

Miss Distance Analysis of First-Order Explicit Guidance Law with/without Radome Effect

Amirhossein Mirzaei¹ , S. Hamid Jalali-Naini^{2*}  and Ali Arabian Arani³

1. Ph.D. Student, Department of Mechanical Engineering, Tarbiat Modares University, Tehran, Iran
2. Associate Professor, Department of Mechanical Engineering, Tarbiat Modares University, Tehran, Iran
3. Ph.D. Student, Department of Mechanical Engineering, Tarbiat Modares University, Tehran, Iran

*Corresponding Author's E-mail: shjalalinaini@modares.ac.ir

Abstract

The miss distance analysis of the first-order explicit guidance law (EGL) is carried out using linearized equation of motion in the normalized form in order to obtain normalized miss distance curves. The initial heading error, constant target acceleration, acceleration limit, radome refraction error, and fifth-order binomial control system are considered. Moreover, body rate feedback is added to the explicit guidance law as a well-known classical compensation method of the radome effect as in proportional navigation. The analysis is performed for different values of the power of the alpha function, defined as the time decrease rate of the zero-effort miss to unit control input. As a special case, the EGL with unit power gives the first-order optimal guidance strategy for minimizing the integral of the square of the commanded acceleration during the total flight time. For the performance/stability analysis, the rms miss distance versus turning rate time constant and radome slope can be plotted for different values of the power of alpha function.

Keywords: Terminal guidance, Explicit guidance, Optimal guidance, Miss distance analysis, Radome refraction



COPYRIGHTS

© 2022 by the authors. Published by Aerospace Research Institute. This article is an open access article distributed under the terms and conditions of [the Creative Commons Attribution 4.0 International \(CC BY 4.0\)](https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/).

How to cite this article:

A. Mirzaei, S. H. Jalali-Naini and A. Arabian Arani, "Miss Distance Analysis of First-Order Explicit Guidance Law with/without Radome Effect," *Journal of Space Science and Technology*, Vol. 15, No. 4, pp. 1-18, 2022 (in Persian), <https://doi.org/10.30699/jsst.2022.1385>.

تحلیل فاصله خطای قانون هدایت صریح مرتبه اول با/بدون اثر رادوم

امیرحسین میرزایی^۱، سید حمید جلالی نائینی^{۲*}، علی عربیان آرانی^۳

دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه تربیت مدرس، تهران، ایران

*ایمیل نویسنده مخاطب: shjalalinaini@modares.ac.ir

چکیده

در این مقاله، تحلیل فاصله خطای قانون هدایت صریح مرتبه اول با استفاده از معادلات خطی شده به صورت بی بعد به منظور به دست آوردن منحنی‌های بی بعد فاصله خطا ارائه می‌شود. اثر انحراف سمت اولیه، هدف مانوری با شتاب ثابت، محدودیت شتاب رهگیر، خطای اثر رادوم و همچنین سیستم کنترل دوجمله‌ای مرتبه پنجم در تحلیل حاضر لحاظ شده است. علاوه بر این، بازخورد نرخ زاویه بدنی به رابطه قانون هدایت صریح به عنوان یک روش جبران کلاسیک شناخته شده اثر رادوم، اضافه شده است. این تحلیل برای مقادیر مختلف توان تابع آلفا که به عنوان نرخ کاهش خطای تلاش صفر به ازای ورودی کنترل واحد تعریف می‌شود، انجام شده است. در حالت خاص، قانون هدایت صریح به ازای تابع آلفا با توان واحد، منجر به استراتژی هدایت بهینه مرتبه اول برای کمینه‌سازی معیار عملکرد انتگرال مجذور دستور شتاب در کل زمان پرواز می‌شود. با استفاده از ترسیم نمودارهای بی بعد ریشه مجذور فاصله خطا بر حسب ثابت زمانی نرخ چرخش خطادید و ضریب شیب رادوم، تحلیل عملکردی/پایداری به ازای مقادیر مختلف توان تابع آلفا حاصل می‌شود.

واژه‌های کلیدی: هدایت پایانی، هدایت صریح، هدایت بهینه، تحلیل فاصله خطا، اثر رادوم

علائم و اختصارات

t_{go}	زمان باقیمانده تا اصابت به هدف		شتاب اشباع
t_f	زمان اصابت به هدف	A_{sat}	ضریب سرعت زاویه‌ای بدنی رهگیر
T_j, T	ثابت زمانی اجزا و معادل سیستم کنترل	K_B	ضریب متغیر با زمان در قانون هدایت
T_α	ثابت زمانی نرخ چرخش رهگیر	K_L	توان تابع آلفا
V	پارامتر بی بعدسازی	m	مرتبه سیستم هدایت و کنترل
v_c	سرعت نزدیک شدن رهگیر به هدف	n	شتاب رهگیر و هدف
v_M	سرعت رهگیر	n_L, n_T	فرمان شتاب
x_j	متغیرهای حالت جستجوگر و سیستم کنترل	n_c	ضریب ناوربری مؤثر
y	تصویر فاصله هدف از رهگیر در راستای عمود بر خطادید اولیه	N	ضریب ناوربری مؤثر متناظر با توان تابع آلفا
α	نرخ کاهش خطای تلاش صفر با ورودی واحد	N_m	شیب اثر رادوم
τ	پارامتر بی بعد زمان	R	نسبت بی بعد شتاب اشباع
λ	زاویه خطادید	R_{sat}	متغیر حوزه لاپلاس
θ	زاویه محور طولی رهگیر	s	زمان
		t	

بالانویس:

مشتق اول نسبت به زمان

()

مشتق نسبت به زمان بی بعد

()'

مقدمه

قوانین هدایت مدرن به عنوان قانون هدایت جایگزین برای هدایت تناسبی در مرحله پایانی هدایت رهگیرها به کار می‌رود، اما نتایج عملکردی حاصل در شرایط متفاوت نظیر امکان تخمین شتاب هدف، دینامیک کمینه فاز یا ناکمینه فاز، در حضور اثر رادوم و به ازای زمان پروازی بسیار کوتاه می‌تواند متفاوت باشد. به‌طور نمونه برای رهگیرهای ناکمینه فاز استفاده از قوانین هدایت مرتبه بالاتر برای لحظات پایانی پرواز پیشنهاد شده است [۱-۳].

این که کدامیک از قوانین هدایت تحت چه شرایطی بهتر عمل می‌کند، موضوع تحقیقات کاربردی مهمی خواهد بود. متأسفانه در بسیاری از مطالعات صورت پذیرفته در خصوص قوانین هدایت مدرن، تحلیل عملکرد در شرایط منصفانه صورت نمی‌پذیرد. به علاوه برای این که نتایج، کاربردی باشد ملاحظات عملی نیز باید مد نظر قرار گیرد. تا تحلیل عملکرد کاملی از زوایای مختلف صورت نپذیرد، پیاده‌سازی این گونه قوانین هدایت میسر نمی‌شود. اگر چه مطالعات اولیه برای مقایسه به ازای سیستم کنترل با تابع تبدیل مفروض (به طور نمونه سیستم کنترل مرتبه ۳) صورت می‌پذیرد که طبیعت کارهای آکادمیک است، اما در نهایت با استفاده از نتایج حاصل از شبیه‌سازی پرواز شش درجه آزادی با اعمال نویز و اغتشاش، تنظیم نهایی و صحنه‌گذاری انجام می‌شود.

از طرف دیگر، بهبود در قوانین هدایت شناخته شدهٔ پرکاربرد، نظیر هدایت تناسبی و هدایت بهینهٔ مرتبه اول به گونه‌ای که ساختار قانون هدایت را تغییر ندهد، اهمیت کاربردی زیادی دارد و می‌تواند بسیار مورد توجه صنعت باشد، نظیر اتخاذ ضریب ناوبری متغیر [۴-۱۰]. عدم تغییر ساختار سبب می‌شود تا اغلب مطالعات قبلی نسبت به رفتار پارامترهای سیستم هدایت و کنترل، قابل استفاده باشد. با توجه به اینکه قانون هدایت بهینهٔ مرتبه اول به مانند هدایت تناسبی به ازای انتگرال مجذور دستور شتاب کمینه شده است [۱، ۱۱]، اصلاح ضریب ناوبری آن می‌تواند مد نظر قرار گیرد. همان‌طور که می‌دانید ضریب ناوبری برابر با ۳ در هدایت تناسبی، مقدار بهینه برای کمینه‌سازی انتگرال مجذور دستور شتاب است؛ اما در عمل به‌طور معمول بین ۳ تا ۵ انتخاب می‌شود [۱۲]. این ایده برای هدایت بهینهٔ مرتبه اول نیز مطابق مرجع [۵] قابل اعمال است.

رابطهٔ حلقه بستهٔ قانون هدایت صریح مرجع [۵] برحسب تاریخچهٔ انتخابی دستور شتاب نوشته می‌شود. اگر این تاریخچهٔ انتخابی متناسب

با تابع آلفا (نرخ کاهش خطای تلاش صفر به ازای ورودی کنترل واحد) انتخاب شود، قانون هدایت بهینه بر مبنای حداقل انتگرال مجذور دستور شتاب حاصل می‌شود؛ اما با انتخاب توان غیر واحد برای تابع آلفا می‌توان عملکرد قانون هدایت را بهبود داد، که در مطالعه حاضر تحلیل فاصله خطا، به ازای توان تابع آلفا بزرگتر از یک ارائه شده است.

اثر رادوم یکی از عوامل مهم و به نوعی گلوگاه طراحی در هدایت رهگیرهای آشیانه‌یاب راداری است. عبور پرتوهای الکترومغناطیس از دماغه غیرفلزی رهگیر سبب شکست این پرتوها شده و محل هدف واقعی را جابجا می‌کند. این اثر سبب کاهش حاشیهٔ پایداری یا ناپایداری حلقه هدایت به ویژه در ارتفاع بالا می‌شود [۱۳]. بنابر اهمیت این موضوع روش‌های متعددی مبتنی بر کنترل کلاسیک، مدرن، اتفاقی، فیلترینگ [۱۹-۱۴] و روش‌های هوشمند برای تخمین و جبران این اثر در منابع آمده است [۲۲-۲۰]. از جمله روش‌های کلاسیک در این خصوص، بازخورد سرعت زاویه‌ای بدنی در قانون هدایت می‌باشد [۱۲]. تحلیل فاصله خطای هدایت بهینهٔ مرتبه اول در حضور عدم قطعیت‌ها و اثر رادوم مطابق مرجع [۲۳] نشان می‌دهد که عملکرد این قانون هدایت حتی به ازای سیستم کنترل مرتبه اول بسیار تقلیل می‌یابد. به علاوه نتایج حاصل برای سیستم مرتبه اول ارائه شده، در صورتی که وقتی هدایت بهینه با فرض سیستم مرتبه اول استخراج می‌شود، عملکرد آن باید برای سیستم کنترل با مرتبه‌های بالاتر بررسی شود. تحلیل فاصله خطای بی‌بعد شده با اثر شتاب اشباع بدون اثر رادوم و همچنین تحلیل فاصله خطا با اثر رادوم بدون اشباع شتاب در مرجع [۱۲] صورت پذیرفته است. در مرجع [۲۴] نمودارهای بی‌بعد تقریبی با اثر رادوم و نویزهای مختلف بدون اثر اشباع و بازخورد سرعت زاویه‌ای بدنه آمده است. تحلیل فاصله خطای قانون هدایت صریح با/ بدون اثر رادوم در منابع منتشر شده موجود نیست.

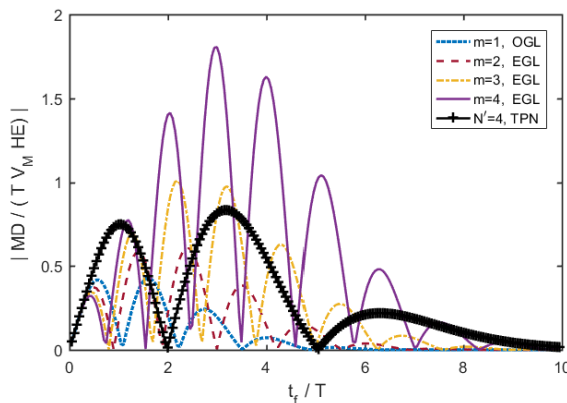
در این مطالعه، تحلیل جامعی برای فاصله خطای قانون هدایت صریح مرتبه اول با و بدون اثر رادوم مبتنی بر معادلات بی‌بعد در حالت با/ بدون شتاب اشباع به ازای مقادیر مختلف تابع آلفا صورت پذیرفته است. اهمیت توان تابع آلفا در تغییر ضریب ناوبری همانند انتخاب ضریب ناوبری هدایت تناسبی در بازه ۳ تا ۵ است. با استفاده از نمودارهای بی‌بعد ترسیم شده و تکمیل نتایج به ازای مقادیر مختلف توان آلفا می‌توان معادلهٔ محدودهٔ پایداری و همچنین محدودهٔ عملکردی مناسب سیستم را به دست آورد.

