

VOL.17 / ISSUE 1/ SPRING 2024 (NO. 60) Print ISSN: 2008-4560 / Online ISSN: 2423-4516 DOI: 10.22034/JSST.2024.1446



Pages: 1-9/ Original Article / Submit: 01 June 2023 / Accepted: 29 August 2023

Availablein: http;//jsst.ias.ir

## Physical Initial Flight Alignment for Stabilized Platform Inertial Navigation System Using State Feedback

Seyed Ali Zahiripour 💿

Department of Electrical and Computer Engineering, University of Kashan, Kashan, Iran

Corresponding Author's E-mail: zahiripour@kashanu.ac.ir

#### Abstract:

A method for increasing the accuracy of the initial alignment process of inertial navigation systems with a stable platform is presented through state feedback control in flight mode. In the presented method, the state feedback controller is designed by using the stable plate deviation angles and the sensor error which is extracted with the help of Kalman filter. To do this, while checking the observability of the system, by adding suitable flight maneuvers and expressing the equations of propagation of navigation error, in the form of a fixed piece system with time, it is possible to estimate the angles and errors of the sensors in the align phase. The groundwork is provided for the design of state feedback. Then, taking into account the stable platform motion equations and using the principle of separation of observer and controller design, a state feedback controller is designed. In the end, the simulation results of the proposed method show an increase in the accuracy of the alignment process and, consequently, an increase in the accuracy of the navigation, compared to the conventional output feedback method.

Keywords: Initial Alignment, Navigation Systems, Stable Platform, Estimation, State Feedback

#### 1. Introduction

Navigation accuracy in inertial navigation systems largely depends on the quality of the initial justification process. The initial justification process means determining the initial angles and alignment of the inertial sensors of the device in question with respect to another device (analytical justification) or matching the coordinates of the sensors to a reference device (physical justification), one of the important topics in the topic of navigation that various research has assigned. Analytical justification can be used in navigation systems attached to the body [1-3] and having a stable plane [4, 5], while physical justification can be used in navigation systems with a stable plane [6-8] Although the physical justification is more complicated than the analytical type due to the need to design a control system, it leads to the improvement of navigation accuracy in the navigation phase by removing one of the error-causing factors.

The justification process, depending on the conditions, can be done in both stationary [9-11] and mobile [12, 13] modes. In stationary mode, in the navigation system without stable plane, the output of gyroscopes and accelerometers is used, and in the inertial navigation system with stable plane, the

output of accelerometers is used for initial justification. In order to perform justification while moving, while using information from inertial sensors, information from a navigation aid system such as Global Positioning System (GPS) can also be useful [14].

In navigation systems with a stable plane, physical justification happens by damping the angles of plane deviation [8], which researches in this field are limited, especially in the flight mode [15, 16]. In one example of this research, the calculated speed difference of the inertial navigation system and the output of the navigation aid system have been used to extract the control signal and correct the deviation angles of the stable plane. Of course, to reduce the effect of noise and sensor error, these speed differences have been passed through the Kalman filter and its estimation by the Kalman filter has been used to make the control signal [15]. In another example, the calculation of the control signal was done directly through the filtration of the output of the accelerometers [16]. In this article, in order to improve the quality of physical justification, other modes of the justification process are also used in the construction of the control signal. To be more precise, by estimating the error of the sensors and the deviation angles of the stable plane, the appropriate

**O** COPYRIGHTS

<sup>© 2024</sup> by the authors. Published by Aerospace Research Institute. This article is an open access article distributed under the terms and conditions of the Creative Commons Attribution 4.0 International (CC BY 4.0)

How to Cite this Article:

S.A. Zahiripour." Physical Initial Flight Alignment for Stabilized Platform Inertial Navigation System Using State Feedback," *Journal of Space Science and Technology*, vol. 17, no. 1, pp. 1-9, 2024 (in Persian)

#### 2 / Journal of Space Science and Technology Vol. 17 / Issue. 1 / SRRING 2024/ No. 60

control input is extracted to be applied to the torque generator of the gyroscopes in order to rotate the stable plane and physically compensate its deviation. To do this, it is necessary to check the visibility of this system [17, 18]. The results of the observability analysis of the navigation error propagation equations in the flight mode indicate that in a specific maneuver, regardless of the type of maneuver, the system states cannot be fully calculated from the observations, and therefore the main challenge in the state feedback controller design for this system is the complete lack of visibility of the state variables.

To overcome this challenge, in this article with the help of [19], which is related to the analysis of the observability of time-constant piecewise systems, we have shown that if a combination of flight maneuvers is used in the justification process, the error propagation equation is fully visible by observing the error of the speeds, and the ground is provided for the design of the mode feedback.

According to what was said, the strengths of the current research compared to the past are summarized as follows:

1- The physical justification of the inertial navigation system has been done in the flight mode, which, compared to the analytical justification, leads to the elimination of an error-causing factor and the reduction of the computational volume in the phase after the justification, i.e., navigation.

2- The accuracy of physical justification in flight mode is higher compared to the few past researches in this field.

3- Suitable maneuvers are proposed through which it is possible to estimate the stable plane deviation angles and sensor errors.

#### 2. References

- J. Tang, H. Bian, H. Ma, and R. Wang, "One-step initial alignment algorithm for SINS in the ECI frame based on the inertial attitude measurement of the CNS," *Sensors*, vol. 22, no. 14, p. 5123, 2022, doi: <u>https://doi.org/ 10.3390/s22145123</u>.
- [2] L. Chang, J. Li, and S. Chen, "Initial alignment by attitude estimation for strapdown inertial navigation systems," *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, vol. 64, no. 3, pp. 784-794, 2014. doi: <u>10.1109/TIM.2014.2355652</u>
- [3] R. Ghasrizadeh and A. Nikkhah, "improve coarse alignment in inertial navigation system By the method of Identification the Kalman filter matrix," *Journal of Space Science and Technology*, vol. 13, no. 4, pp. 81-90, 2020 (in Persian) doi: 20.1001.1.20084560.1399.13.4.8.4
- [4] W. Zhao, L. Zhou, and G. Song, "A Study on Alignment of analytic Space Stable Inertial Navigation System," in 2019 26th Saint Petersburg International Conference on Integrated Navigation Systems (ICINS), pp. 1-6: IEEE 2019, doi: 10.23919/ICINS.2019.8769359.
- [5] S. Wang, Q. Xu, M. Liu, Y. Tang, and R. Lin, "Initial Alignment Algorithm for Platform Inertial Navigation System Based on Fuzzy Kalman Filter," in 2018 IEEE CSAA Guidance, Navigation and Control Conference (CGNCC), pp. 1-4: IEEE. 2018, doi: 10.1109/GNCC42960.2018.9019079
- [6] S. SalehiAmiri, A. Nikkhah, and H. Nobahari, "Extracting the Non-ObservableStates in Alignment & Calibration Process for Gimballed Inertial Navigation Systems,"

