https://doi.org/10.1109/TFUZZ.2018.2868898) .
- [34] S. Xu, N. Cui, Y. Fan, and Y. Guan, "Flexible satellite attitude maneuver via adaptive sliding mode control and active vibration suppression," *AIAA Journal*, vol. 56, no. 10, pp. pp 4205-4212, 2018, doi: <https://doi.org/10.2514/1.J057287> .
- [35] L. Wan, G. Chen, M. Sheng, Y. Zhang, and Z. Zhang, "Adaptive chattering-free terminal sliding-mode control for full-order nonlinear system with unknown disturbances and model uncertainties," *International Journal of Advanced Robotic*