قانون هدایت صریح

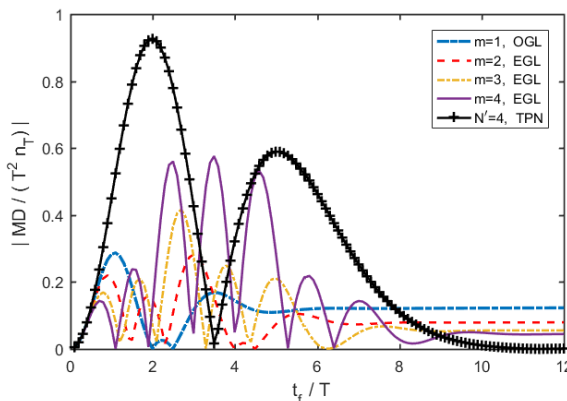
قانون هدایت بهینه^۴ (OGL) مرتبه اول با فرض هدف بدون مانور به صورت رابطه (۱) قابل نمایش است:

$$n_c = N(v_c \dot{\lambda} - K_L n_L) \quad (1)$$

بعدی افزایش یافته است. بنابراین به غیر از بازه زمان نهایی حدوداً کوچکتر از یک ثابت زمانی ($t_f/T < 1$) فاصله خطای کمتری به ازای $m = 1$ حاصل می‌شود. در حالت هدف با مانور ثابت با توجه به شکل ۲ با افزایش مقدار m فاصله خطا در قله اول مشابه حالت انحراف سمت اولیه کاهش می‌یابد اما بعد از چند ثابت زمانی، فاصله خطا به مقدار ثابتی می‌رسد، که این مقدار ثابت هم با افزایش مقدار m کاهش می‌یابد. البته در TPN به ازای زمان نهایی بزرگتر از ۱۰ برابر ثابت زمانی، فاصله خطا ناچیز خواهد شد. همان‌طور که از شکل ۲ مشاهده می‌شود رفتار فاصله خطا در بازه بین قله اول و قسمت ثابت نمودار فاصله خطا، به ازای مقادیر مختلف m به صورت نوسانی است که در مجموع در این بازه به ازای m بین ۱ تا ۲ نتیجه بهتری حاصل می‌شود.



شکل ۱- نمایش بی‌بعد فاصله خطا ناشی از انحراف سمت اولیه



شکل ۲- نمایش بی‌بعد فاصله خطا ناشی از مانور ثابت هدف

ب - تحلیل عملکرد با محدودیت شتاب رهگیر

در اینجا اثر محدودیت شتاب رهگیر بر فاصله خطا در دو حالت انحراف سمت اولیه و مانور ثابت هدف برای سیستم کنترل مرتبه پنجم بررسی شده‌است. برای این منظور، در حالت انحراف سمت اولیه ضریب شتاب اشباع بصورت $R_{sat} = TA_{sat}/|v_0|$ و در حالت هدف با مانور ثابت

که در آن، n_c دستور شتاب، v_c سرعت نزدیک شدن رهگیر به هدف، λ نرخ چرخش خطا، n_L شتاب رهگیر و N ضریب ناوبری متغیر با زمان است. در مطالعه حاضر برای سیستم کنترلی مرتبه اول، ضریب بهینه N با پایین نویسی «۱» بصورت زیر نوشته می‌شود [۱]:

$$N_1 = \frac{6x^2(e^{-x} + x - 1)}{2x^3 + 3 + 6x - 6x^2 - 12xe^{-x} - 3e^{-2x}} \quad (2)$$

$$K_L = \frac{e^{-x} + x - 1}{x^2}, \quad x = \frac{t_{go}}{T} > 0 \quad (3)$$

که در آن، t_{go} زمان باقیمانده تا اصابت به هدف است. در هدایت صریح^۵ (EGL) به ازای سیستم کنترل مرتبه اول، تابع آلفا (نرخ کاهش خطای تلاش صفر به ازای ورودی کنترل واحد) به صورت $\alpha = T(e^{-x} + x - 1)$ نوشته می‌شود [۲۵]. در صورتی که تاریخچه انتخابی دستور شتاب متناسب با α^m در نظر گرفته شود، روابط قانون هدایت صریح تنها به ازای مقادیر صحیح $m = 0, 1, 2, \dots$ به صورت صریح قابل انتگرال‌گیری است و روابط آن به ازای $m = 1, 2, 3$ در مرجع [۲۵] آمده است. در صورتی که توان m عدد صحیح نباشد، محاسبه انتگرال مربوطه در قانون هدایت صریح، به صورت تقریبی در مرجع [۲۶] به صورت رابطه (۴) ارائه شده‌است. در مطالعه حاضر، برای محاسبه توان‌های صحیح و غیرصحیح تابع آلفا از این رابطه تقریبی استفاده می‌شود.

$$N_m = mN_1 - \frac{2(m-1)}{1-2K_L}, \quad x > 0.005 \quad (4)$$

دقت انطباق رابطه پیشنهادی در مرجع [۲۶] نشان داده شده‌است. شایان ذکر است که تابع آلفا به ازای سیستم کنترل ایده‌آل برابر با t_{go} می‌شود. لذا در هدایت تناسبی حقیقی (TPN) رابطه ساده‌ای بین تابع آلفا و ضریب ناوبری مؤثر برقرار است ($m = N - 2$). بنابراین انتخاب $m = 1, 2, 3$ متناظر با مقادیر $N = 3, 4, 5$ می‌شود. در این مطالعه، فاصله خطا با حل عددی معادلات خطی شده بی‌بعد مشابه مرجع [۲۷]، در حالت انحراف سمت اولیه و هدف به عنوان جرم نقطه‌ای با مانور ثابت و رهگیر با فرض مدل جرم نقطه‌ای با سیستم کنترل دوخطی مرتبه پنجم، بررسی شده‌است.

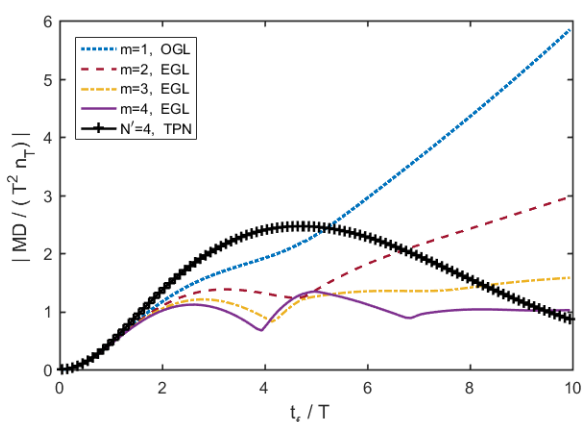
در ادامه، اثر توان تابع آلفا بر فاصله خطا در هدایت صریح برای حالت انحراف سمت اولیه و مانور ثابت هدف به ازای سیستم کنترل مرتبه پنجم در دو حالت با و بدون شتاب اشباع بررسی می‌شود.

الف - تحلیل عملکرد بدون محدودیت شتاب رهگیر

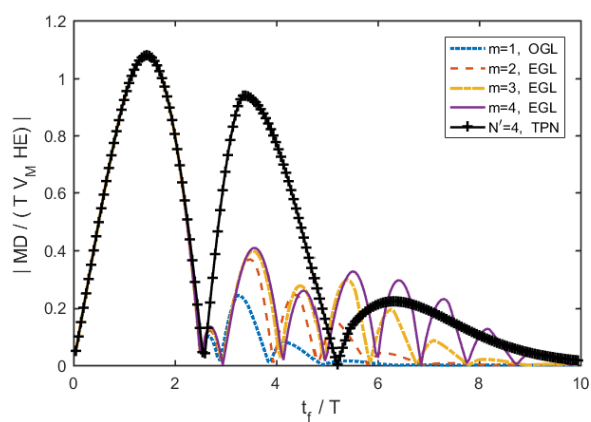
در ابتدا تحلیل فاصله خطا در حالت انحراف سمت اولیه مطالعه می‌شود. برای این حالت، با توجه به شکل ۱، با افزایش m فاصله خطا در قله اول (از سمت چپ به راست) کاهش پیدا می‌کند اما در قله‌های

شکل ۴ مشاهده می‌شود فاصله خطا به ازای $R_{sat} = 3$ نسبت به $R_{sat} = 2$ کاهش قابل ملاحظه‌ای دارد. در شکل ۴ به ازای $m = 2$ شیب انتهایی نمودار صعودی است اما با $R_{sat} = 3$ تقریباً صفر شده‌است. در هر حال به ازای $R_{sat} = 3$ که نسبت برتری شتاب مناسبی است، فاصله خطا به ازای $m = 1$ قابل قبول نمی‌باشد. بنابراین رفتار نمودار فاصله خطا در حالت مانور ثابت هدف به ازای سیستم کنترل مرتبه پنجم با محدودیت شتاب رهگیر، مشابه حالت بدون محدودیت شتاب (در شکل ۲) شده و در دو قسمت ابتدای منحنی (قله اول) و انتهای آن (مقادیر ثابت)، با افزایش مقدار m فاصله خطا کاهش یافته است.

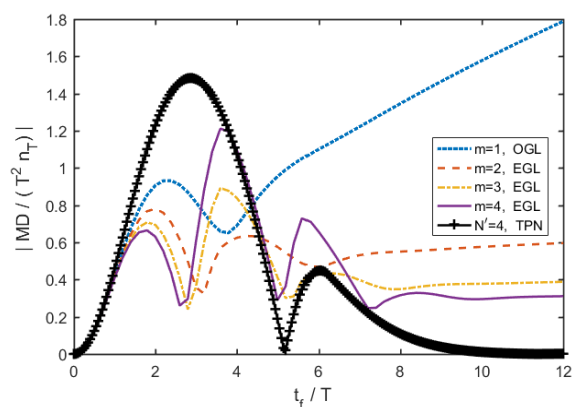
به صورت $R_{sat} = A_{sat}/|n_T|$ تعریف شده‌است که در آن A_{sat} حداکثر شتاب مانوری رهگیر و v_0 برابر با حاصل ضرب سرعت رهگیر در سینوس خطای سمت اولیه است. با توجه به نمودارهای شکل ۳، در حالت انحراف سمت اولیه، به ازای $R_{sat} = 2, 3$ منحنی فاصله خطا در قله اول به ازای $m = 1, 2, 3, 4$ تقریباً بر منحنی TPN منطبق است اما با افزایش زمان نهایی پرواز، این نمودارها مجزا شده و با افزایش مقدار m فاصله خطا در مجموع افزایش می‌یابد. بنابراین برای سیستم کنترل مرتبه پنجم در حالت انحراف سمت اولیه با ضریب شتاب اشباع ۲ و ۳، مشابه حالت بدون شتاب اشباع به ازای $m = 1$ فاصله خطای کمتری رخ می‌دهد.



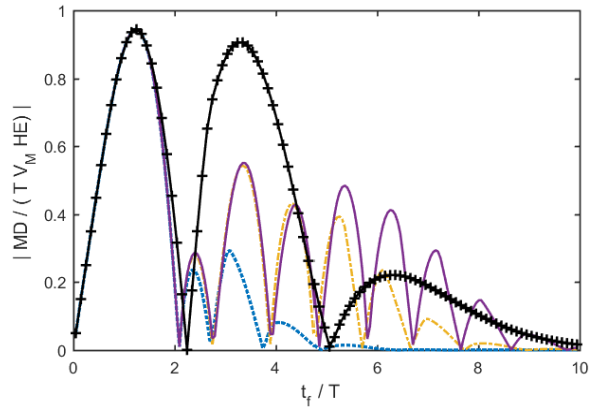
الف) $R_{sat} = 2$



ب) $R_{sat} = 2$



ب) $R_{sat} = 3$



ب) $R_{sat} = 3$

شکل ۴- تأثیر شتاب اشباع بر خطای ناشی از مانور ثابت هدف

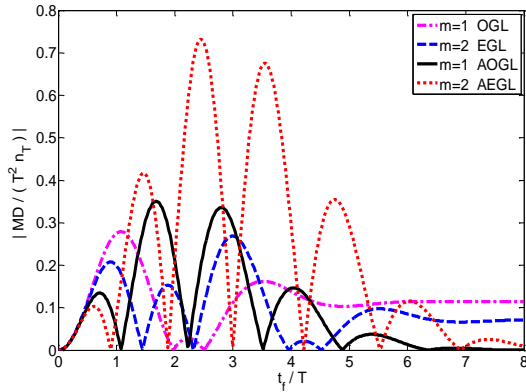
شکل ۳- تأثیر شتاب اشباع بر خطای ناشی از انحراف سمت اولیه

هدایت صریح با بازخورد شتاب هدف

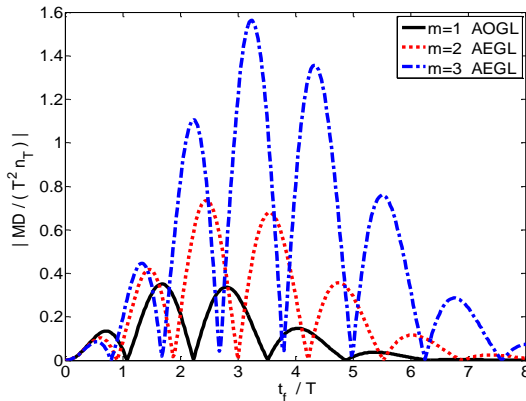
در صورت اعمال مانور آتی هدف در استخراج قوانین هدایت بهینه، انتظار می‌رود عملکرد این قوانین بهبود یابد. روش متداول، فرض شتاب ثابت برای هدف است. با اعمال اصلاح مذکور، دستور شتاب در «قانون هدایت صریح با بازخورد شتاب هدف» بصورت رابطه (۵) نوشته می‌شود.

با توجه به نمودارهای شکل ۴ در حالت مانور ثابت هدف بر خلاف حالت انحراف سمت اولیه با افزایش مقدار m فاصله خطا کاهش قابل توجهی دارد و به ازای $m = 1$ حتی با افزایش زمان پرواز نهایی فاصله خطا بیشتر می‌شود، لذا فاصله خطای رخ داده قابل قبول نیست. همانطور که انتظار می‌رود با مقایسه نمودارهای

بازخورد شتاب هدف با APN مقایسه شده‌است که بهبود قابل توجهی مشاهده می‌شود. در حالتی که $R_{sat} = 3$ باشد به ازای $m = 1$ در همه زمان‌های نهایی فاصله خطای کمتری حاصل شده‌است و با شتاب اشباع ۲ تقریباً بعد از ۳ برابر ثابت زمانی به ازای $m = 1$ عملکرد بهتری حاصل شده‌است.