Space Science and Technology, vol. 7, no. 3, 2014( in Persian)

- [7] Z. Ding, H. Zhou, S. Zhang, H. Yang, and H. Cai, "Initial self-alignment method for inertial platform on a stationary base," *J. Astronaut*, vol. 38, no. 6, pp. 612-620, 2017, doi: <u>10.3873/j.issn.1000-1328.2017.06.008</u>
- [8] M.-A. Massoumnia and R. Rezaii-Far, "Stable platform initial alignment using state feedback controllers," in [Proceedings 1992] The First IEEE Conference on Control Applications, pp. 326-329: IEEE, 1992, doi: <u>10.1109/CCA.1992.269855</u>
- [9] T. Du, C. Tian, J. Yang, S. Wang, X. Liu, and L. Guo, "An autonomous initial alignment and observability analysis for SINS with bio-inspired polarized skylight sensors," *IEEE Sensors Journal*, vol. 20, no. 14, pp. 7941-7956, 2020, doi: 10.1109/JSEN.2020.2981171
- [10] F. O. Silva, W. C. Leite Filho, and E. M. Hemerly, "Design of a stationary self-alignment algorithm for strapdown inertial navigation systems," *IFAC-PapersOnLine*, vol. 48, no. 9, pp. 55-60, 2015, <u>doi:</u> 10.1016/j.ifacol.2015.08.059
- [11] M. Fathi, A. Mohammadi, and N. Ghahramani, "INS alignment improvement using rest heading and zerovelocity updates," *Journal of Space Science and Technology*, vol. 8, no. 4, pp. 45-51, 201, (in Persian).
- [12] S. Cao, H. Gao, and J. You, "In-Flight Alignment of Integrated SINS/GPS/Polarization/Geomagnetic Navigation System Based on Federal UKF," *Sensors*, vol. 22, no. 16, p. 5985, 2022, doi: https://doi.org/10.3390/s22165985
- [13] W. Chen, Z. Yang, S. Gu, Y. Wang, and Y. Tang, "Adaptive transfer alignment method based on the observability analysis for airborne pod strapdown inertial navigation system," *Scientific Reports*, vol. 12, no. 1, p. 946, 2022, <u>doi: https://doi.org/10.1038/s41598-021-04732-4.</u>
- [14] Z. Lu *et al.*, "A new in-flight alignment method with an application to the low-cost sins/gps integrated navigation system," *Sensors*, vol. 20, no. 2, p. 512, 2020, doi: https://doi.org/10.3390/s20020512
- [15] H. T. K. a. O. S. Salychev, "inertial navigation and optimal filtration, mechanical engineering," M.: Mechanical Engineering., 1982. (In Russian)
- [16] V. Meleshko, "Inertial navigation systems. Initial exhibition," K.: "Korniychuk, 1999. (In Russian)
- I. Y. Bar-Itzhack and B. Porat, "Azimuth observability enhancement during inertial navigation system in-flight alignment," *Journal of Guidance and Control*, vol. 3, no. 4, pp. 337-344, 1980, <u>doi:</u> <u>https://doi.org/10.2514/3.55999</u>
- [18] J. H. Dambeck, Observability and controllability analysis for a strapdown inertial navigation system. 3rd International Workshop on High Precision Navigation, University of Stuttgart, Bonn, 1995.
- [19] I. Y. Bar-Itzhack and N. Berman, "Control theoretic approach to inertial navigation systems," *Journal of Guidance, control, and Dynamics*, vol. 11, no. 3, pp. 237-245, 1988, doi:. <u>https://doi.org/10.2514/3.20299</u>
- [20] D. Goshen-Meskin and I. Bar-Itzhack, "Observability analysis of piece-wise constant systems. II. Application to inertial navigation in-flight alignment (military applications)," *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic systems*, vol. 28, no. 4, pp. 1068-1075, 1992, doi: 10.1109/7.165368



ص. ص. ۹–۱ / مقاله پژوهشی / دریافت: ۱۴۰۲/۰۳/۱۱ / پذیرش مقاله: ۱۴۰۲/۰۶/۰۷ <u>Availablein: http://jsst.ias.ir</u>

# ترازیابی اولیه سیستم ناوبری اینرسی با صفحه پایدار در مود پرواز بهصورت فیزیکی از طریق فیدبک حالت

سیدعلی ظهیری پور 💿

۱ - دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر، دانشگاه کاشان ، کاشان، ایران ایمیل نویسنده مخاطب Zahiripour@kashanu.ac.ir

به منظور افزایش دقت فرایند ترازیابی اولیه سیستمهای ناوبری اینرسی با صفحه پایدار، روشی از طریق کنترل فیدبک حالت در مود پرواز ارائه شده است. در روش ارائه شده، کنترل کننده فیدبک حالت، با استفاده از زوایای انحراف صفحه پایدار و خطای سنسورها که به کمک فیلتر کالمن استخراج می شود، طراحی شده است. برای معادلات انتشار خطای ناوبری، به فرم یک سیستم، تکهای ثابت با زمان، امکان تخمین زوایا و خطاهای سنسورها در فاز ترازیابی میسر شده و زمینه برای طراحی فیدبک حالت فراهم شده است. سپس با در نظر گرفتن معادلات حرکت صفحه پایدار و استفاده از اصل جداپذیری طراحی رؤیتگر و کنترل کننده، یک کنترل کننده فیدبک حالت طراحی شده است. در انتها، نتایج شبیه سازی روش پیشنهادی، بیانگر افزایش دقت فرایند ترازیابی و به تبع آن افزایش دقت ناوبری، نسبت به روش متداول فیدبک خالت می افزایش دقت فرایند ترازیابی و به تبع آن