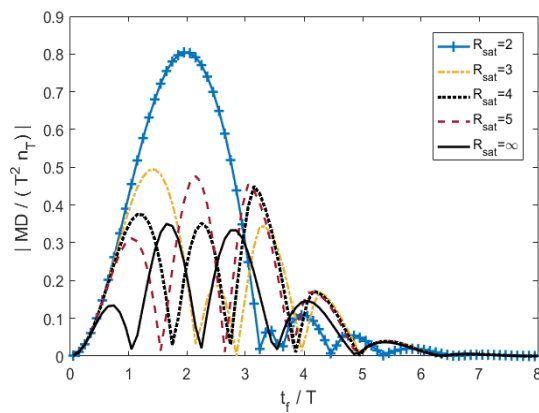


الف) مقایسه اثر اعمال بازخورد شتاب هدف



ب) تأثیر افزایش مقدار m بر فاصله خطا

شکل ۵- فاصله خطای بی‌بعد ناشی از هدف با مانور ثابت تحت قانون هدایت صریح با/بدون بازخورد شتاب هدف



الف) $m = 1$

شکل ۶- فاصله خطای بی‌بعد ناشی از مانور ثابت هدف تحت قانون هدایت صریح با بازخورد شتاب هدف

$$n_c = N_m(v_c \dot{\lambda} - K_L n_L + 0.5 n_T) \quad (5)$$

که در آن n_T شتاب هدف است.

در ادامه، اثر بازخورد شتاب هدف در قانون هدایت صریح بر فاصله خطا در حالت هدف با مانور ثابت به ازای سیستم کنترل مرتبه پنجم بررسی می‌شود. شایان ذکر است در حالت انحراف سمت اولیه که هدف بدون مانور فرض شده‌است، عبارت بازخورد شتاب هدف در رابطه (۵) تأثیری ندارد.

الف- تحلیل عملکرد بدون محدودیت شتاب رهگیر

اثر بازخورد شتاب هدف بر فاصله خطا در حالت هدف با مانور ثابت به ازای سیستم کنترل مرتبه پنجم در نمودارهای شکل ۵ نشان داده شده است. همان‌طور که در این نمودارها ملاحظه می‌شود، بازخورد شتاب هدف باعث بهبود فاصله خطا در قله اول شده و خطای ثابتی که در انتهای نمودارها وجود دارد با اعمال بازخورد شتاب هدف در قانون هدایت مقدار ناچیزی می‌شود. شایان ذکر است در شکل‌های مربوطه، نمودارهای فاصله خطا تحت قانون هدایت بهینه و صریح با بازخورد شتاب هدف به ترتیب با AOGL و AEGL متمایز شده‌است.

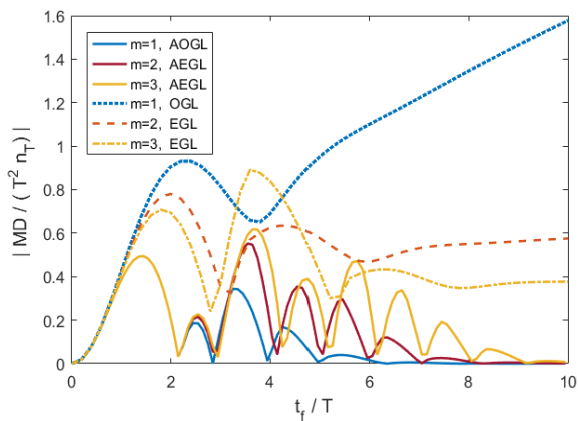
در شکل ۵ ب، با افزایش m در حالت بازخورد شتاب هدف، فاصله خطا در قله اول کاهش یافته اما در قله‌های بعدی افزایش می‌یابد. بنابراین با بازخورد شتاب هدف، فاصله خطا به غیر از قله اول در نواحی دیگر به ازای $m = 1$ در مجموع عملکرد بهتری از $m = 2, 3$ دارد.

ب- تحلیل عملکرد با محدودیت شتاب رهگیر

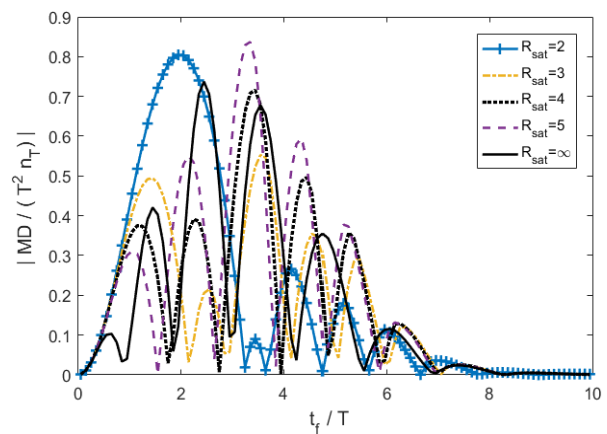
در نمودارهای شکل ۶ تأثیر شتاب اشباع بر فاصله خطای ناشی از مانور ثابت هدف تحت قانون هدایت صریح با بازخورد شتاب هدف برای سیستم کنترل مرتبه پنجم نشان داده شده‌است. انتظار می‌رود با کاهش شتاب اشباع، فاصله خطا افزایش یابد؛ اما با توجه به نمودارهای ب و ج شکل ۶ خلاف این انتظار مشاهده می‌شود. این نمودارها که به ازای $m = 2, 3$ رسم شده‌است در زمان‌های نهایی بیش از ۳ برابر ثابت زمانی، افزایش شتاب اشباع حتی باعث افزایش فاصله خطا شده‌است و به ازای $R_{sat} = 2$ فاصله خطای کمتری حاصل شده‌است.

در نمونه‌ای دیگر در قانون هدایت تناسبی افزوده (APN) انتظار می‌رود با افزایش R_{sat} فاصله خطا کاهش یابد. همان‌طور که در شکل ۷ ملاحظه می‌شود به ازای $R_{sat} \geq 3$ با افزایش R_{sat} مطابق انتظار فاصله خطا کاهش می‌یابد (به ازای $R_{sat} = 3, 4, 5, \infty$). البته این موضوع بعد از قله اول با مقایسه ۳ تا $R_{sat} = 2$ از رفتار مذکور (بر خلاف انتظار) تبعیت نمی‌کند.

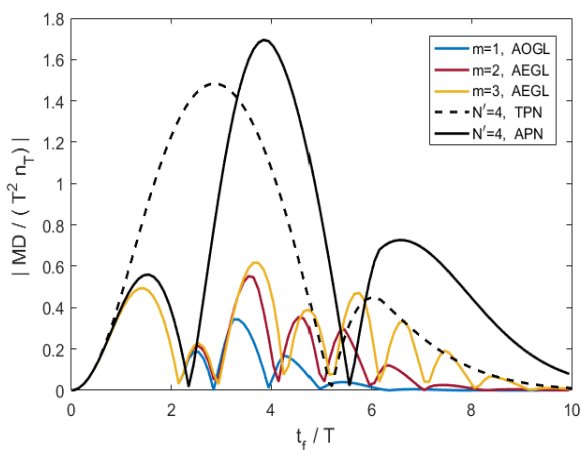
در شکل‌های ۸ تا ۹ نمودارهای فاصله خطا ناشی از مانور ثابت هدف با شتاب اشباع برای سیستم کنترل مرتبه پنجم در دو حالت با/بدون بازخورد شتاب هدف مقایسه شده‌است. همان‌طور که قبلاً اشاره شد بازخورد شتاب هدف باعث کاهش فاصله خطا می‌شود. با توجه به شکل‌های مذکور با وجود شتاب اشباع نیز بازخورد شتاب هدف باعث کاهش فاصله خطا می‌شود. در شکل ۸ ب اثر



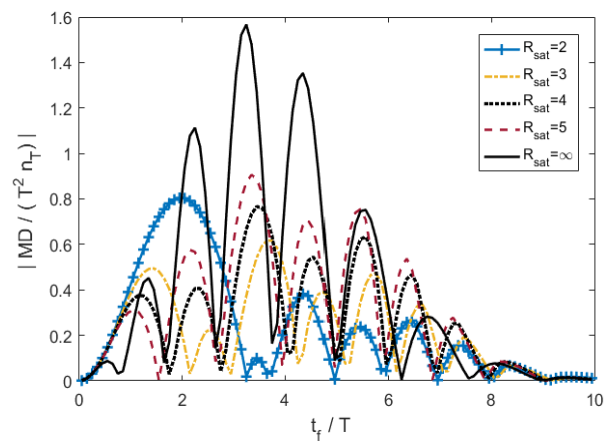
الف) مقایسه اثر اعمال بازخورد شتاب هدف



ب) $m = 2$



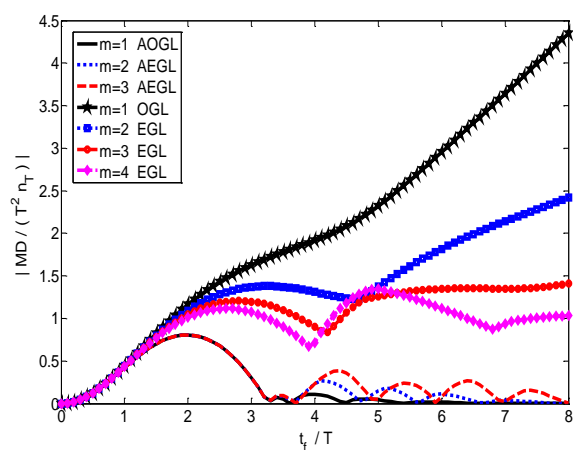
ب) تأثیر افزایش مقدار m بر فاصله خطا



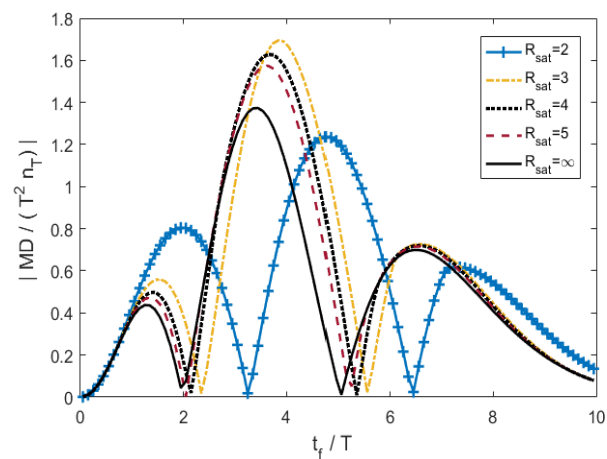
ج) $m = 3$

شکل ۸- خطای ناشی از مانور ثابت هدف تحت قانون هدایت صریح با/بدون بازخورد شتاب هدف ($R_{sat} = 3$)

ادامه شکل ۶- فاصله خطای بی‌بعد ناشی از مانور ثابت هدف تحت قانون هدایت صریح با بازخورد شتاب هدف



شکل ۹- خطای ناشی از مانور ثابت هدف تحت قانون هدایت صریح با/بدون بازخورد شتاب هدف و شتاب اشباع ($R_{sat} = 2$)



شکل ۷- فاصله خطای بی‌بعد ناشی از مانور ثابت هدف تحت قانون هدایت تناسبی افزوده ($N' = 4$)

هدایت صریح مرتبه اول با اثر رادوم

نمودار بلوکی مسئله خطی شده هدایت صریح مرتبه اول در حضور رادوم با بازخورد شتاب هدف در شکل ۱۰ ملاحظه می‌شود. به منظور جبران اثر رادوم، قانون هدایت صریح مرتبه اول با/بدون بازخورد شتاب هدف بصورت زیر نوشته می‌شود:

$$n_c = N_m \left[v_c (\lambda^* + K_B \theta) - K_L n_L + \frac{s}{2} n_T \right] \quad (6)$$

که در آن، K_B ضریب بازخورد سرعت زاویه‌ای بدنی رهگیر، θ سرعت زاویه‌ای بدنی و λ^* نرخ چرخش خطداید اندازه‌گیری شده‌است که از رابطه (۷) محاسبه می‌شود [۱۲].

$$\lambda^* = (1 + R)\lambda - R\theta \quad (7)$$

که در آن، R شیب رادوم و رابطه بین θ و شتاب مانوری با توجه به تعریف ثابت زمانی نرخ چرخش رهگیر (T_α) به صورت رابطه (۸) نوشته می‌شود. شایان ذکر است در نوتاسیون مطالعه حاضر بالانویس * نمایانگر مقدار بهینه نمی‌باشد.

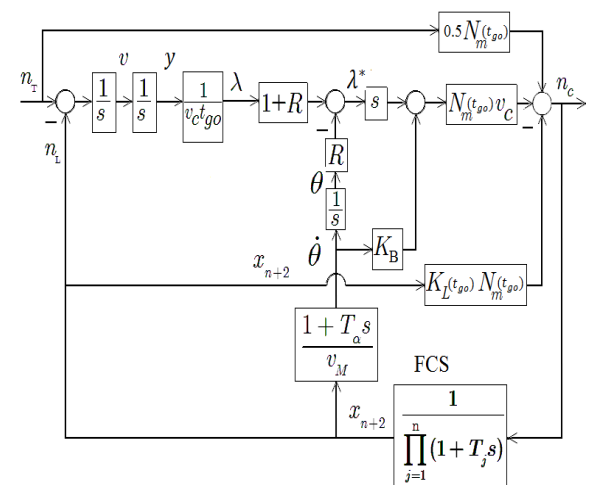
$$\dot{\theta} = \frac{n_L}{v_M} + \frac{T_\alpha}{v_M} \dot{n}_L \quad (8)$$

که در آن v_M سرعت رهگیر است. رابطه نرخ چرخش خطداید ($\dot{\lambda}$) و مشتق شتاب رهگیر (\dot{n}_L) بصورت زیر است:

$$\dot{\lambda} = (y + vt_{go}) / v_c t_{go}^2 \quad (9)$$

$$\dot{n}_L = n(x_{n+1} - x_{n+2}) / T, \quad n_L = x_{n+2} \quad (10)$$

که در آن، مطابق مسئله خطی شده هدایت دونقطه‌ای در مرجع [۱۲]، پارامتر y تصویر فاصله هدف از رهگیر در راستای عمود بر خطداید اولیه و v مشتق آن است.