واژههای کلیدی: ترازیابی اولیه، سیستمهای ناوبری، صفحه پایدار، تخمین، فیدبک حالت

#### علائم اختصارى

باياس شتاب سنج سوم  $b_3$ مؤلفه شمالی سرعت  $\mathcal{V}_N$ دريفت ژيروسکوپ اول  $d_1$ مؤلفه شرقی سرعت  $v_E$ دريفت ژيروسکوپ دوم  $d_2$ مؤلفه عمودی سرعت  $v_D$ دريفت ژيروسكوپ سوم  $d_3$ مؤلفه اول انحراف صفحه  $arphi_N$ مؤلفه دوم انحراف صفحه  $arphi_E$ نویز سنسورها  $W_1$ تغييرات باياس سنسورها  $W_2$ مؤلفه سوم انحراف صفحه  $\varphi_D$ ماتریس بازه  $\,$ همبستگی خطا auباياس شتاب سنج اول  $b_1$ سرعت دوران زمين  $\omega$ باياس شتاب سنج دوم  $b_2$ ل طول جغرافيايي L مؤلفه عمودي شتاب ظاهري  $F_D$ Z بردار مشاهدات λ عرض جغرافیایی v خطای محاسبه سرعت ناوبری مؤلفه شمالی شتاب ظاهری  $F_N$ ماهوارهای L بهره فیلتر مؤلفه شمالی شتاب ظاهری  $F_E$ 

#### مقدمه

دقت ناوبری در سیستمهای ناوبری اینرسی، به میزان زیادی به کیفیت فرایند ترازیابی (تنظیم) اولیه بستگی دارد. فرایند ترازیابی اولیه به معنای تعیین زوایای اولیه سمت و تراز سنسورهای اینرسی وسیله مورد نظر نسبت به دستگاه دیگر (ترازیابی تحلیلی) یا منطبق سازی دستگاه مختصات سنسورها بر یک دستگاه مرجع (ترایابی فیزیکی)، از موضوعات مهم در مبحث ناوبری است که پژوهش های مختلفی را به خود اختصاص مهم در مبحث ناوبری است که پژوهش های مختلفی را به خود اختصاص داده است. ترازیابی تحلیلی در سیستمهای ناوبری متصل به بدنه [۳–۱] و دارای صفحه پایدار [۴, ۵] قابل استفاده است در حالیکه ترازیابی فیزیکی میتواند در سیستمهای ناوبری با صفحه پایدار به کار رود [۶–۸]. ترازیابی فیزیکی اگرچه نسبت به نوع تحلیلی به دلیل نیاز به طراحی یک سیستم کنترل، پیچیدهتر است، ولی در عوض در فاز ناوبری با حذف یکی از عوامل ایجاد خطا، به بهبود دقت ناوبری منجر میشود.

© 2024 by the authors. Published by Aerospace Research Institute. This article is an open access article distributed under the terms and conditions of <u>the Creative Commons Attribution 4.0 International (CC BY 4.0)</u>

فرایند ترازیابی، بسته به شرایط میتواند در هر دو مد ساکن [۱۱–۹] و متحرک [۱۲, ۱۳] انجام شود. در حالت سکون، در سیستم ناوبری بدون صفحه پایدار از خروجی ژیروسکوپها و شتابسنجها و در سیستم ناوبری اینرسی با صفحه پایدار از خروجی شتاب سنجها به منظور ترازیابی اولیه استفاده میشود. برای انجام ترازیابی در حال حرکت، ضمن استفاده از اطلاعات سنسورهای اینرسی، اطلاعات یک سیستم کمک ناوبری مانند GPS نیز میتواند مفید باشد [۱۴].

در سیستمهای ناوبری با صفحه پایدار، ترازیابی فیزیکی با میراسازی زوایای انحراف صفحه اتفاق میافتد [۸] که تحقیات انجام شده در این حوزه به خصوص در مد پرواز محدود است [۱۵, ۱۶]. در یک نمونه از این تحقیقات از تفاضل سرعتهای محاسبه شده سیستم ناوبری اینرسی و خروجی سیستم کمکناوبری برای استخراج سيكنال كنترلى و تصحيح زواياى انحراف صفحه پايدار استفاده شده است. البته برای کاهش اثر نویز و خطای سنسورها، این تفاضل سرعتها از فیلتر کالمن عبور داده شده و از تخمین آن توسط فيلتر كالمن براى ساخت سيكنال كنترل استفاده شده است [۱۵] در نمونه ای دیگر، محاسبه سیگنال کنترلی، مستقیماً از طریق فيلتراسيون خروجي شتابسنجها انجام گرفته است [18]. در اين مقاله بهمنظور بهبود کیفیت ترازیابی فیزیکی، از حالتهای دیگر فرایند ترازیابی نیز در ساخت سیگنال کنترل استفاده می شود. به بیان دقیق تر، با تخمین خطای سنسورها و زوایای انحراف صفحه پایدار، ورودی کنترل مناسب برای اعمال به گشتاورساز ژيروسكوپها به منظور دوران صفحه پايدار و جبران فيزيكي انحراف آن استخراج می شود. برای انجام این کار، بررسی رؤیت پذیری این سیستم ضرورت پیدا می کند [۱۸, ۱۸] . نتایج تحلیل مشاهده پذیری معادلات انتشار خطای ناوبری در مد پرواز بیانگر این موضوع است که در یک مانور مشخص، فارغ از نوع مانور، نمی توان حالتهای سیستم را به طور کامل از مشاهدات استخراج کرد و لذا چالش اصلی در طراحی کنترل کننده فیدبک حالت برای این سیستم، عدم مشاهده پذیری کامل متغیرهای حالت است.

برای عبور از این چالش، در این مقاله به کمک [۱۹] که مربوط به تحلیل مشاهدهپذیری سیستمهای تکهای ثابت با زمان است، نشان دادهایم که اگر در فرایند ترازیابی، ترکیبی از مانورهای پروازی استفاده شود، معادلات انتشار خطا با مشاهدات خطای سرعتها، بهطور کامل رؤیتپذیر شده و زمینه برای طراحی فیدبک حالت فراهم می شود.

با توجه به آنچه گفته شد، نقاط قوت پژوهش جاری در قیاس با گذشته بهصورت خلاصه زیر بیان میشوند:

 ۱- ترازیابی فیزیکی سیستم ناوبری اینرسی در مد پرواز انجام شده است که در مقایسه با تنظیم تحلیلی، منجر به حذف یک عامل ایجاد خطا و کاهش حجم محاسباتی در فاز بعد از ترازیابی، یعنی ناوبری می شود.

۲-دقت ترازیابی بهصورت فیزیکی در مود پرواز، در قیاس با معدود تحقیقات گذشته در این حوزه بالاتر است.

۳–مانورهای مناسبی پیشنهاد شده که از طریق آن امکان تخمین زوایای انحراف صفحه پایدار و خطای سنسورها به وجود آید. در یک جمعبندی، نوآوریهای این مقاله عبارتاست از:

 ۱- تلفیق چند مانور و تعیین نوع و تعداد آنها جهت رؤیت پذیر شدن کامل خطاهای الگوریتم ناوبری اینرسی

۲- طراحی کنترل کننده کننده فیدک حالت با معرفی سیگنال کنترل مجازی، استفاده از درجات آزادی موجود در طراحی، با هدف سادهشدن سیستم کنترل و سادهسازی سیستم کنترل با استفاده از قضیه دایره گرشگورین

پیکربندی مقاله به این صورت است که در بخش دوم، مدل خطای مناسبی برای سیستم ناوبری اینرسی با صفحه پایدار در مود پرواز ارائه میشود و در بخش سوم، مشاهده پذیری فرایند ترازیابی اولیه در مانورهای مختلف مورد ارزیابی قرار می گیرد. در بخش چهارم طراحی کنترل کننده فیدبک حالت برای جبران انحراف صفحه پایدار انجام شده و نتایج شبیه سازی این طراحی در بخش پنجم ارائه شده است. سرانجام در بخش پایانی نتیجه گیری پژوهش جاری بیان شده است.

## مدل خطای سیستم ناوبری در مد پرواز

به منظور بررسی کیفیت فرایند ترازیابی فیزیکی اولیه در مود پرواز، مدل خطای مناسبی مورد نیاز است که نمونه متداول آن از مرجع [۲۰]، استخراج شده است. در این مدل، دستگاه مختصات جغرافیایی به عنوان دستگاه مرجع تعریف می شود. مدل خطای INS با خطای افزوده شده سنسورها توسط ۱۲ متغیر حالت به صورت زیر بیان می شود:

 $\dot{x} = Ax + W$ 

در رابطه فوق

(١)

- 1	$v_N$	1	
	$v_E$		
	$v_D$		
	$\varphi_N$		
<i>x</i> =	$\varphi_E$		
	$\varphi_D$		/ <b>_</b> \
	$b_1$		(r)
	$b_2$		
	$b_3$		
	$d_1$		
	$d_2$		
	$d_2$		

که در آن  $v_E$  ،  $v_N$  و  $v_D$  به ترتیب مؤلفههای سرعت خطای ناوبری اینرسی در راستای شمالی، شرقی و عمودی،  $\varphi_P \ \varphi_E \ \varphi_P$  به ترتیب مؤلفههای انحراف صفحه پایدار نسبت به دستگاه مختصات جغرافیایی،  $b_2$  ،  $b_1$  و  $b_2$  به ترتیب بایاس شتابسنجهای سه محور،

ترازیابی اولیه سیستم ناوبری اینرسی با صفحه پایدار در مود پرواز بهصورت فیزیکی از ...

W = 0و  $d_3$  به ترتیب دریفت ژیروسکوپهای سه محور و  $W = W_1$  ،  $d_1$   $W_1$  ( $W_1$ (6×1)  $W_1$  بردار تصادفی نویز سفید، معرف نویز فرایند است.  $W_1$ نویز سنسورها و  $W_2$  مربوط به تغییرات بایاس سنسورهاست.

لازم بهذکر است که معادلات انتشار خطای INS در شکل دقیق خود غیر خطی هستند. اگر در بسط تیلور توابع، از تقریب مرتبه اول استفاده شود، مدل خطا در شکل تقریبی خود، خطی خواهد بود. در رابطه (۱)، ماتریس A بهصورت زیر است:

$$A = \begin{bmatrix} \Omega & F & I & 0\\ 0 & \Omega & 0 & I\\ 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$
(7)

اگر بردار بایاس سنسورها و دریفت ژیروسکوپها را e بنامیم، با توجه به مدل انتشار خطا داریم:

$$\dot{e} = W_2$$

توضيح اينکه باياس سنسورها و دريفت ژيروسکوپها، معمولاً يک فرايند تصادفی با فرکانس کوچک (تغييرات آهسته) به صورت زير در نظر گرفته می شود: $\dot{e} = \tau^{-1}e + W_2$ 

2

که در آن au ماتریس قطری بازه زمانی همبستگی خطا و  $W_2$  نویز سفید است.

بهطور کلی به دلیل روند کند تغییرات بایاس سنسورها و دریفت ژیروسکوپها، درایههای ماتریس *τ* بزرگ است (حدود چند صدثانیه). با توجه به کوتاه بودن فاز ترازیابی (حدود چند ده ثانیه)، در این مقاله، مقادیر درایهها بینهایت در نظر گرفته شده است و لذا:

$$\dot{e} = W_2$$

در ماتریس حالت A، زیر ماتریس پادمتقارن  $\widetilde{\Omega}$  به صورت زیر است:

$$\widetilde{\Omega} = \begin{bmatrix} 0 & \widetilde{\Omega}_D & -\widetilde{\Omega}_E \\ -\widetilde{\Omega}_D & 0 & \widetilde{\Omega}_N \\ \widetilde{\Omega}_E & -\widetilde{\Omega}_N & 0 \end{bmatrix}$$
(\*)

که در آن:

(۵)

$$\begin{split} \widetilde{\Omega}_E &= -(2\omega + \dot{\lambda}) sinL \\ \widetilde{\Omega}_N &= (2\omega + \dot{\lambda}) cosL \\ \widetilde{\Omega}_D &= -\dot{L} \end{split}$$

در رابطه (۵)، ω سرعت دوران زمین و λ و L به ترتیب طول و عرض جغرافیایی وسیله پرنده میباشند.