شکل ۱۰ - نمودار بلوکی مسئله خطی شده هدایت صریح مرتبه اول در حضور رادوم با بازخورد شتاب هدف

به‌منظور مشاهده اثر K_B بر شیب رادوم رابطه (۷) در رابطه (۶) جایگزین می‌شود.

$$n_c / N_m = v_c [(1 + R)\lambda - R_{eq}\theta] - K_L n_L + \frac{s}{2} n_T \quad (11)$$

که در آن $R_{eq} = R - K_B$ است. به علاوه این کار سبب می‌شود که در شبیه‌سازی بی‌بعد از تعداد پارامترها یکی کاسته شود.

در ادامه، با جایگذاری رابطه (۱۰) در رابطه (۸) و سپس جایگذاری رابطه منتج در رابطه (۱۱) می‌توان نوشت:

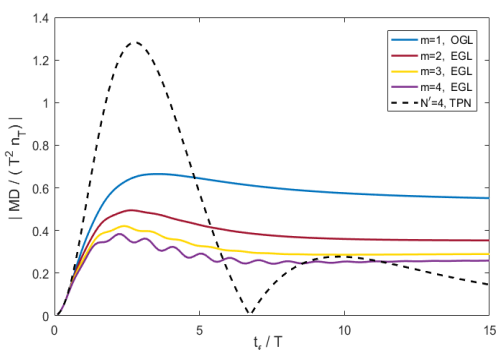
$$n_c / N_m = v_c (1 + R)\lambda - k_{eq} \left(1 - \frac{nT_\alpha}{T} \right) n_L - K_L n_L - nk_{eq} \frac{T_\alpha}{T} x_{n+1} + \frac{s}{2} n_T \quad (12)$$

که در آن، $k_{eq} = v_c R_{eq} / v_M$ است. با جایگزینی مذکور، سرعت رهگیر نیز در پارامترهای مسئله ادغام می‌شود. شایان ذکر است که قانون هدایت در رهگیر مطابق رابطه (۶) پیاده‌سازی می‌شود، اما به‌منظور گروه‌بندی پارامترها و کاهش تعداد پارامترها در شبیه‌سازی عددی مسئله از رابطه (۱۲) استفاده می‌شود که شکل بی‌بعد شده آن در پیوست آمده‌است.

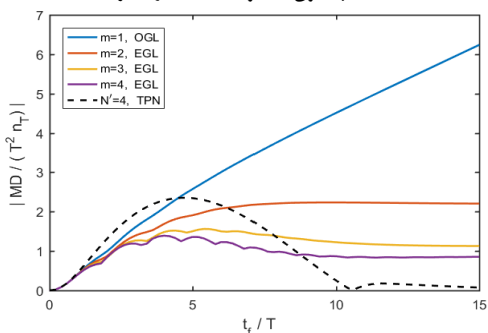
تحلیل فاصله خطای هدایت صریح با اثر رادوم

با حل عددی روابط بی‌بعد مطابق پیوست برای سیستم کنترل مرتبه پنجم با ثابت زمانی معادل T ، نمودارهای فاصله خطا در شکل‌های ۱۱ و ۱۲ به ترتیب در حالت انحراف سمت اولیه و مانور ثابت هدف در حضور رادوم به ازای $v_c R_{eq} / v_M = 0.04$ و $T_\alpha / T = 5$ ترسیم شده است. در این شکل‌ها اثر محدودیت شتاب رهگیر نیز نشان داده شده‌است. با توجه به شکل ۱۱ فاصله خطای ناشی از انحراف سمت اولیه تحت قانون هدایت صریح نسبت به TPN بهبود قابل توجهی یافته است. در شکل ۱۱ الف در قله اول با افزایش توان m فاصله خطا کمتر می‌شود اما در زمان‌های نهایی بیش از ۳ برابر ثابت زمانی تقریباً به ازای $m = 1$ عملکرد بهتری مشاهده می‌شود. در شکل ۱۱ ب اثر محدودیت شتاب اشباع نشان داده شده‌است. نمودار فاصله خطا در نیمه قله اول از سمت چپ، تحت قانون هدایت صریح با TPN برهم منطبق شده‌است و مجموعاً به ازای $m = 1$ فاصله خطای کمتری حاصل شده‌است. همین رفتار با توجه به شکل‌های ۱ و ۳، در حالت بدون اثر رادوم ملاحظه می‌شود.

با توجه به شکل ۱۲ با افزایش توان m فاصله خطای ناشی از هدف با مانور ثابت در حضور اثر رادوم کمتر می‌شود. اما با افزایش زمان‌های نهایی پرواز TPN عملکرد بهتری دارد. همین رفتار با توجه به شکل‌های ۲ و ۴، در حالت بدون اثر رادوم ملاحظه می‌شود. به ویژه همان خطای ثابت در انتهای نمودار ظاهر می‌شود. اثر محدودیت شتاب رهگیر در شکل ۱۳ نشان داده شده‌است و با APN نیز مقایسه شده‌است. همانطور که ملاحظه می‌شود «قانون هدایت صریح با بازخورد شتاب هدف» نسبت به APN فاصله خطای کمتری دارد اما در حالت بازخورد شتاب هدف در مجموع به ازای $m = 1$ خطای کمتری حاصل شده‌است. این موضوع به ازای هدف با شتاب ثابت است. همان‌طور که در شکل ۱۳ ملاحظه می‌شود «هدایت



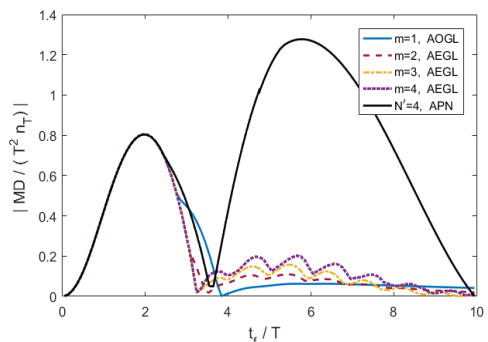
الف) بدون محدودیت شتاب رهگیر



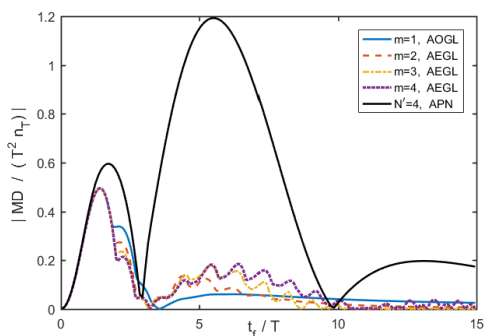
ب) با محدودیت شتاب رهگیر ($R_{sat} = 3$)

شکل ۱۲- فاصله خطای بی‌بعد ناشی از مانور ثابت هدف در حضور اثر رادوم به

ازای $T_\alpha/T = 5$ و $v_c R_{eq}/v_M = 0.04$



الف) با محدودیت شتاب رهگیر ($R_{sat} = 2$)



ب) با محدودیت شتاب رهگیر ($R_{sat} = 3$)

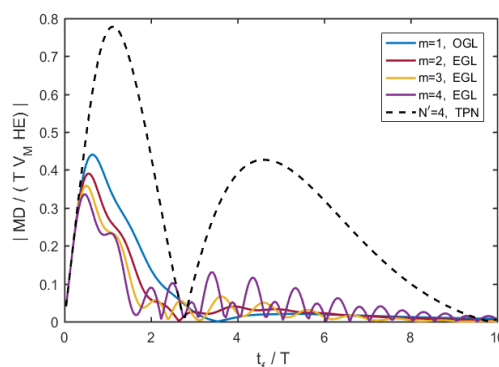
شکل ۱۳- مقایسه فاصله خطا تحت قوانین هدایت با بازخورد شتاب هدف به

ازای $T_\alpha/T = 5$ و $v_c R_{eq}/v_M = 0.04$

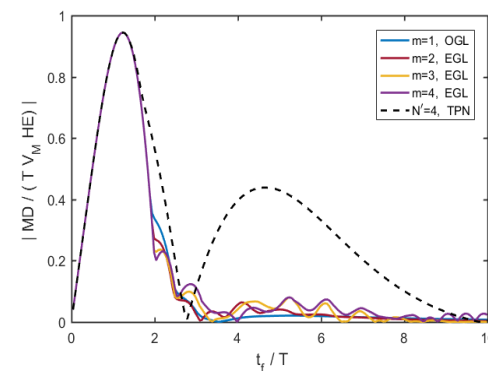
صریح با بازخورد شتاب هدف» در حضور رادوم با شیب رادوم مثبت نیز مشابه شکل‌های ۸ و ۹ به ازای توان یک، فاصله خطای کمتری نتیجه می‌دهد. البته در این حالت با توجه به شکل ۱۳ افزایش مقدار توان m به ازای شرایط مفروض، تاثیر قابل توجهی در فاصله خطا ندارد.

در ادامه تحلیل فاصله خطا با اثر رادوم با شیب منفی در شکل‌های ۱۴ و ۱۵ ملاحظه می‌شود ($v_c R_{eq}/v_M = -0.01, T_\alpha/T = 5$). با توجه به شکل ۱۴ و به ازای مقادیر مفروض، فاصله خطا در حالت انحراف سمت اولیه برای $m = 1$ مشابه شیب رادوم مثبت (شکل ۱۱) نتیجه بهتری حاصل می‌شود. با توجه به شکل ۱۵ الف هنگامی که محدودیت شتاب رهگیر وجود ندارد، در شرایط مفروض، فاصله خطای ناشی از مانور ثابت هدف با شیب منفی رادوم به ازای $m = 1$ عملکرد بهتری دارد، اما با اعمال محدودیت شتاب رهگیر فاصله خطا به ازای $m = 1$ قابل قبول نیست. در حالت هدایت صریح بدون بازخورد شتاب هدف، به غیر از بازه قله اول در بقیه نواحی TPN عملکرد بهتری دارد.

همان‌طور که در شکل ۱۶ ملاحظه می‌شود، فاصله خطا تحت قانون هدایت بهینه مرتبه اول با بازخورد شتاب هدف در حضور اثر رادوم با مقدار شیب منفی (به ازای $v_c R_{eq}/v_M = -0.01, R_{sat} = 3, T_\alpha/T = 5$) نسبت به قانون هدایت تناسبی افزوده در حضور اثر رادوم با مقدار شیب منفی کاهش قابل توجهی دارد.



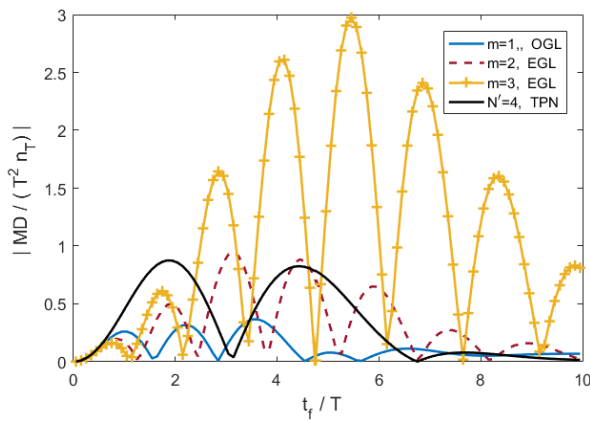
الف) بدون محدودیت شتاب رهگیر



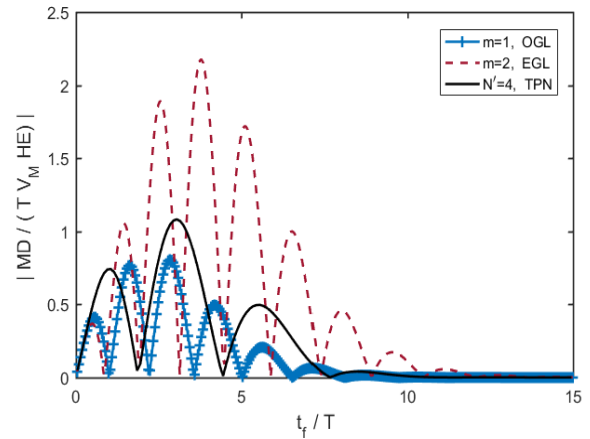
ب) با محدودیت شتاب رهگیر ($R_{sat} = 3$)

شکل ۱۴- فاصله خطای بی‌بعد ناشی از انحراف سمت اولیه در حضور اثر رادوم به

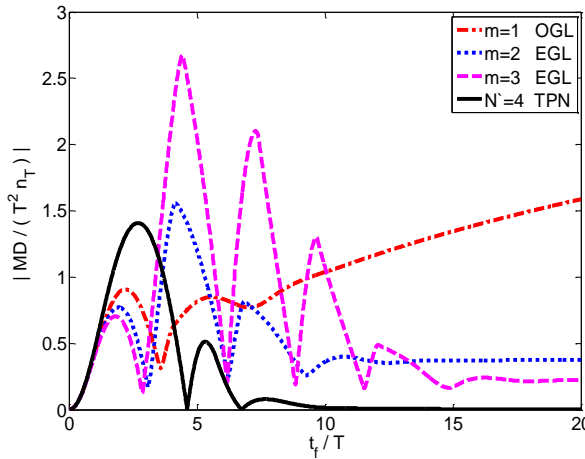
ازای $T_\alpha/T = 5$ و $v_c R_{eq}/v_M = 0.04$