در ماتریس حالت A، زیر ماتریس پادمتقارن  $\Omega$  به صورت زیر تعریف می شود:

$$\Omega = \begin{bmatrix} 0 & \Omega_D & -\Omega_E \\ -\Omega_D & 0 & \Omega_N \\ \Omega_E & -\Omega_N & 0 \end{bmatrix}$$
(۶)

فصلنامهٔ علمی- پژوهشی علوم و فناوری فضایی / ۵ دورهٔ ۱۷ / شمارهٔ ۱/ بهار ۱۴۰۳ (پیایی ۶۰)

$$\Omega_{D} = -(\omega + \dot{\lambda})sinL$$

$$\Omega_{N} = (\omega + \dot{\lambda})cosL$$

$$\Omega_{D} = -\dot{L}$$
(Y)

و سرانجام ماتریس F به صورت زیر است:

$$F = \begin{bmatrix} 0 & -F_D & F_E \\ F_D & 0 & -F_N \\ -F_E & F_N & 0 \end{bmatrix}$$
(A)

که در آن  $F_E$ ،  $F_N$  و  $F_D$  مؤلفههای شمالی، شرقی و عمودی شتاب ظاهری وسیله پرنده است.

در اینجا، مشاهدات، تفاضل سه مؤلفه سرعت محاسبه شده توسط الگوریتم ناوبری اینرسی و سرعت محاسبه شده توسط سیستم کمک ناوبری (در اینجا سیستم ناوبری ماهوارهای) است. به بیان دیگر، مشاهدات، مرتبط با سه متغیر حالت اول، در مدل خطای (۱) هستند. بنایراین میتوان نوشت:

- $Z = Cx + v \tag{9}$
- $C = \begin{bmatrix} I & 0 \end{bmatrix} \tag{(1.1)}$

که در آن I ماتریس واحد مرتبه سه و 0 ماتریس صفر با ابعاد  $9 \times 3$  است. در رابطه (۹)، Z بردار مشاهدات است و v بردار خطای محاسبه سرعت در سیستم ناوبری ماهوارهای است.

## تحليل مشاهده پذيري فرايند توجيه اوليه

مانورهای پیشنهادی برای ترازیابی سیستم ناوبری در مد پروازی می ورازی می می وارد زیر باشد:

۱) مانور در یک ارتفاع مشخص با سرعت ثابت که زیر ماتریس F در آن بهصورت زیر است:

$$F = \begin{bmatrix} 0 & g & 0 \\ -g & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$
(11)

 $F_N$  مانور در یک ارتفاع مشخص و دارای شتاب شمالی  $F_N$ 

$$F = \begin{bmatrix} 0 & g & 0 \\ -g & 0 & -F_N \\ 0 & F_N & 0 \end{bmatrix}$$
(17)

 $F_E$  مانور در یک ارتفاع مشخص و دارای شتاب شرقی (۳  $[ \begin{array}{cc} 0 & g & F_E \end{array} ]$ 

$$F = \begin{bmatrix} -g & 0 & 0 \\ -F_E & 0 & 0 \end{bmatrix}$$
(1°)

۴) مانور در یک ارتفاع مشخص و دارای شتاب افقی (شتاب شمالی و شرقی ثابت)

$$F = \begin{bmatrix} 0 & g & F_E \\ -g & 0 & -F_N \\ -F_E & F_N & 0 \end{bmatrix}$$
(14)

 $F_D$  مانور به سمت بالا با شتاب (۵

$$F = \begin{bmatrix} 0 & -F_D & 0\\ F_D & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$
(10)

فصلنامهٔ علمی- پژوهشی علوم و فناوری فضایی دورهٔ ۱۷ / شمارهٔ ۱ / بهار ۱۴۰۳ (پیاپی۶۰)

با توجه به روابط فوق اگر در فاز ترازیابی اولیه، تلفیقی از مانورهای ذکر شده استفاده شود، از یک مانور به مانور بعدی، زیر ماتریس F تغییر کرده و به دلیل کوتاه بودن فرایند ترازیابی (در حدود چند ده ثانیه)، سایر زیرماتریسها تقریباً ثابت خواهند بود. بنابراین، سیستم حاصل، بهصورت یک سیستم تکه ای ثابت با زمان قابل مدل سازی است که روش بررسی مشاهده پذیری چنین سیستمهایی در [۱۹] بیان شده است. برای رؤیت پذیری کامل این سیستم، کافی است رتبه ماتریس زیر کامل باشد:

$$Q_S = \begin{bmatrix} Q_1 \\ Q_2 \\ \dots \\ Q_i \end{bmatrix} \tag{19}$$

که در آن، Q<sub>i</sub> معرف ماتریس رؤیت پذیری تکه *i*ام (مانور *i*ام) است. به بیان دیگر:

$$Q_i = [C^T \quad (CA_i)^T \quad (CA_i^2)^T \quad \dots \quad (CA_i^{11})^T]$$
(1Y)

با توجه به آنچه گفته شد، در صورتی که صرفاً از یک مانور استفاده شود، فارغ از نوع مانور، با یک سیستم خطی تغییرناپذیر با زمان مواجه خواهیم بود که بررسی رؤیت پذیری آن ساده است. در این حالت خواهیم داشت:

$$Q_S = Q_1 \Longrightarrow Rank(Q_S) = 9$$
 (۱۸)  
که بیانگر آن است که سیستم رؤیت یذیر کامل نیست.

در صورتی که از دو مانور اشاره شده در بالا استفاده شود، فارغ از نوع و اولویت استفاده از آن.ها، خواهیم داشت:

$$Q_{s} = \begin{bmatrix} Q_{1} \\ Q_{2} \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow Rank(Q_{s}) = 11$$
(19)

که علی رغم افزایش مرتبه ماتریس رؤیت پذیری، بیانگر آن است که سیستم، رؤیت پذیر کامل نیست.