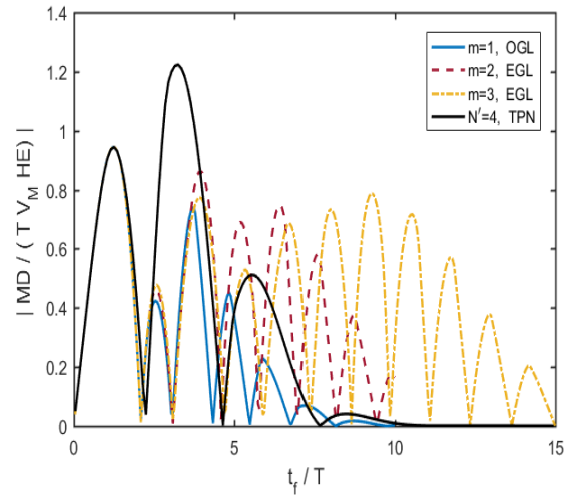
الف) بدون محدودیت شتاب رهگیر



الف) بدون محدودیت شتاب رهگیر

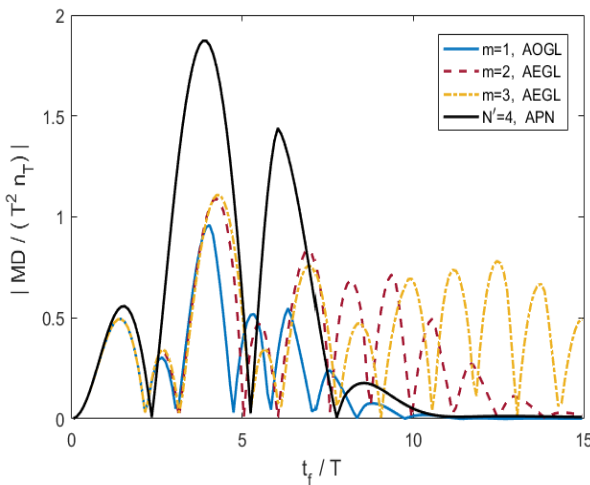


ب) با محدودیت شتاب رهگیر ($R_{sat} = 3$)

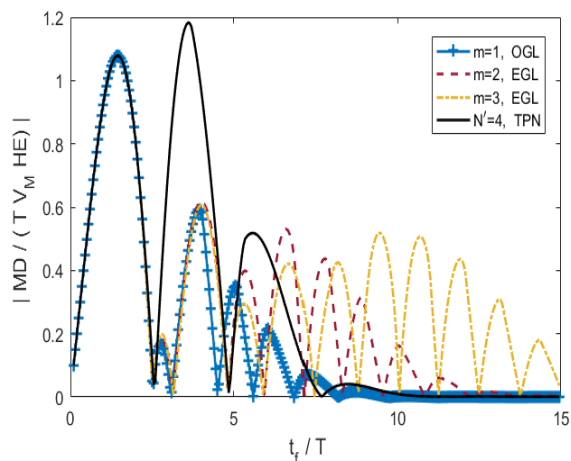


ب) با محدودیت شتاب رهگیر ($R_{sat} = 3$)

شکل ۱۵- فاصله خطا ناشی از مانور ثابت هدف در حضور اثر رادوم به ازای $T_\alpha/T = 5$ و $v_c R_{eq}/v_M = -0.01$



ج) با محدودیت شتاب رهگیر ($R_{sat} = 2$)



شکل ۱۶- مقایسه فاصله خطای بی‌بعد «قوانین هدایت با بازخورد شتاب هدف»

ناشی از مانور ثابت هدف در حضور اثر رادوم
($R_{sat} = 3$, $T_\alpha/T = 5$, $v_c R_{eq}/v_M = -0.01$)

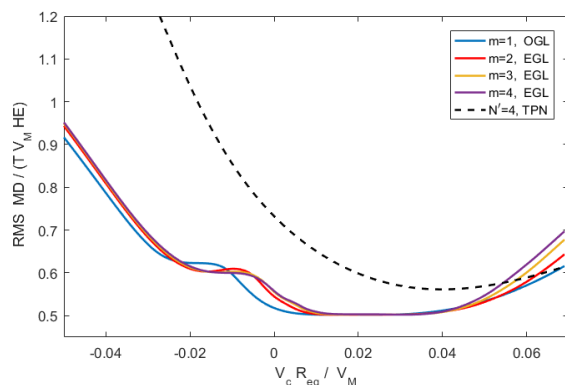
شکل ۱۴- مقایسه فاصله خطا ناشی از انحراف سمت اولیه در حضور اثر رادوم به

ازای $T_\alpha/T = 5$ و $v_c R_{eq}/v_M = -0.01$

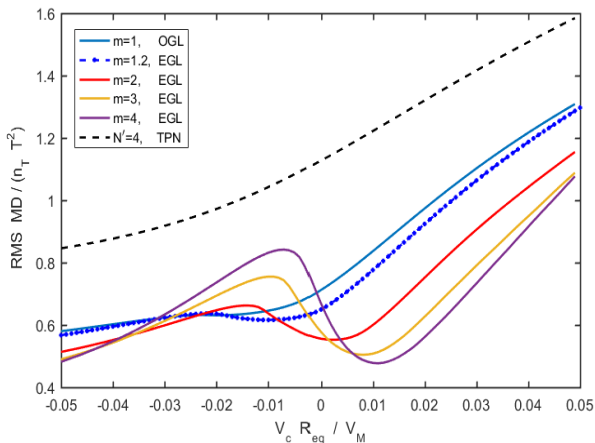
نتایج و بحث

در این بخش، تحلیل عملکرد با استفاده از نمودارهای ریشه میانگین مجذور فاصله خطای بی‌بعد در یک بازه زمان نهایی پرواز صورت پذیرفته است. به طور نمونه، ریشه میانگین مجذور فاصله خطای بی‌بعد در بازه زمان نهایی $t_f/T = [0.4 \ 4]$ محاسبه شده است. بدین وسیله می‌توان پارامتر زمان نهایی t_f را از نمودارها حذف و به صورت میانگین به مقایسه عملکرد پرداخت. این کار به ازای انحراف سمت اولیه و هدف با مانور ثابت در حضور رادوم، با و بدون محدودیت شتاب رهگیر صورت پذیرفته است. به علاوه از روی نمودارهای ریشه میانگین مجذور فاصله خطا می‌توان محدوده ناپایداری سیستم را ملاحظه نمود. در ابتدا تحلیل فوق‌الذکر بدون بازخورد شتاب هدف انجام می‌شود.

همانطور که در شکل ۱۷ ملاحظه می‌شود، نمودار ریشه میانگین مجذور فاصله خطای بی‌بعد ناشی از انحراف سمت اولیه در بازه زمان نهایی $t_f/T = [0.4 \ 4]$ برحسب «شیب رادوم معادل» به ازای $R_{sat} = 3$ و $T_\alpha/T = 5$ ترسیم شده است. با توجه به نمودار مذکور، ریشه میانگین مجذور فاصله خطا در هدایت صریح در مقایسه با TPN، بجز برای مقادیر $v_c R_{eq}/v_M > 0.05$ کاهش قابل توجهی داشته است. همچنین با افزایش مقدار توان m ، ریشه میانگین مجذور فاصله خطا در مجموع کمی افزایش می‌یابد. لذا می‌توان گفت تحت شرایط مفروض، قانون هدایت بهینه مرتبه اول ($m = 1$) در مجموع فاصله خطای کمتری دارد. تحت همان شرایط، نمودار ریشه میانگین مجذور فاصله خطا ناشی از هدف با مانور ثابت در شکل ۱۸ ترسیم شده است. در این حالت نیز عملکرد قانون هدایت صریح نسبت به TPN، بهبود قابل توجهی دارد. همانطور که در شکل ۱۸ ملاحظه می‌شود، با تنظیم مناسب توان تابع آلفا ($m = 1.2$) می‌توان در کل بازه نتیجه بهتری نسبت به هدایت بهینه مرتبه اول گرفت.



شکل ۱۷- ریشه میانگین مجذور فاصله خطای بی‌بعد ناشی از انحراف سمت اولیه در بازه $t_f/T = [0.4 \ 4]$ در حضور اثر رادوم ($T_\alpha/T = 5$, $R_{sat} = 3$)

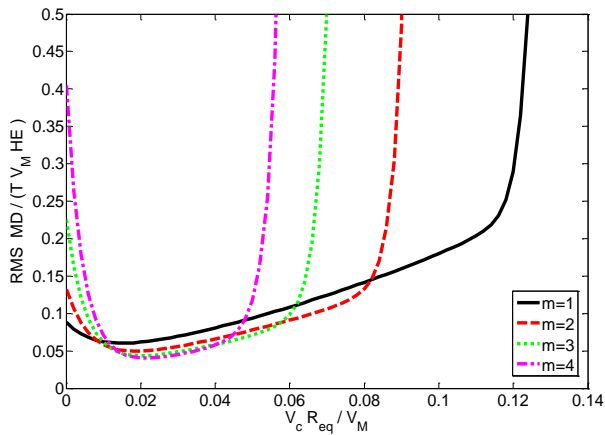


شکل ۱۸- ریشه میانگین مجذور خطا ناشی از مانور ثابت هدف با اثر رادوم به ازای $t_f/T = [0.4 \ 4]$ ($R_{sat} = 3$, $T_\alpha/T = 5$)

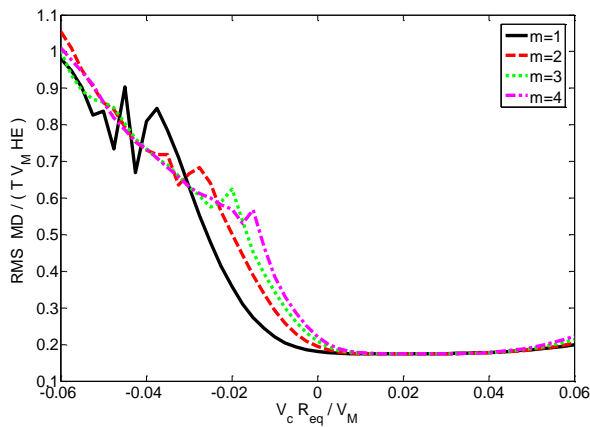
در شکل ۱۹ به ازای T_α/T های مختلف، ریشه میانگین مجذور فاصله خطا ناشی از هدف با مانور ثابت به ازای $m = 1, 2$ و با مفروضات قبلی ترسیم شده است. همانطور که ملاحظه می‌شود با افزایش مقدار T_α/T به ازای مقادیر مثبت شیب رادوم، فاصله خطا در حالت $m = 1, 2$ افزایش می‌یابد؛ اما در حالتی که شیب رادوم منفی است، به ازای $m = 1$ فاصله خطا کاهش و به ازای $m = 2$ فاصله خطا افزایشی-کاهشی است.

در شکل ۲۰ ریشه میانگین مجذور فاصله خطا در بازه زمان نهایی $t_f/T = [0.4 \ 20]$ ناشی از هدف با مانور ثابت ترسیم شده است. همانطور که در مقایسه دو شکل ۱۸ و ۲۰ (با دو بازه میانگین‌گیری مختلف) ملاحظه می‌شود، رفتار منحنی ریشه میانگین مجذور فاصله خطا برحسب شیب رادوم معادل، متفاوت می‌شود.

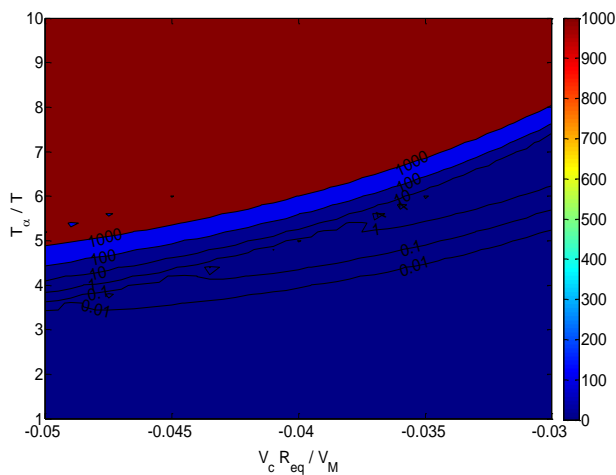
به منظور بررسی عملکردی/پایداری سیستم در حالت انحراف سمت اولیه و در حضور رادوم، نمودارهای فاصله خطا در شکل‌های ۲۱ تا ۲۳ ترسیم شده است. در شکل ۲۱ و ۲۲ ریشه میانگین مجذور فاصله خطا در بازه $t_f/T = [0.1 \ 30]$ به ترتیب بدون و با محدودیت شتاب رهگیر به ازای $T_\alpha/T = 5$ ترسیم شده است. همانطور که ملاحظه می‌شود به ازای هر دو دسته مقادیر مثبت و منفی و مقادیر مثبت رادوم، سیستم به سمت واگرایی/ناپایداری میل می‌کند. در شکل‌های ۲۱ و ۲۲ نتایج به ازای $T_\alpha/T = 5$ بررسی شده بود. به منظور استخراج محدوده عملکرد مناسب/پایدار، قدرمطلق فاصله خطا به ازای T_α/T های مختلف در زمان بی‌بعد ۳۰ تحت هدایت بهینه مرتبه اول در شکل ۲۳ نشان داده شده است. لازم به ذکر است شیوه صحیح برای استخراج تقریبی محدوده پایداری، ترسیم ریشه میانگین مجذور فاصله خطا در بازه زمان نهایی نسبتاً بزرگ است؛ چرا که ممکن است ماهیت ناپایداری بصورت نوسانی باشد و نظم خطوط مقدار ثابت را برهم زند. همچنین نتایج برای هدف با مانور ثابت در شکل‌های ۲۴ تا ۲۶ ملاحظه می‌شود.