در صورتی که از سه مانور اشاره شده در بالا استفاده شود، فارغ از نوع و اولویت استفاده از آن ها، خواهیم داشت:

$$Q_S = \begin{bmatrix} Q_1 \\ Q_2 \\ Q_3 \end{bmatrix} \tag{Y}$$

 $\Rightarrow Rank(Q_s) = 12$ 

که بیانگر آن است که سیستم رؤیت پذیر کامل است.

بنابراین در شرایط استفاده از سه مانور از مانورهای (۱۱)، (۱۲)، (۱۳)، (۱۴) و (۱۵)، فارغ از نوع و اولویت انجام آنها، تخمین حالتهای سیستم به خصوص زوایای انحراف صفحه و بایاس شتاب سنجها و دریفت ژیروسکوپها توسط یک رؤیتگر مناسب امکان پذیر است که در این مقاله از فیلتر کالمن برای تخمین حالتها استفاده شده است. معادله مربوط به تخمین حالت با استفاده از این فیلتر به صورت زیر است:

سیدعلی ظهیری پور

$$\dot{\hat{x}} = A\hat{x} + Bu + L(y - C\hat{x}) \tag{71}$$

$$L = PC^T R^{-1} \tag{(YY)}$$

که در آن P ماتریس کوواریانس حالتها بوده و قانون به روزرسانی آن بهصورت زیر است:

$$\frac{dP}{dt} = AP + PA^{T} + Q - PC^{T}R^{-1}CP$$

$$P(t_{0}) = P_{0}$$
(YY)

در رابطه (۲۳)، Q ماتریس کوواریانس نویز فرایند (خطای سنسورهای اینرسی) و R ماتریس کوواریانس نویز مشاهدات (خطای سیستم کمک ناوبری) است.

## طراحى كنترل كننده فيدبك حالت

با توجه به اصل جداپذیری طراحی کنترلکننده و رؤیتگر [۲۱]، در این بخش فرایند طراحی کنترلکننده فیدبک حالت بهصورت جدای از رؤیتگر تشریح میشود.

با توجه به آن که هدف فرایند ترازیابی اولیه، از بین بردن انحراف صفحه پایدار نسبت به دستگاه مرجع NED است، با استفاده از رابطه (۱) معادلات خطای وضعیت صفحه پایدار را میتوان به صورت زیر نوشت:

$$\dot{\varphi} = \Omega \varphi + d \tag{74}$$

استفاده شود، معادلات خطا، به صورت زیر در می آید:

$$\dot{\varphi} = \Omega \varphi + d + u \tag{(YF)}$$

که در آن *u* بردار فرمان سرعت زاویهای (ورودی کنترل) صفحه پایدار نسبت به دستگاه جغرافیایی است که توسط گشتاورساز ژیروسکوپها حول سهمحور به سختافزار بلوک ناوبری اعمال میشود. رابطه (۲۶) بهصورت زیر قابل بازنویسی است:

$$\dot{\varphi} = \Omega \varphi + \tilde{u} \tag{(YY)}$$

که در آن  $ilde{u}$  ورودی کنترل مجازی بوده و به صورت زیر قابل بیان است:

$$\tilde{u} = u + d \tag{YA}$$

با توجه به وجود سه ورودی کنترلی برای کنترل زوایای صفحه، درجه آزادی مناسبی برای انتخاب بهره فیدبک حالت K در قانون کنترل  $\widetilde{u} = -K \phi$  وجود دارد. مثلاً با انتخاب

ترازیابی اولیه سیستم ناوبری اینرسی با صفحه پایدار در مود پرواز بهصورت فیزیکی از ...

$$\begin{split} K &= \Omega + \begin{bmatrix} k_1 & 0 & 0 \\ 0 & k_2 & 0 \\ 0 & 0 & k_3 \end{bmatrix} \tag{79} \\ &= \begin{bmatrix} k_1 & \Omega_D & -\Omega_E \\ -\Omega_D & k_2 & \Omega_N \\ \Omega_E & -\Omega_N & k_3 \end{bmatrix} \end{split}$$

$$\begin{split} \dot{\phi} &= \Omega \phi + \tilde{u} = \Omega \phi - \left\{ \Omega + \begin{bmatrix} k_1 & 0 & 0 \\ 0 & k_2 & 0 \\ 0 & 0 & k_3 \end{bmatrix} \right\} \phi \\ &= - \begin{bmatrix} k_1 & 0 & 0 \\ 0 & k_2 & 0 \\ 0 & 0 & k_3 \end{bmatrix} \phi \end{split} \tag{7.}$$

به این معنا که مقادیر ویژه سیستم حلقهبسته  $-k_i$  خواهند بود که نشان میدهد انحراف صفحه پایدار بعد از گذشت زمانی از بین میرود. برای پیادهسازی سادهتر این کنترل کننده و با توجه به کوچک بودن درایههای ماتریس  $\Omega$ ، با فرض آن که m کران بالایی برای اندازه درایههای  $\Omega$  باشد، با انتخاب بهره فیدبک حالت به صورت:

$$K_0 = \begin{bmatrix} k_1 & 0 & 0\\ 0 & k_2 & 0\\ 0 & 0 & k_3 \end{bmatrix}$$
(71)

که در آن  $k_i\gg 2m$ ، مقادیر ویژه سیستم حلقهبسته تقریباً همان  $k_i$ ها خواهند بود، زیرا با استفاده از قضیه دایره گرشگورین [۲۲] داریم:

$$|\lambda_i(\Omega - K_0) + k_i| \le 2m \tag{77}$$

: و با توجه به اینکه  $k_i \gg 2m$  خواهیم داشت  $k_i \gg 2m$ 

$$\lambda_i(\Omega - K_0) \approx -k_i \tag{(TT)}$$

بنابراین ورودی کنترل اصلی عبارت است از:

$$u = \tilde{u} - d = -K_0 \varphi - d \tag{(TF)}$$

بلوک دیاگرام روش ترازیابی فیزیکی پیشنهادی در مد پرواز در شکل ۱ رسم شده است.