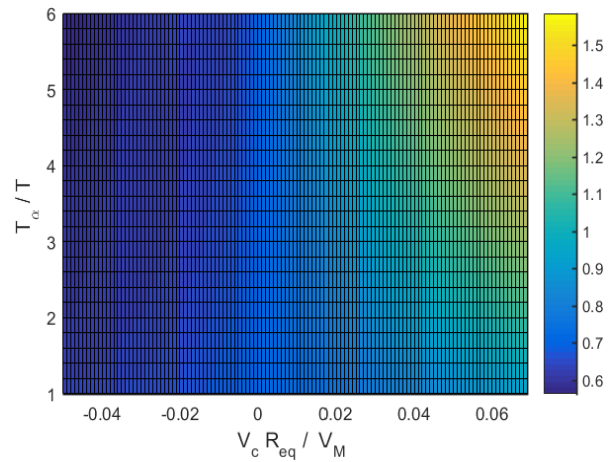
شکل ۲۱- ریشه میانگین مجذور فاصله خطای بی‌بعد ناشی از انحراف سمت اولیه در بازه $t_f/T = [0.1 \ 30]$ تحت قانون هدایت صریح در حضور اثر رادوم ($T_\alpha/T = 5$)



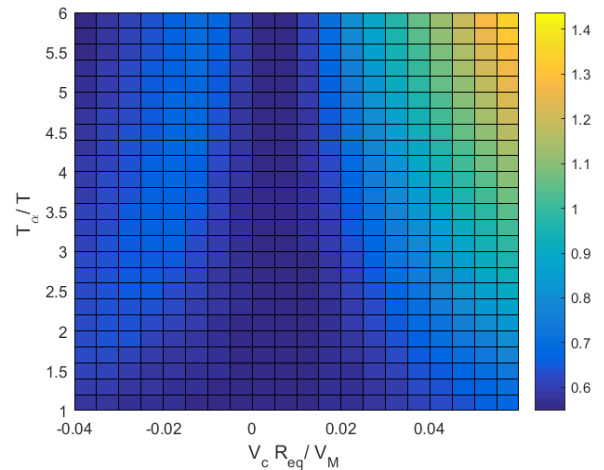
شکل ۲۲- ریشه میانگین مجذور خطای بی‌بعد تحت قانون هدایت صریح ناشی از انحراف سمت اولیه در بازه $t_f/T = [0.1 \ 30]$ در حضور اثر رادوم و محدودیت شتاب ($T_\alpha/T = 5, R_{sat} = 3$)



شکل ۲۳- فاصله خطای بی‌بعد تحت قانون هدایت بهینه مرتبه اول ناشی از انحراف سمت اولیه به ازای $t_f/T = 30$

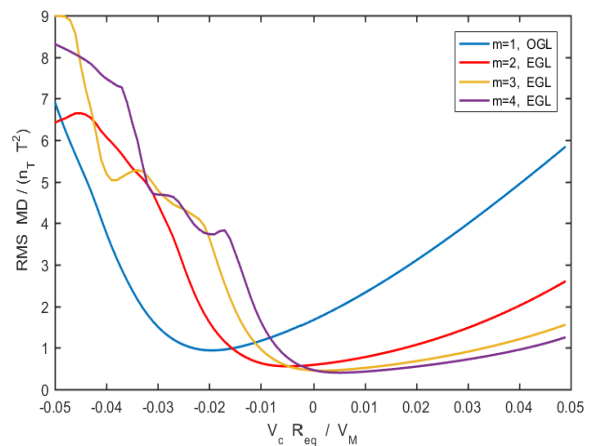


الف) $m = 1$

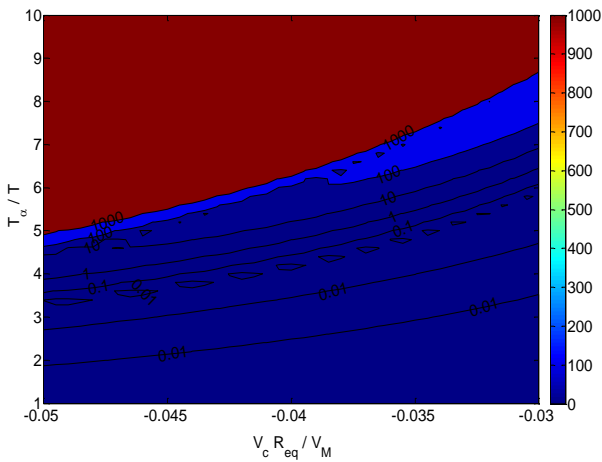


ب) $m = 2$

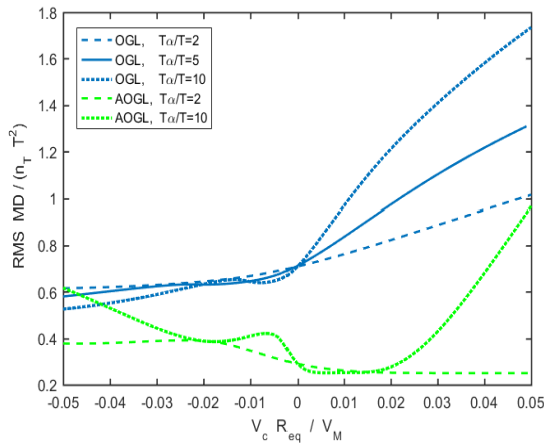
شکل ۱۹- ریشه میانگین مجذور فاصله خطای بی‌بعد تحت قانون هدایت صریح در بازه $t_f/T = [0.4 \ 4]$ ناشی از مانور ثابت هدف در حضور اثر رادوم ($R_{sat} = 3$)



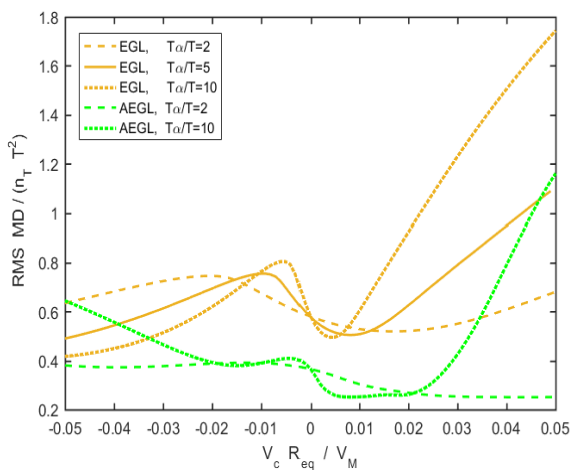
شکل ۲۰- ریشه میانگین مجذور خطا ناشی از مانور ثابت هدف به ازای $t_f/T = [0.4 \ 20]$ ($T_\alpha/T = 5, R_{sat} = 3$)



شکل ۲۶- فاصله خطای بی‌بعد تحت قانون هدایت بهینه مرتبه اول ناشی از مانور ثابت هدف به ازای $t_f/T = 30$



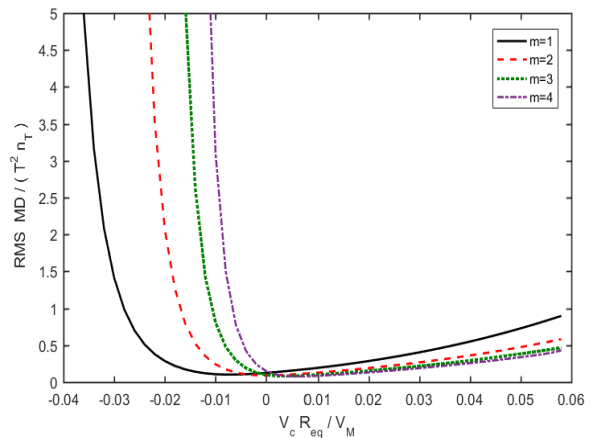
الف) $m = 1$



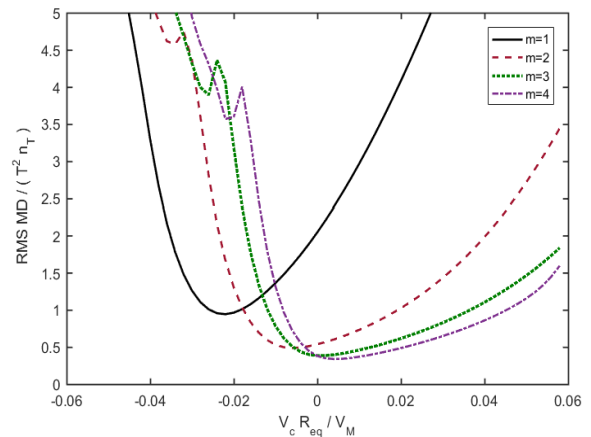
ب) $m = 3$

شکل ۲۷- ریشه میانگین مجذور خطای بی‌بعد تحت هدایت صریح با/بدون بازخورد شتاب هدف در بازه $t_f/T = [0.4 \ 4]$ ناشی از مانور ثابت هدف در حضور اثر رادوم و محدودیت شتاب ($R_{sat} = 3$)

در شکل ۲۴ و ۲۵ ریشه میانگین مجذور فاصله خطا به ترتیب بدون و با محدودیت شتاب رهگیر به ازای $T_\alpha/T = 5$ ترسیم شده است. در این شکل‌ها می‌توان به ازای یک فاصله خطای مجاز، مقادیر حداکثر شیب مجاز رادوم را تعیین نمود. نکته مهم این است که کل محدوده پایدار، لزوماً عملکرد مناسبی در حصول فاصله خطای مطلوب ندارد. نتیجه مهم دیگر این است که با تنظیم مقدار مناسب تابع آلفا مطابق شکل ۲۵ می‌توان فاصله خطا را کاهش داد. همانطور که در شکل ۲۵ ملاحظه می‌شود به ازای مقادیر تابع آلفا بین ۲ تا ۳ می‌توان عملکرد قانون هدایت صریح را نسبت به هدایت بهینه مرتبه اول بهبود قابل توجهی داد. البته این بهبود با شیفت نمودار فاصله خطا توسط بازخورد سرعت زاویه بدنی قابل حصول است. مشابه روال قبل، به منظور استخراج محدوده عملکرد مناسب، فاصله خطا به ازای T_α/T های مختلف در زمان بی‌بعد ۳۰ تحت قانون هدایت بهینه مرتبه اول در شکل ۲۶ نشان داده شده است.



شکل ۲۴- ریشه میانگین مجذور فاصله خطای بی‌بعد تحت قانون هدایت صریح ناشی از مانور ثابت هدف در بازه $t_f/T = [0.1 \ 30]$ در حضور اثر رادوم ($T_\alpha/T = 5$)



شکل ۲۵- ریشه میانگین مجذور خطای بی‌بعد هدایت صریح ناشی از مانور هدف ($T_\alpha/T = 5, R_{sat} = 3, t_f/T = [0.1 \ 30]$)

در ادامه، نمودارهای ریشه میانگین مجذور فاصله خطای بی‌بعد در بازه $t_f/T = [0.4 \ 4]$ با اعمال بازخورد شتاب هدف در قانون هدایت در شکل ۲۷ با اثر رادوم و محدودیت شتاب رهگیر ($R_{sat} = 3$) ترسیم شده‌است. در این شکل، هدف با مانور ثابت است و نتایج مذکور با «قانون هدایت صریح بدون بازخورد شتاب هدف» به ازای T_α/T های مختلف مقایسه شده‌است. با ملاحظه نمودارهای مذکور، بهبود عملکرد کلی «قانون هدایت صریح با بازخورد شتاب هدف» به ازای $T_\alpha/T = 2, 5, 10$ نسبت به «قانون هدایت صریح بدون بازخورد شتاب هدف» کاملاً مشهود است. البته باید توجه داشت که در شکل ۲۷ الف به ازای $v_c R_{eq}/v_M < -0.04$ و در شکل ۲۷ ب به ازای $v_c R_{eq}/v_M < -0.035$ نتیجه مذکور به ازای T_α/T های نسبتاً بزرگ برعکس می‌شود.

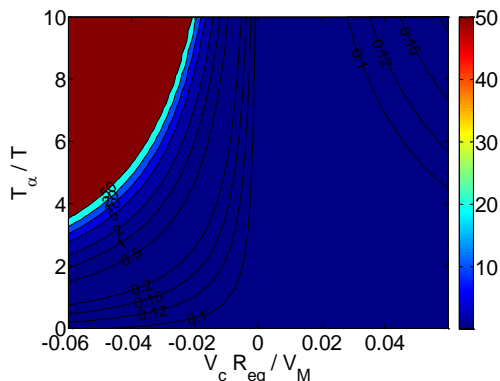
برای بررسی عملکرد قوانین هدایت نیاز است تا خطوط مقادیر ثابت برای ریشه میانگین مجذور فاصله خطای بی‌بعد استخراج شود. نکته حائز اهمیت این است که استخراج مرز پایداری/ناپایداری در منابع، بطور نمونه مراجع [۳۲-۲۹]، به تنهایی برای بررسی عملکرد کفایت نمی‌کند و همانطور که اشاره شد نیاز است تا با داشتن خطوط مقادیر ثابت برای ریشه میانگین مجذور فاصله خطا، حداکثر نسبت T_α/T (و یا حداقل ثابت زمانی مورد نیاز) به دست آید. بطور نمونه، در هدایت تناسبی حقیقی مرز پایداری برای سیستم هدایت و کنترل دو خطی مرتبه پنجم در مرجع [۱۲] به ازای $T_\alpha/T > 1$ بصورت

برای بررسی عملکرد قوانین هدایت نیاز است تا خطوط مقادیر ثابت برای ریشه میانگین مجذور فاصله خطای بی‌بعد استخراج شود. نکته حائز اهمیت این است که استخراج مرز پایداری/ناپایداری در منابع، بطور نمونه مراجع [۳۲-۲۹]، به تنهایی برای بررسی عملکرد کفایت نمی‌کند و همانطور که اشاره شد نیاز است تا با داشتن خطوط مقادیر ثابت برای ریشه میانگین مجذور فاصله خطا، حداکثر نسبت T_α/T (و یا حداقل ثابت زمانی مورد نیاز) به دست آید. بطور نمونه، در هدایت تناسبی حقیقی مرز پایداری برای سیستم هدایت و کنترل دو خطی مرتبه پنجم در مرجع [۱۲] به ازای $T_\alpha/T > 1$ بصورت

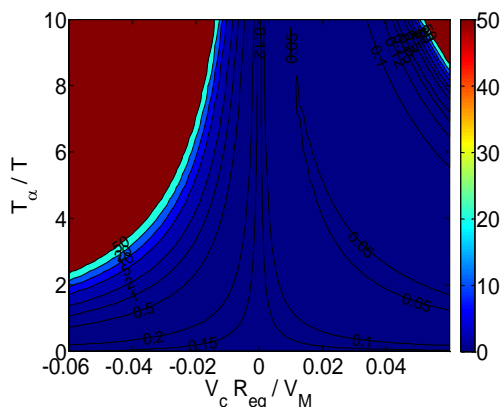
$$-0.79 < \frac{N' V_c R T_\alpha}{V_M T} < 2.07 \quad (13)$$

به دست آمده است؛ در صورتی که به ازای ضریب ناوبری مؤثر $N' = 3$ مقدار ریشه میانگین مجذور فاصله خطای بی‌بعد برای انحراف سمت اولیه به ازای بازه زمان نهایی بی‌بعد $t_f/T = [0 \ 30]$ بر روی این مرز، رابطه (۱۳)، در بازه $-0.06 < v_c R_{eq}/v_M < 0.1$ از 0.3 تا $2/5$ تغییر می‌کند، که مقادیر باید آن به ازای ثابت زمانی سیستم کنترل برابر با 0.25 ثانیه، سرعت رهگیر برابر با 600 متر بر ثانیه و 10 درجه خطای سمت اولیه به ترتیب برابر با $7/8$ و 65 متر می‌شود. همانطور که ملاحظه می‌کنید اگر فاصله خطای 8 متر هم قابل قبول باشد، فاصله خطای 65 متر قابل قبول نیست.

برای این منظور، خطوط مقادیر ثابت برای ریشه میانگین مجذور فاصله خطای بی‌بعد برای انحراف سمت اولیه در بازه زمان نهایی $t_f/T = [0 \ 30]$ در نمودار T_α/T برحسب $v_c R_{eq}/v_M$ در شکل ۲۸ به ازای $m=1$ و $m=2$ ترسیم شده است. همانطور که از این شکل ملاحظه می‌شود، در مجموع نواحی ریشه میانگین مجذور فاصله خطا به ازای $m=1$ وسیع‌تر از نواحی متناظر با $m=2$ به ازای خطوط مقادیر ثابت است، اما قسمت وسیعی از سمت راست منحنی به ازای $m=2$ مقدار ریشه میانگین مجذور فاصله خطای کمتری نسبت به $m=1$ دارد (خطوط ریشه میانگین مجذور فاصله خطای ثابت برابر با 0.5). برای وضوح و تفکیک بهتر رنگ‌آمیزی

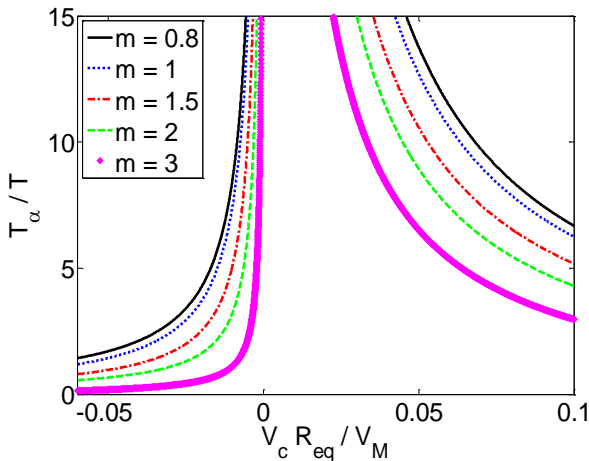


الف) به ازای $m=1$



ب) به ازای $m=2$

شکل ۲۸- نمایش خطوط مقادیر ثابت برای ریشه میانگین مجذور فاصله خطای بی‌بعد ناشی از انحراف سمت اولیه تحت قانون هدایت صریح در بازه $t_f/T = [0 \ 30]$



شکل ۳۱- نمایش خطوط مقدار ثابت ریشه میانگین مجذور فاصله خطای بی‌بعد برابر با مقدار ۱ تحت قانون هدایت صریح ناشی از مانور ثابت هدف با بازخورد شتاب هدف در بازه $t_f/T = [0 \ 10]$

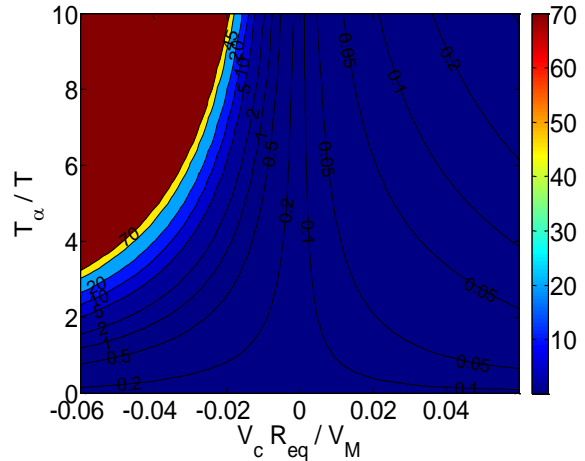
بنا به اهمیت خطوط مقادیر ثابت ریشه میانگین مجذور فاصله خطای بی‌بعد مذکور، روابط تقریبی آنها در محدوده $T_\alpha/T < 15$ با برآزش منحنی استخراج می‌شود، که نتایج حاصل در رابطه (۱۴) ملاحظه می‌شود:

$$\frac{T_\alpha}{T} = \begin{cases} \frac{b}{k_{eq}} - 0.1 + 0.05 \sqrt{0.6 - k_{eq}} & \text{for } k_{eq} < 0 \\ \frac{b}{k_{eq}} - 1.9 + 1.9 \sqrt{1.05 - k_{eq}} & \text{for } k_{eq} > 0 \end{cases} \quad (14)$$

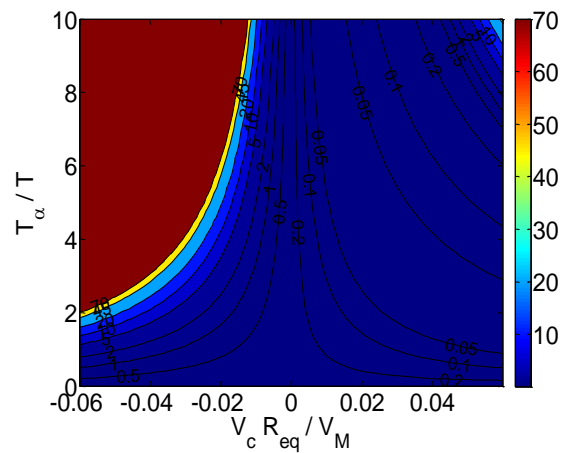
که ضریب b در رابطه فوق در جدول ۱ برای دو حالت خطای سمت اولیه و هدف با مانور ثابت به ازای مقادیر مختلف m درج شده است.

جدول ۱- ضریب b در معادله (۱۴) برای مقادیر مختلف m در هدایت صریح با بازخورد شتاب هدف ناشی از انحراف سمت اولیه و مانور هدف

(n_T) RMS MD/ $(n_T T^2)$ = 1	(HE) RMS MD/ $(T V_m HE)$ = 0.3	k_{eq}	m
-۰/۰۸۶ ۰/۷	-۰/۰۸۵ ۰/۶۷	- +	۰/۸
-۰/۰۷۵ ۰/۶۳۵	-۰/۰۷۲ ۰/۶۱	- +	۱
-۰/۰۵۱۵ ۰/۵۳	-۰/۰۴۸ ۰/۵۱۷	- +	۱/۵
-۰/۰۳۳۵ ۰/۴۵۴	-۰/۰۳۱ ۰/۴۳۸	- +	۲
-۰/۰۲ ۰/۳۸۵	-۰/۰۱۸ ۰/۳۸۷	- +	۲/۵
-۰/۰۱۱۲ ۰/۳۴۴	-۰/۰۰۸ ۰/۳۵	- +	۳

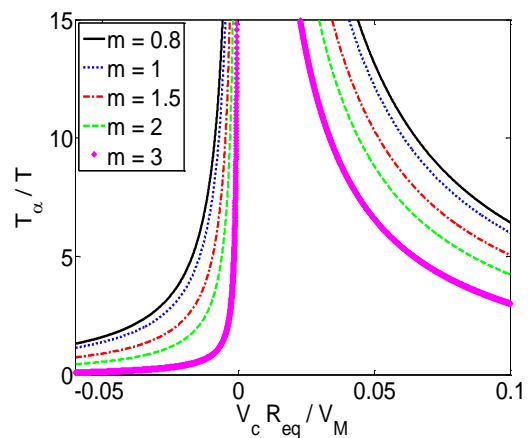


الف) به ازای m=1



ب) به ازای m=2

شکل ۲۹- نمایش خطوط مقادیر ثابت برای ریشه میانگین مجذور فاصله خطای بی‌بعد ناشی از مانور ثابت هدف تحت قانون هدایت صریح با بازخورد شتاب هدف در بازه $t_f/T = [0 \ 10]$



شکل ۳۰- نمایش خطوط مقدار ثابت ریشه میانگین مجذور فاصله خطای بی‌بعد برابر با مقدار ۰/۳ تحت قانون هدایت صریح ناشی از انحراف سمت اولیه در بازه $t_f/T = [0 \ 30]$

نتایج حاصل نشان می‌دهد که در حالت انحراف سمت اولیه، هدایت بهینه مرتبه اول عملکرد بهتری از هدایت تناسبی دارد؛ اما به ازای هدف با مانور ثابت، خطای نهایی بعد از گذشت ۱۰ برابر ثابت زمانی نیز مقدار قابل توجهی دارد، که هدایت تناسبی نسبت به آن برتری قابل توجهی نشان می‌دهد، هر چند در هدایت صریح در مجموع به ازای m از یک تا دو فاصله خطای کمتری نسبت به $m = 1$ حاصل می‌شود. در صورت بازخورد شتاب هدف در قانون هدایت، عملکرد در مقابل هدف با مانور ثابت قابل قبول خواهد بود. لذا برای استفاده از هدایت بهینه مرتبه اول (به ویژه برای زمان نهایی بزرگتر از ۴ برابر ثابت زمانی) حتماً باید بازخورد شتاب هدف در قانون هدایت لحاظ شود. شایان ذکر است «قانون هدایت بهینه مرتبه اول با بازخورد شتاب هدف» نسبت به هدایت تناسبی افزوده فاصله خطای بسیار کمتری به دست می‌دهد.

همانند اصلاح کلاسیک هدایت تناسبی با بازخورد سرعت زاویه‌ای بدنی رهگیر در حضور اثر رادوم، نمودار فاصله خطا را می‌توان در قانون هدایت صریح نیز شیف‌ت داد و در این صورت به ازای $m \neq 1$ می‌تواند عملکرد مطلوب‌تری به دست آورد. با استفاده از ترسیم نمودارهای بی‌بعد ریشه میانگین مجذور فاصله خطا برحسب مقادیر مختلف ثابت زمانی نرخ چرخش خطدید و ضریب شیب رادوم، تحلیل عملکردی/پایداری به ازای m های مختلف حاصل شده و با برازش منحنی، روابط تقریبی محدوده عملکردی مناسب استخراج می‌شود. این محدوده‌ها و روابط تقریبی برای استخراج ضریب بازخورد سرعت زاویه‌ای بدنی و همچنین طراحی قانون هدایت صریح با m متغیر بسیار مفید خواهد بود.

پیوست: بی‌بعدسازی معادلات با اثر رادوم

در شکل ۱۰ نمودار بلوکی مسئله خطی شده «هدایت صریح مرتبه اول با بازخورد شتاب هدف» در حضور اثر رادوم نمایش داده شده است. همانطور که می‌دانید در حالت خاص به ازای $m = 1$ ($N_m = N_1$) نمودار بلوکی شکل ۱۰ نمایانگر اعمال هدایت بهینه مرتبه اول می‌شود. در این شکل، s متغیر حوزه لاپلاس است. در خطی‌سازی، شتاب رهگیر (n_L) و شتاب هدف (n_T) تنها در راستای عمود بر خطدید اولیه و همچنین زاویه خطدید (λ) کوچک فرض می‌شود. همان‌طور که ذکر شد پارامتر γ تصویر فاصله هدف از رهگیر در راستای عمود بر خطدید اولیه است ($\gamma = n_T - n_L$). سرعت نزدیک شدن رهگیر به هدف (v_c) نیز ثابت فرض می‌شود.