**شکل ۱** – بلوک دیاگرام روش پیشنهادی

فصلنامهٔ علمی- پژوهشی علوم و فناوری فضایی / ¥ دورهٔ ۱۷ / شمارهٔ ۱/ بهار ۱۴۰۳ (پیایی ۶۰)

### شبيەسازى

شبیه سازی برای ترازیابی در مد پرواز با انجام مانورهای ۱، ۲ و ۳ اشاره شده در متن مقاله و به همین ترتیب گفته شده و هر یک به مدت ۵ ثانیه صورت گرفته است. سایر پارامترها به صورت زیر مقداردهی شدهاند:

$$F_{N} = F_{E} = 0.05g$$

$$P_{0} = diag \left\{ \begin{array}{l} 10^{-6}, 10^{-6}, 10^{-6}, 10^{-4}, 10^{-4}, 10^{-4}, \\ 10^{-6}, 10^{-6}, 10^{-6}, 10^{-10}, 10^{-10}, 10^{-10} \right\}$$

$$Q = diag \left\{ \begin{array}{l} 10^{-7}, 10^{-7}, 10^{-7}, 10^{-17}, 10^{-17}, 10^{-17}, \\ 10^{-5}, 10^{-5}, 10^{-5}, 10^{-13}, 10^{-13}, 10^{-13} \right\}$$

$$R = diag \{ 2 \times 10^{-3}, 2 \times 10^{-3}, 2 \times 10^{-3} \}$$

$$\omega = 15^{\circ}/h$$

$$\lambda = 32^{\circ} , L = 53^{\circ}$$

در ضمن از تغییرات طول و عرض جغرافیایی با توجه به کوتاه بودن فاز ترازیابی، صرفنظر شده است.

همچنین با توجه به اینکه  $m \ll 1$  مقادیر  $k_i$ ها برابر ۱ در نظر گرفته شدهاند.

روش متداول ترازیابی فیزیکی در مود پرواز، که مبتنی بر فیدبک خروجی است، صرفاً اطلاعات مربوط به سرعتها یعنی تفاضل سرعت محاسبه شده توسط الگوریتم ناوبری اینرسی و سرعت محاسبه شده توسط سیستم کمک ناوبری را برای ساخت سیگنال کنترل استفاده می کند و از سایر متغیرهای حالت مثلاً خطاهای محاسبه وضعیت و دریفت ژیروسکوپها فیدبک نمی گیرد. با توجه به اطلاعات ارزشمندی که در این متغیرها وجود دارد، پیشنهاد پژوهش جاری این بوده است که بعد از تخمین این متغیرها از آنها در شکل دهی سیگنال کنترل استفاده شود.

برای شبیه سازی روش متداولی که با فیدبک از خطای سرعت ها کار می کند از روابط و مقادیر مندرج در مرجع [۱۵] استفاده شده است. شکل ۲، دو روش کنترل زوایای انحراف صفحه را در فرایند ترازیابی مقایسه می کند. همان طور که نمودارهای شکل ۲ نشان می دهد، روش پیشنهادی با دقت و سرعت مناسب تری صفحه پایدار را با دستگاه جغرافیایی منطبق کرده است. روش دیگر اگرچه انحراف صفحه نسبت به افق را کمی کاهش داده (نمودارهای اول و دوم در شکل ۲)، در قیاس با روش پیشنهادی دقت و سرعت کمتری دارد. در ضمن همان طور که مشخص است، روش دیگر در کاهش انحراف آزیموت صفحه موفق عمل نکرده است. (نمودار سوم شکل ۲)

فصلنامهٔ علمی- پژوهشی علوم و فناوری فضایی دورهٔ ۱۷ / شمارهٔ ۱ / بهار ۱۴۰۳ (پیاپی۶۰)



شکل ۲- زوایای انحراف صفحه پایدار نسبت به دستگاه جغرافیایی حول سه محور

برای آن که اثر ترازیابی دقیق و سریع صفحه پایدار را در افزایش دقت ناوبری نشان دهیم، نمودارهای مربوط به خطای سرعت و موقعیت (متناسب با طول و عرض جغرافیایی) الگوریتم ناوبری نیز در شکلهای ۳ و ۴ رسم شده است. همان طور که این شکلها نشان میدهد، روش پیشنهادی به دلیل منطبق سازی دقیق تر صفحه پایدار به دستگاه جغرافیایی و از بین بردن یکی از عوامل ایجاد خطای ناوبری، نسبت به روش متداول، خطای ناوبری کمتری را ثبت کرده است.



شکل ۳- خطای سرعت و موقعیت الگوریتم ناوبری اینرسی در کانال شمالی

سیدعلی ظهیری پور



شکل ۴- خطای سرعت و موقعیت الگوریتم ناوبری اینرسی در کانال شرقی

#### نتيجه گيرى

در این مقاله به منظور افزایش دقت ترازیابی در سیستمهای ناوبری اینرسی با صفحه پایدار در مود پرواز از کنترل فیدبک حالت برای میراسازی زوایای انحراف صفحه پایدار استفاده شد. ورودی کنترلی بر مبنای انحراف زوایای صفحه که توسط فیلتر کالمن تخمین زده می شود، طراحی شد. قابلیت تخمین زوایای انحراف صفحه از طریق ایجاد یک مانور تلفیقی مناسب با استفاده از نظریه رؤیت پذیری سیستمهای تکهای ثابت با زمان، تضمین شد. خطای ترازیابی در روش ارائه شده، به دلیل آن که در ساخت ورودی کنترل به جای استفاده از خطای سرعتها، از زوایای انحراف صفحه پایدار و دریفت ژیروسکوپها استفاده شد، نسبت به روش قبلی که مستقیماً خطای سرعتها را به گشتاورساز بلوک ناوبری اعمال می کرد، کمتر بود و به تبع آن دقت ناوبری به طور محسوسی افزایش یافت.

#### تعارض منافع

هیچگونه تعارض منافع توسط نویسندگان بیان نشده است.