سیستم کنترل با تابع تبدیل مرتبه n بصورت رابطه (۱۷) مدل شده است.

$$\frac{n_L}{n_c}(s) = \frac{1}{\prod_{j=1}^n (1 + T_j s)} \quad (17)$$

که در آن، T_j نمایانگر ثابت‌های زمانی سیستم کنترل و n مرتبه تابع تبدیل سیستم کنترل است. با فرض مساوی بودن همه ثابت‌های زمانی، ثابت زمانی معادل بصورت رابطه (۱۸) نوشته می‌شود:

در صورتی که نیاز باشد مطالعه تحلیلی مسئله و استخراج روابط تحلیلی- تقریبی ادامه یابد، مناسب است تا رابطه ساده‌تر اما کاملتری در دست باشد. برای این منظور، رابطه (۱۵) که کمی از دقت آن به ازای $|k_{eq}| > 0.06$ کاسته شده است اما مقادیر $0.8 \leq m \leq 3$ را پوشش می‌دهد، برای ادامه کار تحلیلی قابل استفاده خواهد بود. بطور نمونه از رابطه (۱۵) می‌توان برای استخراج رابطه‌ای صریح برای K_B بر حسب T_α/T و v_c/v_M استفاده نمود. نکته حائز اهمیت این است که ضریب بازخورد سرعت زاویه بدنی (K_B) با توجه به نمودارهای عملکردی حاصل می‌شود و نه فقط ارضای شرط پایداری.

$$\frac{T_\alpha}{T} = \begin{cases} \frac{c}{k_{eq}} - 0.061 + 0.032 k_{eq} & \text{for } k_{eq} < 0 \\ \frac{c}{k_{eq}} + 0.047 + 0.927 k_{eq} & \text{for } k_{eq} > 0 \end{cases} \quad (15)$$

که در آن،

$$c = c_1 m^2 + c_2 m + c_3 \quad (16)$$

و ضرایب c_1 تا c_3 در جدول ۲ درج شده است.

جدول ۲- ضرایب c در معادله (۱۶) به ازای دو حالت انحراف سمت اولیه و مانور هدف

(n_T) RMS MD/($n_T T^2$) = 1	(HE) RMS MD/($T V_m$ HE) = 0.3	k_{eq}	
-۰/۰۰۹۹	-۰/۰۱۰۶	-	c_1
۰/۰۴۶	۰/۰۴۷	+	
۰/۰۷۱۵۵	+۰/۰۷۴۷	-	c_2
-۰/۰۳۳۳۳	-۰/۰۳۲۱۶	+	
-۰/۰۱۳۶۷	-۰/۰۱۳۷۱	-	c_3
۰/۰۹۳	۰/۰۸۹۲	+	

نتیجه‌گیری

در این مقاله، تحلیل جامعی برای فاصله خطای قانون هدایت صریح مرتبه اول ناشی از انحراف سمت اولیه و هدف با مانور ثابت، با و بدون اثر رادوم و شتاب اشباع ارائه شده است. برای این منظور از معادلات خطی شده بی‌بعد و سیستم کنترل دوجمله‌ای مرتبه پنجم استفاده شده است. بنابراین منحنی‌های فاصله خطا به صورت بی‌بعد حاصل می‌شود. تحلیل حاضر به ازای مقادیر مختلف تابع تابع آلفا (m) صورت پذیرفته است. در حالت خاص، قانون هدایت صریح به ازای تابع آلفا با توان واحد، منجر به قانون هدایت بهینه مرتبه اول برای کمینه‌سازی معیار عملکرد انتگرال مجذور دستور شتاب در کل زمان پرواز می‌شود.

$$T = nT_j \quad (۱۸)$$

در ادامه، با استفاده از نمودار بلوکی شکل ۱۰ و با فرض مساوی بودن همه ثابت‌های زمانی سیستم کنترل، معادلات حالت بی‌بعد استخراج می‌شود. بدین منظور از متغیرهای زیر برای بی‌بعدسازی معادلات حالت استفاده شده‌است [۲۸].

$$\hat{y} = \hat{x}_1 = \frac{x_1}{TV}, \quad \hat{v} = \hat{x}_2 = x_2/V \quad (۱۹)$$

$$\hat{x}_j = Tx_j/V, \quad j = 3, 4, \dots, n+2 \quad (۲۰)$$

$$\tau = t/T, \quad \hat{n}_L = Tn_L/V, \quad \hat{n}_T = Tn_T/V \quad (۲۱)$$

$$\hat{\theta} = v_M\theta/V, \quad \hat{\lambda} = v_c\lambda/V \quad (۲۲)$$

در رابطه (۲۱) عبارت \hat{n}_T برابر با $\text{sgn}(n_T)$ و در حالت بدون مانور برابر صفر می‌شود. در روابط مذکور، V پارامتر بی‌بعدسازی با دیمانسیون مشابه سرعت است. در صورت تحلیل مسئله به ازای انحراف سمت اولیه، $V = |v_0|$ و به ازای هدف با مانور ثابت، $V = T|n_T|$ لحاظ می‌شود. معادلات حالت بی‌بعد به صورت زیر است:

$$\hat{y}' = \hat{v} \quad (۲۳)$$

$$\hat{v}' = \hat{n}_T - \hat{n}_L \quad (۲۴)$$

$$\hat{x}'_3 = n(\hat{a}_c - \hat{x}_3) \quad (۲۵)$$

$$\begin{cases} \text{for } j = 4:1:n+2 \\ \hat{x}'_j = n(\hat{x}_{j-1} - \hat{x}_j) \\ \text{end} \end{cases} \quad (۲۶)$$

با بی‌بعدسازی رابطه (۱۲)، رابطه زیر حاصل می‌شود.

$$\hat{n}_c = N_m \left[(1+R)\hat{\lambda}' - \left(K_L - nk_{eq} \frac{T_\alpha}{T} + k_{eq} \right) \hat{x}_{n+2} - nk_{eq} \frac{T_\alpha}{T} \hat{x}_{n+1} + 0.5s\hat{n}_T \right] \quad (۲۷)$$

که در آن

$$\hat{\lambda}' = (\hat{y} + \hat{v}\tau_{go})/\tau_{go}^2 \quad (۲۸)$$

$$\hat{\theta}' = \hat{n}_L + \frac{T_\alpha}{T} \hat{n}'_L \quad (۲۹)$$

که در آن، $(\)'$ مشتق نسبت به $\tau = t/T$ و $\tau_{go} = t_{go}/T$ است. به منظور اعمال محدودیت شتاب برای رهگیر، اگر دستور شتاب بی‌بعد با \hat{n}_c نشان داده شود و مقدار شتاب اشباع برابر با A_{sat} باشد، دستور شتاب بی‌بعد (بعد از اعمال محدودیت حداکثر شتاب رهگیر است) برابر است با:

$$\hat{a}_c = \begin{cases} R_{sat} \text{sgn}(\hat{n}_c) & |\hat{n}_c| > R_{sat} \\ \hat{n}_c & |\hat{n}_c| \leq R_{sat} \end{cases} \quad (۳۰)$$

$$R_{sat} = TA_{sat}/V \quad (۳۱)$$

تعارض منافع

هیچگونه تعارض منافی توسط نویسندگان بیان نشده است.

مراجع

- [1] R. G. Cottrell, "Optimal Intercept Guidance for Short-Range Tactical Missiles," *AIAA Journal*, vol. 9, no. 7, pp. 1414-1415, 1971, doi: 10.2514/3.6369.
- [2] I. Rusnak, and L. Meir, "Optimal Guidance Law for High-Order Autopilot," *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, vol. 14, no. 5, pp. 1056-1058, 1990.
- [3] I. Rusnak, and L. Meir, "Modern Guidance Law for Acceleration Constrained Missile and Maneuvering Target," *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, vol. 26, no. 4, pp. 618-624, 1991.
- [4] T. R. Blackburn, "Method for Improving Autopilot Lag Compensation in Intercept Guidance," *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, vol. 19, no. 3, pp. 724-726, 1996, doi: 10.2514/3.21686.
- [5] S. H. Jalali-Naini, "Modern Explicit Guidance Law for High-Order Dynamics," *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, vol. 27, no. 5, pp. 918-922, 2004, doi: 10.2514/1.5902.
- [6] R. T. Yanushevsky and W. J. Boord, "New Approach To Guidance Law Design," *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, vol. 28, no. 1, pp. 162-166, 2005, doi: 10.2514/1.6154.
- [7] S. H. Jalali-Naini, "Miss Distance Analysis of Proportional Navigation Using Normalized Equations with Radome Effect, Saturation, and Body Rate Feedback," *Journal of Aeronautical Engineering*, vol. 14, no. 1, pp. 1-11, 2012 (in Persian).
- [8] O. Maklouf, S. Basha, and A. Eljibrani, "Performance Evaluation of Proportional Navigation Homing Guidance Law," in *5th International Conference on Control Engineering & Information Technology*, 2017, vol. 33, pp. 14-18.
- [9] R. Yanushevsky, *Modern Missile Guidance*. Taylor & Francis, 2007.
- [10] D. S. Chauhan and R. Sharma, "A Computing Based Simulation Model for Missile Guidance in Planar Domain," *Journal of the Institution of Engineers (India): Series C*, vol. 99, no. 6, pp. 607-628, 2018/12/01 2018, doi: 10.1007/s40032-017-0386-6.
- [11] A. E. Bryson and Y. C. Ho, *Applied Optimal Control*. Hemisphere, New York, 1975.
- [12] P. Zarchan, *Tactical and Strategic Missile Guidance*. American Institute of Aeronautics and Astronautics, Inc., 2012.
- [13] F. W. Nesline and P. Zarchan, "Miss Distance Dynamics in Homing Missiles," in *17th Fluid Dynamics, Plasma Dynamics, and Lasers Conference*, 1984, p. 1844.
- [14] W. R. Yueh and C. F. Lin, "Guidance Performance Analysis with in-Flight Radome Error Calibration," *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, vol. 8, no. 5, pp. 666-669, 1985, doi: 10.2514/3.20039.

- [24] F. W. Nesline, and P. Zarchan, "Radome Induced Miss Distance in Aerodynamically Controlled Homing Missiles," *AIAA Guidance and Control Conference*, AIAA-84-1845, USA, 1984.
- [25] S. H. Jalali-Naini, "Generalized Explicit Guidance Law for Time-Variant High-Order Dynamics," in *Proceedings of the 4th Iranian Aerospace Society Conference, Iranian Aerospace Society*, Tehran, Iran, 2003, pp. 249-261.
- [26] S. H. Jalali-Naini, and A. Arabian Arani, "Explicit Guidance Law with Variable Navigation Coefficient," Presented at *the 29th Annual International Conference of the Iranian Association of Mechanical Engineers*, Tehran, Iran, 2021 (in Persian).
- [27] S. H. Jalali-Naini, and A. Arabian Arani, "Miss Distance Analysis of Proportional Navigation for High-Order Binomial Control Systems in Presence of Noise and Target Maneuvers," *Journal of Aeronautical Engineering*, vol. 18, no. 1, pp. 34-50, 2016 (in Persian).
- [28] S. H. Jalali-Naini, "Normalized Miss Distance Analysis of Single-Lag Optimal Guidance Law with Radome Effect, Saturation, and Fifth-Order Control System," *Scientia Iranica*, vol. 21, no. 5, pp. 1683-1692, 2014.
- [29] K. Chen, Q. Xia, X. Du, and Y. Yao, "Influence of Seeker Disturbance Rejection and Radome Error on the Lyapunov Stability of Guidance Systems," *Mathematical Problems in Engineering*, vol. 2018, pp. 1-9, 2018. doi:10.1155/2018/1890426
- [30] I. Klein, and I. Rusnak, "Loop-Shaping Approach to Mitigate Radome Effects in Homing Missiles," *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, Vol. 40, No. 7, pp. 1789-1795, 2017.
- [31] S. Lin, W. Wang, W. Lin, and C. Li, "The Research of Loop-shaping Method to Mitigate the Total Error Effect in air-to-air Missiles," *Optik*, vol. 181, pp. 923-932, 2019.
- [32] I. Klein, I. Rusnak, "Compensation of Parasitic Loops in Homing Systems via an Observer-Compensator Approach," *58th Israel Annual Conference on Aerospace Sciences*, March 14-15, 2018, pp. 456-466.
- [15] J. M. Lin and Y. F. Chau, "Radome Slope Compensation Using Multiple-Model Kalman Filters," *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, vol. 18, no. 3, pp. 637-640, 1995, doi: 10.2514/3.21438.
- [16] P. Gurfil and N. J. Kasdin, "Improving Missile Guidance Performance by in-Flight Two-Step Nonlinear Estimation of Radome Aberration," *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, vol. 12, no. 4, pp. 532-541, 2004, doi: 10.1109/TCST.2004.825056.
- [17] P. Zarchan and H. Gratt, "Adaptive Radome Compensation Using Dither," *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, vol. 22, no. 1, pp. 51-57, 1999, doi: 10.2514/2.4370.
- [18] M. Khosravi Samani, M. Nikusokhan, and I. Mohammadzaman, "Robust Compensation of Radome Error Using μ -Synthesis Technique," *Journal of Aeronautical Engineering*, vol. 20, no. 2, pp. 56-66, 2018 (in Persian).
- [19] S. Lin, D. Lin, and W. Wang, "A Novel Online Estimation and Compensation Method for Strapdown Phased Array Seeker Disturbance Rejection Effect Using Extended State Kalman Filter," *IEEE Access*, vol. 7, pp. 172330-172340, 2019, doi: 10.1109/ACCESS.2019.2956256.
- [20] C.-L. Lin, "Stability Analysis of Radome Error and Calibration Using Neural Network," *IEEE Transactions on AES*, vol. 37, no. 4, pp. 1442-1450, 2001.
- [21] X. Cao, C. Dong, Q. Wang, and Y. Chen, "Radome Slope Estimation in Flight Using Fuzzy Adaptive Multiple Model for Active Homing Missile," in *9th International Conference on Electronic Measurement & Instruments*, Beijing China, 16-19 Aug. 2009, pp. 4-1017-4-1022, doi: 10.1109/ICEMI.2009.5274149.
- [22] J.-M. Lin and C.-H. Lin, "High Altitude Air Defence with Intelligence Fuzzy Terminal Guidance Law by Taking Turning Rate and Radome Error Slope into Consideration," *Proc. of the 8th Asisn Control Conference*, Taiwan, 2011.
- [23] F. W. Nesline, and P. Zarchan, "A New Look at Classical vs Modern Homing Missile Guidance," *Journal of Guidance and Control*, vol. 4, no. 1, pp. 78-85, 1981, doi: 10.2514/3.56054.