## مراجع

- J. Tang, H. Bian, H. Ma, and R. Wang, "One-step initial alignment algorithm for SINS in the ECI frame based on the inertial attitude measurement of the CNS," *Sensors*, vol. 22, no. 14, p. 5123, 2022, doi: <u>https://doi.org/10.3390/s22145123</u>.
- [2] L. Chang, J. Li, and S. Chen, "Initial alignment by attitude estimation for strapdown inertial navigation systems," *IEEE Transactions on Instrumentation* and Measurement, vol. 64, no. 3, pp. 784-794, 2014. doi: 10.1109/TIM.2014.2355652

فصلنامهٔ علمی- پژوهشی علوم و فناوری فضایی / ۹ دورهٔ ۱۷ / شمارهٔ ۱/ بهار ۱۴۰۳ (پیایی ۶۰)

ترازیابی اولیه سیستم ناوبری اینرسی با صفحه پایدار در مود پرواز بهصورت فیزیکی از ...

*Technology*, vol. 8, no. 4, pp. 45-51, 2016( in Persian)

- [12] S. Cao, H. Gao, and J. You, "In-Flight Alignment of Integrated SINS/GPS/Polarization/Geomagnetic Navigation System Based on Federal UKF," *Sensors*, vol. 22, no. 16, p. 5985, 2022, doi: <u>https://doi.org/10.3390/s22165985</u>
- [13] W. Chen, Z. Yang, S. Gu, Y. Wang, and Y. Tang, "Adaptive transfer alignment method based on the observability analysis for airborne pod strapdown inertial navigation system," *Scientific Reports*, vol. 12, no. 1, p. 946, 2022, doi: <u>https://doi.org/10.1038/s41598-021-04732-4</u>.
- [14] Z. Lu *et al.*, "A new in-flight alignment method with an application to the low-cost sins/gps integrated navigation system," *Sensors*, vol. 20, no. 2, p. 512, 2020, doi: <u>https://doi.org/10.3390/s20020512</u>
- [15] H. T. K. a. O. S. Salychev, "inertial navigation and optimal filtration, mechanical engineering," M.: Mechanical Engineering., 1982. (In Russian)
- [16] V. Meleshko, "Inertial navigation systems. Initial exhibition," K.: "Korniychuk, 1999. (In Russian)
- [17] I. Y. Bar-Itzhack and B. Porat, "Azimuth observability enhancement during inertial navigation system in-flight alignment," *Journal of Guidance* and Control, vol. 3, no. 4, pp. 337-344, 1980, doi: <u>https://doi.org/10.2514/3.55999</u>
- [18] J. H. Dambeck, Observability and controllability analysis for a strapdown inertial navigation system.
  3rd International Workshop on High Precision Navigation, University of Stuttgart, Bonn, 1995.
- [19] I. Y. Bar-Itzhack and N. Berman, "Control theoretic approach to inertial navigation systems," *Journal of Guidance, control, and Dynamics*, vol. 11, no. 3, pp. 237-245, 1988, doi:. <u>https://doi.org/10.2514/3.20299</u>
- [20] D. Goshen-Meskin and I. Bar-Itzhack, "Observability analysis of piece-wise constant systems. II. Application to inertial navigation inflight alignment (military applications)," *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic systems*, vol. 28, no. 4, pp. 1068-1075, 1992, doi: 10.1109/7.165368
- [21] D. G. Luenberger, "Positive linear systems," Introduction to dynamic systems, 1979.
- [22] G. Strang, "Orthogonal Projections and Least Squares," *Linear Algebra and Its Applications, Second Edition, Academic Press, New York, New York*, p. 138, 1980.

- [3] R. Ghasrizadeh and A. Nikkhah, "improve coarse alignment in inertial navigation system By the method of Identification the Kalman filter matrix," *Journal of Space Science and Technology*, vol. 13, no. 4, pp. 81-90, 2020 (in Persian) doi: 20.1001.1.20084560.1399.13.4.8.4
- [4] W. Zhao, L. Zhou, and G. Song, "A Study on Alignment of analytic Space Stable Inertial Navigation System," in 2019 26th Saint Petersburg International Conference on Integrated Navigation Systems (ICINS), pp. 1-6: IEEE 2019, doi: 10.23919/ICINS.2019.8769359.
- [5] S. Wang, Q. Xu, M. Liu, Y. Tang, and R. Lin, "Initial Alignment Algorithm for Platform Inertial Navigation System Based on Fuzzy Kalman Filter," in 2018 IEEE CSAA Guidance, Navigation and Control Conference (CGNCC), pp. 1-4: IEEE. 2018, doi: 10.1109/GNCC42960.2018.9019079
- [6] S. SalehiAmiri, A. Nikkhah, and H. Nobahari, "Extracting the Non-ObservableStates in Alignment & Calibration Process for Gimballed Inertial Navigation Systems," *Space Science and Technology*, vol. 7, no. 3, 2014(in Persian)
- Z. Ding, H. Zhou, S. Zhang, H. Yang, and H. Cai, "Initial self-alignment method for inertial platform on a stationary base," *J. Astronaut*, vol. 38, no. 6, pp. 612-620, 2017, doi: <u>10.3873/j.issn.1000-1328.2017.06.008</u>
- [8] M.-A. Massoumnia and R. Rezaii-Far, "Stable platform initial alignment using state feedback controllers," in [Proceedings 1992] The First IEEE Conference on Control Applications, pp. 326-329: IEEE, 1992, doi: 10.1109/CCA.1992.269855
- [9] T. Du, C. Tian, J. Yang, S. Wang, X. Liu, and L. Guo, "An autonomous initial alignment and observability analysis for SINS with bio-inspired polarized skylight sensors," *IEEE Sensors Journal*, vol. 20, no. 14, pp. 7941-7956, 2020, doi: 10.1109/JSEN.2020.2981171
- [10] F. O. Silva, W. C. Leite Filho, and E. M. Hemerly, "Design of a stationary self-alignment algorithm for strapdown inertial navigation systems," *IFAC-PapersOnLine*, vol. 48, no. 9, pp. 55-60, 2015, doi: <u>10.1016/j.ifacol.2015.08.059</u>
- [11] M. Fathi, A. Mohammadi, and N. Ghahramani, "INS alignment improvement using rest heading and zerovelocity updates," *Journal of Space Science and*